



UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

**MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO POR
INTERVALO DO COEFICIENTE DE
CORRELAÇÃO INTRACLASSE, PARA
DADOS COM DISTRIBUIÇÃO BETA-
BINOMIAL, VIA SIMULAÇÃO MONTE
CARLO**

LÚCIA APARECIDA MENDONÇA

2003

LÚCIA APARECIDA MENDONÇA

**MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO POR INTERVALO
DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO
INTRA-CLASSE, PARA DADOS COM
DISTRIBUIÇÃO BETA-BINOMIAL, VIA
SIMULAÇÃO MONTE CARLO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de "Mestre".

Orientador

Prof. Dr. Fernando Damasceno

Lavras

MINAS GERAIS - BRASIL

2003

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Mendonça, Lúcia Aparecida

Métodos de estimação por intervalo do coeficiente de correlação intraclassa, para dados com distribuição Beta-binomial, via simulação Monte Carlo / Lúcia Aparecida Mendonça. -- Lavras : UFLA, 2003.
52 p. : il.

Orientador: Eduardo Bearzoti.
Dissertação (Mestrado) – UFLA.
Bibliografia.

1. Distribuição Beta-binomial. 2. Coeficiente de correlação intraclassa. 3. Teorema de Fieller. 4. Jackknife. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD-519.282
-519.5

LÚCIA APARECIDA MENDONÇA

**MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO POR INTERVALO DO
COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO INTRACLASSE,
PARA DADOS COM DISTRIBUIÇÃO BETA-
BINOMIAL, VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO**

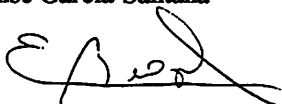
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária.

APROVADA em 27 de fevereiro de 2003

Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira UFLA

Prof. Dr. Mário Javier Ferrua Vivanco UFLA

Profª. Dra. Denise Garcia Santana UFU



Prof. Dr. Eduardo Bearzoti
UFLA
(Orientador)

LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL

*A Deus,
pelo amor e força.*

AGRADEÇO

*Ao meu querido pai, José Pinto de Mendonça,
pelo amor e coragem,
À minha querida mãe, Terezinha Alves Mesquita,
pelo amor e apoio,
Ao meu querido e amado filho, Daniel Mendonça
M. do Amaral, pelo amor e incentivo.*

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida, força e coragem.

À Universidade Federal de Lavras, em especial ao Departamento de Ciências Exatas, pela oportunidade concedida para a realização e conclusão do curso de mestrado em Agronomia – Estatística e Experimentação Agropecuária.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudo.

Ao curso de Pós-graduação em Agronomia – Estatística e Experimentação Agropecuária, pelo apoio irrestrito na condução e desenvolvimento de pesquisa.

Aos Professores Luiz Henrique de Aquino, Eduardo Bearzoti e Daniel Furtado Ferreira, pela orientação.

Ao coordenador do curso de mestrado em Agronomia – Estatística e Experimentação Agropecuária, Prof. Joel Augusto Muniz, pelo esforço frente ao programa e motivação durante o curso.

Aos Professores Luiz Henrique de Aquino, Eduardo Bearzoti e Daniel Furtado Ferreira, pela orientação.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas, Augusto, Daniel, Ruben Delly, Eduardo, Fortunato, Joel, Júlio, Lucas, Luis Henrique, Marcelo, Mário, Paulo César e Telma, pelo convívio e apoio, além da contribuição à minha formação acadêmica.

Às funcionárias do Departamento de Exatas, Andréia, Edila, Éster, Maria, Maristela e Selma, pela simpatia e eficiência com que sempre nos atenderam.

Aos colegas de curso, Alessandra, Ana Lúcia, Êlcio, Luis Alberto, João Marcos, José Airton, José Ermelino, José Otaviano, Marcelo Cirillo, Waldemar e Washington, pela amizade e convívio durante todo o curso.

Ao meu querido pai e à minha querida mãe pelo amor, esforço e coragem demonstrados na educação de seus DEZ filhos.

Aos meus queridos irmãos, José Maria, Antônio Maria, Joaquim Maria (*in memoriam*), João Maria, Sebastião, Sérgio, Maria do Carmo, Rui e Hélia, pelo amor e apoio durante toda minha vida.

À minha avó, Maria Leonor, pela sabedoria, bondade e carinho tão especiais.

Aos meus sobrinhos, Marcelo, Marco Aurélio, Fernanda, Felipe, Giovane, Marília, Eduardo, Laís, Heloísa, Marcos Willian, Luciano, Flávia e Glauber, pela alegria e inocência.

Ao Mário, pelo grande apoio.

Em especial, ao meu filho Daniel, pelo amor, alegria, carinho e paciência para me esperar no portão, sempre com um sorriso iluminado no rosto.

Aos demais amigos e familiares, que sempre estiveram por perto, prontos para ajudar.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO.....	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE TABELAS	iii
LISTA DE FIGURAS	v
1 INTRODUÇÃO	01
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	03
2.1 Distribuição beta-binomial e correlação intraclasses.....	03
2.2 Estimadores pontuais do coeficiente de correlação intraclasses	10
2.2.1 Estimador não viesado de momentos.....	10
2.2.2 Estimador estabilizado de momentos.....	11
2.2.3 Estimador clássico (da análise de variância)	12
2.3 Estimação por intervalo.....	15
2.3.1 Teorema de Fieller	15
2.3.2 Jackknife e aproximação Normal.....	18
2.4 Avaliação dos estimadores por intervalo	19
3 METODOLOGIA	21
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	24
4.1 Intervalos de confiança usando o teorema de Fieller	24
4.1.1 Intervalos de confiança eliminados para o teorema de Fieller	24
4.1.2 Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para o teorema de Fieller	26
4.2 Intervalos de confiança usando o jackknife com aproximação Normal	38
4.2.1 Intervalos de confiança eliminados para o jackknife	38

4.2.2 Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo para o jackknife.....	41
5 CONCLUSÕES	45
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
ANEXOS	49

RESUMO

MENDONÇA, Lúcia Aparecida. **Métodos de estimação por intervalo do coeficiente de correlação intraclasse, para dados com distribuição Beta-binomial, via simulação Monte Carlo.** 2003. 52p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.*

A distribuição beta-binomial tem sido freqüentemente aplicada para modelar correlação intraclasse (ϕ) entre respostas dicotômicas em amostragem agrupada. Numerosos estimadores de ϕ têm sido propostos na literatura. Objetivou-se, neste trabalho, realizar uma comparação entres três estimadores por intervalo deste coeficiente: não viesado de momentos, estabilizado de momentos e da análise de variância (clássico). Para isso, usou-se simulação Monte Carlo para gerar dados com distribuição beta-binomial em diferentes situações. O teorema de Fieller e o método jackknife com aproximação Normal foram usados para calcular as estimativas por intervalo do parâmetro ϕ . Avaliou-se a qualidade do intervalo comparando-se as probabilidades de cobertura nominal e estimada e o comprimento médio do intervalo, ao longo das diferentes amostras. Em quase todas as situações, usando o teorema de Fieller, os intervalos de confiança construídos a partir do estimador estabilizado de momentos apresentaram maiores probabilidades de cobertura estimadas e maiores comprimentos médios do intervalo. Os estimadores não viesado de momentos e clássico apresentaram comportamento semelhante. O jackknife com aproximação Normal não se mostrou um bom critério para a determinação de intervalos de confiança para ϕ , para nenhum dos estimadores estudados.

* Comitê Orientador: Eduardo Bearzoti - UFLA (Orientador), Daniel Furtado Ferreira - UFLA, Luiz Henrique de Aquino - UFLA.

ABSTRACT

MENDONÇA, Lúcia Aparecida. **Interval estimation methods for the intraclass correlation coefficient, with Beta-binomial data, via Monte Carlo Simulation.** Lavras: UFLA, 2003. 52 p. (Dissertation – Master Program Agronomy / Major in Statistics and Agricultural Experimentation) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.*

The beta-binomial distribution has frequently been applied to account for the intraclass correlation (ϕ) among dichotomous responses in cluster sampling. Numerous estimators of ϕ have been proposed in the literature. The aim of this work was a comparison of interval estimation methods based on three point estimators (unbiased moments, stabilized moments, and the classic estimator from an analysis of variance). Monte Carlo simulation was used to generate beta-binomial data. The Fieller's theorem and the jackknife method with Normal approximation were used to calculate the interval estimates for the parameter ϕ . The performance of the interval methods was evaluated by comparing the nominal confidence level, and the observed frequency of coverage, across random samples. In most of situations, when using Fieller's theorem, the confidence intervals based on the stabilized moments estimator showed larger coverage probabilities. The unbiased moment estimator and classic estimator showed similar behavior. The jackknife with Normal approximation was rather unsatisfactory as a criterion to build confidence intervals for ϕ using the point estimators considered here.

* Guidance Committee: Eduardo Bearzoti - UFLA (Major Professor), Daniel Furtado Ferreira - UFLA, Luiz Henrique de Aquino - UFLA.

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	Análise de variância para um modelo de efeitos aleatórios.....	14
TABELA 2	. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador não viesado de momentos.....	25
TABELA 3	Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador estabilizado de momentos.....	25
TABELA 4	Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador clássico (ANOVA).....	26
TABELA 5	Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador não viesado de momentos.....	39
TABELA 6	Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador estabilizado de momentos	40
TABELA 7	Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador clássico (ANOVA).....	40
TABELA 8	Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de não viesado de momentos e jackknife com aproximação normal.....	42
TABELA 9	Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de estabilizado de momentos e jackknife com aproximação normal.....	43

TABELA 10 Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclasse estimado usando o estimador clássico (ANOVA) e jackknife com aproximação normal	44
---	----

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1 Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para os diferentes números de grupos, em três situações diferentes29
- FIGURA 2 Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para os diferentes tamanhos médios do grupo, em três situações diferentes31
- FIGURA 3 Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para diferentes coeficientes de correlação intraclasse, em três situações diferentes.....34
- FIGURA 4 Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para diferentes probabilidades médias de sucesso, em três situações diferentes36

1 INTRODUÇÃO

O uso de uma distribuição de probabilidades que descreva o comportamento dos dados é um pré-requisito básico para o estabelecimento de um plano de amostragem seqüencial. No caso de entomologia e fitopatologia, esta é uma das ferramentas usadas no manejo integrado de pragas e doenças, visando diminuir as aplicações de produtos químicos. Com isso, obtêm-se assim um menor custo de produção e uma menor degradação ambiental.

Dentre as principais distribuições usadas estão a binomial e a beta-binomial. A binomial considera constante a probabilidade de as unidades amostrais se apresentarem infestadas ou infectadas, ou não. Já a distribuição beta-binomial considera a possibilidade de existirem diferentes probabilidades de sucesso entre as unidades amostrais.

Em Fitopatologia, os parâmetros da beta-binomial têm uma aplicação bem prática. Como exemplo, pode-se citar o parâmetro θ , que corresponde ao índice de agregação da doença. Já o ϕ , que é uma função de θ , é o coeficiente de correlação intraclasse (correlação entre indivíduos de um mesmo grupo).

Existem numerosos métodos de estimação pontual de ϕ . Muitos trabalhos comparando estes métodos podem ser encontrados na literatura. Por exemplo, Yamamoto & Yanagimoto (1992) propuseram um estimador não viesado de momentos baseado numa equação de momentos não viesada e, via simulação, o compararam com outros três estimadores de momentos e com o de máxima verossimilhança. Em outro trabalho, Ridout et al. (1999) avaliaram vinte estimadores da correlação intraclasse (ϕ) em dados binários.

A distribuição beta-binomial é difícil de ser trabalhada analiticamente, uma vez que não pertence à família exponencial e não é um modelo de dispersão exponencial. Além disso, a média amostral tem uma função de probabilidade

complexa. Deve ser ressaltado que o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro média não é a média amostral e, além disso, não pode ser expresso em uma fórmula fechada. Também, a unimodalidade da função de verossimilhança não foi provada.

Por causa das propriedades desfavoráveis citadas acima, é sugere-se que o método de momentos poderia ser superior ao método de máxima verossimilhança para a distribuição beta-binomial. Existem, na literatura, trabalhos que propõem estimadores de momentos de ϕ . Tamura & Young (1987) propuseram o uso de um estimador estabilizado de momentos, que consiste em estabilizar o estimador de momento usual.

Em relação à estimação por intervalo, quando a distribuição de probabilidade admitida é discreta, com um limitado número de categorias, métodos de estimação que pressupõem normalidade são teoricamente inadequados para uso. Embora exista uma considerável literatura disponível acerca da comparação entre estimadores pontuais, estudos referentes à estimação por intervalo são relativamente poucos. Assim, seria interessante trabalhos adicionais neste sentido.

O objetivo deste trabalho foi o de comparar, em diversas situações, via simulação Monte Carlo, intervalos de confiança construídos a partir de três estimadores pontuais: não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (da análise de variância), considerando, como critério de comparação principal, o teorema de Fieller. Um outro critério de comparação foi o método jackknife com aproximação normal.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Distribuição beta-binomial e correlação intraclasse

O uso de distribuições de probabilidade para caracterizar padrões de doença é uma técnica empregada no estudo de epidemiologia de doenças de plantas. Um exemplo clássico do uso desta técnica poder ser dado por contagens de lesões por unidade amostral, de modo que essas unidades são agrupadas, segundo o número de lesões, em classes para, assim realizar um teste de qualidade do ajuste. Este teste é baseado nas frequências esperadas e observadas de distribuições discretas, tais como a Poisson e a binomial negativa. A distribuição de Poisson fornece frequências esperadas baseadas na suposição de distribuição aleatória da doença. Já a distribuição binomial negativa fornece uma descrição mais flexível de contagens de dados. Isto porque a binomial negativa pode ter uma variância maior do que a da distribuição de Poisson, com a mesma média. Essa variabilidade é tomada como uma indicação de padrão espacial agregado das unidades doentes. Dessa forma, a binomial negativa proporciona uma melhor descrição da contagem de dano quando comparada a Poisson (Madden & Hughes, 1995).

Outra distribuição que pode ser usada é a beta-binomial, que serve para descrever dados que têm resposta binária, sendo que a probabilidade de sucesso varia de um grupo para outro, ao contrário da binomial, em que tal probabilidade é constante (Negrão, 2000).

Neste contexto, alternativamente aos dados de contagens de unidades doentes, a incidência da doença, ou seja, a proporção de plantas ou unidades doentes, pode ser considerada. Por exemplo, Cochran (1977) analisou a incidência de plantas de tomate infeccionadas por vírus do tomate TSMV em

ensaios de campo na Austrália. Se a localização da planta doente é independente da localização de outras plantas doentes e existe uma probabilidade constante, p , de uma planta estar doente, então o número de plantas doentes, x (em n plantas), tem distribuição binomial com parâmetros n e p , isto é, sua distribuição de probabilidades será dada por (Kleinman, 1973):

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

em que $P(\bullet)$ representa probabilidade de x plantas estarem doentes (em n plantas).

A média e a variância de X são np e $np(1-p)$, respectivamente. Um teste de adequacidade do ajuste de frequências observadas e frequências esperadas baseadas na distribuição binomial fornece uma indicação de homogeneidade, ou, de outra forma, do padrão de incidência da doença.

Generalizando, pode-se supor que p não é constante, mas que tem uma densidade beta, dada por:

$$f(p) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1}$$

em que, $0 \leq p \leq 1$, α e β são constantes positivas e $\Gamma(\bullet)$ representa a função gama.

Uma grande diversidade de formas pode ser tomada pela função de densidade de probabilidade beta. Quando $\alpha=\beta=1$, uma distribuição uniforme é obtida e quando α e β são ambos maiores que um, o gráfico é unimodal. Para $\alpha=\beta$, o gráfico da função é simétrico quando $p=0,5$; de outra forma, é assimétrico.

Skellam (1948) mostrou que, compondo a distribuição binomial com uma densidade beta para p , é possível encontrar uma outra densidade dada por:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \frac{\Gamma(\alpha + \beta) \Gamma(\alpha + x) \Gamma(\beta + n - x)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta) \Gamma(\alpha + \beta + n)}$$

em que x toma os valores $0, 1, 2, \dots, n$. Esta é a distribuição beta-binomial.

Griffiths (1973) sugeriu uma reparametrização desta distribuição em que os parâmetros possuem interpretações próprias em diversas áreas de aplicação. Os novos parâmetros são:

$$\pi = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \text{e} \quad \theta = \frac{1}{(\alpha + \beta)}$$

π sendo a incidência média da doença, isto é, o valor esperado do parâmetro binomial variável p , e θ a medida de variação de p , ou seja, uma medida de variação entre grupos.

A função de densidade de X em função de π e θ da distribuição beta-binomial será:

$$f(X = x | \pi, \theta) = \binom{n}{x} \frac{\prod_{i=0}^{x-1} (\pi + i\theta) \prod_{i=0}^{n-x-1} (\chi + i\theta)}{\prod_{i=0}^{n-1} (1 + i\theta)}$$

em que, $0 < \pi < 1$, $\theta > 0$ e $\chi = 1 - \pi$.

Nesta reparametrização, a média e a variância de X são:

$$E(X) = n\pi$$

$$V(X) = \frac{n\pi(1-\pi)(1+n\theta)}{(1+\theta)}$$

Então, quando $\theta > 0$, a variância da distribuição beta-binomial é maior do que a variância da binomial com a mesma média e a binomial pura é obtida quando $\theta = 0$. O parâmetro θ pode ser tomado como um índice de agregação.

Maiores detalhes desta reparametrização podem ser vistos em Negrão (2000).

A distribuição beta-binomial pressupõe que indivíduos dentro de um mesmo grupo possuem a mesma probabilidade em estar doentes. Neste contexto, o coeficiente de correlação intraclasse ϕ é um indicador da similaridade que existe entre indivíduos de um mesmo grupo e pode ser expresso por:

$$\phi = \frac{\theta}{1+\theta} \quad \text{ou} \quad \phi = \frac{1}{T+1}$$

sendo $T = \alpha + \beta$ (Lui et al., 1996).

Visto que $\theta > 0$, para o caso beta-binomial, ϕ é sempre positivo, isto é, $0 < \phi < 1$.

Donovan et al. (1994) usaram a correlação intraclasse para quantificar a extensão da variação em capacidade de enraizamento entre clones da cultivar de maçã 'Greensleeves'. A resposta binária medida é relativa ao enraizamento, ou seja, se houve ou não enraizamento e se o número de estacas formadas variou entre os clones. Em um outro trabalho, Gibson & Austin (1996) usaram um

estimador de correlação intraclassa para caracterizar o padrão espacial da incidência da doença em um pomar e comparar o padrão da doença observado com o padrão simulado do modelo. Grupos de árvores foram amostrados em diferentes partes do pomar e classificados como doentes ou não. A correlação intraclassa forneceu um índice de agregação da doença.

A distribuição beta-binomial é de difícil tratamento analítico. Esta distribuição não é membro de uma família exponencial e também não é um modelo exponencial de dispersão. Além disso, a média amostral tem uma função de probabilidade complexa. Deve ser notado que o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro média não é a média amostral e não pode ser expresso em uma fórmula fechada (Yamamoto & Yanagimoto, 1992).

Esta distribuição tem sido freqüentemente aplicada para modelar a correlação intraclassa entre respostas dicotômicas em amostragem por conglomerado. Para evitar usar procedimentos numéricos sofisticados para calcular estimativas de máxima verossimilhança, muitos autores têm proposto diferentes estimadores de momentos.

Alguns trabalhos que comparam métodos de estimação para a correlação intraclassa (ϕ) são encontrados na literatura. No entanto, verifica-se a preferência de determinados autores da mesma área pelos mesmos métodos. Em fitossanidade, a maior parte dos trabalhos emprega o método da máxima verossimilhança. No entanto, em toxicologia e teratologia, os métodos mais aplicados são o da análise de variância e o método dos momentos.

Yamamoto & Yanagimoto (1992) propuseram um estimador não viesado de momentos de ϕ baseado numa equação de momentos não viesada e, via simulação, o compararam, com outros três estimadores de momentos e com o de máxima verossimilhança. Entre os estimadores de momentos, foi estudado o estabilizado, proposto Tamura & Young (1987). Os parâmetros para a geração dos dados foram designados por meio de experiência anterior com estudos em

teratologia. Para os quatro estimadores foram calculados média, viés médio e a razão $E=EQM/(MA)^2$, em que EQM é a esperança do quadrado médio e MA é a média amostral do estimador. Os autores encontraram que com valores baixos de π e ϕ , os resultados conduziram a muitas estimativas negativas de ϕ e vieses positivos para o estimador de máxima verossimilhança. Nos outros casos (ϕ e π moderados e altos), o viés foi sempre negativo para todos os estimadores, exceto para o estabilizado de momentos, para o qual o viés foi sempre positivo. O viés do estimador não viesado de momentos foi, em geral, menor que o do estimador de máxima verossimilhança e a eficiência correspondente, medida por E, foi também maior para o não viesado.

Num amplo estudo, via simulação Monte Carlo, Ridout et al. (1999) avaliaram vinte estimadores para a correlação intraclassa (ϕ) em dados binários. Foram estudados, entre os vinte estimadores para ϕ , os estimadores de máxima verossimilhança, clássico (ANOVA), estabilizado de momentos (Tamura & Young, 1987) e não viesado de momentos (Yamamoto & Yanagimoto, 1992). Os autores justificaram analiticamente que, para tamanho de grupos iguais, os estimadores clássico (ANOVA) e não viesado de momentos são equivalentes e possuem comportamento assintótico, isto é, são também equivalentes quando o número de grupos tende ao infinito.

Na simulação, foram gerados dados pseudo-aleatórios de uma distribuição beta-binomial a partir de três valores de π (0,05; 0,20 e 0,50), com cinco valores ϕ (0; 0,05; 0,20; 0,50 e 0,80), dois números de grupos (m) diferentes (10 e 50), três distribuições de probabilidade (beta-binomial e duas outras distribuições mistas finitas) e dois arranjos de tamanho de grupos (n_i), totalizando assim, 180 configurações. Amostras que satisfaziam a, pelo menos, uma das condições (i) $x_i=0$ para todo $i=1,\dots,m$, (ii) $x_i=n_i$ para todo $i=1,\dots,m$ e (iii) $n_i=1$ para todo $i=1,\dots,m$, eram eliminadas do estudo e as estimativas fora do espaço paramétrico de ϕ (0,1) eram substituídas pelo extremo adequado. Este

cuidado evitou problemas de estimadores indefinidos. Para avaliação da qualidade dos estimadores, foram obtidas as estatísticas viés, desvio padrão (DP) e esperança do quadrado médio (EQM), sendo que os EQM's foram utilizados para calcular a eficiência relativa do estimador em questão, dada pelo quociente $E=EQM(\phi_{MV})/EQM(\text{estimador})$.

Os resultados mostraram que as distribuições dos vieses da maioria dos estimadores foram assimétricas à esquerda, indicando que os estimadores foram negativamente viesados sob algumas condições de simulação e raramente apresentaram vieses positivos. A distribuição do desvio padrão foi assimétrica à direita para todos os estimadores e os que apresentaram maior EQM foram os que apresentaram maior viés, sendo o estabilizado de momentos um deles. Os estimadores assintoticamente equivalentes comportaram-se de forma similar sob todas as condições de simulação e apresentaram o menor EQM, juntamente com o estimador de máxima verossimilhança. Os autores ressaltaram ainda que, quanto à eficiência, é difícil comparar os estimadores se considerarmos as diferentes distribuições de probabilidade mencionadas.

A maioria dos trabalhos sobre este coeficiente, disponível na literatura, não trata de sua estimação por intervalo. Donner (1986) fez uma revisão sistemática da teoria estatística para a correlação intraclasse e notou que a maioria dos procedimentos de inferência desenvolvida depende fortemente da pressuposição de normalidade.

Lui et al. (1996) desenvolveram um estimador por intervalo para correlação intraclasse que mostrou cobertura assintótica correta. O método de simulação Monte Carlo foi usado para avaliar o desempenho do estimador por intervalo proposto em várias situações. Assim, concluiu-se que quando o número de grupos é moderado, (≥ 50), a estimação por intervalo proposta tem um desempenho razoavelmente bom, exceto para a situação em que a correlação intraclasse é grande e a probabilidade média subjacente é pequena. Quando o

número de grupos é pequeno, como, por exemplo, 20, a estimação por intervalo proposta ainda pode ser útil em situações que a correlação intraclasse é pequena.

2.2 Estimadores pontuais do coeficiente de correlação intraclasse ϕ

Existem diversos estimadores de ϕ . Aqui serão apresentados três deles que são objetos de estudo deste trabalho: não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA).

2.2.1 Estimador não viesado de momentos

Seja x_1, \dots, x_m uma amostra aleatória de tamanho m de uma distribuição beta-binomial com parâmetros $(n, \pi$ e $\theta)$. A estimação de momento proposta por Yamamoto & Yanagimoto (1992) é dada pela seguinte equação:

$$(mn-1)S_{m-1}^2 - m\bar{x}(n-\bar{x}) - \phi(n-1)(m\bar{x}(n-\bar{x}) + S_{m-1}^2) = 0$$

sendo, $\bar{x} = \sum_{i=1}^m x_i / m$, $S_{m-1}^2 = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 / (m-1)$ e n é o tamanho do grupo.

Conforme ressaltado por Yamamoto & Yanagimoto (1992), é sabido que a equação de estimação é não viesada porque a esperança do lado esquerdo é igual a zero. Deve ser notado que a esperança do quadrado da média (\bar{x}^2) não é igual ao quadrado da média populacional ($n^2\pi^2$), mas sim $n^2\pi^2 + m\pi(1-\pi)\{1+(n-1)\phi\} / m$.

Assim, o estimador não viesado de momentos é dado por (Lui et al., 1996):

$$\hat{\phi}_{ub} = \frac{1}{T_{ub} - 1}$$

sendo

$$T_{ub} = \frac{1 - (mn_0 - 1)S_{m-1}^2 + m\bar{x}(n_0 - \bar{x})}{(mn_0 - 1)S_{m-1}^2 - m\bar{x}(n_0 - \bar{x})}$$

em que

$$n_0 = \bar{n} - \frac{S_{n-1}^2}{(m\bar{n})}, \quad S_{n-1}^2 = \sum \frac{(x_{ij} - x_{i\bullet})^2}{(n_i - 1)},$$

e $x_{i\bullet}$ é o número de sucessos dentro do i -ésimo grupo e x_{ij} é o j -ésima observação (0, 1) do i -ésimo grupo.

2.2.2 Estimador estabilizado de momentos

Tamura & Young (1987) observaram que os estimadores de momentos e de máxima verossimilhança de θ são instáveis quando os dados seguem uma distribuição beta-binomial, porém muito próxima da binomial, ou seja, com pequena variabilidade de p entre os grupos. Para melhorar a estimação de θ , os mesmos autores desenvolveram um estimador estabilizado de momentos,

adicionando uma pequena constante positiva (k) no denominador de estimador de T_{ub} . Assim, este estimador pode ser expresso por (Lui et al., 1996):

$$\hat{\phi}_M = \frac{1}{(\hat{T}_M + 1)}$$

em que,

$$\hat{T}_M = \frac{(n_0 - 1)\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})}{[S_{m-1}^2 - (1 - k)\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})]} - 1$$

e,

$$\hat{\pi} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

2.2.3 Estimador clássico (da análise de variância)

O método da análise de variância (ou método da ANOVA) é bastante empregado em estudos de genética para estimar componentes de variância em análises realizadas com dados representados por variáveis contínuas.

Apresenta-se, a seguir, um modelo aleatório de análise de variância com um fator, para embasar o processo de estimação da correlação intraclass. As abordagens aqui apresentadas estão essencialmente relacionadas com as colocações mais gerais sobre procedimentos de inferências para a correlação intraclass descritos por Donner (1986).

Supondo que o j -ésimo indivíduo do i -ésimo grupo possa ser matematicamente descrito como

$$y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij} \quad , \quad i=1,2,\dots,m, \quad j=1,2,\dots,n$$

em que,

μ : média populacional;

a_i : efeito do grupo i . Estes efeitos são tidos como identicamente e independentemente distribuídos com média 0 e variância σ_E^2 ;

e_{ij} : resíduos que são identicamente e independentemente distribuídos com média 0 e variância σ_D^2 .

a_i e e_{ij} são independentes.

A variância de y_{ij} é dada por

$$\sigma_y^2 = \sigma_E^2 + \sigma_D^2$$

E a correlação intraclassa ϕ é definida como

$$\phi = \frac{\sigma_E^2}{\sigma_E^2 + \sigma_D^2}$$

A estimação de ϕ é retratada por Donner (1986) como um subproduto do processo de estimação dos parâmetros σ_E^2 e σ_D^2 por meio da tabela da análise de variância (Tabela 1) associada ao modelo descrito anteriormente. Na prática, σ_E^2 e σ_D^2 são os parâmetros de maior interesse e de interpretação mais simples, enquanto ϕ reflete apenas as suas contribuições em relação à variância total da característica sob estudo.

TABELA 1. Análise de variância para um modelo de efeitos aleatórios

CV	GL	SQ	QM	E(QM)
Entre grupos	m-1	$n \sum_i (\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$	S_{m-1}^2	$\sigma_D^2 + n\sigma_E^2$
Dentro de grupos	m(n-1)	$\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot})^2$	S_{n-1}^2	σ_D^2
Total	mn-1	$\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$		

Visto que os estimadores não viesados de σ_D^2 e σ_E^2 são dados, respectivamente, por

$$\hat{\sigma}_D^2 = S_{n-1}^2 \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}_E^2 = \frac{S_{m-1}^2 - S_{n-1}^2}{n},$$

o estimador de análise de variância de ϕ é

$$\hat{\phi}_c = \frac{S_{m-1}^2 - S_{n-1}^2}{S_{m-1}^2 + (n-1)S_{n-1}^2}$$

A Tabela 1 apresenta as causas de variação e seus respectivos graus de liberdade, somas de quadrados e quadrados médios entre e dentro de grupos e as esperanças de quadrados médios. É importante observar que, até este ponto, não se especificou que tipo de distribuição seguem os dados. Mas, em particular, se estes seguem uma distribuição normal, pode-se aplicar o teste F para verificação da existência de variabilidade entre grupos (Donner, 1986).

O uso do método da ANOVA em dados binários foi sugerido por Elston (1977) para estimar a correlação intraclassa em um experimento em teratologia. Posteriormente, Crowder (1979) justificou o método da ANOVA na estimação da correlação intraclassa em dados representados como proporções seguindo uma distribuição beta-binomial. Desde então, diversos pesquisadores em teratologia, toxicologia e outras áreas vêm utilizando esta metodologia.

Lui et al. (1996) citaram a fórmula do estimador clássico (da Análise de Variância) em função do índice de agregação T:

$$\hat{\phi}_c = \frac{1}{(T_c + 1)}$$

em que

$$T_c = \frac{n_0 S_{n-1}^2}{(S_{m-1}^2 - S_{n-1}^2)}$$

2.3 Estimação por intervalo

2.3.1 Teorema de Fieller

O Teorema de Fieller é um método assintótico para se determinar o intervalo de confiança de uma razão de médias normais (Casella & Berger, 1990).

Dada uma amostra aleatória $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ de uma distribuição bivariada com parâmetros $(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2 \text{ e } \rho)$, um intervalo de confiança

para $\theta = \mu_Y / \mu_X$ pode ser construído da seguinte forma: para $i = 1, \dots, n$, defina-se $Z_{\theta_i} = Y_i - \theta X_i$ e $\bar{Z}_{\theta} = \bar{Y} - \theta \bar{X}$. Pode ser mostrado que \bar{Z}_{θ} é normal com média 0 e variância

$$V_{\theta} = \frac{1}{n} (\sigma_Y^2 - 2\theta\rho\sigma_Y\sigma_X + \theta^2\sigma_X^2).$$

V_{θ} pode ser estimada usando \hat{V}_{θ} , dada por:

$$\hat{V}_{\theta} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (Z_{\theta_i} - \bar{Z}_{\theta})^2 = \frac{1}{n-1} (S_Y^2 - 2\theta S_{YX} + \theta^2 S_X^2)$$

em que

$$S_Y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2, \quad S_X^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ e } S_{YX} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X}).$$

Além disso, pode ser mostrado que $E[\hat{V}_{\theta}] = V_{\theta}$, \hat{V}_{θ} é independente de \bar{Z}_{θ} e $(n-1)\hat{V}_{\theta} / V_{\theta} \sim \chi_{n-1}^2$. Assim, $\bar{Z}_{\theta} / \sqrt{\hat{V}_{\theta}} \sim t_{n-1}$ e o conjunto

$$\left\{ \theta : \frac{\bar{Z}_{\theta}^2}{\hat{V}_{\theta}} \leq t_{n-1, \alpha/2}^2 \right\}$$

definem um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança igual a $(1-\alpha)$. O conjunto acima define uma parábola em θ , e as raízes da parábola

são os limites do intervalo de confiança. Escrevendo o conjunto em termos das variáveis originais, obtém-se:

$$\left\{ \theta : \left(\bar{x}^2 - \frac{t_{n-1, \alpha/2}^2}{n-1} S_x^2 \right) \theta^2 - 2 \left(\bar{xy} - \frac{t_{n-1, \alpha/2}^2}{n-1} S_{yx} \right) \theta + \left(\bar{y}^2 - \frac{t_{n-1, \alpha/2}^2}{n-1} S_y^2 \right) \leq 0 \right\}.$$

Lui et al. (1996) desenvolveram um estimador por intervalo para o coeficiente de correlação intraclasse (ϕ) usando teorema de Fieller.

Considera-se a variável aleatória $Z_i = S_{m-1}^2 - \theta S_{n-1}^2$, em que $S_{m-1}^2 = n_i (\bar{X}_{i\cdot} - \pi)^2$ com $\bar{X}_{i\cdot} = X_{i\cdot} / n_i$, $\theta = E(S_{m-1}^2) / E(S_{n-1}^2)$ e $S_{n-1}^2 = \sum (X_{ij} - \bar{X}_{i\cdot})^2 / (\mu_c - 1)$, em que μ_c é a média dos tamanhos dos grupos. Utilizando o teorema de Fieller, o intervalo de confiança para θ resultante será dado pelas raízes da equação:

$$\{ \theta : A\theta^2 - 2B\theta + C \leq 0 \}$$

em que

$$A = (S_{n-1}^2) - Z_{\alpha/2}^2 \frac{\sum \widehat{var}(S_{n-1}^2 | n_i)}{m^2}$$

$$B = S_{m-1}^{2*} S_{n-1}^2 - Z_{\alpha/2}^2 \frac{\sum \widehat{cov}(S_{m-1}^2, S_{n-1}^2 | n_i)}{m^2}$$

$$C = (S_{m-1}^{2*}) - Z_{\alpha/2}^2 \frac{\sum \widehat{\text{var}}(S_{m-1}^2 | n_i)}{m^2}$$

Como $\theta = \left(1 + \frac{\mu_c}{T}\right)$, então $\phi = \frac{(\theta - 1)}{\theta + \mu_c - 1}$, e os limites do intervalo

de confiança para ϕ então dados por

$$(\theta_i - 1)/(\theta_i + \mu_c - 1), (\theta_s - 1)/(\theta_s + \mu_c - 1),$$

em que, θ_i e θ_s são as raízes da equação de segundo grau.

2.3.2 Jackknife e aproximação normal

O método jackknife pode ser usado para determinar a variância (e assim o erro padrão) de um estimador (Paul, 1982).

Suponha que um parâmetro θ é estimado por alguma função de n valores amostrais. Este estimador pode ser denotado por $\hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ e escrito como $\hat{\theta}$. Com X_j removido, $\hat{\theta}$ se torna uma estimativa parcial $\hat{\theta}_{-j}$. Existirá um conjunto de pseudovalores

$$\hat{\theta}_j^* = n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_{-j},$$

para $j=1, 2, \dots, n$. A média dos pseudovalores

$$\hat{\theta}^* = \frac{\sum_{j=1}^n \hat{\theta}_j}{n}$$

é o estimador jackknife de θ (Manly, 1998).

A variância jackknife é estimada por :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [\hat{\theta}_i - \hat{\theta}^*]^2$$

O intervalo de confiança com aproximação normal, é então dado por:

$$\hat{\theta} \pm Z_{\alpha/2} s(\hat{\theta})$$

sendo

$$s(\hat{\theta}^*) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}$$

$Z_{\alpha/2}$: quantil $\alpha/2$ superior da distribuição normal padrão,

$s(\hat{\theta}^*)$: erro-padrão do estimador.

2.4 Avaliação dos estimadores por intervalos

A probabilidade de cobertura e o comprimento médio do intervalo podem ser usados para comparar os métodos. Naturalmente, deseja-se um intervalo que tenha pequeno comprimento e grande probabilidade de cobertura (Casella & Berger, 1990).

No caso do uso de simulação de Monte Carlo, a probabilidade é dada pela porcentagem de intervalos que contenham o valor paramétrico, para um nível de confiança nominal dado. O comprimento médio é a média dos comprimentos dos intervalos de confiança gerados em cada amostra simulada.

3 METODOLOGIA


Para avaliar o desempenho dos procedimentos por intervalo propostos em várias situações, foi usada a simulação Monte Carlo. Usou-se o IML do SAS 8.01 para gerar observações aleatórias e independentes X com distribuição beta-binomial com m grupos de tamanho médio igual a μ_c . Admitiu-se μ_c como a média de uma distribuição Poisson Truncada, a qual exclui os casos de tamanho igual a 0 e 1.

Neste contexto, considerou-se apenas o caso de amostragem desbalanceada, ou seja, o número de indivíduos varia de um grupo para outro nas seguintes situações: tamanho médio do grupo (μ_c) igual a 5, 10 e 15; número de grupos (m) igual a 10, 50 e 100; probabilidade de sucesso média (π) igual a 0,1; 0,2 e 0,4 e a correlação intraclasse (ϕ) igual a 0,1; 0,2 e 0,5.

Em cada configuração determinada por estes parâmetros, foram geradas 2000 amostras, sendo que a semente usada foi 0, ou seja, o relógio do computador. Para cada uma das amostras, foi estimada a correlação intraclasse para os três estimadores estudados: não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA). A partir destas estimativas, foram gerados os intervalos de confiança, usando o teorema de Fieller e o jackknife com aproximação normal, com um nível de confiança nominal de 95%.

Para o teorema de Fieller, foram calculadas as raízes da equação de segundo grau, citada no item 2.3.2, que formam os limites do intervalo de confiança.

Na aplicação do método jackknife, era eliminado um grupo de cada vez e calculada a estimativa parcial da correlação intraclasse. Com as m estimativas parciais calculou-se o erro-padrão do estimador e este foi usado para estimar o intervalo de confiança com aproximação normal:


$$\hat{\phi} \pm Z_{0,025} s(\hat{\phi})$$

sendo

$Z_{0,025}$: quantil 0,025 superior da distribuição normal padrão.

$s(\hat{\phi})$: erro-padrão do estimador, neste caso estimado usando o jackknife.

É importante ressaltar que, por definição o parâmetro de dispersão T e a probabilidade de sucesso média π devem ser maiores que 0, apesar de, ocasionalmente, as estimativas correspondentes serem negativas, sendo assim descartadas pelo programa.

Yamamoto & Yanagimoto (1992) notaram algumas situações em que a estimação pontual da correlação intraclasse ϕ para vários métodos não existe ou as estimativas saem fora dos limites definidos para ϕ . Neste trabalho, seguiu-se processo análogo, ou seja, se uma amostra levasse a uma estimativa pontual inválida de π ou T , essa amostra era descartada.

Além disso, as raízes da equação quadrática do teorema de Fieller podem não ser sempre reais ou não formarem um intervalo quando $WMS^2 < Z_{\alpha/2}^2 \text{var}(W_i)/m$. Em quaisquer destas situações, não pode ser calculado um intervalo de confiança. Foi contado o número de vezes, dentre as 2000 amostras, que a estimativa por intervalo não existiu.

A probabilidade de cobertura foi calculada como a proporção dos casos em que o intervalo de confiança calculado contém o verdadeiro valor da correlação intraclasse, ϕ , entre as 2000 amostras repetidas, descontando as amostras nas quais a estimativa por intervalo proposta não existiu.

Similarmente, o comprimento médio estimado do intervalo de confiança resultante foi calculado como a média dos comprimentos de todos os intervalos estimados com os ajustes: fixar limite inferior ϕ_i em 0 se $\phi_i < 0$ e fixar o limite

superior ϕ_s em 1 se $\phi_s > 1$ sobre as 2000 amostras repetidas, descontando as amostras nas quais a estimativa por intervalo não existiu.

Para cada um dos três estimadores de ϕ , em cada configuração e cada método de determinação do intervalo (Fieller e jackknife com aproximação normal), foram calculados a probabilidade de cobertura e os comprimentos médios do intervalo. Estas duas medidas foram utilizadas como critérios de avaliação dos estimadores por intervalo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Intervalos de confiança construídos usando o teorema de Fieller

4.1.1 Intervalos de confiança eliminados

Com as restrições estatísticas especificadas no programa de simulação, algumas amostras geradas foram eliminadas. Para cada estimador estudado e cada método de determinação de intervalo, este número variou. Com o teorema de Fieller, e em geral com os três estimadores estudados (não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico), a proporção de intervalos eliminados diminuiu com o aumento do número de grupos, do tamanho médio do grupo e também da probabilidade média de sucesso (Tabelas 2, 3 e 4).

Com os três estimadores pontuais, pode-se perceber que a quase totalidade de intervalos descartados ocorreu com $m=10$ grupos. A magnitude da correlação também influenciou o descarte, aumentando-o com o acréscimo em ϕ . A probabilidade média de sucesso atuou de maneira oposta, ou seja, maiores valores de probabilidade diminuíram a proporção de descartes.

As piores situações ocorreram sempre com $\phi=0,50$, $\pi=0,10$, $m=10$ e $\mu_e=5$. Na condição estudada mais extrema quanto à correlação intraclassa ($\phi=0,50$), o estimador estabilizado de momentos apresentou menor eliminação em relação aos estimadores, mas, nas outras condições de ϕ , este estimador teve o pior desempenho, tendo os intervalos baseados nos dois outros estimadores tido menos descartes.

Com $m \geq 50$, os três estimadores tiveram descarte nulo ou mínimo.

TABELA 2. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador não viesado de momentos

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		19,4	7,5	4,9	24,5	2,4	0,0	57,5	16,5	5,5
	10		9,8	7,5	0,8	9,8	0,2	0,0	37,4	14,3	2,5
	15		7,5	6,8	0,2	0,1	0,1	0,0	21,9	6,9	0,2
50	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

TABELA 3. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador estabilizado de momentos

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		31,4	2,3	0,0	33,3	2,5	0,0	45,7	15,5	0,5
	10		13,1	0,2	0,0	13,4	0,3	0,0	44,2	11,0	0,0
	15		5,1	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0	32,8	7,3	0,0
50	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

TABELA 4. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando o Teorema de Fieller para o estimador clássico (ANOVA)

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		24,4	2,7	0,0	24,6	2,5	0,0	57,4	37,7	13,1
	10		9,85	0,1	0	9,95	0,2	0	53,35	23,55	4,2
	15		3,7	0,0	0,0	20,0	2,0	0,1	38,9	34,9	9,0
50	5		0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	15		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

4.1.2 Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo

Os resultados apresentados na Figura 1 retratam os dois critérios usados na avaliação dos intervalos gerados usando o teorema de Fieller, com os três estimadores estudados: não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), variando o número de grupos (m) e fixando os outros parâmetros (tamanho médio do grupo μ_c , correlação intraclasse ϕ e probabilidade média de sucesso π). São apresentados apenas os resultados de algumas situações consideradas mais críticas (baixa correlação e baixa probabilidade média de sucesso, baixa correlação e alta probabilidade média de

sucesso, e alta correlação e alta probabilidade média de sucesso). Tabelas completas contendo todas as situações estão presentes no Apêndice.

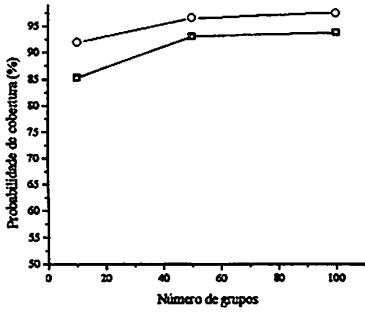
Em todas as situações estudadas, houve uma grande diferença entre m igual a 10 e os demais valores de m (50 e 100). Seria interessante então, num próximo estudo, usar valores intermediários porque possivelmente um valor de m bem menor que 50 já permitiria que a probabilidade nominal fosse atingida.

Na Figura 1, em (a1) e (a2), são mostrados, respectivamente, a probabilidade de cobertura estimada e o comprimento médio do intervalo, para os três estimadores com μ_c igual a 10, ϕ igual a 0,10 e π 0,10. Nessas condições, os intervalos de confiança para os três estimadores apresentaram um aumento na probabilidade de cobertura e um decréscimo no comprimento médio do intervalo, com o aumento no número de grupos. O estimador que apresentou maior probabilidade de cobertura foi o estabilizado de momentos e o único que atingiu a probabilidade nominal de 95% para o número de grupos 50 e 100. Com m igual a 10, nenhum dos estimadores atingiu esta probabilidade. Porém, este foi também o que apresentou o maior comprimento médio do intervalo. Os outros dois estimadores, não viesado de momentos e clássico, apresentaram comportamentos muito semelhantes entre si.

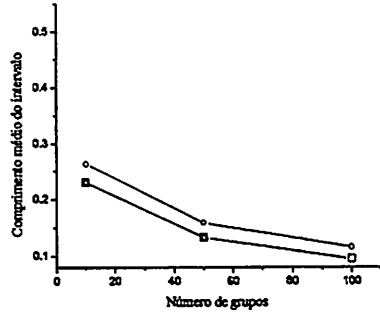
Como pode ser visto na Figura 1, em (b1) e (b2), onde estão representados os mesmos critérios anteriores, com μ_c 10, ϕ igual a 0,50 e π igual a 0,10, para número de grupos moderado ($m=50$) e grande ($m=100$), o comportamento dos estimadores não viesado de momentos e clássico continuou praticamente o mesmo, porém bem mais próximo daquele do estimador estabilizado de momentos, o que foi mais evidente para m igual a 100. Do mesmo modo como na situação anterior, com o aumento de m , a probabilidade de cobertura cresceu e o comprimento médio do intervalo diminuiu, exceto para o caso dos estimadores não viesado de momentos e clássico, os quais, com m igual a 50, apresentaram um aumento no comprimento médio do intervalo, vindo

a sofrer uma pequena diminuição novamente para m igual a 100. Nesta situação, os intervalos para nenhum dos três estimadores atingiu a probabilidade nominal de 95%, porém, atingiu valores próximos, em torno de 94%.

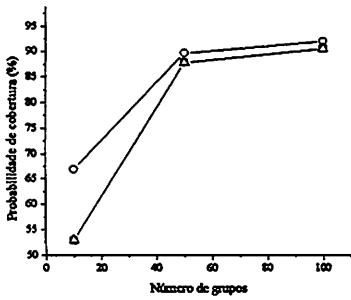
Na configuração de μ_c igual a 10, ϕ igual 0,50 e π igual a 0,40, representada na Figura 1, em (c1) e (c2), pode ser percebido que os três estimadores apresentaram comportamentos bem próximos. Como nas situações referidas anteriormente, quando se aumentou m , a probabilidade de cobertura estimada aumentou e o comprimento médio do intervalo diminuiu. Para m igual a 100, a probabilidade de cobertura dos três estimadores se aproximou da probabilidade nominal de 95%.



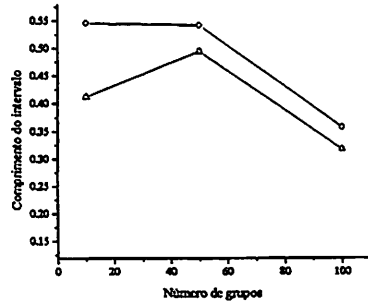
(a1)

 $\mu_c=10, \phi=0,10$ e $\pi=0,40$ 

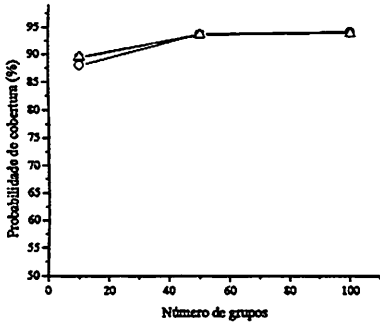
(a2)



(b1)

 $\mu_c=10, \phi=0,50$ e $\pi=0,10$ 

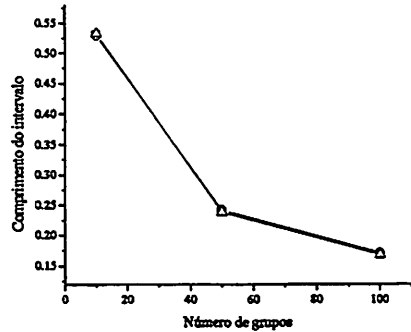
(b2)



(c1)

 $\mu_c=10, \phi=0,50$ e $\pi=0,40$

(c2)



□ - Est. não vies. de mom.; ○ - Est. estab. de mom.; △ - Est. clássico (ANOVA)

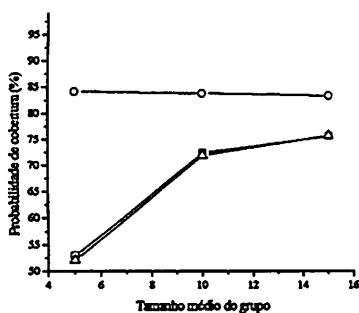
FIGURA 1. Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para os diferentes números de grupos, em três situações diferentes.

Alguns resultados obtidos, variando o tamanho médio do grupo (μ_c) e fixando e os outros parâmetros, estão apresentados na Figura 2.

Na Figura 2, em (a1), está representada a probabilidade de cobertura e em (a2) o comprimento médio do intervalo com m igual a 10, ϕ igual a 0,10 e π igual a 0,10. O estimador estabilizado de momentos apresentou intervalos de confiança com maiores probabilidades de cobertura estimada, porém, esta não sofreu influência do tamanho médio do grupo. Novamente, este mesmo estimador apresentou maior comprimento médio do intervalo. Os estimadores não viesado de momentos e clássico apresentaram comportamentos muito semelhantes, ou seja, probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo praticamente idênticos, sendo mais evidente quando o tamanho médio do grupo aumentou.

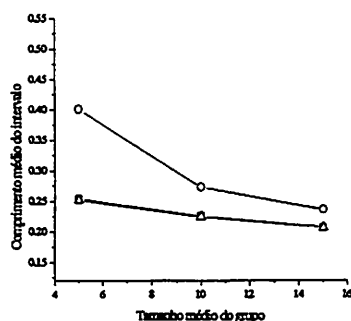
Em (b1) e (b2), na mesma Figura 2, com m igual a 50, ϕ igual a 0,10 e π igual a 0,40, o comportamento dos três estimadores foi basicamente o mesmo da situação descrita anteriormente. A diferença é que, aqui, o tamanho médio do grupo exerceu uma influência no sentido de aumentar a probabilidade de cobertura do intervalo baseado no estimador estabilizado de momentos, ainda que de forma suave.

Em (c1) e (c2), estão representados os resultados com m igual a 100, ϕ igual a 0,50 e π igual a 0,10. Os três estimadores apresentaram intervalos de confiança com probabilidades maiores e comprimento médio do intervalo menor, à medida que o tamanho médio do grupo aumentou. O estimador estabilizado apresentou maior probabilidade de cobertura e maior comprimento médio do intervalo para todos os μ_c estudados. Com μ_c igual a 5, o estimador não viesado de momentos apresentou intervalos de confiança com probabilidade de cobertura maior que o clássico. Para μ_c igual a 10 e 15, o comportamento destes dois estimadores foi praticamente o mesmo. Nos três μ_c estudados, o comprimento médio do intervalo foi essencialmente o mesmo para estes.

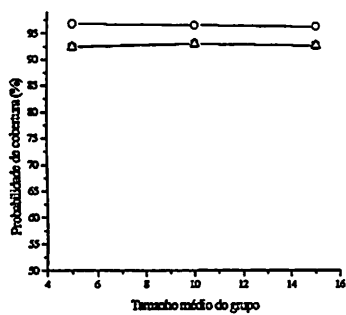


(a1)

$m=10, \phi=0,10$ e $\pi=0,10$

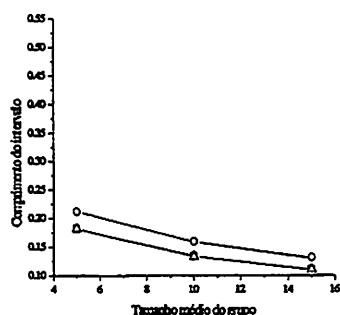


(a2)

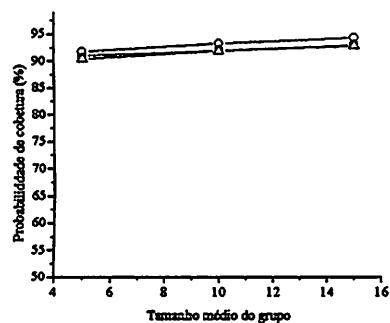


(b1)

$m=50, \phi=0,10$ e $\pi=0,40$

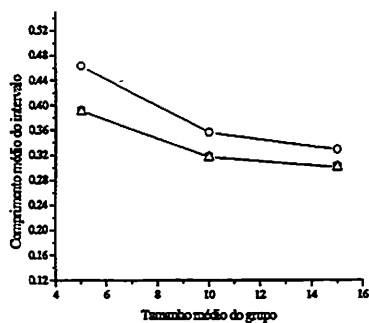


(b2)



(c1)

$m=100, \phi=0,50$ e $\pi=0,10$



(c2)

□ - Est. não vies. de mom.; ○ - Est. estab. de mom.; △ - Est. clássico (ANOVA)

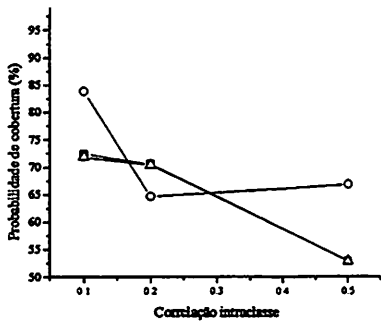
FIGURA 2. Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para os diferentes tamanhos médios do grupo, em três situações diferentes.

Na Figura 3, é mostrado o comportamento dos estimadores estudados variando quando a correlação intraclassa (ϕ), e mantendo μ_c igual a 10, o qual foi o tamanho médio de grupo intermediário considerado neste estudo.

Em (a1) e (a2), respectivamente, estão representadas a probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo, com m igual a 10, μ_c igual a 10 e π igual a 0,10. Com o aumento de ϕ , a probabilidade de cobertura dos intervalos para os três estimadores diminuiu. Para ϕ igual 0,10 e 0,20, o estimador estabilizado de momentos apresentou intervalos de confiança com maiores probabilidades de cobertura do que os estimadores não viesado e clássico. Com ϕ igual a 0,50, os estimadores não viesado de momentos e clássico apresentaram probabilidade de cobertura ligeiramente superior ao estabilizado. Nenhum dos estimadores apresentou intervalos de confiança com probabilidade de cobertura estimada próxima da nominal. O comprimento médio do intervalo aumentou com o aumento da correlação intraclassa real e o estimador estabilizado apresentou maiores comprimentos médios, exceto para o caso em que ϕ foi igual a 0,20.

Em (b1) e (b2) está representada a configuração de m igual 10, μ_c igual a 10 e π igual a 0,40. Para o estimador estabilizado de momentos, a probabilidade de cobertura decresceu com o aumento da correlação intraclassa real e o comprimento médio do intervalo aumentou. Com ϕ igual a 0,10 e 0,20, este estimador apresentou maior probabilidade de cobertura do que os outros dois estimadores. O comprimento médio do intervalo para o estimador estabilizado foi maior que os outros dois quando ϕ era igual a 0,10 e menor quando ϕ era de 0,20. Com ϕ igual a 0,50, os três estimadores apresentaram praticamente os mesmos comprimentos médios do intervalo. O comportamento dos estimadores não viesado e clássico foi bem próximo, ocorrendo a maior diferença quando ϕ era igual a 0,20.

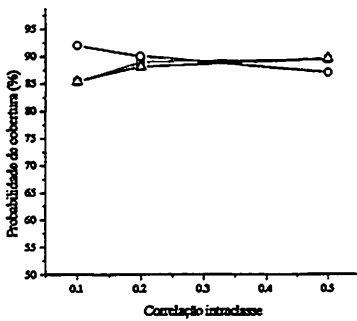
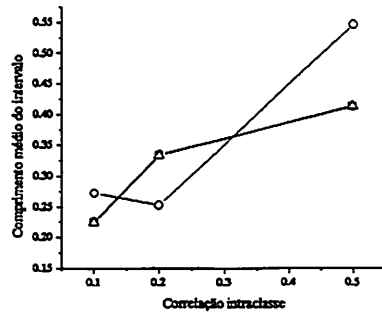
Em (c1) e (c2), estão os resultados com m igual a 100, μ_c igual a 10 e π igual a 0,10. As maiores probabilidades de cobertura estimadas foram as dos intervalos de confiança para o estimador estabilizado. Este também apresentou os maiores comprimentos médios do intervalo. Sua probabilidade de cobertura estimada diminuiu com o aumento da correlação intraclasse. Já o comprimento médio deste estimador aumentou. Os intervalos de confiança para os estimadores não viesado e clássico apresentaram ligeiro aumento da probabilidade de cobertura com o aumento da correlação intraclasse real e também um aumento no comprimento médio do intervalo. Para ϕ 0,10 e 0,20, estes dois últimos mostraram-se ligeiramente diferentes em relação à probabilidade de cobertura, porém, com mesmo comprimento médio de intervalo.



(a1)

$m=10, \mu_c=10, \text{ e } \pi=0,10$

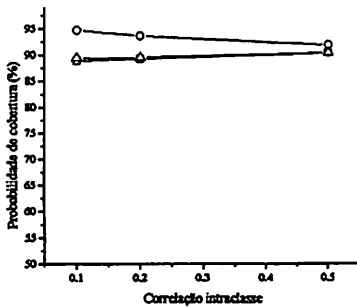
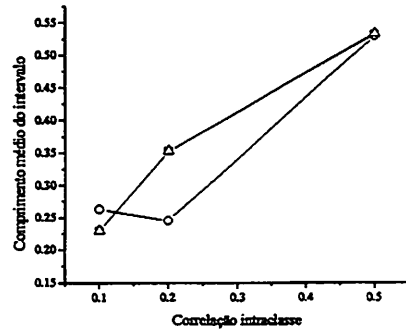
(a2)



(b1)

$m=10, \mu_c=10, \text{ e } \pi=0,40$

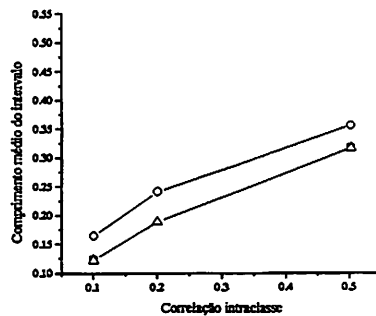
(b2)



(c1)

$m=100, \mu_c=10, \text{ e } \pi=0,10$

(c2)



□ - Est. não vies. de mom.; ○ - Est. estabil. de mom.; △ - Est. clássico (ANOVA)

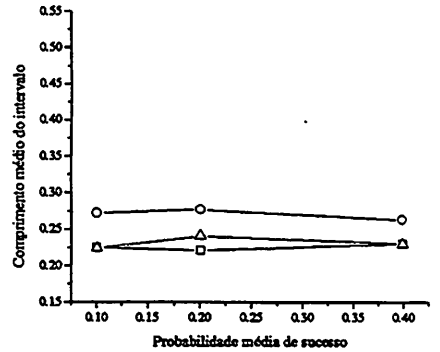
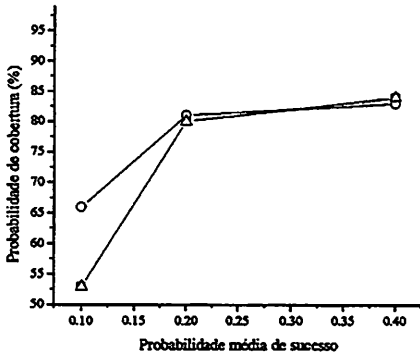
FIGURA 3. Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para diferentes coeficientes de correlação intraclass, em três situações diferentes.

Na Figura 4 são mostrados a probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para os três estimadores estudados considerando que a probabilidade média de sucesso varia e em diferentes situações com $\mu_c = 10$.

A probabilidade de cobertura estimada e o comprimento médio do intervalo para a situação em que m era 10, μ_c era 10 e ϕ era 0,10 estão representados na Figura 4, em (a1) e (a2). Os intervalos de confiança para os três estimadores apresentaram maiores probabilidades de cobertura estimada e comprimento do intervalo quando π aumentou. Com π baixo (0,10), o estimador estabilizado apresentou intervalo de confiança com maior probabilidade de cobertura do que o não viesado e o clássico, porém o comprimento médio do intervalo do primeiro também foi superior aos outros dois. Quanto à probabilidade de cobertura, os intervalos para o estimador não viesado e clássico tiveram praticamente o mesmo comportamento, exceto para $\pi = 0,20$.

Em (b1) e (b2), o comportamento da probabilidade de cobertura estimada foi semelhante à situação anterior. Já o comprimento médio do intervalo dos três estimadores aumentou com o aumento de π e se mostraram mais semelhantes quando π era 0,20 e 0,40.

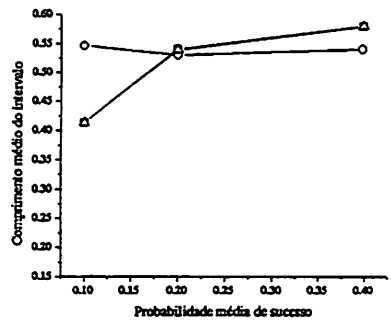
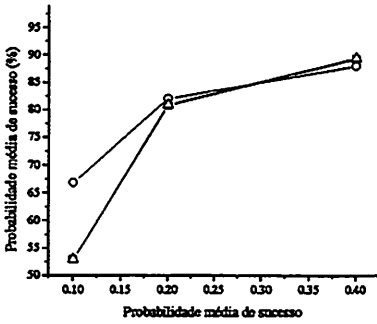
Para $m=100$, $\mu_c=10$ e $\phi= 0,50$, representado em (c1) e (c2), os intervalos para os três estimadores apresentaram probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo semelhantes, aumentando à medida que π aumentou. Nesta situação, quando π era igual 0,40, os três estimadores atingiram a probabilidade de cobertura nominal.



(a1)

 $m=10, \mu_c=10$ e $\phi=0,10$

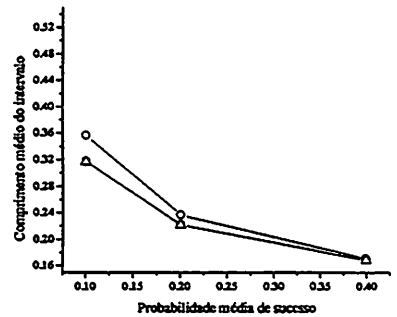
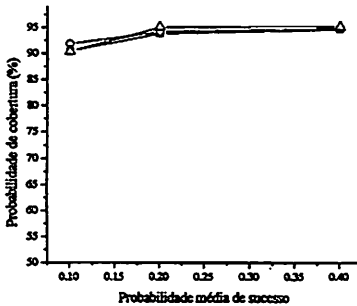
(a2)



(b1)

 $m=10, \mu_c=10$ e $\phi=0,50$

(b2)



(c1)

 $m=100, \mu_c=10$ e $\phi=0,50$

(c2)

□ - Est. não vies. de mom.; ○ - Est. estabil. de mom.; △ - Est. clássico (ANOVA)

FIGURA 4. Probabilidade de cobertura e comprimento médio do intervalo para ϕ , dos estimadores não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico (ANOVA), construído usando o teorema de Fieller, para diferentes probabilidades médias de sucesso, em três situações diferentes.

Em todas estas situações abordadas envolvendo intervalos de confiança baseados no teorema de Fieller (Figura 1 a 4), algumas considerações gerais podem ser traçadas. Pode-se dizer que, em geral, os intervalos utilizando o estimador estabilizado de momentos foram superiores aos outros dois, devido à maior probabilidade de cobertura, e também mais próxima ao coeficiente de confiança nominal. Em várias situações os intervalos com os estimadores não viesado de momentos e clássico apresentaram menor comprimento, o que, a princípio, é um aspecto favorável. No entanto, esta tendência ocorreu às expensas de uma baixa probabilidade de cobertura, quase sempre abaixo do nível nominal, e assim tais estimadores não deveriam ser recomendados em geral.

Enquanto que o aumento da probabilidade média de sucesso consistentemente melhorou a qualidade dos intervalos com os três estimadores (Figura 4), o aumento da correlação intraclassa prejudicou os intervalos com o estimador estabilizado de momentos, ao contrário dos outros dois. Assim, considerando o uso do estimador de melhor desempenho (estabilizado de momentos), as melhores situações seriam aquelas de baixa correlação intraclassa real e alta probabilidade média de sucesso.

No tocante ao tamanho da amostra, ficou bastante evidente que o número de grupos avaliados exerce um efeito sobre a qualidade dos intervalos, mais pronunciado que o do tamanho médio dos grupos. Ficou evidente, por exemplo, que as amostras com número de grupos igual a 10 originaram intervalos, em geral, bastante insatisfatórios, independente do estimador pontual utilizado. Uma exceção ocorreu apenas com o estimador estabilizado de momentos, em sua condição mais favorável, com μ_c igual a 10, ϕ 0,10 e π 0,40. Embora nesta condição a probabilidade tenha ficado abaixo do nível nominal, foi ainda assim elevada, acima de 90% (Figura 1, a1). Como recomendação geral, contudo, um número de grupos consideravelmente superior a 10

(preferencialmente 50) deveria ser utilizado, para garantir uma qualidade mínima na estimação por intervalo.

Caso não seja possível a utilização de grandes tamanhos de amostra, uma alternativa seria a técnica de bootstrap para construir intervalos de confiança. Nesse sentido, seria interessante a realização de estudos com esta técnica no futuro, para avaliá-la sob diferentes condições, e eventualmente gerar recomendações sobre números de reamostragens necessárias para a convergência na estimação empírica da distribuição de amostragem.

4.2 Intervalos de confiança usando jackknife com aproximação normal

4.2.1 Intervalos de confiança eliminados

Quando foi usado o jackknife com aproximação normal, o número de eliminações foi maior do que quando foi usado o teorema de Fieller, exceto no caso de número de grupos (m) igual a 10, o tamanho médio do grupo (μ_c) igual a 5, correlação (ϕ) igual a 0,50 e probabilidade média de sucesso (π) igual a 0,10, em que a porcentagem de amostras eliminadas para o teorema de Fieller chegou a 57,5 %.

Em geral, com os três estimadores estudados (não viesado de momentos, estabilizado de momentos e clássico), a proporção de intervalos eliminados diminuiu com o aumento do número de grupos, do tamanho médio do grupo e também da probabilidade média de sucesso (Tabelas 5, 6 e 7).

A maioria das eliminações ocorreu quando o número de grupos era baixo ($m=10$). Porém, amostras também foram eliminadas com $m=50$, principalmente para o menor tamanho médio do grupo estudado ($\mu_c=5$). As eliminações diminuíram à medida que a probabilidade média de sucesso aumentou. A

influência da correlação intraclasse foi semelhante à probabilidade média de sucesso. No entanto, foi mais sutil, percebendo-se este decréscimo apenas quando ϕ aumentou de 0,20 para 0,40.

As situações com maior número de eliminações ocorreram sempre com $\pi=0,10$, $m=10$ e $\mu_c=5$.

Os três estimadores pontuais apresentaram proporção de descartes de amostras semelhantes entre si, sendo que para os estimadores não viesado de momentos e clássico estas proporções foram idênticas.

TABELA 5. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador não viesado de momentos

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		36,55	34,50	26,10	37,30	22,45	21,05	31,95	19,40	8,10
	10		25,40	23,70	12,70	25,00	12,40	9,75	28,85	18,75	1,00
	15		24,95	18,60	2,40	20,55	10,25	6,65	27,40	12,45	0,45
50	5		17,40	13,85	13,25	6,75	6,05	0,10	2,10	3,25	0,00
	10		5,20	5,45	1,60	4,45	0,05	0,00	0,30	0,05	0,00
	15		5,05	4,95	3,70	2,30	0,05	0,00	0,20	0,05	0,00
100	5		0,50	0,05	0,05	0,10	0,05	0,05	0,10	0,05	0,00
	10		0,30	0,05	0,05	0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00
	15		0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,00

TABELA 6. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador estabilizado de momentos

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		37,65	35,30	26,10	38,25	33,75	22,25	32,20	19,50	8,15
	10		26,10	22,95	13,45	25,30	12,90	10,55	28,75	18,85	1,10
	15		17,90	17,15	11,60	15,80	9,40	7,70	22,65	17,90	0,95
50	5		7,40	6,40	6,25	10,10	6,55	4,95	2,65	3,25	0,00
	10		5,20	5,15	3,80	4,45	0,05	0,00	2,10	0,05	0,00
	15		4,45	3,70	2,10	0,60	0,05	0,05	1,55	0,05	0,05
100	5		0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,05	0,05	0,00
	10		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,05	0,05	0,00
	15		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,05	0,00

TABELA 7. Proporção de intervalos de confiança eliminados usando jackknife com aproximação normal para o estimador clássico (ANOVA)

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	N	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		36,55	34,50	26,10	37,30	22,45	21,05	31,95	19,40	8,10
	10		25,40	23,70	12,70	25,00	12,40	9,75	28,85	18,75	1,00
	15		24,95	18,60	2,40	20,55	10,25	6,65	27,40	12,45	0,45
50	5		17,40	13,85	13,25	6,75	6,05	0,10	2,10	3,25	0,00
	10		5,20	5,45	1,60	4,45	0,05	0,00	0,30	0,05	0,00
	15		5,05	4,95	3,70	2,30	0,05	0,00	0,20	0,05	0,00
100	5		0,50	0,05	0,05	0,10	0,05	0,05	0,10	0,05	0,00
	10		0,30	0,05	0,05	0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00
	15		0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,00

4.2.2 Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo

Como os resultados obtidos para os intervalos de confiança usando o jackknife não apresentaram um padrão claro, seu uso é desaconselhado para este fim, concordando com os resultados obtidos por Lui et al. (1996). Estes autores também estudaram o uso do jackknife com correção do viés e a aproximação normal na determinação do intervalo de confiança do coeficiente de correlação intraclasse para dados com distribuição beta-binomial. Os autores concluíram que a correção do viés não foi uniforme e os intervalos produzidos apresentaram probabilidade de cobertura muito abaixo do nível nominal de 95%. Porém, não foram apresentados os resultados.

Nas Tabelas 8, 9 e 10 são mostradas as probabilidades de cobertura, bem como os comprimentos médios dos intervalos obtidos para jackknife com aproximação normal. Com o aumento no tamanho médio do grupo e no número de grupos, esperava-se um acréscimo na probabilidade de cobertura, o que não ocorreu na maioria dos casos.

O comportamento dos estimadores não viesado de momentos e clássico também foi semelhante. Quando número de grupos (m) aumentou de 10 para 50, a probabilidade de cobertura aumentou. Porém, quando m aumentou de 50 para 100, houve um decréscimo na probabilidade de cobertura. Para o estimador estabilizado de momentos, a probabilidade de cobertura diminuiu à medida que aumentou o número de grupos (m).

Para os três estimadores, em poucas situações, a probabilidade de cobertura nominal foi atingida usando o jackknife com aproximação normal.

Uma sugestão para trabalho futuro seria aprofundar o estudo das causas pelas quais o jackknife em associação com a aproximação normal não apresentou um padrão de comportamento claro na determinação do intervalo de

confiança de ϕ . Neste estudo, talvez fosse necessário um maior número de configurações e um maior número de simulações.

TABELA 8. Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de não viesado de momentos e jackknife com aproximação normal

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5	75	74	81	72	80	84	71	82	94	
		(0,13)	(0,16)	(0,23)	(0,42)	(0,49)	(0,51)	(0,54)	(0,52)	(0,54)	
	10	87	87	89	68	81	87	72	86	95	
		(0,21)	(0,21)	(0,20)	(0,38)	(0,42)	(0,44)	(0,48)	(0,52)	(0,45)	
	15	81	88	91	70	81	89	74	88	93	
		(0,18)	(0,19)	(0,18)	(0,38)	(0,39)	(0,40)	(0,51)	(0,53)	(0,42)	
50	5	94	83	92	86	89	94	95	90	89	
		(0,32)	(0,14)	(0,18)	(0,35)	(0,30)	(0,26)	(0,32)	(0,37)	(0,54)	
	10	83	90	89	84	91	90	86	93	94	
		(0,13)	(0,15)	(0,14)	(0,27)	(0,22)	(0,20)	(0,45)	(0,34)	(0,26)	
	15	87	92	94	85	91	94	88	93	96	
		(0,14)	(0,13)	(0,12)	(0,24)	(0,20)	(0,17)	(0,39)	(0,32)	(0,25)	
100	5	90	88	95	90	91	94	92	91	95	
		(0,17)	(0,09)	(0,15)	(0,26)	(0,21)	(0,18)	(0,39)	(0,20)	(0,22)	
	10	93	93	95	88	93	96	91	94	95	
		(0,11)	(0,11)	(0,22)	(0,20)	(0,16)	(0,14)	(0,29)	(0,24)	(0,18)	
	15	92	93	95	90	93	94	92	95	94	
		(0,09)	(0,09)	(0,17)	(0,17)	(0,14)	(0,12)	(0,23)	(0,22)	(0,17)	

TABELA 9. Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de estabilizado de momentos e jackknife com aproximação normal

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,5		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		90	85	91	88	95	97	76	81	91
			(0,38)	(0,31)	(0,37)	(0,59)	(0,68)	(0,69)	(0,57)	(0,53)	(0,56)
		10	85	94	94	85	93	97	74	88	94
			(0,24)	(0,26)	(0,24)	(0,49)	(0,50)	(0,52)	(0,53)	(0,54)	(0,48)
	15	89	94	95	82	89	94	77	90	94	
			(0,20)	(0,21)	(0,20)	(0,46)	(0,44)	(0,45)	(0,55)	(0,55)	(0,44)
50	5		76	65	59	87	81	71	74	81	85
			(0,33)	(0,19)	(0,23)	(0,38)	(0,31)	(0,27)	(0,33)	(0,38)	(0,55)
		10	83	85	80	88	91	87	87	91	90
		(0,14)	(0,16)	(0,15)	(0,28)	(0,23)	(0,20)	(0,45)	(0,35)	(0,27)	
	15	91	91	88	89	91	93	88	93	93	
		(0,14)	(0,13)	(0,12)	(0,24)	(0,20)	(0,17)	(0,40)	(0,33)	(0,25)	
100	5		43	29	20	71	51	39	81	65	53
			(0,20)	(0,12)	(0,16)	(0,27)	(0,22)	(0,19)	(0,39)	(0,21)	(0,22)
		10	70	63	53	87	83	73	88	88	83
		(0,09)	(0,11)	(0,22)	(0,20)	(0,16)	(0,14)	(0,30)	(0,24)	(0,19)	
	15	79	78	88	91	89	86	91	91	89	
		(0,09)	(0,09)	(0,17)	(0,17)	(0,14)	(0,12)	(0,23)	(0,22)	(0,17)	

TABELA 10. Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador clássico (ANOVA) e jackknife com aproximação normal

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		80	74	81	73	81	84	71	82	91
			(0,13)	(0,16)	(0,22)	(0,42)	(0,49)	(0,52)	(0,53)	(0,53)	(0,53)
	10		87	87	90	69	81	87	72	86	95
			(0,21)	(0,21)	(0,20)	(0,39)	(0,42)	(0,44)	(0,47)	(0,52)	(0,45)
	15		81	88	91	70	81	89	74	88	93
			(0,17)	(0,19)	(0,18)	(0,38)	(0,39)	(0,40)	(0,52)	(0,53)	(0,42)
50	5		90	83	92	86	89	91	90	90	89
			(0,32)	(0,13)	(0,19)	(0,35)	(0,30)	(0,26)	(0,32)	(0,37)	(0,54)
	10		83	91	93	85	92	90	87	94	91
			(0,12)	(0,15)	(0,14)	(0,27)	(0,22)	(0,20)	(0,45)	(0,34)	(0,26)
	15		87	92	94	85	91	90	88	93	96
			(0,14)	(0,13)	(0,12)	(0,24)	(0,20)	(0,17)	(0,39)	(0,32)	(0,25)
100	5		90	88	95	90	91	89	92	90	89
			(0,17)	(0,09)	(0,15)	(0,26)	(0,21)	(0,18)	(0,39)	(0,20)	(0,22)
	10		85	92	84	88	93	87	90	85	90
			(0,08)	(0,11)	(0,22)	(0,19)	(0,15)	(0,13)	(0,29)	(0,23)	(0,18)
	15		80	92	82	89	92	4	92	94	94
			(0,09)	(0,09)	(0,17)	(0,17)	(0,13)	(0,08)	(0,23)	(0,21)	(0,17)

5 CONCLUSÕES

5.1 Para o teorema de Fieller

O teorema de Fieller apresentou bons resultados na construção de intervalos de confiança para o coeficiente de correlação intraclasse (ϕ) para dados com distribuição beta-binomial.

O estimador pontual que apresentou melhor desempenho na determinação do intervalo de confiança para ϕ foi o estabilizado de momentos, visto que apresentou maiores probabilidades de cobertura e mais próximas do nível nominal. Os intervalos de melhor qualidade com este estimador ocorreram sob baixa correlação intraclasse e probabilidade média de sucesso intermediária.

Os estimadores não viesado de momentos e clássico apresentaram resultados quase idênticos entre si.

Amostras com 10 grupos produziram, em geral, intervalos de qualidade insatisfatória. Assim, com o teorema de Fieller, recomenda-se que um número maior de grupos seja utilizado para que a qualidade dos grupos não seja severamente comprometida. Como houve um aumento significativo da probabilidade de cobertura quando o número de grupos (m) variou de 10 para 50, seria necessário estudar valores intermediário, para ser possível indicar um número mínimo.

5.2 Para o jackknife com aproximação normal

Resultados do jackknife e a aproximação normal não apresentaram um padrão coerente, sendo, portanto desaconselhável seu uso para determinação de

intervalos de confiança para o ϕ . Os resultados foram compatíveis com aqueles obtidos por Lui, Cumberland e Kuo (1996).

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASELLA, G.; BERGER, R. L. **Statistical inference**. Belmont: Duxbury Press, 1990. 650 p.

COCHRAN, W. G. **Sampling techniques**. 3. ed. New York: Willey, 1977. 413 p.

CROWDER, M. J. Inference about the intraclass correlation coefficient in the beta-binomial ANOVA for proportions. **Journal of the Royal Statistical Society – Serie B-Methodological**, Cambridge, v. 41, n. 2, p. 230-234, 1979.

DONNER, A. A review of inference procedures for the intraclass correlation coefficient in the one-way random effects model. **International Statistical Review**, Voorburg, v. 54, n. 1, p.67-82, Apr. 1986.

DONOVAN, A. M.; RIDOUT, M. S.; JAMES, D. J. Assesment of somaclonal variation in apple. II. Rooting ability and shoot proliferation. **Journal of Horticultural Science**, Ashford, v. 69, n. 1, p. 115-122, Jan. 1994.

GIBSON, G. J.; AUSTIN, E. J. Fitting and testing spatio-temporal stochastic models with applications in plant pathology. **Plant Pathology**, Oxford, v. 45, n. 2, p. 172-184, Apr. 1996.

GRIFFITHS, D. A. Maximum likelihood estimation for the beta-binomial distribution and an application to household distribution of total number of a disease. **Biometrics**, Washington, v. 29, n. 4, p. 637-648, Mar. 1973.

KLEINMAN, J. C. Proportions with extraneous variance: single and independent samples **Journal of American Statistical Association**, Washington, v. 68, n. 341, p. 46-54, Mar. 1973.

LUI, K. J.; CUMBERLAND, W. G.; KUO, L. An interval estimation for the intraclass correlation in beta-binomial sampling **Biometrics**, Washington, v. 52, n. 2, p. 412-425, June 1996.

MADDEN, L. V.; HUGHES, G. Plant disease incidence: distributions, heterogeneity, and temporal analysis **Annual Review of Phitopathology**, Palo Alto, v. 33, p. 529-564, 1995.

MANLY, B. F. J. **Randomization, bootstrap and Monte Carlo simulation methods in Biology**. London: Chapman & Hall, 1998. 399 p.

NEGRÃO, I. O. **Avaliação de métodos de estimação dos parâmetros da distribuição beta-binomial via simulação Monte Carlo**. 2000. 72 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

PAUL, S. R. Analysis of proportions of affected foetuses in teratological experiments. **Biometrics**, Washington, v. 38, p. 361-370, 1982.

RIDOUT, M. S.; DEMÉTRIO, C. G. B.; FIRTH, D. Estimating intraclass correlation for binary data. **Biometrics**, Washington, v. 55, n. 1, p. 137-148, Mar. 1999.

SAS INSTITUTE/STAT SAS/IML Software: Image and reference, version 6. Cary, 1990. 501 p.

SKELLAM, J. G. A probability distribution derived from the binomial distribution by regarding the probability of success as variable between the sets of trials. **Journal of Royal Statistical Society - Serie B**, Cambridge, v. 10, n. 2, p. 257-261, 1948.

TAMURA, R. N.; YOUNG, S. S. The incorporation of historical control information in tests of proportions: simulation study of Tarone's procedures. **Biometrics**, Washington, v. 42, n. 2, p. 343-349, June 1986.

YAMAMOTO, E.; YANAGIMOTO, T. Moment estimators for the beta-binomial distribution. **Journal of Applied Statistics**, Abingdon, v. 19, n. 2, 1992.

ANEXOS

TABELA 1A Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de não viesado de momentos, usando o teorema de Fieller50

TABELA 2A Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de estabilizado de momentos, usando o teorema de Fieller51

TABELA 3A Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador clássico (ANOVA), usando o teorema de Fieller52

TABELA 1A Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de não viesado de momentos e o teorema de Fieller

Correlação ϕ		0,1			0,2			0,5		
m	μ_c π	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4
10	5	53 (0,25)	63 (0,27)	76 (0,29)	58 (0,32)	74 (0,39)	87 (0,41)	32 (0,25)	73 (0,56)	87 (0,60)
	10	72 (0,23)	83 (0,24)	85 (0,23)	71 (0,33)	81 (0,36)	88 (0,35)	53 (0,41)	81 (0,59)	89 (0,53)
	15	76 (0,21)	84 (0,21)	85 (0,20)	74 (0,33)	85 (0,35)	88 (0,32)	58 (0,44)	82 (0,58)	89 (0,50)
50	5	86 (0,23)	90 (0,19)	92 (0,18)	87 (0,35)	90 (0,28)	92 (0,24)	88 (0,57)	90 (0,37)	94 (0,29)
	10	92 (0,16)	92 (0,15)	93 (0,13)	89 (0,27)	92 (0,21)	93 (0,17)	90 (0,49)	93 (0,32)	94 (0,24)
	15	96 (0,15)	92 (0,12)	93 (0,11)	91 (0,25)	93 (0,19)	95 (0,16)	92 (0,47)	93 (0,3)	94 (0,22)
100	5	90 (0,18)	92 (0,15)	93 (0,14)	89 (0,26)	91 (0,2)	94 (0,17)	90 (0,39)	92 (0,26)	95 (0,21)
	10	93 (0,12)	93 (0,11)	94 (0,10)	92 (0,19)	94 (0,15)	95 (0,13)	92 (0,32)	95 (0,22)	94 (0,17)
	15	93 (0,11)	94 (0,09)	94 (0,08)	93 (0,17)	94 (0,13)	95 (0,16)	93 (0,30)	95 (0,21)	95 (0,16)

TABELA 2A Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador de estabilizado de momentos e teorema de Fieller

Correlação		ϕ	0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		90	85	94	82	75	83	51	75	82
			(0,40)	(0,35)	(0,36)	(0,40)	(0,34)	(0,35)	(0,42)	(0,58)	(0,54)
		10	84	91	92	65	72	72	67	82	88
			(0,27)	(0,28)	(0,26)	(0,25)	(0,26)	(0,25)	(0,55)	(0,61)	(0,53)
	15		83	90	91	61	64	64	67	84	89
			(0,24)	(0,24)	(0,22)	(0,22)	(0,21)	(0,20)	(0,53)	(0,62)	(0,51)
50	5		99	94	97	97	97	96	86	90	94
			(0,28)	(0,23)	(0,21)	(0,39)	(0,33)	(0,27)	(0,39)	(0,37)	(0,28)
		10	92	97	97	91	96	95	90	94	94
			(0,19)	(0,18)	(0,16)	(0,31)	(0,26)	(0,20)	(0,54)	(0,35)	(0,24)
	15		96	96	96	93	95	97	91	94	94
			(0,18)	(0,15)	(0,13)	(0,29)	(0,22)	(0,17)	(0,51)	(0,32)	(0,23)
100	5		99	96	98	97	95	96	94	93	95
			(0,23)	(0,19)	(0,17)	(0,33)	(0,25)	(0,20)	(0,46)	(0,28)	(0,20)
		10	95	98	98	94	97	96	92	96	94
			(0,16)	(0,14)	(0,12)	(0,24)	(0,18)	(0,14)	(0,36)	(0,24)	(0,17)
	15		97	97	96	96	96	97	93	96	96
			(0,14)	(0,11)	(0,09)	(0,21)	(0,15)	(0,12)	(0,33)	(0,22)	(0,16)

TABELA 3A. Probabilidade de cobertura estimada e comprimento médio do intervalo de confiança (entre parênteses) para o coeficiente de correlação intraclassa estimado usando o estimador clássico (ANOVA) e o teorema de Fieller

Correlação ϕ			0,10			0,20			0,50		
m	μ_c	π	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40	0,10	0,20	0,40
10	5		52	63	76	59	74	87	32	74	87
			(0,25)	(0,27)	(0,29)	(0,32)	(0,39)	(0,41)	(0,25)	(0,56)	(0,60)
		10	72	84	85	70	81	88	53	81	90
		(0,22)	(0,24)	(0,23)	(0,33)	(0,36)	(0,35)	(0,41)	(0,59)	(0,53)	
	15	76	84	85	74	84	88	58	82	90	
		(0,21)	(0,21)	(0,20)	(0,33)	(0,35)	(0,32)	(0,44)	(0,58)	(0,50)	
50	5		86	90	93	91	90	92	88	94	94
			(0,23)	(0,19)	(0,18)	(0,35)	(0,28)	(0,16)	(0,58)	(0,37)	(0,29)
		10	92	92	93	87	92	95	92	93	94
		(0,16)	(0,15)	(0,13)	(0,27)	(0,21)	(0,17)	(0,49)	(0,32)	(0,24)	
	15	96	92	93	90	93	95	92	93	94	
		(0,15)	(0,12)	(0,11)	(0,25)	(0,19)	(0,16)	(0,37)	(0,30)	(0,22)	
100	5		90	92	93	93	91	94	90	94	94
			(0,18)	(0,15)	(0,14)	(0,26)	(0,20)	(0,17)	(0,39)	(0,20)	(0,21)
		10	93	93	94	90	94	94	92	95	95
		(0,12)	(0,11)	(0,10)	(0,19)	(0,15)	(0,13)	(0,32)	(0,22)	(0,17)	
	15	93	94	94	92	94	94	93	95	95	
		(0,11)	(0,09)	(0,08)	(0,17)	(0,13)	(0,11)	(0,30)	(0,21)	(0,16)	