



**LETÍCIA ALVES CHAVES**

**AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM ATIVIDADES DE  
MODELAGEM MATEMÁTICA**

**LAVRAS-MG  
2025**



**LETÍCIA ALVES CHAVES**

**AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM ATIVIDADES DE  
MODELAGEM MATEMÁTICA**

**LAVRAS-MG  
2025**

**LETÍCIA ALVES CHAVES**

**AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Educação Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade  
Orientador

**LAVRAS-MG  
2025**

**Ficha de identificação da obra elaborada pelo(a) autor(a) através do Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA.**

Chaves, Leticia Alves.  
As significações produzidas em atividades de modelagem matemática/ Leticia Alves Chaves. 2025.  
78 p. : il.

Orientador: José Antônio Araújo Andrade.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2025. Bibliografia.

1. Teoria da Atividade. 2. Modelagem Matemática. 3. Resíduos Sólidos. 4. Ensino de Matemática. I. Andrade, José Antônio Araújo. II. Universidade Federal de Lavras. III. Título.

**LETÍCIA ALVES CHAVES**

**AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA**

**THE MEANINGS PRODUCED IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Educação Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 26 de fevereiro de 2025.  
Prof. Dr. Jefferson Adriano Neves – UFLA  
Profa. Dra. Daiany Cristiny Ramos – UNESPAR

Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade  
Orientador

**LAVRAS-MG  
2025**

## RESUMO

A presente pesquisa teve por objetivo geral investigar as significações produzidas por estudantes do ensino médio, em Atividade de Modelagem Matemática, para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial. Este objetivo é composto pelos seguintes objetivos específicos: (1) analisar como a Atividade de Modelagem Matemática pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial para turmas do segundo ano do ensino médio e (2) explorar e entender o significado atribuído à ideia de exponencial, bem como procedimentos e estratégias matemáticas envolvendo tal conceito, a partir da Atividade de Modelagem Matemática. Esses objetivos foram estabelecidos como um caminho plausível para responder a seguinte questão de investigação: de que forma uma Atividade de Modelagem Matemática, estruturada em Situações Desencadeadoras de Aprendizagens, contribui para que estudantes do ensino médio produzam significados e desenvolvam o pensamento teórico sobre o conceito de função exponencial? A pesquisa foi desenvolvida em uma instituição pública de ensino, com quatro estudantes do segundo ano do ensino médio da rede estadual de Minas Gerais, no primeiro semestre de 2023. Foi proposta uma unidade didática aos participantes com a temática Resíduos Sólidos, para que, a partir deste tema, se pudesse desenvolver o conceito de exponencial por meio da Modelagem Matemática. Para a produção dos dados, os métodos e instrumentos utilizados foram: registros feitos pelos participantes ao longo da pesquisa, dispositivos eletrônicos para gravação em áudio e em vídeo e o diário de campo da professora pesquisadora. Portanto, os dados da pesquisa foram constituídos a partir dos registros escritos, das transcrições dos áudios e vídeos gravados de cada um dos momentos. A descrição, a análise e a interpretação dos dados foram feitas seguindo o procedimento metodológico denominado Núcleos de Significação, a partir do qual foi possível estabelecer vinte e nove pré-indicadores, os quais possibilitaram definir seis indicadores e, em seguida originaram-se dois núcleos de significação, sendo eles: (1) Construção do conhecimento e (2) Significados conferidos as experiências vivenciadas. A partir dos resultados alcançados, podemos considerar que, mediante a Atividade de Modelagem Matemática, foi possível que os estudantes compreendessem o conceito de exponencial e suas aplicações.

**Palavras chave:** teoria da atividade; resíduos sólidos; ensino de matemática.

## ABSTRACT

The general objective of this research was to investigate the meanings produced by high school students in a Mathematical Modeling Activity for the development of theoretical thinking about the concept of exponential. This objective is composed of the following specific objectives: (1) to analyze how the Mathematical Modeling Activity can contribute to the development of theoretical thinking about the concept of exponential for second-year high school classes and (2) to explore and understand the meaning attributed to the idea of exponential, as well as mathematical procedures and strategies involving this concept, based on the Mathematical Modeling Activity. These objectives were established as a plausible way to answer the following research question: how does a Mathematical Modeling Activity, structured in Learning-Triggering Situations, contribute to high school students producing meanings and developing theoretical thinking about the concept of exponential function? The research was developed in a public educational institution, with four second-year high school students from the state network of Minas Gerais, in the first semester of 2023. A didactic unit was proposed to the participants with the theme Solid Waste, so that, based on this theme, the concept of exponential could be developed through Mathematical Modeling. For the production of the data, the methods and instruments used were: records made by the participants throughout the research, electronic devices for audio and video recording and the field diary of the researcher teacher. Therefore, the research data were constituted from the written records, the transcriptions of the audios and videos recorded from each of the moments. The description, analysis and interpretation of the data were done following the methodological procedure called Nuclei of Meaning, from which it was possible to establish twenty-nine pre-indicators, which made it possible to define six indicators and, then, two nuclei of meaning originated, namely: (1) Construction of knowledge and (2) Meanings given to the lived experiences. Based on the results achieved, we can consider that, through the Mathematical Modeling Activity, it was possible for students to understand the concept of exponential and its applications.

**Keywords:** activity theory; solid waste; mathematics teaching.

## INDICADORES DE IMPACTO

A presente pesquisa, de cunho qualitativo, investigou as significações produzidas por estudantes do ensino médio, em Atividade de Modelagem Matemática, para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial. Focando no ensino de exponencial, por meio da Atividade de Modelagem Matemática. O trabalho tem como base teórica a Teoria da Atividade e a Modelagem Matemática, ressaltando que a Modelagem Matemática pode ser entendida como uma Atividade dentro da perspectiva da Teoria da Atividade, e que ela pode contribuir para o ensino deste conceito matemático. Foi proposta uma unidade didática aos participantes com a temática Resíduos Sólidos, para que, a partir desse tema, se pudesse desenvolver o conceito de exponencial por meio da Atividade de Modelagem Matemática. Para a produção dos dados, os métodos e instrumentos utilizados foram registros feitos pelos participantes ao longo da pesquisa, dispositivos eletrônicos para gravação em áudio e em vídeo e o diário de campo da professora pesquisadora. A pesquisa evidenciou que através da Modelagem Matemática compreendida em uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, é possível construir o conceito de exponencial de forma que o aluno faça parte dessa construção e que ele seja o principal agente dela. Pode-se perceber que a Atividade de Modelagem Matemática, além de contribuir para o ensino de exponenciais, também desenvolve as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito colaborativo, crítico e criativo, tendo na postura investigativa o gatilho desse processo. Ao final, o estudo sugere que a Atividade de Modelagem Matemática pode estabelecer o vínculo entre o conceito e sua aplicação na realidade ao qual o sujeito está inserido. O desenvolvimento da pesquisa foi fundamental para guiar os estudantes em uma jornada de descoberta, investigação e modelagem, contribuindo para que desenvolvessem não apenas habilidades matemáticas, mas também, uma consciência crítica sobre o mundo ao seu redor, tornando-os cidadãos mais conscientes e engajados na busca por soluções para os desafios que enfrentam, tendo como base para tanto a Matemática.

## IMPACT INDICATORS

This qualitative research investigated the meanings produced by high school students in a Mathematical Modeling Activity to develop theoretical thinking about the concept of exponential. The focus was on teaching exponentials through the Mathematical Modeling Activity. The theoretical basis of the work is Activity Theory and Mathematical Modeling, emphasizing that Mathematical Modeling can be understood as an Activity within the

perspective of Activity Theory, and that it can contribute to teaching this mathematical concept. A teaching unit was proposed to the participants with the theme Solid Waste, so that, based on this theme, the concept of exponential could be developed through the Mathematical Modeling Activity. The methods and instruments used to produce the data were records made by the participants throughout the research, electronic devices for audio and video recording, and the field diary of the research teacher. The research showed that through Mathematical Modeling understood in an Activity, from the perspective of Activity Theory, it is possible to construct the concept of exponential in such a way that the student is part of this construction and that he or she is the main agent of it. It can be seen that the Mathematical Modeling Activity, in addition to contributing to the teaching of exponentials, also develops reasoning and problem-solving skills, communication, as well as a collaborative, critical and creative spirit, with the investigative stance as the trigger for this process. In the end, the study suggests that the Mathematical Modeling Activity can establish the link between the concept and its application in the reality in which the subject is inserted. The development of the research was fundamental to guide the students on a journey of discovery, investigation and modeling, contributing to the development of not only mathematical skills, but also a critical awareness of the world around them, making them more aware and engaged citizens in the search for solutions to the challenges they face, based on Mathematics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Visita ao aterro sanitário .....	40
Figura 2 – Taxa do crescimento populacional encontrada no livro de geografia do 7º ano .....	44
Figura 3 – Cálculo feito pelos estudantes para a quantidade de habitantes do município .....	45
Figura 4 – Gráfico feito pelos estudantes para a quantidade de habitantes do município .....	45
Figura 5 – Estimativa feita pelos estudantes para a quantidade resíduos sólidos urbanos produzidos pela população do município .....	48
Figura 6 – Estimativa feita pelos estudantes para a quantidade resíduos sólidos urbanos produzidos pela população do município .....	48
Figura 7 – Fórmula encontrada pelos alunos para o cálculo da quantidade de habitantes .....	65
Figura 8 – Cálculo da quantidade de habitantes do município feito pelos alunos .....	67
Figura 9 – Fórmula criada pelos alunos para estimar a quantidade de resíduos .....	70

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Distribuição de tarefas para o professor e para os alunos .....	27
Quadro 2 – Pré-indicadores .....	52
Quadro 3 – Pré-indicadores .....	53
Quadro 4 – Pré-Indicadores .....	54
Quadro 5 – Organização dos pré-indicadores em indicador.....	56
Quadro 6 – Organização dos pré-indicadores em indicador .....	56
Quadro 7 – Organização dos pré-indicadores em indicador .....	57
Quadro 8 – Organização dos pré-indicadores em indicador .....	58
Quadro 9 – Organização dos pré-indicadores em indicador .....	59
Quadro 10 – Organização dos pré-indicadores em indicador .....	59
Quadro 11 – Sistematização dos Núcleos de Significação .....	61

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>1.1</b>	<b>Alguns estudos a respeito do tema .....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO POR MEIO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Teoria da Atividade .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelagem Matemática .....</b>	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1</b>	<b>O Contexto e os sujeitos da pesquisa.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2</b>	<b>Atividade de Modelagem.....</b>	<b>33</b>
<b>3.3</b>	<b>A metodologia de análise dos dados: a constituição dos Núcleos de Significação</b>	<b>50</b>
<b>4</b>	<b>AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS.....</b>	<b>62</b>
<b>4.1</b>	<b>Construção do conceito de exponencial .....</b>	<b>62</b>
<b>4.2</b>	<b>Significados conferidos as experiências vivenciadas .....</b>	<b>71</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>73</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>76</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A preocupação com a aprendizagem da Matemática é histórica, pois essa disciplina frequentemente é considerada abstrata e difícil de entender. É comum ouvir alunos questionarem: "Para que vou precisar disso na minha vida?". Esse questionamento se estende a conteúdos específicos, como o conceito de exponencial, que é o foco desta pesquisa.

A motivação para esta pesquisa começou com base na minha trajetória escolar. Durante a época em que era estudante do nível escolar básico, percebi que o ensino de Matemática era bastante desinteressante e se resumia a práticas mecânicas e repetitivas. Os conteúdos eram apresentados de forma a garantir apenas a memorização de regras, propriedades, fórmulas, algoritmos para a realização de provas, sem promover uma compreensão mais profunda. Especialmente, em relação ao conceito de exponencial, sinto que, apesar de conseguir resolver muitos exercícios, não conseguia entender verdadeiramente a ideia subjacente, limitando-me a reproduzir um conjunto de técnicas envolvidas no cálculo de valores associados a sentença representativa da função e/ou no esboço do gráfico.

Como docente, mesmo com minha experiência ainda incipiente, tenho inquietações sobre a maneira como os alunos percebem a Matemática e seus diversos conceitos. Esta pesquisa surge da minha intenção de buscar alternativas que diversifiquem o ensino de Matemática, especialmente o conceito de exponencial. Meu objetivo é promover um ensino que desperte o interesse dos alunos, possibilitando que eles se sintam construtores do seu próprio conhecimento.

Os alunos muitas vezes veem a Matemática como uma disciplina dissociada da realidade cotidiana, o que elimina o sentido da sua aprendizagem. Cortar esse vínculo é prejudicial, pois a Matemática tem raízes nas necessidades humanas. Compreender a parte histórica por trás dos conceitos matemáticos pode enriquecer o processo de aprendizagem e despertar o interesse dos alunos.

Neste sentido, buscando uma forma de efetivar o ensino da Matemática e torná-lo mais significativo para o aluno é que buscamos trabalhar com a Modelagem Matemática. O nosso intuito é mostrar como a Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade do autor Alexei Leontiev e, como a Atividade de Modelagem Matemática pode contribuir para a apropriação dos conceitos matemáticos, em específico, do conceito de exponencial.

Para tanto, propusemos uma Unidade Didática, com a temática Resíduos Sólidos, para quatro alunos do segundo ano do ensino médio, esta unidade é composta por três Situações

Desencadeadoras de Aprendizagens (SDA) que, por sua vez estão organizadas em momentos didáticos. Essas situações tiveram como objetivo sensibilizar os estudantes para a relevância social da temática que consiste no desenvolvimento do pensamento acerca dos conceitos que precisam ser mobilizados na Atividade de Modelagem Matemática. As SDA foram elaboradas com a intencionalidade de criar ambientes em que os alunos sentissem a necessidade de se colocarem em Atividade de Modelagem Matemática, para que, por meio de ações investigativas, construíssem o conceito de exponencial e entendessem o que estavam fazendo durante todo o processo do seu desenvolvimento.

No contexto educacional, a noção de "Atividade" envolve as diversas ações dos alunos e como eles se engajam nas situações apresentadas em sala de aula. Uma tarefa educativa se torna uma atividade quando os alunos se envolvem nela e estabelecem conexões dentro de um sistema social mais amplo, destacando a natureza social do aprendizado (Almeida, 2011). Almeida (2011) destaca que uma atividade deve conter dois elementos essenciais, quais sejam, uma função orientadora das ações e um motivo para sua realização.

Neste trabalho, buscamos uma alternativa para combater ações desprovidas de sentido na sala de aula, permitindo que os alunos percebam a importância da Matemática escolar e do conceito de exponencial, especificamente. Com essa perspectiva, introduzimos Atividades de Modelagem Matemática e associamos seu desenvolvimento em sala de aula aos aspectos da Teoria da Atividade, conforme proposto por Leontiev.

O que pretendemos destacar é que duas ideias se interligam: por um lado, dar sentido e construir significados em Matemática requer situações de ensino que promovam relações entre a Matemática e a vida dos alunos; por outro lado, as Atividades de Modelagem Matemática podem facilitar a aproximação da Matemática escolar com problemas do cotidiano vivenciados pelos alunos (Almeida, 2011).

A seguir, faremos uma breve revisão de pesquisas que tiveram por propósito trabalhar a Modelagem Matemática como uma Atividade a luz da Teoria da Atividade.

### **1.1 Alguns estudos a respeito do tema**

Nesta parte do trabalho procuramos, através de pesquisas, retratar estudos que empregassem o uso da Modelagem Matemática e da Teoria da Atividade relacionando essas duas teorias, que trazem um olhar para a Modelagem Matemática como uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade de Leontiev. O nosso intuito é entender como os autores tratam essa temática.

A evolução da tecnologia com a disponibilização de diferentes ferramentas veio ampliar o acesso dos pesquisadores às suas fontes de pesquisas, facilitando estas atividades. Dessa maneira, por meio desses recursos, foi feita a busca de teses e dissertações no catálogo de teses e dissertações da CAPES, bem como no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Através do catálogo de teses e dissertações da CAPES fizemos a primeira busca com o descritor “Teoria da Atividade e Modelagem Matemática”, como fruto dessa primeira busca retornaram 182 resultados, após uma leitura rápida de alguns dos títulos e resumos desses trabalhos que obtivemos, vimos que a maioria não estava de acordo com o objetivo deste estudo. Sendo assim, para refinar ainda mais a busca por estudos feitos de acordo com a nossa temática procurada mudamos o descritor e o próximo descritor utilizado foi o “Teoria da Atividade de Leontiev e Modelagem Matemática”, por meio desse descritor, retornou apenas quatro trabalhos e destes, três pareciam tratar da temática que procurávamos.

Utilizando os mesmos descritores do catálogo de teses e dissertações da CAPES também foram feitas buscas por trabalhos no site da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Para o primeiro descritor retornaram dezenove trabalhos e para o segundo descritor foram oito, mas desses oito, quatro eram os mesmos que apareceram no catálogo da CAPES.

Assim, foram escolhidos esses três trabalhos para serem analisados e ver como cada um dos autores entendia a Modelagem Matemática como uma Atividade, na visão da Teoria da Atividade de Leontiev. O primeiro trabalho selecionado foi uma dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, defendida no ano de 2004, intitulada como: “Atribuição de sentido e construção de significados em situações de modelagem matemática”. O segundo trabalho selecionado foi uma dissertação de mestrado em Educação Matemática, defendida no ano de 2022, intitulada como: “Relações com o saber em ambientes de aprendizagem de modelagem matemática nos anos iniciais: uma análise à luz da teoria da atividade”. O terceiro trabalho selecionado foi uma dissertação de mestrado em Educação Matemática, defendida no ano de 2023, intitulada como: “Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: contribuições da teoria histórico-cultural”.

No que segue será apresentada uma síntese de cada uma das três dissertações encontradas sobre o tema.

Na dissertação, “Atribuição de sentido e construção de significados em situações de modelagem matemática”, (Brito, 2004) objetivou observar, descrever e analisar a atuação de alunos em situações de modelagem com o intuito de compreender como a atividade do aluno na modelagem favorece a atribuição de sentido e construção de significados matemáticos. O

seu trabalho relata uma averiguação sobre a atribuição de sentido e construção de significados em situações de modelagem matemática. A atribuição de sentido e construção de significados é entendida por ele como relações subjetivas estabelecidas com e na Matemática. As noções de sentido, significado e atividades utilizadas na sua pesquisa são oriundas da Teoria da Atividade de Vygotsky e Leontiev. No seu trabalho diversas situações de modelagem matemática foram desenvolvidas com duas turmas de alunos do segundo ano do ensino médio. A observação direta da atuação desses alunos, aplicação de questionários e entrevistas foram os meios empregados nas coletas de informações do seu trabalho. Essas informações possibilitaram analisar as relações dos alunos com as situações de modelagem, com a matemática e com o uso do computador nessas situações. As percepções gerais dos alunos sobre as vantagens, desvantagens e dificuldades em situações de modelagens também foram analisadas pelo autor em seu trabalho.

Na dissertação, “Relações com o saber em ambientes de aprendizagem de modelagem matemática nos anos iniciais: uma análise à luz da teoria da atividade” (Santos, 2022) teve como problema de pesquisa o seguinte questionamento: “o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?”. Para responder a esta questão motivadora a autora elaborou o seguinte objetivo geral: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade. As bases epistemológicas que sustentaram as análises da sua pesquisa foram referenciadas mais especificamente no conceito de atividade, de Alexis Leontiev, e nas dimensões da relação com o saber, de Bernard Charlot.

A pesquisa teve cunho qualitativo, pautado na pesquisa documental. O corpus da pesquisa foi composto por atividades de modelagem descritas em duas teses presentes no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, que segundo a autora forneceram dados suficientes, de acordo com os objetivos da sua pesquisa. Dessas teses, cinco atividades de Modelagem foram selecionadas pela autora, sendo uma atividade desenvolvida com cada ano, do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os encaminhamentos das atividades que compuseram o corpus da sua pesquisa foram devidamente analisados segundo os pressupostos da Análise Textual Discursiva (ATD). Com foco nas ações de ensino, foram analisadas as ações dos sujeitos envolvidos nos ambientes de aprendizagem de Modelagem das atividades que compõem o corpus da sua pesquisa.

Os seus resultados apontaram a emergência de três categorias, a saber: ações mobilizadoras; ações de execução; ações de validação. Sua análise revelou que as ações

analisadas destacaram uma forte relação com as dimensões da relação com o saber: ações mobilizadoras com destaque para a relação pessoal com o saber; ações de execução com destaque para a relação epistêmica com o saber; ações de validação com destaque para a relação social com o saber. O seu trabalho concluiu que, nas atividades constituídas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais analisadas, em que as ações foram conceituadas com as lentes da Teoria da Atividade, é possível se relacionar com destaque para as três dimensões da relação com o saber consideradas nesta pesquisa, permitindo a apropriação de conhecimentos, por meio da relação com diferentes saberes, ao passo que o sujeito que está em atividade desenvolve suas funções psíquicas superiores.

Na dissertação, “Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: contribuições da teoria histórico-cultural” (Miyake, 2023) objetivou compreender o papel da mediação do professor em atividades de Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. A autora teve como fundamentação teórica os autores Lev Vygotsky e Alexei Leontiev e diz que eles defendem que os conhecimentos são adquiridos e produzidos ao longo do processo histórico vivido pelos homens e que são transmitidos de uma geração a outra. Para ela a mediação do professor no contexto da sala de aula e o papel do outro para o desenvolvimento das funções psíquicas mostraram-se como fatores preponderantes para o desenvolvimento na aprendizagem.

Como aporte teórico da Modelagem Matemática, a autora assumiu Dionísio Burak, Lourdes Maria Werle de Almeida e Michele Regiane Dias. O corpus da sua pesquisa foi composto por atividades de modelagem, descritas em duas dissertações disponíveis na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), as quais forneceram dados suficientes ao seu objetivo. Dessas dissertações encontradas, ela selecionou cinco tarefas de Modelagem descritas para realizar as análises. As atividades descritas foram desenvolvidas com turmas de 2º e 4º ano do Ensino Fundamental.

Os encaminhamentos das atividades que compuseram o corpus do seu estudo foram analisados segundo a Análise Textual Discursiva. Com foco na importância da mediação do professor realizada durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem matemática com as lentes da teoria histórico-cultural, no contexto escolar, apresenta-se como primordial para aprendizagem e o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Como resultados, emergiram três categorias, a saber: Mediação em relação ao tema; Mediação em relação ao problema e Mediação em relação à validação. A sua análise revelou que as mediações realizadas pelo professor e a interação entre os alunos caracterizaram-se como promotoras da aprendizagem durante todo o processo da atividade.

Através das sínteses apresentadas dos trabalhos encontrados podemos concluir que a presente pesquisa pode auxiliar outros pesquisadores da área da educação matemática que procuram maneiras de diversificar o seu ensino, tendo este fundamento como base o fato de existirem/terem sido encontrados poucos trabalhos com esta temática. Esse tipo de estudo do conhecimento pode auxiliar outros estudiosos a acompanhar “transformações e inovações que buscam tornar o campo da educação e seus profissionais cada vez mais competentes para atender, com propriedade, aos anseios daqueles que vêm conquistando o direito à educação” (Merlim, 2020, p. 46).

A nossa pesquisa sobre o ensino da Matemática, com foco no conceito de exponencial e na Modelagem Matemática à luz da Teoria da Atividade de Alexei Leontiev, aborda questões fundamentais que ajudam como organizar o ensino a partir da compreensão de desenvolvimento humano.

A escassez de estudos que abordam essa intersecção entre Modelagem Matemática e Teoria da Atividade destacam a necessidade de mais pesquisas nessa área, o que pode inspirar outros educadores a explorar essa possibilidade para o ensino da Matemática.

Assim, o objetivo desta pesquisa é investigar as significações produzidas por estudantes do ensino médio, em Atividade de Modelagem Matemática, para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial.

Os objetivos específicos são:

- analisar como a Modelagem Matemática compreendida em uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial para turmas do 2º ano do ensino médio;
- compreender os sentidos e significados atribuídos à ideia de exponencial na Atividade de Modelagem Matemática.

O alcance desses objetivos poderá levar a uma ressignificação do estudo do conceito de exponencial, considerado como de difícil entendimento e contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico a respeito dele. Assim, nossa questão de investigação consiste em saber **de que forma uma Atividade de Modelagem Matemática, estruturada em Situações Desencadeadoras de Aprendizagens, contribui para que estudantes do ensino médio produzam significados e desenvolvam o pensamento teórico sobre o conceito de função exponencial?**

Acreditamos que as Atividades de Modelagem Matemática podem favorecer significativamente a compreensão do conceito de exponencial, permitindo que os estudantes

não apenas reproduzam o que foi ensinado, mas também construam, por meio de ações investigativas, suas próprias interpretações sobre este conceito e seus fundamentos básicos.

A seguir, apresentamos uma breve descrição dos assuntos abordados em cada capítulo de modo a proporcionar uma visão geral do trabalho realizado. Nesse sentido, a dissertação está estruturada em cinco partes.

No capítulo 1, apresentamos alguns estudos antecedentes que são fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa. Trata-se de uma visão mais geral da problemática estudada.

No capítulo 2, trazemos a Teoria da Atividade e depois discutimos sobre a Modelagem Matemática, articulando os dois assuntos e mostrando como a Modelagem pode ser entendida como uma Atividade.

No capítulo 3, apresentamos o Produto Educacional e detalhamos como foi pensada e articulada a Unidade Didática a ser desenvolvida na pesquisa.

No capítulo 4, trazemos o percurso metodológico da pesquisa, o contexto e os seus sujeitos, a unidade didática, bem como o seu desenvolvimento e como foi feita a coleta e análise dos dados.

Em seguida, no capítulo 5, foram apresentadas as análises da atividade desenvolvida e, por fim, o capítulo 6 traz as considerações finais do trabalho.

## **2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO POR MEIO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Este trabalho investiga a relação entre a Teoria da Atividade, conforme proposta por Alexei Leontiev e a Modelagem Matemática, conforme o entendimento de Jonei Cerqueira Barbosa. O objetivo deste capítulo é explicar como a Modelagem Matemática se desdobra como uma Atividade dentro da Teoria da Atividade.

### **2.1 Teoria da Atividade**

A Teoria da Atividade teve suas origens nas ideias do russo Alexei Nikolaevich Leontiev (1903-1979), psicólogo, que a partir de 1920 procurava explicar o desenvolvimento do indivíduo a partir das relações estabelecidas na cultura. Leontiev analisa criticamente a teoria histórico-cultural de Vigotski afirmando que “[...] não são os conceitos, e sim a atividade real o que une o sujeito com a realidade, o que determina o desenvolvimento da consciência” (Nunes, 2009, p. 63).

Vigotski iniciou suas pesquisas em 1920 com psicólogos e pedagogos que vieram a construir uma elite de pesquisadores. As pesquisas desenvolvidas em parceria por esse grupo vieram a formar a base teórica da psicologia histórico-cultural em relação a temas como origem e desenvolvimento do psiquismo, processos intelectuais, emoções, consciência, atividade, linguagem, desenvolvimento humano e aprendizagem (Libâneo; Freitas, 2006).

Em um segundo momento, “foram desenvolvidos estudos sobre a atividade humana, um dos mais importantes conceitos na abordagem histórico-cultural, sob a liderança de Leontiev, culminando na formulação da teoria da atividade” (Libâneo; Freitas, 2006, p. 1).

A teoria da atividade, proposta por Alexei Leontiev, é uma abordagem psicológica que se destaca por enfatizar a importância da atividade prática na formação da consciência e no desenvolvimento humano. Leontiev, um dos principais representantes da psicologia soviética, argumenta que a atividade não é apenas uma resposta a estímulos, mas uma interação complexa entre o indivíduo e seu contexto cultural.

A teoria da atividade também destaca a interdependência entre o indivíduo e a comunidade, ressaltando que o desenvolvimento psicológico é um fenômeno social. Assim, a aprendizagem e o desenvolvimento ocorrem em contextos sociais e são influenciados pelas interações com outros indivíduos em contato com os elementos de mediação produzidos pela cultura. Em suma, a teoria de Leontiev oferece uma visão dinâmica e integrada do ser humano,

ressaltando a importância da atividade como um meio fundamental de construção do conhecimento e da identidade.

O estudo da Teoria da Atividade de Leontiev possibilita uma melhor compreensão dos processos de apropriação de conceitos científicos no contexto escolar.

Leontiev (2021) acreditava que o papel da atividade prática dos sujeitos, as relações práticas com o mundo, tinha mais importância que os processos de comunicação, pois para ele a comunicação se dá através da atividade prática.

O ser humano está em constante interação com o mundo e o mundo com o ser humano, ou seja, o ser humano está em um processo ininterrupto de ação, então dessa relação nasce o conceito de atividade.

Leontiev (2021) considera a atividade humana como “[...] o processo que media a relação entre o ser humano (sujeito) e a realidade a ser transformada por ele (objeto da atividade)”. Nesse sentido, o objeto se transforma, mas, também o sujeito, ocasião em que se produzem mudanças em sua psique e sua personalidade, o conhecimento teórico acerca do assunto da atividade é assimilado e substituído da linguagem formal para a linguagem coerente e abstrata (símbolos, fórmulas, expressões, etc.).

Para Leontiev (2021, p. 103) a atividade é:

[...] uma unidade molar, não aditiva, da vida do sujeito corporal e material. Num sentido mais estreito, ou seja, no nível psicológico, é uma unidade da vida mediada pelo reflexo psíquico, cuja função real consiste em orientar o sujeito no mundo objetivo. Em outras palavras, a atividade não é a reação ou um conjunto de reações, mas um sistema que tem estrutura, transições e transformações internas e desenvolvimento próprio.

Assim, entende-se que a atividade é resultado de todas as suas influências sociais e é um processo importante na formação da personalidade. Em nível psicológico a sua função é orientar o sujeito no mundo dos objetos.

O conceito de atividade não pode ser analisado separadamente do conceito de consciência. A consciência é, para Leontiev (2021), a reprodução da imagem ideal da atividade pelo sujeito, orientada a uma finalidade.

Para o autor tipos específicos e concretos da atividade podem ser distinguidos entre si por quaisquer traços, como por sua forma, modo de realização, a intensidade emocional, bem como característica espacial ou temporal, etc. Leontiev (2021, p. 123) diz que “... a mais importante distinção entre uma e outra atividade consiste na diferença de seus objetos”. O objeto da atividade confere a ela a orientação.

Na atividade humana não estão implícitas apenas imagens e representações, mas para Nunes (2009, p. 66) “a própria atividade, seu conteúdo objetual, é que caracteriza essencialmente a própria atividade”.

Na realidade nós sempre lidamos com atividades específicas, cada qual corresponde a uma necessidade do sujeito, a atividade humana pode ser categorizada em vários tipos e dentre as possíveis categorias estão presentes a atividade de ensino e a atividade de estudos.

Uma característica da atividade estudo é o seu caráter consciente, orientado a um objetivo definido que tem de ser conscientizado pelo aluno como sujeito da atividade, para poder interagir e transformar, ou seja, dar forma ao objeto (conteúdo) e a si mesmo.

Uma atividade de ensino é uma ação planejada e organizada que visa promover a aprendizagem dos estudantes. Nunes (2009) enfatiza a importância de considerar o contexto em que a atividade é realizada, os objetivos de aprendizagem, as estratégias pedagógicas utilizadas e a interação entre professor e alunos. As atividades de ensino devem ser intencionalmente estruturadas para estimular o pensamento crítico, a reflexão e a construção do conhecimento, levando em conta as características e necessidades dos alunos.

Rodrigues (2019, p. 19) diz que “a atividade é um conceito importante na teoria histórico-cultural, explica o processo de mediação entre o homem e a realidade objetiva”.

Existe ainda aquilo que Leontiev (2021) vai chamar de atividade interna e atividade externa. A atividade externa se dá pelo processo de apropriação da cultura mediante a comunicação entre as pessoas, enquanto a atividade interna individualmente é disposta pela consciência. No procedimento de internalização da atividade ocorre a mediação da linguagem, sendo os signos constituídos e passam a ter significado e sentido. Tanto a atividade externa quanto a interna, precisam de uma necessidade, motivo e finalidade para que ela seja realizada, ou seja, o interesse em realiza-la seja despertado.

Nunes (2009, p.73) diz que, “a aprendizagem é considerada uma atividade quando o aluno aprende para “saber”, isto é, quando a atividade satisfaz as suas necessidades cognitivas”. Nesse caso, o objetivo coincide com o motivo.

De acordo com Leontiev (2021) a atividade surge de necessidades, que impulsionam motivos orientados para um objeto. O ciclo entre necessidades e objeto finaliza quando a necessidade é satisfeita.

Para exemplificar, a atividade de estudar determinado conteúdo somente para obter aprovação em uma avaliação de uma matéria, não é atividade e sim uma ação. A atividade seria o estudo desta matéria pelo interesse por parte da pessoa em seu conteúdo. Quando o motivo da atividade passa para o objeto da ação, a ação se transforma em atividade. Na relação ativa

do sujeito com o objeto, a atividade irá se concretizar por meio das ações, operações e tarefas, provocadas por necessidades e motivos (Libâneo; Freitas, 2006).

Existem diversos tipos de atividade, o significado atribuído a essa ideia vai depender do contexto ao qual se está inserido. Ao se falar de educação são tipos de atividade que devem ser desenvolvidas nos alunos durante o processo de aprendizagem, quais sejam, práticas, gnosiológica, valorativa, como formas de inter-relação do sujeito com o objeto; e comunicativa, como forma de relação entre sujeito-sujeito; entre outros. “O ensino como processo de organização da atividade cognitiva, em estreito vínculo com a atividade de comunicação (processo de socialização) e com a atividade valorativa (formação de valores), permite o desenvolvimento integral da personalidade dos alunos” (Nunes, 2009, p. 65).

Segundo Leontiev (2021), cada tipo de atividade possui um conteúdo perfeitamente definido de necessidades, motivos, tarefas e ações. Por exemplo, o conteúdo objetual da atividade do jogo é substancialmente diferente da atividade de estudo ou da atividade profissional. “O que distingue uma atividade de outra é o objeto da atividade [...] que confere à mesma determinada direção” (Libâneo, 2004, p. 13).

Ao se falar em educação Nunes baseado em Leontiev, diz que é “um processo de internalização e de apropriação da cultura produzida historicamente” (Nunes, 2009, p. 67). Para Leontiev (2021), a escola é um caminho importante pelo qual a criança experimenta um conjunto de vivências diferenciadas daquelas do seu cotidiano, que proporciona apropriar do conhecimento científico.

O ensino é uma forma social de organização, o ser humano, se apropria das capacidades constituídas historicamente e, por meio da atividade realizada, se apropria da cultura, o que inclui o conhecimento científico que foi desenvolvido no decorrer do tempo. Dessa forma, a cultura desempenha, assim um papel relevante, por permitir ao ser humano a interiorização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar informações (Libâneo, 2004).

O processo de aprendizagem como processo de apropriação da experiência acumulada pela humanidade é fundamentada nos resultados objetivos da atividade coletiva, ou seja, a apropriação dos conteúdos escolares pelos sujeitos constitui, para Nunes (2009, p.67), o processo de formação das capacidades especificamente humanas, cujas características são:

- a) é um processo ativo por parte do sujeito. Para assimilar o conteúdo escolar como produto da atividade humana, é necessário realizar uma atividade adequada àquilo que corresponde ao produto dado.
- b) é um processo que cria novas premissas para o posterior desenvolvimento

da atividade e cria uma nova capacidade ou função em condições mediadas pelas relações com “os outros” e os objetos culturais.

A atividade de aprendizagem é também considerada uma atividade de desenvolvimento, pois é por meio da atividade de aprendizagem, do contato com o objeto de estudo, que o ser humano se apropria dos conteúdos e a partir disso se desenvolve.

O objeto da atividade de aprendizagem é o conhecimento teórico e científico e, portanto, a base do ensino que visa o desenvolvimento do sujeito é seu conteúdo, de onde derivam os métodos de ensino. Trata-se de propiciar um ambiente para os estudantes aprenderem, desenvolvendo as funções mentais superiores ao longo do processo de escolarização e construindo este conhecimento teórico.

A Teoria da Atividade desenvolvida por Leontiev constitui um recurso metodológico de suma importância para a organização do ensino, porque possibilita uma reflexão do conteúdo da atividade de aprendizagem ao delimitar a estrutura de seus componentes principais e as relações funcionais que entre eles se estabelecem.

Na análise estrutural da aprendizagem como tipo de atividade, faz-se necessário delimitar:

- a) o papel do aluno no processo de aprendizagem, sua esfera de motivos, interesses, necessidades, nível de desenvolvimento de suas estratégias de aprendizagem e de suas habilidades para o estudo;
- b) as características do objeto de estudo;
- c) os procedimentos, técnicas e tecnologias a serem utilizados na situação de aprendizagem;
- d) os recursos ou meios de que se dispõe (materiais e cognitivos) para a realização da atividade;
- e) os resultados previstos (objetivos ou propósitos como metas);
- f) a situação ou contexto da escola e do aluno;
- g) os resultados que foram alcançados (produto da atividade). (Nunes, 2009, p. 71)

A delimitação de cada um desses componentes estruturais da atividade de estudo permite a sua melhor organização com o intuito de alcançar os objetivos propostos e analisar as implicações em relação ao progresso dela.

Nunes (2009, p. 71), afirma:

O processo de assimilação do conteúdo é um tipo de atividade. Para que o aluno aprenda é necessário que ele realize determinadas ações. É necessário que essas ações tenham uma natureza dada: que estejam sustentadas na atualização de funções psicológicas superiores. Isto é, que não sejam só ações meramente perceptíveis (reconhecer, representar) ou de memória (reproduzir).

Por isso, para cada professor o problema central é a organização (estruturação adequada) da atividade para assimilação pelo aluno.

Nunes (2009, p. 72) baseado nas ideias de Davidov considera que a análise de Vygotsky e de Leontiev em relação ao problema do desenvolvimento psíquico permite concluir que:

- a) a educação e o ensino do homem, em um sentido amplo, não é outra coisa senão que a “apropriação” e a “reprodução” por ele das capacidades dadas histórica e socialmente.
- b) a educação e o ensino (apropriação da cultura) são as formas universais do desenvolvimento psíquico do homem.
- c) a “apropriação” e o desenvolvimento não podem se comportar como dois processos independentes, pois se correlacionam como a forma e o conteúdo do processo único do desenvolvimento psíquico humano.

Segundo Nunes (2009, p. 73), é conveniente afirmar que o processo de formação de conceitos deve-se estruturar sobre a base de três critérios/princípios fundamentais, que são:

- a) a atividade que leva à formação do conceito;
- b) a atividade que o aluno deve realizar para assimilação do conceito;
- c) a atividade que deve compreender as etapas da formação dos conceitos, sem separar o sistema de características essenciais do processo, ou seja, os indicadores qualitativos que possibilitam descrever os diferentes estados, aplicando o método genético, o qual permite orientar o processo do princípio ao fim nos mesmos sujeitos. A solução desta problemática é proposta por P. Ya. Galperin (1986), na Teoria da Assimilação das Ações Mentais.

No que se diz respeito à estrutura da atividade de aprendizagem, Nunes (2009), em concordância com as ideias de Leontiev (2021), prestou especial atenção à natureza dinâmica da estrutura da atividade como sistema integral. A apropriação de um conhecimento na qualidade de tipo específico de atividade humana supõe três momentos bem definidos: 1) o momento inicial ou de planificação, 2) o momento da execução e 3) o momento de controle. Estes três momentos estão presentes em toda atividade.

Na Teoria da Atividade de Leontiev, constata-se que toda atividade humana (mental, perceptiva ou motora) possui a seguinte estrutura invariante: “um sujeito, um objeto, os motivos, o objetivo, o sistema de operações, a base orientadora da ação, os meios para a realização da ação, as condições de realização e o produto” (Nunes, 2009, p. 75). A seguir falaremos sobre cada um desses componentes da estrutura da atividade elencados pelo autor.

Um sujeito da atividade refere-se a quem realiza a ação. No caso da atividade de aprendizagem, é o aluno quem realiza as ações para alcançar determinadas transformações em

sua personalidade, como consequência dessa atividade, para se apropriar de um conteúdo, para formar novas atitudes, etc. Na aprendizagem, quando se formam valores, atitudes, como consequência da própria atividade cognitiva do aluno com o objeto da aprendizagem, o aluno não é só o sujeito, mas também o objeto da atividade (Nunes, 2009).

O objeto da atividade é para onde é dirigida a ação. Constitui a matéria-prima necessária para que o sujeito da atividade possa obter um produto. Nesse sentido, o objeto pode ser também o produto transformado pela atividade. O objeto pode ser um objeto específico natural, uma instituição social ou outra e o próprio sujeito. O objeto da atividade é, para Leontiev (2021), seu motivo real. No caso da atividade de estudo, refere-se aos conteúdos e qualidades da personalidade que a escola deve mobilizar nos alunos durante processo educativo.

Já os motivos como parte integrante da atividade têm de existir no sujeito, pois, se não existirem motivos e necessidades, não haverá ação. Nunes (2009, p.79) afirma que,

Se ignorarmos as necessidades das crianças, aquilo que efetivamente as incita a agir, nunca seremos capazes de compreender seus avanços de um estágio evolutivo para o próximo, pois cada avanço está conectado com uma mudança significativa dos motivos, interesses e incentivos.

As necessidades estimulam a atividade e a orientam, visto que o sujeito tem consciência delas. Assim, sua motivação tem origem em uma necessidade. O conceito de atividade está, necessariamente, ligado ao conceito de motivo, a atividade não acontece sem motivos. Leontiev (2021) afirma que o motivo da atividade é interpretado não só como uma necessidade objetivada, como um objeto que motiva o sujeito a ação.

O objetivo da atividade é a representação imaginária dos resultados possíveis a serem alcançados com a realização de uma ação concreta. Na atividade da aprendizagem, os objetivos de aprendizagem devem ser explicitados para o estudante ter clareza da atividade que deve realizar para aprender como atividade consciente, questão que contribuí com a auto regulação da aprendizagem (Nunes, 2009).

O sistema de operações constitui os procedimentos, métodos, técnicas, estratégias, para realizar a ação e para a transformação do objeto em produto. São os procedimentos como sistema que o aluno deve executar na atividade de aprendizagem. Para Nunes (2009), as operações são as formas pelas quais se realiza a ação.

A Base Orientadora da Atividade (BOA) cria para o sujeito a imagem da ação que ele irá realizar, a imagem do produto final, ligada tanto aos procedimentos como ao sistema de condições exigida para a ação. O aluno, antes de fazer ou realizar qualquer atividade, deve ter

claras compreensões do que vai fazer, com possibilidades de argumentar as ações que conformam a atividade que vai desenvolver (Nunes, 2009).

A relação do sujeito com o mundo não é um processo direto, mas uma relação mediada. A atividade humana se caracteriza pelo uso de instrumento e signos (Nunes, 2009). Em sua Atividade de Ensino, o professor procura mobilizar os instrumentos adequados para o estudante utilizar durante a aprendizagem. Os instrumentos mediam a atividade do sujeito, não só em relação aos objetos como também em relação as pessoas. Os meios, como elementos da atividade, podem ser materiais (objetos e instrumentos) e de natureza informativa ou simbólica, encontram-se e são mediadores entre o objeto e o sujeito da atividade.

As condições de realização da atividade representam o conjunto de situações nas quais o sujeito realiza a atividade atrelado ao contexto social. Refere-se às condições ambientais (espaço, iluminação, ventilação, etc.) e, também, ao clima psicológico no qual se desenvolve a atividade. Para a psicologia soviética “é conhecida a influência das condições e contextos e do contexto na atividade de aprendizagem, como espaço de construção de significados e de desenvolvimento da personalidade do aluno” (Nunes, 2009, p. 86).

Por fim, o produto da atividade, em resumo, é o resultado obtido com as transformações ocorridas com o objeto (matéria-prima da atividade) por meios dos procedimentos (ações), os quais podem coincidir com o objetivo da atividade (Nunes, 2009).

Nesse sentido, ao adotarmos a lente da Teoria da Atividade de Leontiev para analisar o processo de aprendizagem, somos conduzidos a uma nova perspectiva sobre a complexa dinâmica que envolve o ato de ensinar e, por conseguinte, o de aprender.

Prosseguindo nesta linha de raciocínio, a seção subsequente tem como propósito desvelar como a Modelagem Matemática pode ser compreendida enquanto uma categoria específica de Atividade. Adiante, buscaremos definir com maior precisão o que constitui uma Atividade de Modelagem Matemática dentro do arcabouço teórico que temos explorado.

## **2.2 Modelagem Matemática**

Construindo sobre a fundação estabelecida pela discussão da Teoria da Atividade na seção anterior, dedicaremos este segmento à exploração da Modelagem na Educação Matemática. Nosso objetivo inicial será delinear o conceito de Modelagem Matemática no ensino para, em um segundo momento, proceder à sua análise como uma atividade, sob a ótica da Teoria da Atividade.

De acordo com Bassanezi (2006), a ciência é uma busca humana por compreender a natureza através de teorias. Embora a natureza opere independentemente das teorias científicas, estas permitem ao ser humano tomar decisões informadas.

A Matemática nasceu para resolver questões práticas e, em determinados momentos, para abordar situações teóricas. A Modelagem Matemática se estabelece quando tentamos compreender ou intervir em uma parte da realidade, utilizando argumentos ou parâmetros do sistema e formalizando-os em um modelo matemático.

Segundo Barbosa (2001), um modelo matemático é uma representação matemática de aspectos reais, e o processo de construir esse modelo é denominado Modelagem Matemática.

Os modelos podem ser classificados em dois tipos: o Modelo Objeto e o Modelo Teórico. O Modelo Objeto representa um fenômeno concreto, podendo ser pictórico (desenhos, mapas) ou simbólico (fórmulas). Um exemplo seria um modelo epidemiológico que considera um grupo de infectados como homogêneo, ignorando variações individuais. O Modelo Teórico, por outro lado, está vinculado a teorias existentes e é construído em torno de um Modelo Objeto, incluindo as mesmas variáveis essenciais do fenômeno real.

Nesse panorama conceitual, é crucial reconhecer a pluralidade de definições de modelo matemático que foram propostas por diversos autores ao longo do tempo. Para McLone, um modelo matemático é um construto abstrato que representa uma parte da realidade para alcançar um objetivo específico. Batista (2004) define modelo como uma entidade que serve para substituir ou representar algo sob estudo, enquanto Almeida, Silva e Vertuan (2012) veem um modelo matemático como um sistema descritivo expresso em linguagem matemática.

A compreensão da Modelagem Matemática no contexto do ensino não é monolítica, e diferentes autores contribuíram para sua compreensão com nuances e focos distintos. Burak (1987) argumenta que a Modelagem Matemática é um conjunto de procedimentos para construir um paralelo que descreva matematicamente fenômenos do cotidiano, enfatizando que esse processo não resultará em um modelo exato, mas com uma margem de erro aceitável. Bassanezi (2006) reforça que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico de criação e validação de modelos, onde o ensino e aprendizagem se entrelaçam.

Os autores Almeida e Dias (2004) consideram a Modelagem uma metodologia que retira o aluno da zona de conforto, estimulando um conhecimento crítico. A Modelagem proporciona um ambiente de aprendizagem em que os alunos podem questionar e investigar, levando à construção de significados relevantes.

Essa abordagem se distancia da educação tradicional, onde os alunos memoriam padrões. Exemplificando isso, Brumano (2014) observa que a Modelagem Matemática melhora

a relação entre professores e alunos, criando um espaço de aprendizagem mais favorável. Bassanezi (2006) critica o ensino da matemática como uma prática descontextualizada, ressaltando a importância de motivar alunos a se envolverem ativamente no processo de construção do conhecimento.

A Modelagem Matemática, portanto, inicia-se a partir de uma situação-problema e demanda a participação ativa do aluno, promovendo um aprendizado significativo. Essa abordagem conecta o conhecimento matemático aos problemas reais enfrentados pelos alunos e a comunidade. Burak (1987) ressalta que, em Atividades de Modelagem, os alunos têm chave para entender por meio da prática.

No âmbito da educação matemática, diferentes abordagens e concepções são dadas a Modelagem Matemática. No entanto, essas diferentes concepções possuem pontos convergentes. Em todas essas abordagens os autores evidenciam que a Modelagem sempre começa com uma situação extramatemática, ou seja, de uma realidade que a princípio não tem nada a ver com a matemática, é problematizada e utilizam-se ferramentas matemáticas para resolvê-las, traduzindo-se nos modelos matemáticos.

Neste trabalho será adotada a concepção de Modelagem Matemática do autor Barbosa, que é a que mais se aproxima com a Teoria da Atividade, e mostraremos mais a frente como a Modelagem Matemática na visão deste autor pode ser compreendida em uma Atividade de acordo com a Teoria da Atividade.

Barbosa (2001, p. 5) concebe a Modelagem como uma oportunidade de “os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento”.

Para o autor o principal objetivo de uma atividade, que tem na modelagem o suporte para o ensino de matemática, não é o modelo em si, mas o processo de construção e reconstrução do modelo, pois é no interior desse processo que os conteúdos usados ganharão significados e, por consequência, novos conhecimentos poderão ser produzidos.

A maneira de organizar a atividade de modelagem depende das possibilidades do contexto escolar, isto é, das experiências dos professores, dos interesses dos alunos e de alguns outros fatores. Para Barbosa (2001) há três regiões de possibilidades para se colocar em prática o processo de modelação em sala de aula:

- 1) caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução;

2) caso 2. O professor traz para a sala para os alunos um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações necessárias à sua resolução;

3) caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problemas.

No Caso 1, o professor coloca a situação problema, não é preciso que os alunos procurem dados fora da sala de aula, todo o trabalho se dá a partir da situação e do problema oferecido pelo professor. No Caso 2, o professor apresenta aos alunos o problema (questionamento) e eles precisam buscar os dados fora da sala de aula e fazerem algumas simplificações que ajudem a resolver o problema. No Caso 3, os alunos participam de todas as etapas, da escolha do tema, da formulação do problema, da simplificação e sua resolução.

Os três casos apresentados por Barbosa são caracterizados de acordo com a quantidade de tarefas designadas ao professor e/ou aos alunos, a serem desenvolvidas dentro da atividade de modelação. A Quadro 1 esquematiza a participação do professor e do aluno em cada caso:

Quadro 1 – Distribuição de tarefas para o professor e para os alunos

<b>Tarefa</b>	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>
<b>Elaboração do Problema</b>	Professor	Professor	Professor/Aluno
<b>Simplificação</b>	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
<b>Dados Qualitativos e Quantitativos</b>	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
<b>Resolução</b>	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Barbosa (2001).

Os casos 2 e 3 apresentados representam regiões de possibilidades para o desenvolvimento de uma Atividade de Modelagem. O papel do professor é acompanhar os alunos, intervindo na condução das atividades, como direcionador do processo, não dos estudantes (Barbosa, 2001).

Nesse sentido, a partir da atividade de ensino, o professor organiza o ensino, de modo que o estudante tenha a necessidade de aprender. Essa necessidade pode ser instigada por meio da Modelagem Matemática, que pode ser compreendida como uma Atividade, na concepção de Atividade da Teoria da Atividade, uma vez que, a Modelagem contempla às características de uma Atividade que foram discutidas ao longo do tópico 2.1.

Almeida e Brito (2005) dizem que, uma Modelagem Matemática torna-se uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, quando os alunos se envolvem em um conjunto de ações coordenadas e percebem “a linha invisível” que orienta estas ações e quando assume uma importância subjetiva para os alunos, ou seja, a atividade tem um motivo.

A Modelagem Matemática na perspectiva do autor Barbosa pode ser compreendida como uma atividade à luz da Teoria da Atividade, pois ela é desprendida da ideia de etapas que a maioria dos autores que foram discutidos neste tópico traz, ele traz a concepção do papel do professor e do aluno na Atividade de Modelagem.

No caso 2 e no caso 3 Barbosa mostra a participação ativa do aluno no ambiente de Modelagem, evidenciando o fato de que a necessidade de participação tem que surgir nele (ele se coloca em ação a partir da motivação que o instiga), mostrando ainda que o importante é o aprender matemática e que cabe ao professor propiciar o ambiente para que o estudante sinta essa necessidade de aprender e como consequência construir o seu conhecimento, sendo agente ativo nesse processo.

A Teoria da Atividade nos mostra que a Atividade é do sujeito. No contexto da Modelagem Matemática, o constante estímulo à exploração/investigação, bem como a elaboração e a resolução de problemas pelos estudantes os impulsiona a se engajarem ativamente. Desse modo, a Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma manifestação específica de atividade, alinhada aos princípios da Teoria da Atividade.

Sob essa perspectiva, a Atividade de Modelagem Matemática configura-se como um sistema complexo que envolve: alunos (os sujeitos); objeto (conceitos mobilizados na resolução do problema ou de um conjunto de problemas); um resultado almejado (o modelo e a compreensão); um sistema de operações cognitivas e práticas, uma comunidade (o contexto social do qual o problema emerge); e a mediação exercida por signos como a linguagem matemática e as ferramentas conceituais mobilizadas na solução do problema, bem como os instrumentos produzidos pela cultura humana adequados a análise e elaboração do modelo. Assim, a Modelagem Matemática se estabelece como uma categoria particular de Atividade.

Nesse trabalho, o foco na utilização da Modelagem Matemática à luz da Teoria da Atividade reside fundamentalmente no potencial de ensinar matemática por meio dessa abordagem. Quando o aluno é genuinamente instigado por uma situação-problema relevante, ele é levado a se colocar em Atividade, abrindo, assim, o caminho para uma aprendizagem mais consistente.

Assim, por meio da apropriação e construção teórica que procuramos desenvolver nesta pesquisa, a Atividade de Modelagem pode ser definida como: um ambiente de aprendizagem

organizado por Situações Desencadeadoras de Aprendizagem cuidadosamente planejadas e organizadas pelo professor, com base em seus objetivos de ensino. Essas situações têm o propósito de conduzir o desenvolvimento conceitual dos estudantes por meio de um problema de aprendizagem autêntico e desafiador, criando um ambiente onde seja provocada uma necessidade conectada ao motivo da atividade, o que pode levá-los a se engajar ativamente na busca pela elaboração de um modelo que possa ser uma solução plausível para o problema.

As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, referem-se a um contexto ou conjunto de condições que provoca e facilita o processo de aprendizagem em indivíduos. Para ele, a aprendizagem não ocorre em um vácuo, mas sim em situações reais onde os indivíduos se envolvem ativamente em Atividades.

Essas situações são caracterizadas pelo desafio que apresentam, que motiva o aprendizado e a superação de obstáculos. A ideia é que, ao se deparar com uma nova situação, o aprendiz é levado a refletir, experimentar e, assim, construir novos conhecimentos e habilidades. As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem podem suscitar a Atividade do sujeito.

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta o percurso metodológico desta pesquisa qualitativa com abordagem no estudo de caso, na qual se pretendeu fazer uma investigação voltada para os aspectos qualitativos do objeto de estudo. Giraldi (2020) diz que a pesquisa qualitativa se preocupa em descrever os fatos, analisando o processo e não somente o resultado e produto final.

Na pesquisa qualitativa o pesquisador assume como propósito um “ir além” na compreensão daquela realidade que ele está buscando conhecer, assim, adota como abordagem de investigação científica a pesquisa qualitativa.

Para Martins (2015, p. 26), a pesquisa qualitativa “é concebida como uma abordagem de produção de conhecimentos é um modo de olhar-observar, indagar, buscar e encontrar (às vezes não encontrar, pois isso também é objeto de análise), descrever, analisar, interpretar e compreender o mundo humano”.

Flick (2009, p. 16) diz que, “a pesquisa qualitativa parte da noção da construção social das realidades em estudo, está interessada nas perspectivas dos participantes, em suas práticas do dia-a-dia e em seu conhecimento relativo à questão em estudo”.

A metodologia de pesquisa qualitativa não verifica somente com o foco nos resultados, mas, também, para obter a apreensão dos sentidos e significados dos sujeitos em relação ao objeto de estudo.

Nesse contexto, pretende-se com esta pesquisa realizar uma investigação qualitativa sobre as significações que podem ser produzidas por estudantes do segundo ano do ensino médio da rede pública de ensino, em Atividade de Modelagem Matemática, para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial.

Para tanto, os métodos de obtenção de dados utilizados foram, a observação e os registros feitos pelos participantes da pesquisa ao longo da mesma.

A observação é um ato humano cotidiano. Como método de obtenção de dados, segundo Martins (2015, p.32) está vinculada “[...] à nossa capacidade de registro visto e vivido por sujeitos da pesquisa, por nós mesmos e pelas interações ocorridas entre nós (pesquisadores) e os sujeitos da pesquisa (participantes)”. A observação se orienta por nossa sensibilidade e habilidade de “escutar” e “descrever” o contexto, costumes, práticas, linguagens, diálogos, símbolos, e tudo o que está envolvido com a pesquisa.

Os registros das observações deste trabalho foram feitos através de um diário de campo. Martins (2015, p. 34) diz que, o diário de campo “[...] contém tudo o que é importante para os

observados e o que parece importante para o próprio observador”. As notas do diário de campo foram feitas imediatamente após a observação ou o mais breve possível, a fim de que a pesquisadora não esqueça os fatos ocorridos durante a observação. O diário de campo deve relatar aquilo que ocorreu, quando ocorreu, em relação a que ou a quem está ocorrendo, quem disse, o que foi dito e que mudanças ocorreram no contexto (Martins, 2015).

Utilizaram-se também dispositivos eletrônicos para gravar em áudio e em vídeo, os momentos das observações, para que os relatos fossem o mais fidedigno possível ao que realmente aconteceu.

Na pesquisa qualitativa têm-se alguns tipos de abordagens para se usar, neste trabalho adotou-se a abordagem de estudo de caso. O estudo de caso pode ser definido como uma pesquisa de campo que investiga um fenômeno contemporâneo em seu contexto natural, em situações em que as fronteiras não são muito evidentes, o caso deve ser bem delimitado e os objetivos de pesquisa devem estar claramente vinculados a ele.

Yin (2010) citado por Martins (2015, p. 41) aponta algumas características essenciais para um estudo de caso exemplar.

- O caso deve ser completo e essa completude deve ser indicada claramente pela distinção entre o fenômeno que está sendo estudado e seu contexto, pela demonstração que houve esforço exaustivo para obter todos os dados e evidências relevantes do caso, pela demonstração de que o estudo se findou pela sua completude e não por limites de tempo ou de recursos.
- O caso deve apontar/considerar perspectivas alternativas, de forma que o pesquisador deve buscar explicações ou perspectivas antagônicas àquelas adotadas na hipótese do estudo, além de examinar todas as evidências de acordo com as perspectivas antagônicas.
- As evidências devem ser suficientes para dar sustentação às conclusões e indicar evidências de validade quanto ao trabalho realizado.

Os estudos de casos devem focar um indivíduo, um pequeno grupo, uma instituição, um programa ou um evento. Podem também agrupar vários indivíduos, várias instituições e vários eventos.

Portanto, um estudo de caso é “[...] um tipo de pesquisa que focaliza um fenômeno original ou singular, tratado por um processo delimitado e bem definido de investigação e cujos resultados contribuem para a descrição ou explicação de um fenômeno” (Martins, 2015, p. 42).

### 3.1 O contexto e os sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma instituição pública de ensino, com quatro estudantes do segundo ano do ensino médio da rede estadual de Minas Gerais, no primeiro semestre de 2023.

Foi proposta uma Unidade Didática aos participantes com a temática Resíduos Sólidos, para que a partir deste tema se desenvolvesse a Atividade de Modelagem Matemática e o conceito de exponencial. Vale ressaltar que inicialmente a ideia era trabalhar com os estudantes o conceito de exponencial e logaritmo também, porém devido ao tempo ter sido curto por causa do cronograma escolar dos alunos, como as provas, férias escolares e entre outros, não foi possível chegar ao conceito de logaritmo, sendo trabalhado apenas o de exponencial.

Para iniciar todo o trabalho a ser articulado nesta pesquisa, a pesquisadora foi até a escola e conversou com o diretor, apresentou a proposta de Unidade Didática para ver se seria possível desenvolvê-la, ele gostou da proposta e deu o aval para que acontecesse. Em seguida ele indicou qual seria a turma mais apropriada para desenvolver a pesquisa e assim foi escolhida a turma do segundo ano do ensino médio, com trinta e oito alunos.

A professora pesquisadora retornou no outro dia a escola para se apresentar e fazer o convite aos alunos da turma para participarem da pesquisa, explicando como a mesma funcionaria. Os encontros com os alunos aconteceram na escola no turno da tarde para que não atrapalhasse a rotina escolar dos participantes, pois os mesmos estudavam no turno matutino, foram quatro alunos que se disponibilizaram a participar da pesquisa, sendo duas meninas e dois meninos.

Após a apresentação inicial, o convite feito e definido quem seriam os participantes, passou-se para a etapa da assinatura dos termos de consentimento pelos responsáveis dos estudantes, uma vez que se tratava de alunos que ainda eram menores de idade, e o termo de aceite do diretor da escola para que a pesquisa pudesse ser realizada naquela instituição.

A fim de resguardar a imagem dos participantes, todos eles irão ganhar, aqui, nomes fictícios, os meninos serão Francisco e Pedro, já as meninas Maria e Isabel.

Francisco é um aluno que gosta de estudar e se dá bem com a Matemática, ele tem facilidade com a disciplina e em entender seus vários conceitos. Já Pedro é um aluno que tem mais dificuldade com a área das exatas, ele relata que não gosta muito dessa matéria e que tem dificuldade de entender muitos dos seus conceitos e que ela não lhe é muito atraente.

Já em relação às meninas, elas também têm mais facilidade com a disciplina de Matemática. Isabel diz não gostar de Matemática, mas ela consegue compreender bem alguns

de seus vários conceitos e em outros mais complexos ela apresenta mais dificuldades em entendê-los. Maria diz que gosta da Matemática e que algumas vezes não consegue compreender bem alguns de seus conceitos mais complexos.

Os quatro estudantes relatam que não tem muito interesse em aprender Matemática, pois a disciplina lhes é apresentada muitas das vezes dissociada da realidade e eles não veem utilidade em muitos conceitos que aprendem em sala de aula.

Na próxima seção apresentamos a Atividade de Modelagem e descreveremos como se deu o seu desenvolvimento.

### **3.2 Atividade de Modelagem**

Trata-se de uma Unidade Didática, que foi constituída por três Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), cada uma dessas situações foram compostas por alguns momentos e modeladas por meio da Modelagem Matemática.

Esta Unidade Didática se dividiu em três partes, compostas por três Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA): Destinação de Resíduos Sólidos (SDA1), Crescimento Populacional da sua cidade (SDA2) e Crescimento dos Resíduos da Cidade (SDA3). Uma das principais intencionalidades das SDA propostas é suscitar a Atividade de Modelagem.

#### **SDA1: Destinação de Resíduos Sólidos**

A primeira Situação Desencadeadora de Atividade (Resíduos) foi composta por seis momentos:

**Momento 1:** a aula iniciou com a apresentação geral do tema a ser trabalhado na unidade didática: Resíduos Sólidos, os alunos ficaram curiosos e instigados em como eles veriam a matemática através desta temática proposta ou como ela apareceria, Maria e Isabel questionaram como isso se daria. Logo de início já é interessante destacar que o comportamento dos alunos foi diferente do que é o comum na realização de uma Atividade em sala de aula, ao invés de só receberem mais uma tarefa para fazerem como estão habituados e realizá-la sem mostrar interesse, eles tiveram a curiosidade despertada, queriam saber como daria para se trabalhar matemática através de um tema que aparentemente para eles não teria nada a ver com essa disciplina, este comportamento deles ficou ainda mais perceptível quando a professora

pode perceber as interações entre eles e as conversas que tiveram entre si de como isso viria a acontecer.

Em seguida alguns questionamentos foram levantados pela professora pesquisadora, tais como: vocês sabem o que é lixo? Já ouviram falar na palavra resíduo? Vocês conseguem associar a palavra lixo com a palavra resíduo? Existe alguma diferença entre o conceito de lixo e resíduo? Qual é o certo a ser utilizado? Estes questionamentos foram feitos com o intuito de mobilizar os alunos a entrarem no processo de Atividade, para que eles pudessem vir se interessar pela temática proposta para a aula e, posteriormente, nos próximos encontros, entrarem em Atividade de Modelagem.

A seguir, foi proposto que os estudantes assistissem ao documentário “Lixo Extraordinário”, disponível no aplicativo Netflix, que foi baixado pela professora e levado para ser transmitido pelo projetor multimídia aos participantes. O documentário relata a história do artista plástico brasileiro Vik Muniz com catadores de material reciclável coletado no aterro Jardim Gramacho, no Rio de Janeiro. Este documentário, trazido como elemento de mediação, pôde favorecer a compreensão dos estudantes de que o lixão não é um bom lugar para trabalhar, destinar os resíduos e também que muitos lixos não são lixo e sim materiais recicláveis, bem como entender o conceito de lixo e de resíduo.

Depois de assistirem ao documentário, alguns questionamentos foram levantados pela professora pesquisadora: O que é resíduo? Qual o motivo se usar essa palavra e não lixo? Quais são os tipos de resíduos existentes? Quais são as formas de destinação final dos resíduos sólidos? E as formas corretas de destinação final dos resíduos sólidos? Será que na nossa cidade a forma de destinação final dada aos resíduos sólidos é a correta? Essas indagações foram feitas com a intencionalidade de que os estudantes pudessem destacar os pontos que observaram após assistirem ao documentário, o que puderam perceber, o que acharam interessante, bem como as inquietações e curiosidades que o documentário provocou para eles e dar sequência aos próximos momentos. A pergunta feita pela pesquisadora relacionada à cidade dos participantes foi proposital, voltando o assunto para a realidade ao qual eles estão inseridos e para suscitar neles o interesse pela Atividade de Modelagem que viria a ser sugerida mais a frente. O primeiro momento da SDA1 foi finalizado após essas breves reflexões, ele teve uma duração média de umas duas horas.

**Momento 2:** o segundo momento da SDA1 foi uma aula em que os estudantes assistiram ao filme “Wall-e”, sendo transmitido pelo projetor multimídia aos participantes, o filme estava disponível no aplicativo Prime Vídeo, a professora pesquisadora havia baixado o filme e o levou para ser exibido na escola. Este é um filme de animação americano que conta a história de um

robô chamado Wall-e, criado no ano de 2110, para limpar a Terra coberta por lixo. Ele pôde possibilitar aos estudantes discussões sobre a grande quantidade de produção de resíduos gerada pelas pessoas, sobre a necessidade de uma boa destinação final dos mesmos para que não polua a água, o ar e o solo, sobre a preocupante relação de negligência da humanidade com a natureza.

Após o término do filme a professora pesquisadora abriu para um momento de partilha com os estudantes para que eles pudessem dizer o que acharam do filme, se ele tinha algo a ver com a temática proposta para o trabalho a ser desenvolvido, quais eram as reflexões que poderiam ser tiradas a partir dele. Nestes dois primeiros momentos de encontros com os alunos, eles ainda se encontravam mais tímidos em falar, mas mesmo assim Francisco partilhou que ele achava que o filme tinha a ver com a temática proposta e que levava a refletir principalmente sobre a questão da quantidade de resíduos sólidos que a humanidade produz, e Pedro concordou com o que o colega tinha dito.

Vale evidenciar que, mesmo ainda tímidos, os alunos saem da sua zona de conforto e participam do momento de realização da atividade proposta, expondo as suas opiniões, levando em consideração que isso não é algo que eles estão acostumados a fazer, principalmente no ensino tradicional onde o comum para eles é ouvir e reproduzir aquilo que lhes foi passado e resolver uma bateria de exercícios. Isso mostra que os estudantes já estão entendendo como funciona a proposta de uma Atividade de Modelagem e que já estão sendo encaminhados para que de fato a Atividade de Modelagem seja suscitada neles, pois a atividade é do sujeito e ao professor cabe criar a situação para que ele sinta a necessidade de desenvolvê-la.

A seguir, aproveitando o comentário feito por Francisco que o filme levava a refletir quanto à questão da quantidade de resíduos sólidos que a humanidade produz, a professora pesquisadora levantou alguns questionamentos: Qual a quantidade de produção de resíduos gerados pelas pessoas no mundo? Isso pode ser prejudicial de alguma forma? Quais são os problemas causados pela má destinação de resíduos sólidos, principalmente ao meio ambiente e à saúde da população? Qual será a quantidade de resíduos sólidos que produzimos no nosso município? Estas perguntas foram feitas com a intencionalidade de que os estudantes pudessem destacar os pontos que observaram, o que conseguiram perceber, mas principalmente para mobilizá-los em relação a temática proposta e motivá-los a se interessarem por ela, aguçando a curiosidade deles e despertando o desejo em querer estudar sobre o assunto, para suscitar a Atividade de Modelagem que daria sequência aos próximos momentos.

O segundo momento foi finalizado com esses questionamentos levantados e ainda sem respostas encontradas para eles, o objetivo deles era que os alunos fossem para casa reflexivos,

pensando em quais seriam suas possíveis respostas, e que tivessem curiosidade e estímulo para participarem dos próximos encontros e buscarem as respostas a eles.

Os dois vídeos, tanto o documentário quanto o filme, foram transmitidos ao grupo como mobilizadores do processo da Atividade de Modelagem que, posteriormente, nos encontros futuros eles seriam convidados a fazer, uma situação inicial foi proposta, problematizada e depois modelada pela matemática como resposta a problemática levantada. O segundo momento da SDA1 teve duração de uma hora e cinquenta minutos.

**Momentos 3:** o terceiro momento da SDA1 foi atribuído a realização de pesquisas por parte dos estudantes utilizando o computador e a internet para buscarem respostas as suas inquietações e todos os questionamentos que foram levantados nos momentos 1 e 2. As pesquisas foram feitas no laboratório de informática da escola. Aproveitando a ocasião a professora pôde orientar os estudantes quanto à questão de fazer pesquisas em sites confiáveis e não saírem pegando as informações logo de primeira sem saber se a fonte é segura e se são verídicas.

Aqui há um ponto interessante em se destacar, os estudantes não tinham a resposta pronta a estes questionamentos que foram feitos, a partir de um processo investigativo eles próprios foram buscá-las e construir o conhecimento acerca do tema proposto. Neste momento o comportamento dos estudantes mais uma vez se difere do comportamento do ensino tradicional, aonde as respostas são apresentadas a eles, eles mesmos vão em busca delas a partir de um estímulo que foi afunilado todo o tempo pelo professor, eles constroem o seu conhecimento através de uma ação investigativa.

Após as pesquisas serem realizadas, os estudantes socializaram uns com os outros, o que encontraram nas suas buscas. Nos dois primeiros momentos os alunos se demonstravam mais tímidos e receosos em falar e expor suas opiniões, já nesta fase da pesquisa eles começaram a perder essa timidez e se soltaram um pouco mais, a Atividade de Modelagem Matemática pôde contribuir para que eles comessem a desenvolver mais a habilidade da fala e fossem ganhando mais confiança em si mesmos e em se posicionar perante as suas descobertas.

Para complementar as pesquisas feitas pelos estudantes e contribuir ainda mais para o entendimento acerca da temática estudada, a professora pesquisadora levou alguns vídeos que foram encontrados no YouTube que explicavam também sobre os conceitos envolvendo os resíduos sólidos.

Nas pesquisas e discussões feitas com os estudantes foram trabalhados os conceitos de lixo e resíduo (a diferença entre esses dois conceitos), os tipos de resíduos, as formas de

destinação final dos resíduos, a quantidade de resíduos que é produzida pela humanidade no nosso país, os problemas causados pela má destinação dos resíduos sólidos. Após o debate, os alunos chegaram à conclusão que a melhor forma de descarte final de resíduos sólidos é o aterro sanitário. Sendo assim, os estudantes foram buscar vídeos que explicavam como era o funcionamento de um aterro sanitário, eles assistiram ao vídeo que encontraram no YouTube e puderam ver como o mesmo funciona.

Através deste momento e das pesquisas realizadas pelos alunos, eles puderam fazer várias descobertas, entre elas a de compreender que lixo não é a palavra correta a se utilizar para o material que produzimos após a utilização de algo, que é resíduo. O resíduo é aquele material que a população produz após essa utilização e pode ser reutilizado ou reciclado, já aquele material que não pode ser utilizado e nem reciclado deve ter uma forma de destinação final correta e a esse material chama-se de rejeito (que é o termo correto a ser utilizado). Os alunos ainda descobriram através de suas pesquisas que existe uma lei, que é a Lei nº 12.305 de 02 de agosto de 2012, que trata sobre a política nacional de resíduos sólidos. Acreditamos que este momento foi significativo e enriquecedor para os alunos, uma vez que eles puderam participar ativamente do processo de construção do seu conhecimento, mostravam empolgação com as descobertas que iam fazendo ao longo do desenvolvimento da pesquisa e nas interações uns com outros, fizeram parte de cada uma dessas etapas e efetivaram novos conhecimentos. O terceiro momento da SDA1 teve duração de uma hora.

**Momento 4:** após os alunos se familiarizarem um pouco mais com o assunto dos resíduos sólidos e os conceitos o envolvendo, o quarto momento da SDA1 foi a etapa de voltar a temática estudada para a realidade deles. O intuito da Atividade de Modelagem Matemática é trabalhar o conceito de exponencial a partir da geração de resíduos sólidos do município dos estudantes, por isso essa parte inicial foi feita nos três primeiros momentos para que eles pudessem se habituar ao tema para então voltá-lo para a vivência deles.

Para tanto, para começar este momento a professora pesquisadora apresentou algumas perguntas para os estudantes: como é a questão dos resíduos sólidos na cidade de vocês? Vocês já pararam para pensar sobre isso? Qual é a quantidade de resíduos que a população produz? Será que a forma de destinação final feita no nosso município é a correta? Estes questionamentos foram feitos para que eles pudessem imaginar como é feito o tratamento de resíduos na sua cidade, como é a coleta, a quantidade de resíduos que a população produz, etc., com a intenção de suscitar a atividade de estudos por parte deles e envolvê-los com o assunto. A Modelagem a acontecer nos próximos encontros foi feita apenas considerando os tipos de resíduos urbanos, que são aqueles que a população produz em suas casas.

Na oportunidade e nas discussões deste momento envolvendo a realidade dos alunos a professora pesquisadora contou para os alunos que seria realizada uma visita ao aterro sanitário da cidade deles, os mesmos comentaram que estavam bastante entusiasmados para fazer essa visita, ver como seria a situação e o que encontrariam por lá. Maria comentou que queria saber se encontraria um cadáver no aterro da nossa cidade, pois quando assistimos ao documentário “lixo extraordinário” mostrou que até um cadáver os catadores encontraram no aterro por lá, este fato despertou a curiosidade dela em relação ao nosso aterro, com esse comentário os outros estudantes Francisco, Pedro e Isabel também compartilharam da curiosidade levantada por Maria.

Antes mesmo de realizar a visita ao aterro, os alunos já tinham a hipótese levantada de que em nossa cidade não tem um aterro sanitário e sim um lixão, durante as discussões feitas no momento todos falaram que achava isso. Mais uma vez a atitude dos alunos se destaca, pela hipótese que levantaram ao dizerem que encontrariam um lixão e não um aterro sanitário no local da visita, a Atividade de Modelagem Matemática possibilitou a eles o despertar de um senso crítico, mas não um senso de criticar só por criticar e sem fundamento, mas de forma racional e inteligente, fundamentado e pautado com base em seus estudos e suas descobertas que haviam feito nos primeiros momentos. O quarto momento da SDA1 teve duração de uma hora.

**Momento 5:** o quinto momento da SDA1 foi destinado a uma visita ao suposto aterro sanitário da cidade para que os estudantes pudessem verificar suas características e funcionamento. Dois funcionários do setor responsável pelo aterro acompanharam os estudantes e a professora nessa visita, para que pudessem explicar o funcionamento do mesmo e tirar possíveis dúvidas que viessem a surgir.

Vale destacar que foi intuito que os estudantes fizessem essa visita com um conhecimento prévio do que seja um aterro sanitário e um lixão, que já tenham se apropriado de todos os conceitos envolvendo este tema para que pudessem observar e analisar a situação de uma maneira crítica, ou seja, identificando se na sua cidade possui um local correto de destinação dos resíduos, os possíveis problemas que pode ocorrer a depender da situação que seria constatada.

Chegando ao local da visita, o possível aterro da cidade, os alunos já foram logo percebendo que o que havia lá não era um aterro, mas um lixão, como já tinham levantado como hipótese nas discussões feitas nos encontros anteriores. Os funcionários que os acompanharam durante a visita explicaram para os alunos como funciona a coleta dos resíduos que são produzidos pela população local, disseram que a empresa responsável pela coleta na cidade

pega os resíduos todos os dias, os caminhões passam pelas ruas das cidades fazendo essa coleta e depois é levado e despejado nas valas que têm no local ao qual a visita foi feita.

Na ocasião os alunos questionaram o porquê de não ter uma forma correta de destinação final dos resíduos sólidos no município, os funcionários responderam que para ter um aterro sanitário no nosso município é muito caro e a prefeitura não conseguiria arcar com os custos para manter um aterro funcionando corretamente como deve ser, porém, explicaram que o município a mais ou menos cerca de um mês antes do dia que aconteceu essa visita aderiu a um consórcio público intermunicipal de resíduos sólidos urbanos, que foi a solução mais viável para o município e para todos ao redor que fazem parte desse consórcio, a aluna Isabel questionou se não seria mais caro levar os resíduos do nosso município para o aterro do consórcio do que ter o próprio aterro na cidade e o funcionário respondeu que não, apesar de o município ter um custo para fazer o transporte dos resíduos do município até o local do aterro do consórcio, ainda sai mais em conta do que a cidade ter o seu próprio aterro funcionando da maneira correta como deve ser.

Durante a visita também tinha um catador que estava no lixão e conversou um pouco com os alunos, contou para eles que durante a manhã ele trabalha como catador lá no lixão, e na parte da tarde trabalha para a empresa que faz a coleta na cidade. Ele falou que estão criando uma associação de catadores no município e que é o presidente dela, que eles têm intenção juntamente com a prefeitura de futuramente fazer a coleta seletiva na cidade. Ele também explicou para os alunos como é o trabalho dele lá, falou que trabalha com isso há trinta anos lá, o aluno Pedro o questionou se ele já chegou a ter algum tipo de doença causada pelo trabalho lá no lixão e respondeu para ao Pedro que não. Maria aproveitou a oportunidade e fez o questionamento que estava curiosa para saber para o catador, se ele já havia encontrado cadáver humano lá? Ele respondeu que não, só cadáver de gato e cachorro, daí os alunos perguntaram para ele qual foi a coisa mais inusitada que ele já tinha achado por lá e respondeu que foi dinheiro, que já achou mil e duzentos reais em uma vez, em outra vez trezentos reais. Os alunos também questionaram como era feita a coleta do lixo hospitalar, os funcionários responderam que tem uma empresa que vem da capital uma vez por semana para buscar os resíduos hospitalares e leva para lá para dar o destino correto, que esse tipo de resíduo não é destinado lá no local no município. O catador também mostrou os resíduos que já tinha separado lá para os alunos, e como fazia a separação.

A cidade possui também uma usina de reciclagem, que atualmente se encontra desativada, pois quando foi construída ela foi feita próxima a um rio e não pode acontecer isso, por esse motivo ela teve que ser desativada. Porém, na oportunidade da visita ao aterro, também

passamos na usina de reciclagem e os funcionários que nos acompanharam na visita mostraram as máquinas para os alunos, como é o funcionamento delas e como era o funcionamento da usina quando estava ativa. Explicaram para os alunos que o processo na reciclagem basicamente funciona na separação de cada tipo de resíduo e prensagem, no sentido de volume.

Figura 1 – Visita ao aterro sanitário



Fonte: Dados da pesquisadora

Pode-se concluir que a visita foi algo inusitado, significativa e prazerosa para os estudantes, eles participaram ativamente da atividade proposta para o momento, questionaram, tiraram suas dúvidas e ainda confirmaram a veracidade da hipótese levantada por eles. O quinto momento da SDA1 teve duração de uma hora e meia.

**Momento 6:** o sexto momento da SDA1 teve como objetivo fomentar uma discussão a partir da socialização das percepções que os estudantes tiveram durante a visita feita ao aterro da cidade. Neste momento, os estudantes puderam questionar e buscar respostas para as situações vivenciadas, especialmente para os seguintes questionamentos: Os resíduos da cidade são descartados em um aterro ou em um lixão? O que pode ser feito para melhorar a situação? A quantidade de resíduos que é gerada pela população da cidade pode ser prejudicial de alguma forma? Esses são exemplos de indagações que foram discutidas com os estudantes, após a visita e aos fatos presenciados nela. Eles conseguiram encontrar as respostas a seus questionamentos.

Durante a discussão proporcionada os estudantes comentaram que gostaram muito da visita feita ao aterro, Maria e Isabel disseram que se sentiram no documentário “Lixo Extraordinário” que assistimos no início das atividades propostas por essa pesquisa, que foi uma experiência diferente e marcante para elas, o grupo também comentou que gostou bastante da conversa com o catador que estava por lá e conversou gentilmente com eles. Os estudantes também comentaram das condições de trabalho do catador, se é segura ou não, se ele usava equipamentos adequados para estar lá fazendo o serviço que faz, o estudante Pedro falou que a

luva dele estava rasgada, como exemplo, mostrando isso como um ponto que perceberam e que não é totalmente seguro a forma de trabalho dele.

Após as discussões feitas acerca da visita e para finalizar a SDA1, dar sequência as próximas duas situações que compõem esta Unidade Didática, a professora pesquisadora sugeriu a seguinte pergunta para os estudantes: Quais fatores são determinantes na produção crescente de resíduos sólidos no município de vocês? Como resposta, o aluno Pedro disse que um fator que é determinante é o aumento populacional da cidade, ele respondeu exatamente aquilo que era o ponto em que a professora tinha por intenção chegar.

A partir da situação vivenciada pelos estudantes até este momento da pesquisa e da resposta dada pelos alunos ao último questionamento feito, a professora pesquisadora fez o convite para os alunos de modelarem a quantidade de resíduos sólidos urbanos que se produz no município e também fazer essa modelação pensando em uma perspectiva futura, para dez anos à frente. Eles prontamente aceitaram ao convite e aderiram à ideia. Este seria o momento em que os alunos começariam enfim a sanar a curiosidade despertada inicialmente, como que se poderia estudar matemática ou algo da matemática dentro deste tema de Resíduos Sólidos.

Para entender como funciona o crescimento de resíduos da cidade e a quantidade de resíduos sólidos que se produzem na cidade, eles precisavam entender os modelos matemáticos que descrevem o crescimento populacional do município: como analisar o crescimento populacional da sua cidade (SDA2); e como se comporta o crescimento de resíduos baseando-se nesta mesma população (SDA3). Então, a partir daí surgiu as duas próximas situações desencadeadoras de aprendizagem que compõe esta unidade didática. Este foi o ponto inicial para se introduzir a matemática com os alunos a partir do tema resíduos sólidos e pesquisar uma possível solução para o problema levantado através da Atividade de Modelagem Matemática. O sexto momento da SDA1 teve duração de uma hora.

## **SDA2: Crescimento Populacional da sua cidade**

A segunda Situação Desencadeadora de Aprendizagem foi composta por três momentos:

**Momento 1:** o primeiro momento da SDA2 foi uma aula destinada a realização de uma pesquisa a respeito dos modelos de crescimento populacional da cidade. Foi também uma oportunidade para que os alunos pudessem conhecer um pouco mais sobre a história do seu município, como se deu o seu desenvolvimento juntamente com o crescimento da sua população, dedicado a realização de pesquisas voltadas para a história da cidade, buscando

compreender o comportamento do crescimento populacional. A professora sugeriu aos estudantes que pudessem questionar seus parentes mais idosos, pesquisar na internet fotos, vídeos, fatos históricos, etc.

Os alunos pesquisaram dados voltados para o município, para que no próximo encontro pudessem discutir e socializar os resultados das pesquisas, ajudarem uns aos outros, na expectativa de que fosse um momento produtivo de trabalho em grupo, e também através de um processo investigativo descobrir como é calculado a quantidade de habitantes e fazer esse cálculo para estimarem quantos habitantes ela tem. Todos os dados necessários para o cálculo da quantidade de habitantes foram coletados pelos estudantes no site do IBGE. O primeiro momento da SDA2 teve duração de uma hora.

**Momento 2:** o segundo momento da SDA2 foi iniciado com a partilha dos resultados das pesquisas realizadas pelos estudantes no encontro anterior, eles compartilharam que descobriram qual é a ideia de crescimento populacional, os tipos de crescimento populacional, alguns conceitos envolvendo essa ideia de crescimento populacional como a área territorial do município, densidade demográfica, o índice de desenvolvimento humano, mortalidade infantil, taxa de natalidade e mortalidade e que esses conceitos influenciam no crescimento ou decréscimo populacional de uma cidade e, conseqüentemente, na sua quantidade de habitantes. Na ocasião, o aluno Francisco comentou que já havia lido um livro que foi escrito por um morador da cidade que conta um pouco da história e desenvolvimento dela e compartilhou um pouco com os colegas e a professora, foi um momento bem produtivo e rico, cheio de experiências marcantes.

Finalizadas as partilhas das descobertas das pesquisas feitas no encontro anterior, seguiu-se para o momento de modelar a quantidade de habitantes do município, os dados necessários para realizar o cálculo da quantidade de habitantes foram coletados no site do IBGE. Nas buscas feitas pelos alunos, eles encontraram em um artigo o modelo matemático para se calcular essa quantidade. Segue abaixo o modelo encontrado por eles:

$$M = m (1 + i)^x,$$

onde  $M$  indica a população final,  $m$  população inicial,  $i$  a taxa de crescimento populacional e  $x$  a quantidade em ano.

A proposta foi de fazer o cálculo da quantidade de habitantes atual, para o ano em que se estava (2023), e com uma perspectiva futura para dez anos à frente (2033), para realizar o cálculo utilizando a fórmula os alunos pegaram os dados necessários no site do IBGE. Para o

cálculo do ano 2023, eles utilizaram a população inicial do último censo realizado no ano de 2010, e para o ano de 2033 a população inicial considerada foi a encontrada no cálculo realizado para a população de 2023.

Ao iniciarem a tentativa de calcular a quantidade de habitantes com a fórmula que os estudantes haviam encontrado, eles se depararam com um problema, não tinham a taxa de crescimento populacional para poder concluir o cálculo, diante da situação Isabel sugeriu de tentar encontrar essa taxa na internet. Ao buscarem na internet a taxa eles acabaram encontrando um valor para ela, porém, ao realizarem o cálculo com essa taxa encontrada eles perceberam que o valor obtido para a quantidade de habitantes não se aproximava do que realmente deve ser, deu um valor extremamente alto e muito longe da realidade do município.

Diante da nova problemática que surgiu os estudantes sugeriram de finalizar o encontro daquele dia, e que pudessem pesquisar em casa e trazerem novas sugestões para o próximo encontro de formas para tentar encontrar a taxa de crescimento populacional e finalizar o cálculo da quantidade de habitantes. O segundo momento da SDA2 teve duração de uma hora.

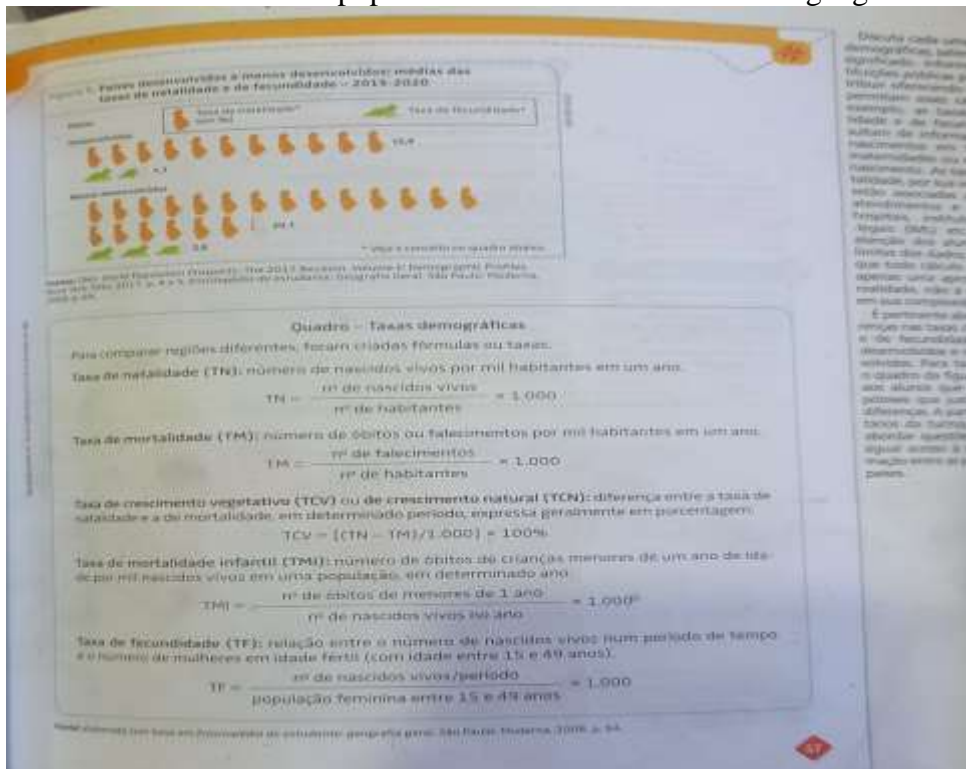
Destaca-se, neste momento, que os alunos atingiram o objetivo da Atividade de Modelagem Matemática, eles estavam de fato em Atividade de Modelagem e não apenas resolvendo mais um problema, eles estavam envolvidos, foram provocados a irem em busca de uma solução para o problema que estava diante deles, os seus comportamentos demonstravam este acontecimento, as interações entre eles, o anseio em resolver aquela problemática era perceptível.

A Atividade de Modelagem Matemática requer que o aluno sinta a necessidade provocada nele para que se envolva com ela e ao professor cabe proporcionar essa provocação para que ele se coloque em Atividade, o ambiente gerado durante os momentos proporcionados pela SDA2 foi construído e os estudantes responderam a esses estímulos, estando em Atividade de Modelagem Matemática.

**Momento 3:** o terceiro momento da SDA2 foi a etapa onde apareceu o primeiro modelo, o modelo descrito pelo crescimento populacional da cidade, foi solicitado que os alunos construíssem o gráfico para que pudessem ver como este crescimento se comporta e como foi se desenvolvendo ao longo dos anos graficamente. Foi também uma aula destinada à discussão dos resultados obtidos, onde puderam analisar os gráficos construídos.

O grupo encontrou como se calcula a taxa de crescimento populacional em um livro de geografia do sétimo ano, como só estava faltando descobrir a taxa de crescimento populacional para finalizarem o cálculo da quantidade de habitantes, eles já começaram a solucionar o problema.

Figura 2 – Taxa do crescimento populacional encontrada no livro de geografia do 7º ano

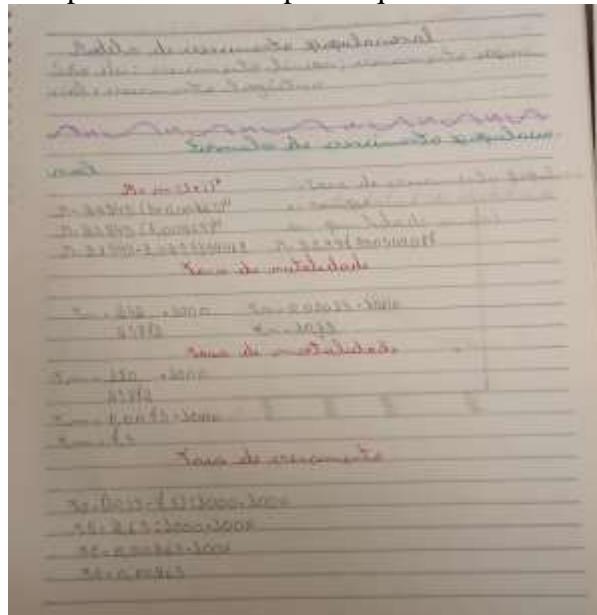


Fonte: Dados da pesquisadora.

Para calcular a taxa de crescimento populacional, era preciso ter a taxa de natalidade e a taxa de mortalidade, no site do IBGE tinha os dados de natalidade e mortalidade e, assim, os alunos conseguiram encontrar a taxa de crescimento e puderam utilizar o modelo descrito pela quantidade de habitantes.

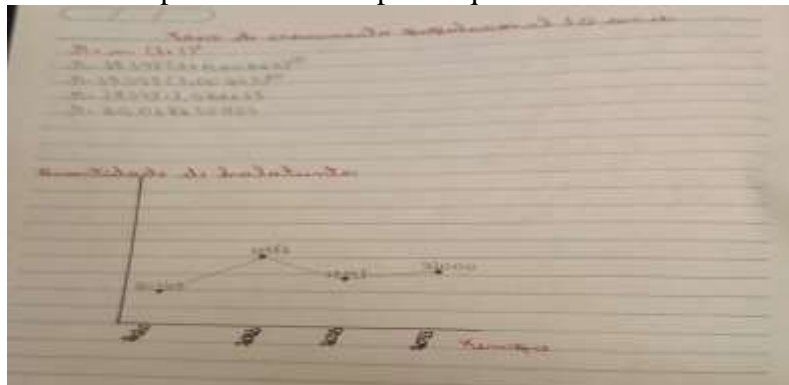
Os estudantes pegaram/encontraram os dados de natalidade e mortalidade do ano de 2010 no site do IBGE para o cálculo da quantidade de habitantes do ano de 2023, já para o cálculo da quantidade de habitantes do ano de 2033, pegaram os dados de natalidade e mortalidade do ano de 2022. Vale ressaltar que os resultados encontrados pelos estudantes são estimativas que se aproximam da realidade da cidade. O terceiro momento da SDA2 teve duração de uma hora. Finalizado este momento, o próximo passo é iniciar a SDA3 que é calcular (estimar) a quantidade de resíduos sólidos urbanos produzidos pela população que os alunos encontraram.

Figura 3 – Cálculo feito pelos estudantes para a quantidade de habitantes do município



Fonte: Dados da pesquisadora.

Figura 4 – Gráfico feito pelos estudantes para a quantidade de habitantes do município



Fonte: Dados da pesquisadora.

### SDA3: Crescimento dos Resíduos da Cidade

A terceira Situação Desencadeadora de Aprendizagem foi composta por um momento:

**Momento 1:** o momento da SDA3 foi destinado a investigação do crescimento de resíduos na cidade, considerando-se o crescimento da população. Propôs-se aos estudantes que encontrassem um modelo que se aproxime desta situação.

Inicialmente, o estudante Pedro sugeriu que fizessem os cálculos para a quantidade de resíduos com a população estimada da sede do município, sem contar os distritos que fazem parte dele, pois no dia da visita um dos funcionários comentaram com o grupo que em média a população da sede produz cerca de oito toneladas de resíduos por dia, daí a ideia de Pedro era que pudessem pegar essa quantidade de resíduos produzidas por dia que falaram e dividir pela

população da sede para saber quanto de resíduo uma pessoa produz e depois calcular para a quantidade de pessoas da sede no mês e no ano de 2023.

Porém, os estudantes encontram um problema em se tentar estimar a quantidade de resíduos por meio da ideia de Pedro, pelo fato de não terem os dados da quantidade da população somente da sede, os alunos tentaram encontrar no site do IBGE, no site da prefeitura, mas não conseguiram encontrar esses dados.

Diante disso, o aluno Francisco deu a ideia de pesquisar na internet a média de quantidade de resíduos que uma pessoa produz por dia no país. Sendo assim, eles fizeram os cálculos da quantidade de resíduos estimada para a população do município com os resultados obtidos por eles no encontro anterior da população do ano de 2023 e do ano de 2033. Feita a pesquisa para saber qual é a média de resíduos produzidos por uma pessoa no país, o grupo encontrou que em média é um quilo de resíduos que uma pessoa produz.

Para estimar a quantidade de resíduos que a população do município produz o grupo prosseguiu da seguinte forma, primeiro foi feito o cálculo para a população do ano de 2023 e, posteriormente, para a população do ano de 2033.

Para o ano de 2023, o estudante Pedro falou que para saber quanto a população produz bastava multiplicar a quantidade de habitantes do ano de 2023 por 1 quilo, que é o que uma pessoa produz em média por dia, daí encontraram que em um dia a população produz 19.548 quilos de resíduos sólidos por dia, pois para este ano foram encontrados 19.548 habitantes do município. Para calcular a quantidade de resíduos que se produz no ano o estudante Pedro sugeriu que vissem no calendário do ano de 2023 os meses que têm 30 dias, os meses que têm 31 dias e fevereiro que teve 28 dias, assim eles procederam com o cálculo para saber a quantidade de resíduos produzida no ano de 2023. Então, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 31 e depois por 7, pois foram 7 meses do ano que tem 31 dias.

Da mesma forma fizeram para os meses que têm 30 dias no ano, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 30 e depois por 4, pois foram 4 meses do ano que tem 30 dias. E, para o mês de fevereiro multiplicaram a quantidade de resíduos que é produzida em um dia pela população por 28, pois só tem um mês com 28 dias que é fevereiro. Para finalizar e encontrar a quantidade de resíduos produzidos no ano de 2023 pela população, os alunos somaram os resultados encontrados para os meses de 31, 30 e 28 dias.

Para o ano de 2033, o grupo utilizou a mesma ideia para estimar a quantidade de resíduos produzida pela população do município em 2023, a diferença é que utilizaram a população estimada que encontraram para o ano de 2033.

Eles olharam no calendário o ano de 2033 para saber quantos meses têm 31 dias, quantos têm 30 dias e quantos dias têm fevereiro. Primeiro, multiplicaram a quantidade de habitantes do ano de 2033 por 1 quilo, que é o que uma pessoa produz em média por dia, daí encontraram que em um dia a população produz 20.000 quilos por dia, para este ano foram encontrados aproximadamente 20.000 habitantes do município. Então, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 31 e depois por 7, pois foram 7 meses do ano que tem 31 dias.

Da mesma forma fizeram para os meses que têm 30 dias no ano, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 30 e depois por 4, pois foram 4 meses do ano que tem 30 dias. E, para o mês de fevereiro multiplicaram a quantidade de resíduos que é produzida em um dia pela população e multiplicaram por 28, pois só tem um mês com 28 dias que é fevereiro. Para finalizar e encontrar a quantidade de resíduos produzidos no ano de 2033 pela população, os alunos somaram os resultados encontrados para os meses de 31, 30 e 28 dias.

Observa-se que aqui se encontra outro momento em que os alunos estavam em Atividade de Modelagem Matemática, eles estavam envolvidos e empenhados em encontrar as respostas para a problemática proposta a eles. Estavam curiosos e instigados a chegarem aos resultados e descobriram quanto de resíduos aproximadamente eram produzidos pela população daquele município. Tinha uma maneira mais fácil de encontrar o resultado buscado pelos alunos, eles podiam ter feito menos contas pensando em calcular com a quantidade total de dias de cada ano ao invés de olhar a quantidade de dias de mês por mês, mas é interessante salientar que a professora pesquisadora não quis sugerir isso para os alunos para não tirar a oportunidade de descoberta deles e valorizar a forma como eles pensaram em resolver o problema, tornando o momento ainda mais significativo para eles.

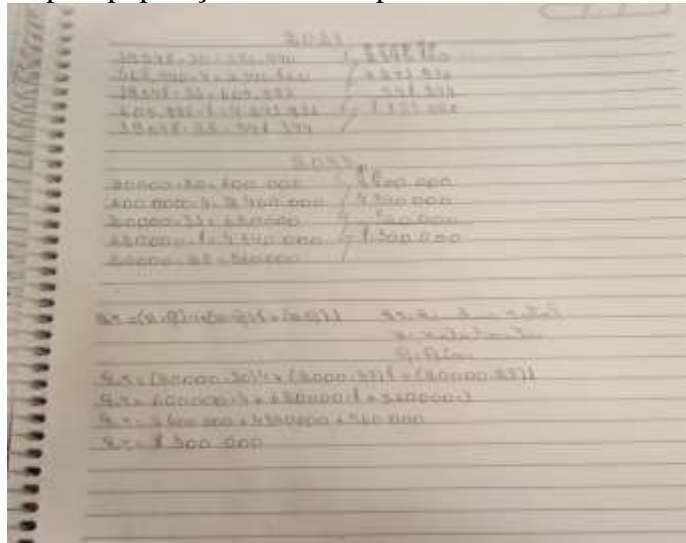
Os alunos ficaram impressionados pela quantidade de resíduos que estimaram que a população produz e que pode vir a produzir no ano de 2033. Eles comentaram que no nosso município, que é considerado um município pequeno, produz isso tudo, imaginaram os municípios grandes, nas capitais, o tanto que se deve produzir de resíduos sólidos levando em conta que esses lugares têm uma população muito maior.

A Atividade de Modelagem Matemática suscitada nos estudantes provocou neles um senso de criticidade ao olhar para situação e ver como pode ser prejudicial essa quantidade toda de resíduos sólidos que é produzida, e ainda de preocupação com o futuro e as gerações futuras. Proporcionou a eles fazerem descobertas e produzirem novos conhecimentos, experiências

significativas e marcantes que eles vão lembrar por muito tempo, como eles mesmos relataram durante as discussões.

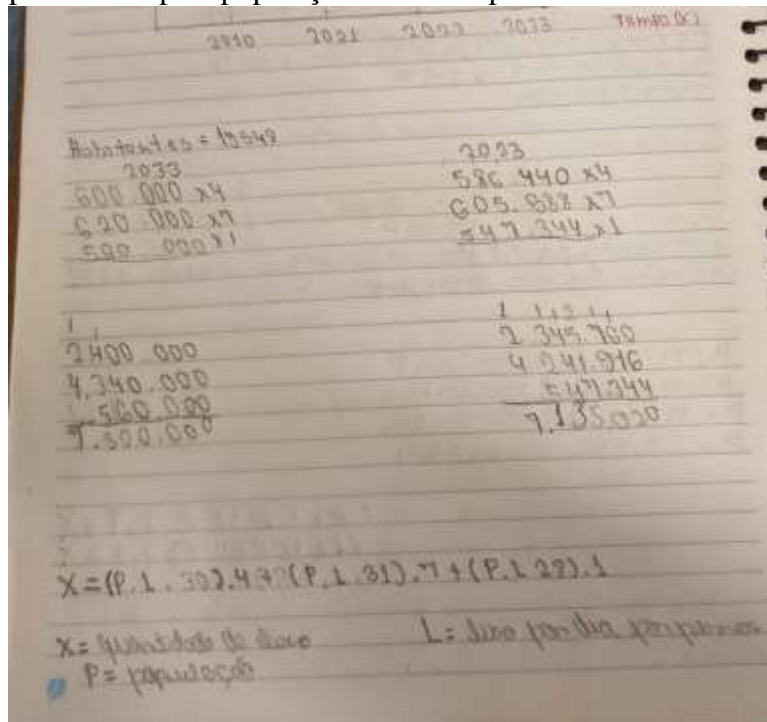
A partir dos resultados encontrados e do processo que eles fizeram para estimar a quantidade de resíduos para os dois anos, eles criaram um modelo para o cálculo de resíduos do município, como mostra as figuras abaixo.

Figura 5 – Estimativa feita pelos estudantes para a quantidade resíduos sólidos urbanos produzidos pela população do município



Fonte: Dados da pesquisadora.

Figura 6 – Estimativa feita pelos estudantes para a quantidade resíduos sólidos urbanos produzidos pela população do município



Fonte: Dados da pesquisadora.

O grupo se mostrou bastante entusiasmado e achou muito interessante criar um modelo para a situação estudada por eles, comentaram que nunca haviam feito algo do tipo, o fato de puderem escolherem as letras que colocariam na fórmula, disseram ainda que se sentiram verdadeiros matemáticos naquele dia. Interessante dizer que a matemática sempre é vista pelos alunos como algo muito difícil e são poucos que falam que gostam desta disciplina, e neste momento os alunos sentiram prazer em dizer que eram matemáticos, isso foi algo muito gratificante de se ouvir.

Para finalizar o trabalho realizado com os estudantes a professora pesquisadora pediu que eles elaborassem uma carta para eles mesmos com uma perspectiva futura, que escrevessem para eles daqui dez anos (2033), destacando o que acharam da pesquisa desenvolvida, como esperam encontrar a situação do município em relação à quantidade de produção de resíduos sólidos urbanos, principalmente na parte da conscientização, o que pode ser feito para melhorar esta situação e entre outros.

A intencionalidade de se escrever a carta foi de que com o passar desse tempo os alunos possam lê-la e relembrar do trabalho que foi realizado, analisar como se encontra a situação do município, se a previsão que fizeram estará próxima da realidade que encontrarão lá no ano de 2033. Segue abaixo alguns trechos das cartas que os estudantes escreveram.

Sobre o projeto, foi muito bom ter participado, não me arrependo, a experiência de criar uma fórmula matemática e ser matemática por um dia foi muito legal. Esse projeto foi descontraído, com risadas, brincadeiras, foi algo leve... fizemos uma visita ao lixão da cidade, conhecemos a realidade de quem trabalha nesse local e rimos bastante. (Isabel, 2023).

O projeto realizado conosco sem sombra de dúvidas foi muito enriquecedor, por meio dele podemos entrar em área antes desconhecida e acima de tudo, aprender coisas que ainda não havíamos desbravado no campo matemático. Ao estudar os resíduos que a nossa comunidade gera, podemos ver que a cada dia que passa estamos ficando mais atrasados na tomada de consciência. Vimos ainda que, existe um grande preconceito da sociedade com essa classe que trabalha com os resíduos, mal sabem os infratores que por debaixo de tudo isso existe uma imensa riqueza, riqueza essa que pode ser alcançada após a conscientização do indivíduo no ato da reciclagem (Francisco, 2023).

A pesquisa foi uma ideia proposta para a nossa turma do segundo ano, porém poucos alunos aderiram a ideia, somente eu, Maria, Francisco e Isabel ficamos até o final, confesso que na hora que as aulas começaram a aparecer contas pensei em desistir, mas por incrível que pareça fiquei até o fim (Pedro, 2023).

Estes foram alguns dos comentários dos estudantes acerca da pesquisa desenvolvida com eles, através deles pode-se perceber que os estudantes entraram realmente em Atividade

de Modelagem Matemática, no comentário de Pedro ele diz que pensou em desistir e parar de ir aos encontros, mas que ele permaneceu até o fim, a atividade teve a capacidade de gerar o estímulo para que ele continuasse até o final.

Nas conversas com os alunos durante os encontros eles demonstravam empolgação com cada descoberta que faziam e em seguir até encontrar a resposta para o problema. A matemática foi vista por eles de forma diferente, principalmente do que estão acostumados, e poder extraí-la de um tema que para eles não tinha nada a ver com essa matéria foi algo inovador, eles puderam estudar aquela matéria que é considerada chata para alguns e que não gostavam por meio da realidade deles, algo que fazia sentido para eles, e ainda puderam perceber a importância dela, a sua utilidade no nosso dia a dia. O momento da SDA3 teve uma duração de uma hora e meia.

### **3.3 A metodologia de análise dos dados: a constituição dos Núcleos de Significação**

A análise de dados desta pesquisa se deu mediante os procedimentos metodológicos dos núcleos de significações sugeridos por Aguiar e Ozella (2006). A proposta de núcleos de significação de acordo com Aguiar, Soares e Machado é elaborada,

[...] para instrumentalizar o pesquisador no processo de apreensão de sentidos e significados constituídos pelo sujeito frente à realidade – e tem o objetivo de discutir a dimensão histórico-dialética da referida proposta e seus desdobramentos como escolha metodológica no processo de construção do conhecimento científico, vislumbrando, assim, a necessária coerência entre o método e seus procedimentos (Aguiar; Soares; Machado, 2015, p. 58).

Para compreensão do processo de análise dos dados de uma pesquisa a partir do núcleo de significações é necessário que se destaque alguns aspectos desenvolvidos por Vigotski como, pensamento e linguagem, e as noções de sentido e significado.

Aguiar e Ozalles (2006) baseados em Vigotski destaca a importância de um método que pudesse compreender a complexidade do homem e suas funções psicológicas. Desta forma, revela-se “a necessidade de uma teoria que fizesse a mediação entre o método materialista histórico e os fenômenos psíquicos” (Aguiar; Ozalles, 2006, p. 224).

A linguagem tem um papel fundamental na constituição do homem, pois viabiliza a comunicação humana. O pensamento passa por muitas transformações para ser expresso em

palavras, de modo a concluir-se que a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado e o sentido.

Segundo Aguiar e Ozella (2006), o significado, no campo semântico, corresponde às relações que a palavra pode encerrar; já no campo psicológico, é uma generalização, um conceito. O homem transforma a natureza e a si mesmo na atividade, e se torna fundamental que se entenda que esse processo de produção cultural, social e pessoal tem como elemento constitutivo o significado.

Desta forma, “a atividade humana é sempre significada: o homem, no agir humano, realiza uma atividade externa e uma interna, e ambas as situações (divisão essa somente para fins didáticos) operam com os significados” (Aguiar; Ozella, 2006, p. 226). Portanto, os significados são produções históricas e sociais.

Já o sentido, como coloca Aguiar e Ozella (2006, p. 227), “subverte o significado, pois ele não se submete a uma lógica racional externa”. O sentido refere-se a necessidades que, muitas vezes, ainda não se realizaram, mas que mobilizam o sujeito, constituem o seu ser, geram formas de colocá-lo na atividade. Ele deve ser entendido, pois, como um ato do homem mediado socialmente (Aguiar; Ozella, 2006).

O sentido e significado contêm mais do que aparentam e, somente por meio de um trabalho de análise e interpretação, se é possível caminhar para as zonas de sentido. Para Aguiar e Ozella (2006, p. 228), “as necessidades são entendidas como um estado de carência do indivíduo que leva a sua ativação com vistas a sua satisfação, dependendo das suas condições de existência”.

O que se quer ao criar os procedimentos metodológicos dos núcleos de significações é apropriar-se daquilo que se diz respeito ao sujeito, daquilo que representa o novo, que, mesmo quando não colocado explícita ou intencionalmente, é expressão do sujeito, configurado pela unidade histórica e social dele, revelação das suas possibilidades de criação (Aguiar; Ozella, 2006).

A proposta dos núcleos de significação vai além de uma organização dos dados para a análise, é uma metodologia de organização e interpretação dos dados. Esta proposta contempla três etapas fundamentais, quais sejam, levantamento de pré-indicadores, sistematização de indicadores e sistematização dos Núcleos de Significação.

A primeira etapa para a construção e, posterior, análise dos núcleos de significação é o levantamento dos pré-indicadores. Tendo a pesquisadora o material gravado e transcrito, se iniciou várias leituras para que aos poucos a familiarização aconteça, visando a uma apropriação

do mesmo. Essas leituras nos permitiu o contato com os documentos da coleta de dados, destacar e organizar o que é chamado de pré-indicadores para a construção dos núcleos futuros.

Segundo Aguiar e Ozella (2006) esse levantamento de pré-indicadores surge a partir da identificação de palavras, baseando-se na frequência (pela sua repetição ou reiteração), pela importância enfatizada nas falas dos informantes, pela carga emocional presente, entre outros. “Um critério básico para filtrar esses pré-indicadores é verificar sua importância para a compreensão do objetivo da investigação” (Aguiar; Ozella, 2006, p. 230).

Os pré-indicadores são trechos de fala ou escrita onde à articulação das palavras constituem um significado de forma que expresse a totalidade do sujeito, construindo uma unidade de pensamento e linguagem (Aguiar; Ozella, 2006).

Para a escolha dos pré-indicadores observou-se os momentos em que a Atividade de Modelagem Matemática foi suscitada nos estudantes e os momentos em que o comportamento deles se diferiram do modelo de ensino tradicional, para que em sequência fosse sistematizado os indicadores e os núcleos de significação.

Segue abaixo os quadros com os pré-indicadores com base nas transcrições e registros da unidade didática, essas trazem indícios da forma como os estudantes pensaram, procederam e se sentiram em cada uma das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

Quadro 2 – Pré-indicadores

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>
<b>SDA1: Destinação de Resíduos Sólidos</b>
Os alunos ficaram curiosos e instigados em como eles veriam a matemática através desta temática proposta ou como ela apareceria, Maria e Isabel questionaram como isso se daria.
Francisco compartilhou que ele achava que o filme tinha a ver com a temática proposta e que levava a refletir principalmente sobre a questão da quantidade de resíduos sólidos que a humanidade produz, e Pedro concordou com o que o colega tinha dito.
Os estudantes não tinham a resposta pronta a estes questionamentos que foram feitos, a partir de um processo investigativo eles próprios foram buscá-las e construir o conhecimento acerca do tema proposto.
Neste momento o comportamento dos estudantes mais uma vez se difere do comportamento do ensino tradicional, aonde as respostas são apresentadas a eles, eles mesmos vão em busca delas a partir de um estímulo que foi afunilado todo o tempo pelo professor, eles constroem o seu conhecimento através de uma ação investigativa.
Após o debate, os alunos chegaram à conclusão que a melhor forma de descarte final de resíduos sólidos é o aterro sanitário. Sendo assim, os estudantes foram buscar vídeos que explicavam como o

## Quadro 2 – Pré-indicadores

(conclusão)

era o funcionamento de um aterro sanitário, eles assistiram ao vídeo que encontraram no YouTube e puderam ver como o mesmo funciona.
Chegando ao local da visita, o possível aterro da cidade, os alunos já foram logo percebendo que o que havia lá não era um aterro, mas um lixão, como já tinham levantado como hipótese nas discussões feitas nos encontros anteriores.
Na ocasião os alunos questionaram o porquê de não ter uma forma correta de destinação final dos resíduos sólidos no município.
A aluna Isabel questionou se não seria mais caro levar os resíduos do nosso município para o aterro do consórcio do que ter o próprio aterro na cidade.
Maria aproveitou a oportunidade e fez o questionamento que estava curiosa para saber para o catador, se ele já havia encontrado cadáver humano lá?
Os alunos também questionaram como era feita a coleta do lixo hospitalar.
Os estudantes também comentaram das condições de trabalho do catador, se é segura ou não, se ele usava equipamentos adequados para estar lá fazendo o serviço que faz, o estudante Pedro falou que a luva dele estava rasgada, como exemplo, mostrando isso como um ponto que perceberam e que não é totalmente seguro a forma de trabalho dele.
A professora pesquisadora sugeriu a seguinte pergunta para os estudantes: Quais fatores são determinantes na produção crescente de resíduos sólidos no município de vocês? Como resposta, o aluno Pedro disse que um fator que é determinante é o aumento populacional da cidade.

Fonte: Dados da pesquisadora.

## Quadro 3 – Pré-indicadores

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>
<b>SDA2: Crescimento Populacional da sua cidade</b>
Os alunos pesquisaram dados voltados para o município, para que no próximo encontro pudessem discutir e socializar os resultados das pesquisas, ajudarem uns aos outros, na expectativa de que fosse um momento produtivo de trabalho em grupo.
Eles compartilharam que descobriram qual é a ideia de crescimento populacional, os tipos de crescimento populacional, alguns conceitos envolvendo essa ideia de crescimento populacional como a área territorial do município, densidade demográfica, o índice de desenvolvimento humano, mortalidade infantil, taxa de natalidade e mortalidade e que esses conceitos influenciam no crescimento ou decréscimo populacional de uma cidade e conseqüentemente na sua quantidade de habitantes.
Nas buscas feitas pelos alunos, eles encontraram em um artigo o modelo matemático para se calcular essa quantidade. Segue abaixo o modelo encontrado por eles:

## Quadro 3 – Pré-indicadores

(conclusão)

$M = m (1 + i)^x,$
onde $M$ indica a população final, $m$ população inicial, $i$ a taxa de crescimento populacional e $x$ a quantidade em ano.
Ao iniciarem a tentativa de calcular a quantidade de habitantes com a fórmula que os estudantes haviam encontrado, eles se depararam com um problema, não tinham a taxa de crescimento populacional para poder concluir o cálculo, diante da situação Isabel sugeriu de tentar encontrar essa taxa na internet.
Ao buscarem na internet a taxa eles acabaram encontrando um valor para ela, porém, ao realizarem o cálculo com essa taxa encontrada eles perceberam que o valor obtido para a quantidade de habitantes não se aproximava do que realmente deve ser, deu um valor extremamente alto e muito longe da realidade do município.
O grupo encontrou como se calcula a taxa de crescimento populacional em um livro de geografia do sétimo ano, como só estava faltando descobrir a taxa de crescimento populacional para finalizarem o cálculo da quantidade de habitantes, eles já começaram a solucionar o problema.

Fonte: Dados da pesquisadora.

## Quadro 4 – Pré-Indicadores

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>
<b>SDA3: Crescimento dos Resíduos da Cidade</b>
Inicialmente o estudante Pedro sugeriu que fizessem os cálculos para a quantidade de resíduos com a população estimada da sede do município, sem contar os distritos que fazem parte dele, pois no dia da visita um dos funcionários comentaram com o grupo que em média a população da sede produz cerca de oito toneladas de resíduos por dia, daí a ideia de Pedro era que pudessem pegar essa quantidade de resíduos produzidas por dia que falaram e dividir pela população da sede para saber quanto de resíduo uma pessoa produz e depois calcular para a quantidade de pessoas da sede no mês e no ano de 2023.
O aluno Francisco deu a ideia de pesquisar na internet a média de quantidade de resíduos que uma pessoa produz por dia no país. Sendo assim, eles fizeram os cálculos da quantidade de resíduos estimada para a população do município com os resultados obtidos por eles no encontro anterior da população do ano de 2023 e do ano de 2033. Feita a pesquisa para saber qual é a média de resíduos produzidos por uma pessoa no país, o grupo encontrou que em média é um quilo de resíduos que uma pessoa produz.
O estudante Pedro falou que para saber quanto a população produz bastava multiplicar a quantidade de habitantes do ano de 2023 por 1 quilo, que é o que uma pessoa produz em média por dia, daí encontraram que em um dia a população produz 19.548 quilos de resíduos sólidos por dia, pois para este ano foram encontrados 19.548 habitantes do município. Para calcular a quantidade de resíduos que se produz no ano o estudante Pedro sugeriu que vissem no calendário do ano de 2023 os meses que têm 30 dias, os meses que têm 31 dias e fevereiro que teve 28 dias, assim eles procederam com o cálculo para saber a quantidade de resíduos produzida no ano de 2023.

## Quadro 4 – Pré-Indicadores

(conclusão)

<p>Pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 31 e depois por 7, pois foram 7 meses do ano que tem 31 dias. Da mesma forma fizeram para os meses que têm 30 dias no ano, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 30 e depois por 4, pois foram 4 meses do ano que tem 30 dias. E, para o mês de fevereiro multiplicaram a quantidade de resíduos que é produzida em um dia pela população por 28, pois só tem um mês com 28 dias que é fevereiro. Para finalizar e encontrar a quantidade de resíduos produzidos no ano de 2023 pela população, os alunos somaram os resultados encontrados para os meses de 31, 30 e 28 dias.</p>
<p>Para o ano de 2033, o grupo utilizou a mesma ideia para estimar a quantidade de resíduos produzida pela população do município em 2023, a diferença é que utilizaram a população estimada que encontraram para o ano de 2033.</p>
<p>Os alunos ficaram impressionados pela quantidade de resíduos que estimaram que a população produz e que pode vir a produzir no ano de 2033. Eles comentaram que no nosso município, que é considerado um município pequeno, produz isso tudo, imaginaram os municípios grandes, nas capitais, o tanto que se deve produzir de resíduos sólidos levando em conta que esses lugares têm uma população muito maior.</p>
<p>A partir dos resultados encontrados e do processo que eles fizeram para encontrar a quantidade de resíduos para os dois anos, eles criaram um modelo para o cálculo de resíduos do município.</p>
<p>O grupo se mostrou bastante entusiasmado e achou muito interessante criar um modelo para a situação estudada por eles, comentaram que nunca haviam feito algo do tipo, o fato de puderem escolherem as letras que colocariam na fórmula, disseram ainda que se sentiram verdadeiros matemáticos naquele dia.</p>
<p>Sobre o projeto, foi muito bom ter participado, não me arrependo, a experiência de criar uma fórmula matemática e ser matemática por um dia foi muito legal. Esse projeto foi descontraído, com risadas, brincadeiras, foi algo leve... fizemos uma visita ao lixão da cidade, conhecemos a realidade de quem trabalha nesse local e rimos bastante. (Isabel, 2023).</p>
<p>O projeto realizado conosco sem sombra de dúvidas foi muito enriquecedor, por meio dele podemos entrar em área antes desconhecida e acima de tudo, aprender coisas que ainda não havíamos desbravado no campo matemático. Ao estudar os resíduos que a nossa comunidade gera, podemos ver que a cada dia que passa estamos ficando mais atrasados na tomada de consciência. Vimos ainda que, existe um grande preconceito da sociedade com essa classe que trabalha com os resíduos, mal sabem os infratores que por debaixo de tudo isso existe uma imensa riqueza, riqueza essa que pode ser alcançada após a conscientização do indivíduo no ato da reciclagem (Francisco, 2023).</p>
<p>A pesquisa foi uma ideia proposta para a nossa turma do segundo ano, porém poucos alunos aderiram a ideia, somente eu, Maria, Francisco e Isabel ficamos até o final, confesso que na hora que as aulas começaram a aparecer contas pensei em desistir, mas por incrível que pareça fiquei até o fim (Pedro, 2023).</p>

Fonte: Dados da pesquisadora.

A segunda etapa é a sistematização de indicadores. Uma segunda leitura dos dados coletados permitiu um processo de aglutinação dos pré-indicadores de modo que nos levou a ter menores diversidades, os indicadores permitiram ir de encontro com os possíveis núcleos de significação. Para Aguiar e Ozella (2006, p. 230) esse momento de sistematização dos indicadores “[...] já caracteriza uma fase do processo de análise, mesmo que ainda empírica e não interpretativa, mas que ilumina um início de nuclearização”.

A partir do levantamento dos pré-indicadores foi possível elaborar seis indicadores, sendo eles: Questionamentos, Comportamento/Reações, Necessidade, Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática, Descobertas e Experiências Significativas, os quadros abaixo mostram como os eles foram pensados. Os quadros abaixo mostram como esses indicadores foram sistematizados a partir dos pré-indicadores.

Quadro 5 – Organização dos pré-indicadores em indicador

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
Na ocasião os alunos questionaram o porquê de não ter uma forma correta de destinação final dos resíduos sólidos no município.	Questionamentos
A aluna Isabel questionou se não seria mais caro levar os resíduos do nosso município para o aterro do consórcio do que ter o próprio aterro na cidade.	Questionamentos
Maria aproveitou a oportunidade e fez o questionamento que estava curiosa para saber para o catador, se ele já havia encontrado cadáver humano lá?	Questionamentos
Os alunos também questionaram como era feita a coleta do lixo hospitalar.	Questionamentos

Fonte: Dados da pesquisadora.

Quadro 6 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
Os alunos ficaram curiosos e instigados em como eles veriam a matemática através desta temática proposta ou como ela apareceria, Maria e Isabel questionaram como isso se daria.	Comportamento/Reações
Francisco partilhou que ele achava que o filme tinha a ver com a temática proposta e que levava a refletir principalmente sobre a questão da quantidade de resíduos sólidos que a humanidade produz, e Pedro concordou com o que o colega tinha dito.	Comportamento/Reações
Os estudantes não tinham a resposta pronta a estes questionamentos que foram feitos, a partir de um processo investigativo eles próprios foram buscá-las e construir o conhecimento acerca do tema proposto.	Comportamento/Reações
Neste momento o comportamento dos estudantes mais uma vez se difere do comportamento do ensino tradicional, aonde as respostas são apresentadas a eles, eles mesmos vão em busca delas a partir de	Comportamento/Reações

Quadro 6 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(conclusão)

um estímulo que foi afunilado todo o tempo pelo professor, eles constroem o seu conhecimento através de uma ação investigativa.	
Após o debate, os alunos chegaram à conclusão que a melhor forma de descarte final de resíduos sólidos é o aterro sanitário. Sendo assim, os estudantes foram buscar vídeos que explicavam como era o funcionamento de um aterro sanitário, eles assistiram ao vídeo que encontraram no YouTube e puderam ver como o mesmo funciona.	Comportamento/Reações
Chegando ao local da visita, o possível aterro da cidade, os alunos já foram logo percebendo que o que havia lá não era um aterro, mas um lixão, como já tinham levantado como hipótese nas discussões feitas nos encontros anteriores.	Comportamento/Reações
Os estudantes também comentaram das condições de trabalho do catador, se é segura ou não, se ele usava equipamentos adequados para estar lá fazendo o serviço que faz, o estudante Pedro falou que a luva dele estava rasgada, como exemplo, mostrando isso como um ponto que perceberam e que não é totalmente seguro a forma de trabalho dele.	Comportamento/Reações
A professora pesquisadora sugeriu a seguinte pergunta para os estudantes: Quais fatores são determinantes na produção crescente de resíduos sólidos no município de vocês? Como resposta, o aluno Pedro disse que um fator que é determinante é o aumento populacional da cidade.	Comportamento/Reações
Os alunos pesquisaram dados voltados para o município, para que no próximo encontro pudessem discutir e socializar os resultados das pesquisas, ajudarem uns aos outros, na expectativa de que fosse um momento produtivo de trabalho em grupo.	Comportamento/Reações

Fonte: Dados da pesquisadora.

Quadro 7 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
Ao iniciarem a tentativa de calcular a quantidade de habitantes com a fórmula que os estudantes haviam encontrado, eles se depararam com um problema, não tinham a taxa de crescimento populacional para poder concluir o cálculo, diante da situação Isabel sugeriu de tentar encontrar essa taxa na internet.	Necessidade
Ao buscarem na internet a taxa eles acabaram encontrando um valor para ela, porém, ao realizarem o cálculo com essa taxa encontrada eles perceberam que o valor obtido para a quantidade de habitantes não se aproximava do que realmente deve ser, deu um valor extremamente alto e muito longe da realidade do município.	Necessidade
O grupo encontrou como se calcula a taxa de crescimento populacional em um livro de geografia do sétimo ano, como só estava faltando descobrir a taxa de crescimento populacional para finalizarem o cálculo da quantidade de habitantes, eles já começaram a solucionar o problema.	Necessidade
O aluno Francisco deu a ideia de pesquisar na internet a média de quantidade de resíduos que uma pessoa produz por dia no país. Sendo assim, eles fizeram os cálculos da quantidade de resíduos estimada	Necessidade

Quadro 7 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(conclusão)

para a população do município com os resultados obtidos por eles no encontro anterior da população do ano de 2023 e do ano de 2033. Feita a pesquisa para saber qual é a média de resíduos produzidos por uma pessoa no país, o grupo encontrou que em média é um quilo de resíduos que uma pessoa produz.	
--	--

Fonte: Dados da pesquisadora.

Quadro 8 – Organização dos pré-indicadores em indicador

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
Inicialmente, o estudante Pedro sugeriu que fizessem os cálculos para a quantidade de resíduos com a população estimada da sede do município, sem contar os distritos que fazem parte dele, pois no dia da visita um dos funcionários comentaram com o grupo que em média a população da sede produz cerca de oito toneladas de resíduos por dia, daí a ideia de Pedro era que pudessem pegar essa quantidade de resíduos produzidas por dia que falaram e dividir pela população da sede para saber quanto de resíduo uma pessoa produz e depois calcular para a quantidade de pessoas da sede no mês e no ano de 2023.	Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática
O estudante Pedro falou que para saber quanto a população produz bastava multiplicar a quantidade de habitantes do ano de 2023 por 1 quilo, que é o que uma pessoa produz em média por dia, daí encontraram que em um dia a população produz 19548 quilos de resíduos sólidos por dia, pois para este ano foram encontrados 19548 habitantes do município. Para calcular a quantidade de resíduos que se produz no ano o estudante Pedro sugeriu que vissem no calendário do ano de 2023 os meses que têm 30 dias, os meses que têm 31 dias e fevereiro que teve 28 dias, assim eles procederam com o cálculo para saber a quantidade de resíduos produzida no ano de 2023.	Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática
Pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 31 e depois por 7, pois foram 7 meses do ano que tem 31 dias. Da mesma forma fizeram para os meses que têm 30 dias no ano, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 30 e depois por 4, pois foram 4 meses do ano que tem 30 dias. E, para o mês de fevereiro multiplicaram a quantidade de resíduos que é produzida em um dia pela população por 28, pois só tem um mês com 28 dias que é fevereiro. Para finalizar e encontrar a quantidade de resíduos produzidos no ano de 2023 pela população, os alunos somaram os resultados encontrados para os meses de 31, 30 e 28 dias.	Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática
Para o ano de 2033, o grupo utilizou a mesma ideia para estimar a quantidade de resíduos produzida pela população do município em 2023, a diferença é que utilizaram a população estimada que encontraram para o ano de 2033.	Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática
A partir dos resultados encontrados e do processo que eles fizeram para encontrar a quantidade de resíduos para os dois anos, eles criaram um modelo para o cálculo de resíduos do município.	Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática

Fonte: Dados da pesquisadora.

Quadro 9 – Organização dos pré-indicadores em indicador

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
Eles compartilharam que descobriram qual é a ideia de crescimento populacional, os tipos de crescimento populacional, alguns conceitos envolvendo essa ideia de crescimento populacional como a área territorial do município, densidade demográfica, o índice de desenvolvimento humano, mortalidade infantil, taxa de natalidade e mortalidade e que esses conceitos influenciam no crescimento ou decréscimo populacional de uma cidade e conseqüentemente na sua quantidade de habitantes.	Descobertas
Nas buscas feitas pelos alunos, eles encontraram em um artigo o modelo matemático para se calcular essa quantidade. Segue abaixo o modelo encontrado por eles:  $M = m (1 + i)^x,$ onde $M$ indica a população final, $m$ população inicial, $i$ a taxa de crescimento populacional e $x$ a quantidade em ano.	Descobertas
Os alunos ficaram impressionados pela quantidade de resíduos que estimaram que a população produz e que pode vir a produzir no ano de 2033. Eles comentaram que no nosso município, que é considerado um município pequeno, produz isso tudo, imaginaram os municípios grandes, nas capitais, o tanto que se deve produzir de resíduos sólidos levando em conta que esses lugares têm uma população muito maior.	Descobertas

Fonte: Dados da pesquisadora.

Quadro 10 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(continua)

<b>Pré-Indicadores</b>	<b>Indicador</b>
O grupo se mostrou bastante entusiasmado e achou muito interessante criar um modelo para a situação estudada por eles, comentaram que nunca haviam feito algo do tipo, o fato de puderem escolher as letras que colocariam na fórmula, disseram ainda que se sentiram verdadeiros matemáticos naquele dia.	Experiências Significativas
Sobre o projeto, foi muito bom ter participado, não me arrependo, a experiência de criar uma fórmula matemática e ser matemática por um dia foi muito legal. Esse projeto foi descontraído, com risadas, brincadeiras, foi algo leve... fizemos uma visita ao lixão da cidade, conhecemos a realidade de quem trabalha nesse local e rimos bastante. (Isabel, 2023).	Experiências Significativas
O projeto realizado conosco sem sombra de dúvidas foi muito enriquecedor, por meio dele podemos entrar em área antes desconhecida e acima de tudo, aprender coisas que ainda não havíamos desbravado no campo matemático. Ao estudar os resíduos que a nossa comunidade gera, podemos ver que a cada dia que passa estamos ficando mais atrasados na tomada de consciência. Vimos ainda que,	Experiências significativas

Quadro 10 – Organização dos pré-indicadores em indicador

(conclusão)

<p>existe um grande preconceito da sociedade com essa classe que trabalha com os resíduos, mal sabem os infratores que por debaixo de tudo isso existe uma imensa riqueza, riqueza essa que pode ser alcançada após a conscientização do indivíduo no ato da reciclagem (Francisco, 2023).</p>	
<p>A pesquisa foi uma ideia proposta para a nossa turma do segundo ano, porém poucos alunos aderiram a ideia, somente eu, Maria, Francisco e Isabel ficamos até o final, confesso que na hora que as aulas começaram a aparecer contas pensei em desistir, mas por incrível que pareça fiquei até o fim (Pedro, 2023).</p>	<p>Experiências significativas</p>

Fonte: Dados da pesquisadora.

A última etapa é o momento de, a partir da releitura do material, considerando a aglutinação resultante (conjunto dos indicadores e seus conteúdos), iniciou-se um processo de articulação que resultou na organização dos núcleos de significação através de sua nomeação (Aguilar; Ozella, 2006).

Nesse processo de organização dos núcleos de significação, que tem como critério a articulação de conteúdos semelhantes, complementares ou contraditórios, é possível verificar as transformações que ocorrem no processo de construção dos sentidos e dos significados, o que possibilitará uma análise mais consistente que nos permita ir além do aparente e considerar tanto as condições subjetivas quanto as contextuais e históricas.

Em seguida, nessa etapa de construção e análise dos núcleos de significações, espera-se um número reduzido de núcleos, de modo que não ocorra uma diluição e um retorno dos indicadores. É nesse momento que, efetivamente, iniciará o processo de análise e se avançará do empírico para o interpretativo, isto é, “[...] da fala para o seu sentindo, entendendo que vamos em busca da fala interior, ou seja, a partir da fala exterior caminhamos para um plano mais interiorizado, para o próprio pensamento” (Vigotski, 1998 *apud* Aguilar; Ozella, 2006, p. 231). Assim, os núcleos resultantes expressarão os pontos centrais e fundamentais que trazem implicação para o sujeito, que o envolvam emocionalmente, que revelem as suas determinações constitutivas.

As nomeações dos núcleos se darão a partir da extração da própria fala de uma ou mais de suas expressões, de modo a compor uma frase curta que reflita a articulação realizada na elaboração dos núcleos e que explicito o processo e o movimento do sujeito dentro dos objetivos de estudo.

Assim sendo, obtiveram-se os seguintes núcleos de significação, como mostra o quadro – 10 abaixo.

Quadro 11 – Sistematização dos Núcleos de Significação

<b>Indicadores</b>	<b>Núcleos de Significação</b>
Questionamentos	Construção do conceito de exponencial
Comportamento/Reações	Construção do conceito de exponencial
Necessidade	Construção do conceito de exponencial
Processo de Formação do conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática	Construção do conceito de exponencial
Descobertas	Significados conferidos as experiências vivenciadas
Experiências significativas	Significados conferidos as experiências vivenciadas

Fonte: Dados da pesquisadora.

Já a análise dos núcleos de significações iniciará por um processo intra-núcleo, avançando para uma articulação inter-núcleos (Aguiar; Ozella, 2006). Em geral, esse procedimento explicitará semelhanças e/ou contradições que vão novamente revelar o movimento do sujeito. Tais contradições,

[...] não necessariamente estão manifestas na aparência do discurso, sendo apreendidas a partir da análise do pesquisador. Do mesmo modo, o processo de análise não deve ser restrito à fala do informante, ela deve ser articulada (e aqui se amplia o processo interpretativo do investigador) com o contexto social, político, econômico, em síntese, histórico, que permite acesso à compreensão do sujeito na sua totalidade (Aguiar; Ozella, 2006).

Caminhando na compreensão dos sentidos, relembremos a importância da análise das determinações constitutivas do sujeito e, para isso, é importante apreendermos as necessidades, de alguma forma colocadas pelos sujeitos e identificadas a partir dos indicadores. Entendemos que tais necessidades são determinantes/constitutivas dos modos de agir/sentir/pensar dos sujeitos. São elas que, na sua dinamicidade emocional, mobilizam os processos de construção de sentido e, é claro, as atividades do sujeito.

Após a leitura do material coletado durante o período de desenvolvimento da pesquisa, ordenou-se os dados para se fazer o levantamento dos pré-indicadores. Durante esse processo foi possível estabelecer vinte e nove pré-indicadores, a partir destes pré-indicadores definiu-se seis indicadores e, em seguida originou-se dois núcleos de significação, sendo eles: Construção do Conceito de Exponencial e Significados conferidos as experiências vivenciadas. Formados os núcleos, procedeu-se para a análise dos mesmos.

## 4 AS SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS

A Modelagem compreendida em uma Atividade na visão Teoria da Atividade, proposta por Leontiev, fornece um arcabouço teórico potente para compreender o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes ao longo da aplicação de uma Unidade Didática. Essa teoria enfatiza a relação entre o sujeito e a atividade, mediada por instrumentos, regras e interações sociais. A partir das falas dos estudantes, podemos identificar elementos-chave dessa teoria, analisando os aspectos de motivação, mediação, internalização e contradições no processo de ensino-aprendizagem.

Nesta seção, após a organização dos Núcleos de Significação, pretendem-se analisar a luz do aporte teórico que orientou este trabalho, o processo de construção do conceito de exponencial, olhando para as falas, escritas dos estudantes, experiências vivenciadas, quais foram os significados atribuídos à ideia deste conceito por eles.

### 4.1 Construção do conceito de exponencial

Este núcleo “Construção do conceito de exponencial” é resultado de um conjunto de indicadores, sendo eles: Questionamentos, Comportamento/Reações, Necessidade, Processo de Formação do Conceito/Processo de Formulação da Escrita Matemática. Analisar as falas dos estudantes neste primeiro núcleo que foi constituído permitiu que compreendêssemos como se deu o processo de construção do conceito de exponencial por eles. Os questionamentos, as necessidades, a construção do pensamento e da escrita, tudo isso nos permitiu entendê-los em sua totalidade.

As falas dos alunos em alguns momentos apresentam-se diferente umas das outras, percebe-se que a forma de pensar de cada um tem aparências diferentes, mas todas convergem para o mesmo objetivo. Podemos observar isso na SDA1, no primeiro momento em que foi apresentada a temática resíduos sólidos para eles:

Ao apresentar o tema proposto para os alunos, para a pesquisa que seria desenvolvida com eles, pude observar a inquietação e a curiosidade deles em como iriam estudar matemática através de um tema que aparentemente para eles não tinha nada a ver com essa matéria, Maria e Isabel ainda expressaram esse sentimento através das palavras, questionando este fato (Trecho do diário de campo, 12/05/2023).

É interessante chamar a atenção para esses momentos de curiosidade dos estudantes, eles fazem parte do processo de formação do pensamento, através da curiosidade eles são instigados a buscar e adquirir conhecimento, compreender o mundo ao seu redor e explorá-lo, que neste caso em questão, era conhecer o tema a ser estudado por eles. Isso os tira da zona de conforto e os coloca em atividade, porque de fato algo os incomodou e os incentivou a buscar respostas para os seus questionamentos.

A SDA1 foi uma parte da Atividade de Modelagem Matemática que teve por objetivo gerar nos estudantes a necessidade de resolver o problema que seria proposto mais a frente e que geraria as próximas duas SDAs.

De acordo com Leontiev (2021) a atividade surge de necessidades, que impulsionam motivos orientados para um objeto. Neste momento a necessidade dos alunos só seria satisfeita quando eles pudessem ver como a matemática seria trabalhada a partir do tema resíduo sólido e respondessem a problemática que fora proposta para eles mais a frente na pesquisa e para que a necessidade fosse satisfeita, mesmo não sabendo as respostas para os questionamentos que foram surgindo durante os momentos da SDA1, eles foram impulsionados a perguntar, a pesquisar, a fazerem descobertas, de forma que através do ambiente de aprendizagem que foi criado, eles alcançassem seus objetivos.

A seguir mostraremos algumas falas dos estudantes no momento da visita ao aterro sanitário vivenciado durante o desenvolvimento da SDA1.

Professora: pessoal, o que vocês acharam do local de descarte de descarte final de resíduos sólidos do nosso município? Nós temos um aterro sanitário ou um lixão?

Isabel: professora é claro que isso aqui é um lixão!

Francisco: sem sombra de dúvidas que é um lixão!

Pedro: verdade, esse local não tem as características que um aterro sanitário deve ter.

Maria: realmente, isso aqui nunca foi um aterro sanitário.

As falas dos estudantes revelam diferentes graus de motivação para participar da Unidade Didática. Alguns demonstram entusiasmo e interesse pelo desafio da escrita argumentativa, enquanto outros expressam dificuldades iniciais, refletindo a tensão entre motivação primária (necessidade de aprender para atingir um objetivo maior) e motivação secundária (influenciada pelo contexto educacional e pela interação com os colegas e professores).

A motivação está diretamente ligada à compreensão do sentido da Atividade para o aluno. Quando os estudantes percebem a proposta de atividade como uma ferramenta útil para expressão de ideias e para o sucesso acadêmico, sua participação torna-se mais ativa.

Após a finalização da SDA1, foi proposta a segunda situação, a SDA2, aonde pedia que os estudantes fizessem o cálculo da quantidade de habitantes do município deles. Nas buscas feitas pelos alunos, eles encontraram em um artigo, cujo título é “Uma experiência com Modelagem Matemática: aplicação de logaritmos no crescimento populacional”, o modelo matemático para se calcular essa quantidade. A figura abaixo mostra a fórmula encontrada por eles.

Figura 7 – Fórmula encontrada pelos alunos para o cálculo da quantidade de habitantes

$$M = m(1 + i)^x$$

Onde  $i$  indica a taxa de crescimento populacional,  $M$  população final,  $m$  população inicial e  $x$  a quantidade de anos. Ao que concerne à primeira pergunta temos que  $i = 1,19\%$ ,  $m = 271.926$ ,  $M = 2m$  segue-se conforme abaixo.

Fonte: Dados da pesquisadora.

Os dados coletados pelos alunos para fazerem os cálculos foram retirados do site do IBGE. Ao iniciarem os cálculos para descobrirem a quantidade de habitantes com a fórmula que haviam encontrado, eles se depararam com um problema, não tinham a taxa de crescimento populacional para poder concluí-lo, diante da situação Isabel sugeriu de tentar encontrar essa taxa na internet, como mostra algumas de suas falas:

Isabel: vamos procurar a taxa de crescimento populacional na internet.

Francisco: vamos sim, cada um procura em seu computador e quem encontrar primeiro compartilha com outros para que possamos fazer o cálculo.

Pedro: tá bem.

Vale pontuar que neste momento eles se depararam com uma situação que não esperavam, tirando-os da sua comodidade, este fato os coloca em atividade, o problema passa a ser de fato um problema para eles. Eles demonstram entusiasmo em conseguir resolvê-lo. O entusiasmo instiga uma pessoa a se manter motivada, promove a perseverança e a disciplina, e, além disso, permite dar sentido ao que se faz.

Em seguida, ao buscarem na internet a taxa, eles acabaram encontrando um valor para ela, porém, ao realizarem o cálculo com essa taxa encontrada eles perceberam que o valor obtido para a quantidade de habitantes não se aproximava do que realmente deve ser, deu um valor

extremamente alto e muito longe da realidade do município. A seguir, destacamos algumas falas deles que retrata este momento:

Isabel: esse valor que encontramos está muito alto, no nosso município não tem essa quantidade de habitantes toda.

Francisco: verdade, alguma coisa está errada.

Pedro: deve ser o valor da taxa que encontramos.

Francisco: vamos finalizar o encontro de hoje e cada um procura em casa como podemos descobrir essa taxa e contamos uns aos outros os resultados que encontrarmos.

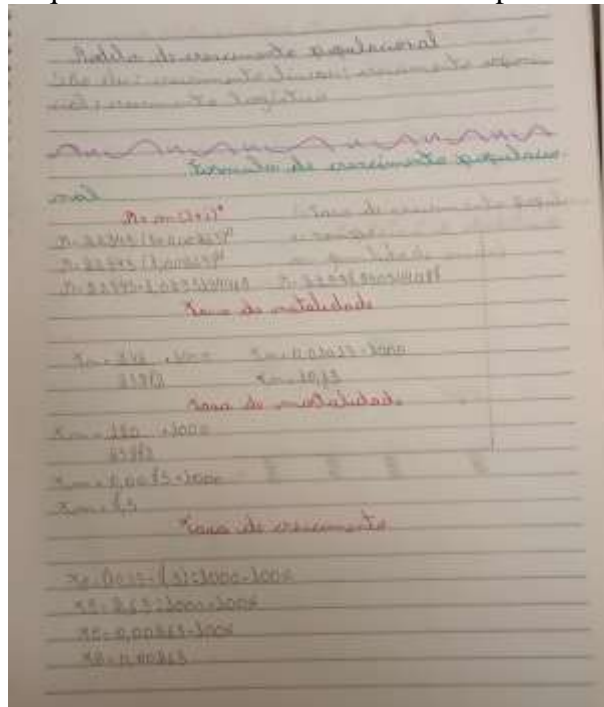
Diante do obstáculo encontrado pelos estudantes, a professora deu uma dica para eles que pudessem buscar em livros antigos de geografia para verem se encontrava algo que pudesse ajudá-los.

A mediação é um elemento central na Teoria da Atividade. Durante a aplicação da Unidade Didática, a interação entre os alunos e o professor desempenhou um papel crucial na construção do conhecimento. As falas indicam que as estratégias de ensino, como o uso de textos-modelo, discussões em grupo e *feedbacks* individualizados, atuaram como mediadores fundamentais na aquisição das competências discursivas necessárias para o desenvolvimento da Atividade de Modelagem.

As regras implícitas e explícitas da Atividade de Modelagem também influenciam a aprendizagem. Por exemplo, a exigência de não ter a resposta pronta de acordo com um padrão lógico pode ser vista como uma regra interna à prática da Atividade de Modelagem Matemática, que direciona a ação dos estudantes.

No encontro posterior, Francisco compartilhou que encontrou como se calcula a taxa em um livro de geografia do 7º ano que tinha guardado em casa e compartilhou com os colegas como se fazia esse cálculo, como só estava faltando descobrir a taxa de crescimento populacional para finalizarem o cálculo da quantidade de habitantes, eles já começaram a solucionar o problema.

Figura 8 – Cálculo da quantidade de habitantes do município feito pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisadora.

Pode-se observar a partir da figura 8 que os estudantes fizeram três cálculos que antecedeu o cálculo da quantidade de habitantes, sendo um para encontrar a taxa de natalidade, um para a taxa de mortalidade e o outro para encontrar a taxa de crescimento populacional, para enfim calcular a quantidade de habitantes do município. Ao encontrarem o resultado, eles constataram que esse sim era um resultado que condizia com a realidade do município.

Um aspecto essencial da Teoria da Atividade é a compreensão das contradições que emergem no processo de aprendizagem. As falas dos estudantes revelam desafios como dificuldades na organização de ideias, limitações no uso dos recursos, pois inicialmente só usavam a internet e a pressão do tempo para produzir respostas coerentes. Essas contradições, longe de serem meros obstáculos, são motores do desenvolvimento, pois levam os alunos a ajustarem suas estratégias de escrita e a refinarem sua compreensão sobre o conceito de exponencial.

Outro ponto de tensão identificado é a relação entre a escrita matemática dos alunos e a necessidade de se adequar às exigências da Atividade de Modelagem. Essa contradição pode ser superada por meio de práticas pedagógicas que promovam a integração entre os conhecimentos prévios dos alunos e as exigências acadêmicas.

A terceira situação, a SDA3, foi o momento em que se solicitou aos estudantes que fizessem a estimativa da quantidade de resíduos sólidos urbanos produzidos pela população do município que eles haviam encontrado. Eles já iniciaram essa etapa da Atividade de Modelagem

com uma tomada de decisão a ser feita, para começar a resolver o problema eles tinham que escolher qual seria a população que seria levada em conta para realizar os cálculos.

Inicialmente, o estudante Pedro sugeriu que fizessem os cálculos para a quantidade de resíduos com a população estimada da sede do município, sem contar os distritos que fazem parte dele, pois no dia da visita um dos funcionários comentou com o grupo que em média a população da sede produz cerca de oito toneladas de resíduos por dia, daí a ideia de Pedro era que pudessem pegar essa quantidade de resíduos produzidos por dia que falaram e dividir pela população da sede para saber quanto de resíduo uma pessoa produz e depois calcular para a quantidade de pessoas da sede no mês e no ano de 2023.

Os estudantes se deparam com uma problemática em relação ao fazer os cálculos utilizando a ideia de Pedro, pois eles não sabiam qual era a população estimada somente da sede, os dados que tinham eram relacionados ao município todo. Sendo assim, o aluno Francisco deu a ideia de pesquisar na internet a média de quantidade de resíduos que uma pessoa produz por dia no país e resolver o problema utilizando este fator. Em seguida, eles fizeram os cálculos da quantidade de resíduos estimada para a população do município com os resultados obtidos por eles no encontro anterior da população do ano de 2023 e do ano de 2033. Vejamos algumas partes do dialogo dos alunos nesse momento:

Pedro: vamos fazer os cálculos para a quantidade de resíduos com a população estimada da sede do município, sem contar os distritos que fazem parte dele, lembram que no dia da visita um dos funcionários falou com a gente que a quantidade estimada de produção de resíduos por pessoa é de 800 toneladas.

Isabel: mas nós não sabemos qual é a quantidade de habitantes só da sede, os valores que temos é relacionado ao município todo.

Francisco: isso é verdade, que tal se a gente pesquisar na internet a quantidade de resíduos que uma pessoa produz por dia no nosso país e fazer o cálculo com base nisso.

Pedro: acho que dá certo sim, vamos fazer isso.

Feita a pesquisa para saber qual é a média de resíduos produzidos por uma pessoa no país, o grupo encontrou que em média é um quilo de resíduos que uma pessoa produz.

Em seguida o estudante Pedro falou que para saber quanto a população produz bastava multiplicar a quantidade de habitantes do ano de 2023 por 1 quilo, que é o que uma pessoa produz em média por dia. Então, encontraram que em um dia a população produz 19.548 quilos de resíduos sólidos por dia, pois para este ano foram encontrados 19.548 habitantes do município. Para calcular a quantidade de resíduos que se produz no ano o estudante Pedro sugeriu que vissem no calendário do ano de 2023 os meses que têm 30 dias, os meses que têm 31 dias e fevereiro que teve 28 dias, assim eles procederam com o cálculo para saber a

quantidade de resíduos produzida no ano de 2023. Vejamos algumas falas dos alunos que refletem esse momento:

Isabel: qual foi o valor que vocês encontraram para a média de resíduos que uma pessoa produz por dia no país?

Francisco: eu encontrei que é em média um quilo por pessoa

Pedro: também encontrei o mesmo valor que Francisco.

Isabel: ah, eu também. Podemos fazer as contas levando em consideração esse valor mesmo.

Pedro: para sabermos quanto a população produz de resíduo por um dia podemos multiplicar a quantidade de habitantes do ano de 2023 por 1 quilo.

Francisco: sim, acho que dessa maneira vai dar certo.

Isabel: e como fazemos para descobrir a quantidade de resíduos para o ano todo?

Pedro: acho que podemos olhar no calendário a quantidade de dias que tem cada mês e fazer as multiplicações pelo que é produzido no dia pela quantidade de dias que tem cada mês e depois somar os meses.

Isabel: tá bem, vamos dessa forma.

À vista disso, eles pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 31 e depois por 7, pois foram 7 meses do ano que tem 31 dias. Da mesma forma fizeram para os meses que têm 30 dias no ano, pegaram o resultado obtido de resíduos que é produzido por um dia e multiplicaram por 30 e depois por 4, pois foram 4 meses do ano que tem 30 dias. E, para o mês de fevereiro multiplicaram a quantidade de resíduos que é produzida em um dia pela população por 28, pois só tem um mês com 28 dias que é fevereiro. Para finalizar e encontrar a quantidade de resíduos produzidos no ano de 2023 pela população, os alunos somaram os resultados encontrados para os meses de 31, 30 e 28 dias.

Para o ano de 2033, o grupo utilizou a mesma ideia para estimar a quantidade de resíduos produzida pela população do município em 2023, a diferença é que utilizaram a população estimada que encontraram para o ano de 2033.

A partir do processo que os alunos fizeram para encontrar a quantidade de resíduos para os dois anos propostos a eles, dos passos que seguiram para estimar essa quantia, eles criaram um modelo matemático para o cálculo de resíduos do município. A seguir veremos algumas falas dos alunos durante esse momento de escrita do modelo:

Isabel: como que a gente faz para criar uma fórmula, isso deve ser muito difícil, nunca fizemos isso.

Professora: vocês podem seguir o passo a passo que utilizaram para resolver o problema, a partir desses passos vocês vão criando a fórmula, escolhem quais são as letras que vão querer colocar na fórmula e depois substituem pelos valores que usaram para fazerem os cálculos.

Isabel: nós podemos escolher qualquer letra do alfabeto para colocar no modelo? Pode ser qualquer uma que a gente quiser?

Professora: sim, e não se esqueçam de colocar o que cada letra significa no modelo de vocês.

Isabel: nossa, que legal!

Francisco: então vamos retomar os passos e começar a criar o modelo.

Pedro: sim, vamos começar.

Francisco: primeiro a gente multiplicou o valor da população pela quantidade de resíduos que é produzido por um dia e depois multiplicamos isso por 30 dias, daí a gente multiplicou o resultado por 4, pois são 4 meses que tem 30 dias.

Pedro: e depois nós multiplicamos o valor da população pela quantidade de resíduos que é produzido por um dia e depois multiplicamos isso por 31 dias, daí a gente multiplicou o resultado por 7, pois são 7 meses que tem 31 dias.

Francisco: e ficou faltando o mês de fevereiro.

Pedro: para o mês de fevereiro nós multiplicamos o valor da população pela quantidade de resíduos que é produzido por um dia e depois multiplicamos isso por 28.

Isabel: e como a gente faz para colocar isso na fórmula?

Francisco: primeiro vamos escolher as letras que cada um quer colocar no seu modelo e depois a gente coloca as multiplicações entre parênteses e soma cada um desses valores que foram encontrados para os meses que tem 30, 31 e 28 dias, como fizemos calculando com os valores do problema.

Pedro: acho que deu certo.

Professora: vocês acham que tem alguma maneira de conferir se o modelo matemático que criaram está correto?

Francisco: acho que sim, para conferir a gente pode pegar os valores e substituir no modelo e se encontrarmos o valor que achamos no cálculo da quantidade resíduo está certa a nossa fórmula matemática.

Professora: muito bem, Francisco!

Os estudantes acharam muito interessante construir um modelo matemático para a situação estudada por eles, disseram que sentiram matemáticos por um dia. Eles julgaram inicialmente que não seriam capazes de criar uma fórmula e que seria algo difícil de fazer, mas superaram as suas expectativas diante do desafio. A figura abaixo mostra o modelo criado pelo grupo.

Figura 9 – Fórmula criada pelos alunos para estimar a quantidade de resíduos

$$X = (P \cdot 1 \cdot 30) \cdot 4 + (P \cdot 1 \cdot 31) \cdot 7 + (P \cdot 1 \cdot 28) \cdot 1$$

X = quantidade de lixo      L = lixo produzido por pessoa  
P = população

Fonte: Dados da pesquisadora.

Desde a apresentação do tema, esse grupo demonstrou grande interesse no desenvolvimento da Modelagem e preocupação constante com o problema estudado por eles.

A partir da análise das informações, identificamos duas condições que podem favorecer a atribuição de sentido e significado em uma Atividade de Modelagem e em relação ao conceito de exponencial. A primeira refere-se a casos em que os alunos resolvem um problema que tem para eles relevância, ou seja, quando o problema em estudo é de fato um problema para eles, a necessidade foi gerada e eles se colocam em atividade. A segunda dá-se quando os alunos procuram tornar relevante o uso de exponencial na abordagem de um problema.

A atribuição de sentido e significado na primeira condição teria sido motivada basicamente pela natureza do problema que inquietava ou incomodava os estudantes e cuja resolução pareceu necessária a eles. A combinação da escolha do tema, por fazer parte da realidade dos alunos, oriundo de uma situação extramatemática, com certa relevância para o grupo, podendo empregar o conceito de exponencial que permitiu obter uma resposta satisfatória para o problema seria, assim, uma condição fundamental para a atribuição de sentido e significado em Atividades de Modelagem Matemática.

Os discursos aqui descritos insinuam que os estudantes tinham motivos para realizar esta atividade e, de certo modo, isso lhes traria satisfação.

A segunda condição em que os alunos procuram tornar relevante o uso de exponencial na abordagem de um problema, neste caso, a atribuição de sentido e significado está associado à aplicação de conceitos da matemática. As necessidades dos alunos neste momento pareciam mesmo ser educacionais. No entanto, a satisfação em encontrar situações onde a Matemática escolar se aplica parecia também atribuir sentido à atividade, este fato foi uma das primeiras inquietações levantadas por eles no início da pesquisa, como apareceria matemática a partir de um tema que aparentemente não tem nada a ver com a disciplina. Isso ainda mostra que a matemática e o conceito de exponencial estão sim presentes em nossas vidas e se desassocia daquela ideia que a maioria dos estudantes traz consigo de que a matemática não é relevante e, portanto, não querem estudá-la.

A internalização é um processo central na teoria de Leontiev. As falas dos estudantes revelam indícios de que eles passaram por esse processo ao longo da Unidade Didática. Alguns relataram que, inicialmente, tinham dificuldades em estruturar seus argumentos, mas, com a prática e a mediação adequada, conseguiram desenvolver uma compreensão mais aprofundada do conceito de exponencial.

Esse desenvolvimento cognitivo pode ser observado na evolução das produções textuais dos alunos. Comentários que indicam maior confiança e autonomia na escrita são sinais de que a atividade internalizada se tornou parte do repertório de ações conscientes dos estudantes.

## 4.2 Significados conferidos as experiências vivenciadas

Este núcleo “Significados conferidos as experiências vivenciadas” é resultado de um conjunto de indicadores, sendo eles: Descobertas e Experiências Significativas.

Algo que chamou a atenção e que foi uma experiência muito boa tanto para os alunos quanto para a pesquisadora, foi à aplicação do conceito de exponencial na temática de resíduos sólidos. É possível perceber na fala dos estudantes o entusiasmo e satisfação com a pesquisa que foi desenvolvida com eles.

Sobre o projeto, foi muito bom ter participado, não me arrependo, a experiência de criar uma fórmula matemática e ser matemática por um dia foi muito legal. Esse projeto foi descontraído, com risadas, brincadeiras, foi algo leve... fizemos uma visita ao lixão da cidade, conhecemos a realidade de quem trabalha nesse local e rimos bastante (Isabel, 2023).

O projeto realizado conosco sem sombra de dúvidas foi muito enriquecedor, por meio dele podemos entrar em área antes desconhecida e acima de tudo, aprender coisas que ainda não havíamos desbravado no campo matemático. Ao estudar os resíduos que a nossa comunidade gera, podemos ver que a cada dia que passa estamos ficando mais atrasados na tomada de consciência. Vimos ainda que, existe um grande preconceito da sociedade com essa classe que trabalha com os resíduos, mal sabem os infratores que por debaixo de tudo isso existe uma imensa riqueza, riqueza essa que pode ser alcançada após a conscientização do indivíduo no ato da reciclagem (Francisco, 2023).

A pesquisa foi uma ideia proposta para a nossa turma do segundo ano, porém poucos alunos aderiram a ideia, somente eu, Maria, Francisco e Isabel ficamos até o final, confesso que na hora que as aulas começaram a aparecer contos pensei em desistir, mas por incrível que pareça fiquei até o fim (Pedro, 2023).

Pelos registros individuais de cada um foi possível perceber os seus pontos de vista e o que mais os marcou durante a pesquisa. Isabel cita que a experiência de ter criado uma fórmula matemática foi algo empolgante para ela e ainda diz que se sentiu matemática por um dia, isso é algo muito gratificante de se ouvir, uma vez que a matemática é considerada “o terror” para os alunos. A atividade proposta e eles pode proporcionar outra visão em relação a essa matéria. E ainda, no ambiente escolar, ouvi-los dizerem que durante uma atividade que envolvia essa disciplina pode ter risadas e ser descontraída torna-se satisfatório, mostrando que o objetivo dela foi de fato atingido.

Pode-se perceber também nas falas dos estudantes que a visita ao aterro sanitário foi algo marcante para eles, todos comentaram sobre ela, ter contato com o catador que estava por lá naquele momento e conhecer um pouco da sua realidade. Levou-os ainda a se tornarem reflexivos, se conscientizarem sobre essa temática de resíduos sólidos e se preocuparem com as gerações futuras.

Ainda merece destaque a fala de Pedro, ele disse que pensou em desistir e parar de ir aos encontros da pesquisa, mas que por incrível que pareça ele continuou até o final. Este fato mostra que a Atividade de Modelagem conseguiu atraí-lo, motivá-lo de forma que o fez querer participar até o final, e participar ativamente. Podemos constatar durante todos os momentos que foram descritos ao decorrer deste trabalho que ele teve participação ativa até o final. Ou seja, pode-se concluir que a Atividade de Modelagem foi suscitada nele.

Saber que os conceitos foram aprendidos de forma diferente do que é proposto nos livros didáticos, nos traz a segurança de que por meio de Atividades de Modelagem Matemática é possível trabalhar e explorar conceitos matemáticos, mostrando que essa experiência pode ser algo significativo e marcante para os nossos alunos, de forma que eles vão sempre se recordar em algum momento dessa vivência.

Ainda neste núcleo de significação temos as descobertas feitas pelos estudantes, elas marcam os momentos de conquistas após os sentimentos de dificuldades. O não saber as repostas e as conquistas fazem parte da experiência vivenciada, marca o sujeito a ponto de não esquecer o que foi aprendido, visto que o processo de construção do pensamento e do seu conhecimento foi moldando sua forma de pensar e, por fim, realizar suas descobertas.

A partir disso, podemos perceber que o desenvolvimento do conceito de exponencial por meio da Atividade de Modelagem Matemática pode trazer para os estudantes a possibilidade de construção do conceito, fazendo com que eles compreendessem o que estava sendo feito, uma vez que eles foram construindo essa ideia a partir de ações investigativas e das suas descobertas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

À luz da Modelagem Matemática compreendida em uma atividade na perspectiva da Teoria da Atividade, a pesquisa apresentou indicadores que possibilitaram compreender os sentidos e significados produzidos pelos estudantes do segundo ano do ensino médio em relação ao conceito de exponencial por meio da Atividade de Modelagem Matemática.

Neste momento faz-se necessário lembrar que o objetivo central da pesquisa é analisar a seguinte questão de investigação: de que forma uma Atividade de Modelagem Matemática, estruturada em Situações Desencadeadoras de Aprendizagens, contribui para que estudantes do ensino médio produzam significados e desenvolvam o pensamento teórico sobre o conceito de função exponencial?

Tendo em vista essa questão de investigação, traçamos dois objetivos específicos: o primeiro deles objetivava analisar como a Modelagem Matemática compreendida em uma Atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de exponencial para turmas do 2º ano do ensino médio. O segundo procurava explorar e entender o significado atribuído à ideia de exponencial, bem como procedimentos e estratégias matemáticas envolvendo tal conceito, a partir da Atividade de Modelagem Matemática.

Por meio da construção e análise de dados, foi possível elaborar dois Núcleos de Significação, sendo eles: Construção do Conceito de Exponencial e Significados conferidos as experiências vivenciadas. Com base nesses Núcleos de Significação foi possível observar através das falas dos estudantes o movimento dos seus pensamentos até a constituição do conceito de exponencial. No decorrer de suas falas podemos perceber os sentimentos de dificuldade, as suas descobertas, as necessidades geradas ao longo do desenvolvimento da atividade, as experiências vivenciadas e entre outros momentos que caracterizam os estudantes em sua totalidade.

Com essa pesquisa, observamos que através da Modelagem Matemática compreendida em uma atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, é possível construir o conceito de exponencial de forma que o aluno faça parte dessa construção e que ele seja o principal agente dela. Cada situação proposta na Atividade de Modelagem Matemática possibilitou ao estudante a liberdade de pensar, investigar e descobrir/construir o conceito.

Mediante a análise, puderam-se notar as apropriações do conceito pelos estudantes e o entusiasmo deles ao compreender os conteúdos envolvidos na Atividade de Modelagem Matemática, tornando-se algo natural para eles. O caminho inverso que os livros didáticos

propõem nas escolas, aonde se decora as fórmulas e depois se aplica elas em uma bateria de exercícios. Por meio das construções, foi possível perceber que os alunos estavam entendendo o que estava sendo feito por eles.

Diante disso, pode-se perceber que a Atividade de Modelagem Matemática, além de contribuir para o ensino de exponenciais, também desenvolve as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito colaborativo, crítico e criativo, tendo na postura investigativa o gatilho desse processo. Por fim, possibilita estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre diferentes áreas do conhecimento que compõem o currículo escolar.

Outro ponto que merece destaque em nossas considerações diz respeito ao vínculo que a Atividade de Modelagem Matemática pode estabelecer entre o conceito e sua aplicação, tendo em vista o quanto foi relevante para os alunos desenvolverem uma atividade que tem aplicabilidade dos conceitos matemáticos no mundo real e em suas realidades.

Esperamos que as discussões dessa pesquisa possam contribuir para que professores possam romper com o pensamento de ser o modelo tradicional a única possibilidade efetiva de ensino e aprendizagem de matemática, em particular do conceito de exponencial.

Assim, acreditamos que o processo educativo possa se tornar mais prazeroso, significativo e dotado de sentido tanto para os professores, quanto para os estudantes.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, W. M. J; OZELLA, S. **Núcleos de significação como instrumento para a apreensão da constituição dos sentidos**. *Psicol Cienc Prof* [online], Brasília, 26(2):222-45, jun. 2006.
- AGUIAR, W. M. J; SOARES, J. R; MACHADO, V. C. **Núcleos de significação: uma proposta histórico-dialética de apreensão das significações**. *Cadernos de Pesquisa* v. 45 n.155 p.56-75 jan./mar. 2015.
- ALMEIDA, L. M. W. **A Comunicação em atividades de Modelagem Matemática: uma relação com a teoria da atividade**. Artigo (XII Conferência Interamericana de Educação Matemática), Recife, 2011.
- ALMEIDA, L. M. W; BRITO, D. S. **Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir**. *Ciência e Educação*, v.11, n.3, p.483-498, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. *Bolema*. Rio Claro, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, C. R. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRUMANO, C. E. P. **A Modelagem Matemática como Metodologia para o estudo de Análise Combinatória**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987.188f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro – SP, 1987.
- FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 1-405.
- GIRALDI, O. C. P. **Um estudo sobre a criatividade em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

LEONTIEV, A. N. **Atividade. Consciência. Personalidade**/AlekseiN. Leontiev; Tradução de Priscila Marques. Bauru, SP: Mireveja, 2021.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. M. da M. Vygotsky, Leontiev, Davydov – três aportes teóricos para a teoria histórico-cultural e suas contribuições para a didática. In: **IV Congresso Brasileiro de História da Educação**. 2006. Eixo temático: 3. Cultura e práticas escolares.

LIBÂNEO, José Carlos. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-Cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydiv**. Revista Brasileira de Educação. 2004.

MARTINS, Ronei Ximenes (Org.). **Metodologia de pesquisa: guia prático com ênfase em educação Ambiental**. Lavras, MG: UFLA, 2015.

NUNES, I. B. **Vigotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

RODRIGUES, A. C. A. **O Desenvolvimento Lógico-Histórico dos Logaritmos em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem**. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Lavras, Lavras-MG, 2019.