

PRODUTO EDUCACIONAL

ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO

KARINA SILVA D'AQUILA
AMANDA CASTRO OLIVEIRA
ANTÔNIO MARCELO MARTINS MACIEL

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO CAMINHO PARA DIALOGARMOS SOBRE JUSTIÇA SOCIAL



ppgecem

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO
CAMINHO PARA DIALOGARMOS
SOBRE JUSTIÇA SOCIAL**

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO CAMINHO PARA DIALOGARMOS SOBRE JUSTIÇA SOCIAL

Karina Silva D'aquila
Amanda Castro Oliveira
Antônio Marcelo Martins Maciel

Copyright © dos autores

Todos os direitos garantidos. Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida, transmitida ou arquivada desde que sejam levados em conta os direitos dos autores.

Ficha catalográfica elaborada pela Coordenadoria de Desenvolvimento do Acervo da Biblioteca Universitária da UFLA

D'aquila, Karina Silva.

A modelagem matemática como caminho para dialogarmos sobre justiça social [recurso eletrônico] / Karina Silva D'aquila, Amanda Castro Oliveira, Antônio Marcelo Martins Maciel. – Lavras: PPGECM/UFLA, 2024.

1 recurso online (33 p.) : il. color.

Modo de acesso: <http://repositorio.ufla.br/handle/1/56524>

Publicação digital (e-book) no formato PDF.

ISBN: 978-65-84982-14-7

1. Cárcere. 2. Educação - matemática. 3. APAC. I. Oliveira, Amanda Castro. II. Maciel, Antônio Marcelo Martins. III. Título.

CDD - 370.71

Bibliotecária: Defátima Aparecida Silva Pessoa - CRB6/1496

Coordenador da Coleção de e-books *Práticas Pedagógicas e Formação Docente*:

José Antônio Araújo Andrade

Editor responsável:

José Antônio Araújo Andrade

Revisão:

Francielle Oliveira Reis

Capa:

Karina Silva D'aquila, Amanda Castro Oliveira, Antônio Marcelo Martins Maciel e José Antônio Araújo Andrade

Diagramação:

José Antônio Araújo Andrade



Coleção de e-books Práticas Pedagógicas e Formação Docente

José Antônio Araújo Andrade

Marianna Meirelles Junqueira

Iraziet da Cunha Charret

Conselho Editorial

Dra. Adair Mendes Nacarato – Universidade São Francisco – Brasil

Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – Brasil

Dra. Adriana Correia de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Cristina Carvalho de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dr. Evandro Fortes Rozentalski – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Flávia Cristina Figueiredo Coura – Universidade Federal de São João Del Rei – Brasil

Dra. Francine de Paulo Martins Lima – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Frederico Augusto Totti – Universidade Federal de Alfenas – Brasil

Dr. Gildo Giroto Junior – Universidade Estadual de Campinas – Brasil

Dra. Iraziet da Cunha Charret – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. João Pedro da Ponte – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. José Antônio Araújo Andrade – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Leonor Santos – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. Luciano Fernandes Silva – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Maria do Carmo de Sousa – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Marianna Meirelles Junqueira – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Regilson Maciel Borges – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Regina Célia Grando – Universidade Federal de Santa Catarina – Brasil

Dr. Ronei Ximenes Martins – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Vitor Fabrício Machado Souza – Universidade Federal do Paraná – Brasil

Dr. Wilson Elmer Nascimento – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Brasil

SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO	9
2	INTRODUÇÃO.....	11
3	MODELAGEM EM AULAS DE MATEMÁTICA.....	13
3.1	O que é a prática de modelagem matemática?	13
3.2	Motivos para usar modelagem nas aulas de matemática.....	14
3.3	A atividade de modelagem na perspectiva da educação matemática crítica.....	15
3.4	Estrutura da atividade de modelagem.....	17
4	VAMOS MODELAR?.....	21
4.1	Preparando o ambiente.....	21
4.1.1	Objetivo Específico	21
4.1.2	Metodologia.....	22
4.1.3	Recursos Didáticos.....	22
4.2	Momento 1 – a escolha do tema.....	22
4.2.1	Objetivos Específicos.....	23
4.2.2	Metodologia.....	23
	Recursos Didáticos	23
4.3	Momento 2 – pesquisa exploratória.....	25
4.3.1	Objetivos Específicos.....	26
4.3.2	Metodologia.....	26
4.3.3	Recursos Didáticos.....	26

4.4	Momento 3 – levantando o problema	26
4.4.1	Objetivos Específicos.....	27
4.4.2	Metodologia.....	27
4.4.3	Recursos Didáticos.....	27
4.5	Momento 4 – resolução do problema no contexto matemático	28
4.5.1	Objetivo Específico.....	28
4.5.2	Metodologia.....	28
4.5.3	Recursos Didáticos.....	28
4.6	Momento 5 – análise crítica.....	29
4.6.1	Objetivo Específico.....	29
4.6.2	Metodologia.....	29
4.6.3	Recursos didáticos	29
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	33



APRESENTAÇÃO

Queridas professoras e queridos professores! Este trabalho foi elaborado para você que, assim como nós, se preocupa com o papel da Matemática na vida em sociedade, que anseia por comunicação entre a Matemática e a formação cidadã crítica de nossas discentes e nossos discentes para que elas e eles possam refletir sobre suas atitudes e que essa reflexão possa colaborar em suas tomadas de decisões, contribuindo para que se tornem protagonistas em suas comunidades, que consigam posicionar-se e ler o mundo por intermédio da Matemática.

Dito isso, é preciso, desde já, explicitar que o intuito nunca foi formular uma receita na qual há regras a serem seguidas, nem mesmo ditar de forma linear os passos a serem seguidos, compreendemos que cada educadora e educador conheçam as capacidades e limites de suas educandas e seus educandos. Então, fiquem à vontade para fazerem adaptações a partir da necessidade de seu público.

Apresentamos neste trabalho a sugestão de uma atividade que possibilite o conhecimento matemático voltado aos olhares da Educação Matemática Crítica ou como alguns outros autores denotam, Educação Matemática para a Justiça Social. Gostaríamos de lhe pedir, que mergulhe nesta leitura de mente aberta, para que o percurso possibilite a desconstrução de possíveis pré-conceitos do cenário inserido neste trabalho, não o limitando. Lembrando sempre o nosso compromisso com a educação integral¹ de nossas e nossos discentes. Uma educação que se estende para além dos muros da escola, preparando as e os estudantes para lidarem com situações expostas na sociedade.

A proposta apresentada resulta das vivências e análises oriundas da dissertação da primeira autora deste trabalho, que relata o desenvolvimento de uma

¹ No sentido da promoção de valores de cidadania e responsabilidade social, contribuindo para se tornarem cidadãos conscientes e ativos, engajados em questões sociais e comunitárias.

modelagem matemática com a temática da Justiça Social, realizada com estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Ensino Médio em um sistema prisional. Entretanto, identificamos que a proposta pode ser adaptada para qualquer nível de escolaridade e diferentes modalidades de ensino.

Desejamos que vocês desfrutem dessa leitura, esperando...

Karina, Amanda e Antônio Marcelo



INTRODUÇÃO

O atual produto é resultado da pesquisa de mestrado intitulada *“COOPERAÇÃO INVESTIGATIVA NA PRÁTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM ÊNFASE NA JUSTIÇA SOCIAL: ANÁLISE NO CONTEXTO DE UM SISTEMA PRISIONAL”*. Tanto a pesquisa quanto este produto foram elaborados e desenvolvidos ao cursar o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

O ambiente para o desenvolvimento do trabalho foi a Associação de Proteção e Assistência aos Condenados (APAC) localizada em uma cidade do sul de Minas Gerais, que desenvolve um método para reinserção do recuperando² ao convívio em sociedade, tendo a Educação como um de seus pilares. Esses jovens e adultos antes de serem classificados para o programa firmam o compromisso, dentre outros, em necessariamente dar continuidade aos seus estudos.

Inserida neste ambiente, nutrida com a Educação e a Matemática, despertou-me a necessidade de repensar minhas aulas de Matemática, objetivando uma maior contribuição para a reinserção dos meus alunos ao convívio em sociedade. Esta foi a motivação inicial, que nos impulsionou para o desenvolvimento deste trabalho.

Dialogando com nossos objetivos formativos, identificamos como possível metodologia de ensino o desenvolvimento da modelagem matemática. Assim, este material apresenta a modelagem matemática como possível prática para suscitar debates relacionados à justiça social nas aulas de Matemática. Portanto, a premissa é compartilhar com docentes em especial que lecionam na Educação Básica, os nossos saberes e a experiência acerca desta metodologia adotada.

A questão central que guiou a pesquisa foi: *“Quais ações de cooperação investigativa surgem com a prática de modelagem matemática com a temática Justiça*

² estudantes que foram privados socialmente e estão nesse programa, que são chamados e se auto denominam como recuperandos.

Social, no contexto dos estudantes da Associação de Proteção e Assistência aos Condenados (APAC), considerando a promoção do Diálogo, da Investigação, da Reflexão e da Críticidade?". Nossa investigação mostrou que além de seguirmos orientações para o desenvolvimento da modelagem matemática, o papel das interações, que orientam as ações que constituem a cooperação investigativa foram fundamentais no processo. Observamos uma atuação ativa por parte dos participantes, evidenciada tanto pelo envolvimento direto quanto pelo engajamento nas atividades propostas. Eles demonstraram uma participação não apenas respondendo positivamente os desafios apresentados, mas também contribuindo de forma proativa com sugestões, questionamentos e insights. Essa atuação ativa reflete um comprometimento com o processo, indicando que os participantes não apenas absorvem informações, mas também constroem e ressignificam conhecimento, adotando uma postura questionadora e crítica.

DESEJAMOS UMA BOA PRÁTICA!



MODELAGEM EM AULAS DE MATEMÁTICA

Visto que o público deste trabalho se encontra na Educação Básica, julgamos conveniente adotar o percurso metodológico de Dionísio Burak, que aprofundou suas pesquisas para a esse segmento da educação. Na visão dele, a modelagem matemática “*constitui-se como um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões*” (BURAK, 1992, p. 62). Para tanto, alguns princípios base são ressaltados pelo autor e serão explicitados a seguir.

3.1 O que é a prática de modelagem matemática?

Para Burak (1992) ao adotar a prática de modelagem matemática deve-se partir de dois princípios: *1) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas*; ou seja, é desse dinamismo e envolvimento coletivo que se dá a construção da aprendizagem. Eles possuem uma vivência fora da escola que deve ser considerada no desenvolvimento da prática da modelagem matemática.

Assim, o envolvimento do grupo com o tema, de início, não necessariamente deve partir de um problema matemático. Porém, gradualmente, os próprios envolvidos percebem a necessidade de fazer uso da matemática para resolver o problema levantado.

No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso daquele utilizado no ensino mais usual. Nesse, apenas os conteúdos determinam os problemas; na Modelagem os problemas podem determinar os conteúdos a serem usados para resolver questões oriundas da etapa que utiliza assuntos não matemáticos. (KLÜBER, 2010, p. 100).

A outra premissa é: *2) obter as informações e os dados no ambiente onde se*

localiza o interesse do grupo. Se possível, levá-los ao laboratório de informática para que possam fazer investigações em bancos de dados on-line. Uma outra opção seria a visita a espaços de interesse, como fábricas ou a própria comunidade onde a instituição se localiza, por exemplo. Há também a alternativa para que eles levantem esses dados dentro do próprio ambiente escolar, a partir de entrevistas com docentes, administração ou até mesmo com estudantes da sala ou de outras turmas. É importante que as e os estudantes se sintam envolvidas e envolvidos no projeto, que o tomem como um propósito de modo que instigue a busca pelo conhecimento.

3.2 Motivos para usar modelagem nas aulas de matemática

Um grande desafio da nossa profissão é despertar o interesse das nossas e dos nossos estudantes. Sabemos que para que o ensino de fato aconteça, é necessária uma predisposição para o aprendizado. Em outras palavras, é indispensável que a e/ou o estudante queira aprender para que isto de fato ocorra, o que o torna ativo neste processo. Em contrapartida, quando a aprendizagem é constantemente mecânica, passiva e não considera seus interesses, o resultado pode ser completamente oposto.

Quando o estudante vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades, dos seus interesses e da realização dos seus objetivos, a desmotivação e o desinteresse tendem a ser atenuados, uma vez que ele é conduzido para desenvolver o trabalho educativo com entusiasmo e perseverança. Com essa compreensão, a Modelagem Matemática se apresenta como uma prática efetivamente diferenciada para o ensino de Matemática na Educação Básica. (BURAK; KLÜBER, 2010, p. 163).

De fato, na modelagem matemática mais importante do que encontrar o modelo matemático para determinado fenômeno, é o desenvolvimento do percurso, no qual criam-se cenários favoráveis ao diálogo, possibilitando expor ideias e tornar-se reflexivo diante das situações investigadas.

Almeida e Silva (2010) trazem como alternativa para a introdução à Educação Matemática Crítica, projeto de modelagem matemática desenvolvido com estudantes do Ensino Médio. Neste artigo a autora e o autor tratam a Modelagem como uma

possibilidade de transformação das aulas de matemática, uma espécie de “laboratório de cidadania”, para uma educação para e pela cidadania.

Este desafio demanda um processo de formação no qual o indivíduo seja exposto a situações de aprendizagem que o estimulem a pensar, a questionar, a conhecer o contexto histórico, a provisoriedade, a incerteza, os diferentes pontos de vista e a estabelecer relações entre o conteúdo apreendido e a realidade na qual está inserido (ALMEIDA; SILVA, 2010, p. 235).

Assim, identificamos um forte direcionamento para que os docentes utilizem, entre outras metodologias, a modelagem matemática em suas práticas de sala de aula, com foco na Educação Matemática Crítica.

3.3 A atividade de modelagem na perspectiva da educação matemática crítica

“A Educação Matemática Crítica é a expressão de preocupação a respeito da educação matemática” (SKOVSMOSE, 2014, p. 11). Um exemplo destacado por Skovsmose (2014) são os exercícios, que cumprem um papel de falsa realidade, as informações do enunciado para a resolução não dão abertura para argumentação “... recebida como algo fechado, exato e suficiente” (SKOVSMOSE, 2014, p. 17).

Quando nos desprendemos desse paradigma dos exercícios fixados na educação bancária, abrimos um leque de possibilidades. “Na raiz desse processo, está a expectativa de que a educação matemática pudesse concretamente causar impactos de ordem social e política, ao promover uma visão de mundo diferenciada” (SKOVSMOSE, 2014, p. 20).

Skovsmose (2001) ressalta alguns critérios para se constituir um projeto na intenção de desenvolver uma Educação Matemática Crítica:

- 1) 1)Deveria ser possível para os estudantes perceber que o problema é de importância. Isto é, o problema deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas a experiências deles.
- 2) O problema deve estar relacionado a processos importantes na sociedade.
- 3) De alguma maneira e em alguma medida, o engajamento dos estudantes na situação-problema e no processo de resolução deveria servir como base para um engajamento político e social (posterior). (SKOVSMOSE, 2001, p. 34).

Reconhecemos que adotar esta prática docente requer libertar-se de uma zona de conforto estabelecida pelo ensino tradicional, o que não é um processo fácil, tanto para a professora e para o professor quanto para as e os estudantes, lidar com incertezas dos caminhos em que os cenários de investigação podem nos levar, é um percurso árduo, mas que, além de gratificante para docentes, contribuirá de modo significativo na formação cidadã das discentes e dos discentes.

Penso em outras possibilidades. Vejo uma sala de aula tornada um campus de pesquisa, com alunos trabalhando em grupos. Cada grupo se ocuparia da pesquisa de certas propriedades. O trabalho tomaria todas as aulas de matemática da semana, e, no último dia, haveria um seminário, quando os grupos apresentariam seus resultados. Eles poderiam ter trabalhado em assuntos parecidos, ou até no mesmo assunto. Ao longo do seminário, os alunos teriam contato com o que os outros grupos produziram. Alunos de outras turmas poderiam ser convidados, bem como outros professores. (SKOVSMOSE, 2014, p. 48).

Adotar esta prática pedagógica pode ser um desafio, entretanto, ao reconhecermos que a educação matemática, raramente, é referida como uma “arma de luta” por justiça social e equidade, mas nada, em princípio nos impede de concretizar tal visão, é razão suficiente para encarar tal desafio (GUTSTEIN, 2007. p. 10). “Assim, uma zona de riscos é uma zona de possibilidades” (SKOVSMOSE, 2014, p. 64).

No Brasil, Araújo (2009), disserta seu entendimento sobre a abordagem da modelagem matemática segundo a Educação Matemática Crítica, assim propondo três frentes principais:

[...] i) a realização de projetos de modelagem como um meio de viabilizar a formação política dos estudantes, valorizando diálogos e práticas democráticas, entendidos a partir da obra de Paulo Freire; ii) a proximidade com a etnomatemática, por exemplo quando o problema com referência à realidade que se busca solucionar se relaciona com a vida cotidiana dos estudantes ou quando “a matemática que eles mobilizarão para abordar os problemas inseridos em tais temas [da realidade] trazem fortes marcas de sua cultura.” (ARAÚJO, 2009, p. 61); e iii) a constante problematização do papel da matemática na sociedade” (apud ARAÚJO, 2023, p. 273).

Essa ideia de tornar-se protagonistas do seu próprio conhecimento e compreender o mundo a sua volta, vem se tornando cada vez mais necessária, dado as circunstâncias das necessidades atuais de nossas estudantes e nossos

estudantes. É importante que elas e eles se sintam parte desse processo e enxerguem o quanto o impacto das decisões tomadas hoje vão refletir futuramente, sejam elas na vida profissional, política, estrutural, econômico, cotidiana, ou mesmo na tomada de consciência em reconhecer o meio de onde veio (está) para almejar perspectivas futuras.

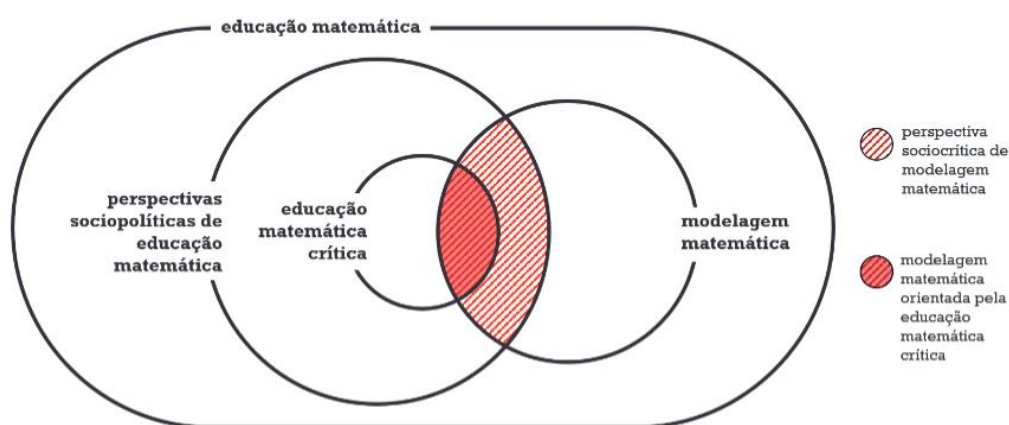
Dito isso, a ideia de trabalhar com ensino por projetos, em específico com modelagem matemática, nos direciona para a construção que ilustra esse tipo de cenário. A seguir, será apresentada uma proposta da estrutura constituinte das aulas que pretendem ser desenvolvidas.

3.4 Estrutura da atividade de modelagem

Reconhecemos que o modelo apresentado passou por ajustes e estará em constante transformação, em resposta às necessidades específicas do contexto da nossa pesquisa, que podem não coincidir com as suas. Portanto, sinta-se à vontade para adaptá-lo de acordo com suas necessidades, realidade e objetivos.

Para fins de apresentação do percurso que adotamos, a imagem a seguir nos auxilia na compreensão do núcleo que esta prática está situada. Entendemos que a modelagem matemática está orientada pela Educação Matemática Crítica.

Figura 1 – Relações entre algumas perspectivas teóricas da educação matemática.



Fonte: Araújo e Lima (2023).

Para o desenvolvimento da modelagem matemática orientada pela Educação Matemática Crítica, tomamos a proposta de Burak (1992), que propõe 5 etapas para

a prática da modelagem matemática: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conceito matemático no contexto do tema; 5) análise crítica da(s) resolução(ões), que serão explicitadas a seguir.

1) Escolha do tema

As e os estudantes se reúnem em grupos e discutem sobre o tema de interesse, sugerindo suas opiniões e buscando elementos de convencimento sobre suas escolhas.

Esse é um momento muito rico pois trabalha-se as relações entre o grupo, o respeito, o diálogo, a escuta e são nessas relações que percebemos que esses grupos possuem singularidades, diversidades, vivências, cultura e conhecimentos. Percebemos que eles são parte do mundo e não estão dissociados deles. Os temas colocados também são parte do mundo, ao trazer o tema de interesse é algo que eles anseiam ou que está no cotidiano.

2) Pesquisa exploratória

Nesse instante, buscam características em relação ao tema e começam a se familiarizar com o problema, por muita das vezes eles se interessam pelo tema porém não sabem sobre ele. Eles assumem postura de pesquisador e buscam da melhor forma levantar dados sobre o assunto.

3) Levantamento do(s) problema(s)

Na Educação Básica, as crianças e adolescentes estão em processo de descobertas e em resolver problemas, nesta conjuntura a modelagem matemática exerce o papel de contextualização do problema. Nesse momento, o primeiro contato com a matemática começa ser iniciado.

Com os dados levantados e com o auxílio docente é hora de discutir e analisar o que mais lhe chamou atenção e quais os tipos de problemas que serão levantados.

4) Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conceito matemático no contexto do tema

É hora de trabalhar os conteúdos acerca do tema, sejam eles matemáticos ou não. Talvez mais pesquisas serão necessárias. Curiosidades e discussão se fazem presente nesse momento, sendo o diálogo espaço importante a ser proporcionado.

5) Análise crítica

Visando reflexões sobre aspectos sociais e/ou políticos é hora de estimular para que o tema proposto tome maiores dimensões. É primordial que haja questionamentos acerca da versão final da modelagem construída, para que possam constituir uma análise. É um momento reflexivo diante do modelo desenvolvido. Nesta concepção evidencia-se o potencial reflexivo da Educação Matemática Crítica na qual as e os discentes percebem a relevância do conteúdo estudado.

A seguir, serão descritas as fases da modelagem a serem praticadas, ressaltando que não necessariamente é preciso seguir esta ordem. Por exemplo, pode-se partir de uma situação problema, porém de certa forma em algum momento será necessário a discussão do tema, como também seja necessária uma pesquisa exploratória para aprofundar os conhecimentos do tema.

Reconhecemos que o modelo apresentado, que passou por ajustes em nosso desenvolvimento, estará em constante transformação, em resposta às necessidades específicas de cada contexto. Portanto, podemos ficar à vontade para adaptá-lo de acordo com nossas necessidades, realidade e objetivos.

Em nossa vivência, desenvolvendo a modelagem matemática, verificamos a necessidade das interações como caminho para que as etapas apresentadas por Burak (1992) se mostrem mais significativas e promovam o engajamento das estudantes e dos estudantes. Sendo assim, devemos considerar a promoção das ações relacionadas ao Modelo de Cooperação Investigativa de Alro e Skovsmose (2023), descritas a seguir.

Estabelecer contato: Interação com a/as pessoas incluindo troca de informações, esclarecimento de dúvidas ou mesmo o desenvolvimento de relações mais próximas para melhorar o engajamento dos participantes. Estar atento ao outro e suas contribuições. Contemplando aspectos emocionais como o respeito mútuo, responsabilidade e confiança.

Perceber: Conseguir compreender a perspectiva do próximo. Levar em consideração os possíveis assuntos expostos antes de rejeitá-los, incluindo o ato de questionar e examinar possibilidades.

Reconhecer: Processo de elucidação das ideias. Incluindo perceber perspectivas gerais do tema baseada na ideia de um outro, nas quais podem ser aprofundadas servindo até mesmo como justificativa.

Posicionar-se: Argumentar a favor de um determinado tema ou apresentar argumentos com propósito de investigar coletivamente determinado assunto.

Pensar alto: Processo de reflexão interna exposta verbalmente. Análise, reorganização e compreensão, assim expressando pensamentos, ideias e sentimentos. Expressar o que se passa internamente pode servir de objeto de investigação.

Reformular: Dizer de forma diferente a mesma coisa a fim de melhorar sua clareza acerca da proposta.

Desafiar: Refutar conhecimentos ou perspectivas que já estão consolidadas. Relacionada a questões hipotéticas, expandindo para novas possibilidades investigativas.

Avaliar: Esse processo não se limita apenas a professora, mas estende às e aos estudantes como autoavaliação. "Correção de erros, crítica negativa, crítica construtiva, conselho, apoio incondicional, elogio ou novo exame, é uma lista incompleta" (ALRO & SKOVSMOSE, 2023, p. 110).



VAMOS MODELAR?

3.5 Preparando o ambiente

Sugerimos que a professora ou o professor sistematize na lousa, ou apresentação de slides, orientações que julgar necessárias antes do início das etapas de desenvolvimento da modelagem matemática. Como exemplo de orientações, temos:

1. Formação de grupos, definindo o número de participantes.
2. Orientações sobre a participação em cada etapa do desenvolvimento, considerando que a avaliação será feita processualmente.
3. A necessidade de apresentar a sistematização do trabalho de forma escrita.
4. Orientações sobre a atividade de avaliação final do projeto.

Portanto, estamos considerando que o projeto deve ser acompanhado em aulas presenciais, como previsão de número de aulas necessárias para o desenvolvimento do projeto, em acordo com os objetivos de aprendizagem definidos e a realidade de cada turma.

Neste momento de preparação do ambiente, recomenda-se que as etapas da modelagem matemática sejam expostas às e aos participantes, explicitando o que se espera de sua participação no desenvolvimento do projeto.

3.5.1 Objetivo Específico

Compreender sobre as etapas da prática da modelagem matemática, sobre os processos avaliativos, sobre as produções que deverão ser realizadas e o reconhecimento das orientações apresentadas.

3.5.2 Metodologia

Apresentação das orientações e sistematização da prática da modelagem matemática, expondo as estratégias que devem ficar claras, em caso de dúvidas devem ser expostas e discutidas com todos os integrantes da sala.

3.5.3 Recursos Didáticos

Caneta para quadro branco e lousa ou projetor e material instrucional.

3.6 Momento 1 – a escolha do tema

Com os grupos previamente definidos é hora de promover a interação!

Recomendamos que como ponto de partida seja investigado os conhecimentos preliminares acerca da temática proposta. Questões diretas sobre o que entendem por justiça social ou injustiça social, pode ser um bom ponto de partida. Recomendamos que as manifestações sejam anotadas, para na sequência serem revisitadas, após o primeiro contato com materiais que tratam da temática ou até mesmo no final do projeto, no momento da apresentação da avaliação final, com a finalidade de realizar uma análise da progressão conceitual.

Após a sondagem inicial, para fomentar a discussão entre as participantes e os participantes, verificamos a possibilidade do uso de artigos, notícias de jornais ou revistas, documentários, vídeos entre outras tantas possibilidades que abordem a temática justiça social. Em nossa proposta, o caminho metodológico escolhido foi a apresentação de charges.

Nem sempre o nível de interesse da turma é linear, as e os integrantes podem não concordar com o mesmo tema. Uma estratégia, é sistematizar os temas no quadro dando considerações e perguntando a opinião daqueles estudantes menos participativos, contribuindo para o envolvimento de toda a turma. A intenção é que todas as pessoas se sintam parte do processo de construção da modelagem.

3.6.1 Objetivos Específicos

- Promover discussões acerca da temática justiça social

3.6.2 Metodologia

- Socialização acerca da compreensão do tema geral.
- Impulsioná-los a manifestarem seus interesses oralmente.
- Fazer um levantamento dos temas levantados e conduzi-los a um consenso sobre o tema ou problema a ser investigado.

Recursos Didáticos

Material instrucional - Impresso ou em formato de apresentação.

Como instrumento motivador a professora apresentou as seguintes charges:

Figura 2: Charge Mais Justiça Menos Desigualdade



Fonte: Página Oxfam Brasil³

Figura 3: Charge Índice de Desenvolvimento Humano



Fonte: Questão Unesp 2016⁴

³ Disponível em: < <https://www.oxfam.org.br/antonio-juniao/> >. Acesso em: 17 out. 2022.

⁴ Disponível em: <

https://oficinadoestudante.com.br/uploads/imagens_correcoes/correcao_online_oficinadoestudante_unesp_2015_4481.pdf >. Acesso em: 17 out. 2022.

Figura 4: Charge Cenas do Cotidiano



Fonte: Página Junião, Cartunista e Ilustrador⁵

Figura 5: Charge Rede Social



Fonte: Blog Sorriso Pensante⁶

Figura 6: Desigualdades Sociais



Fonte: Blog Veredas do Tempo⁷
Facebook⁸

Figura 7: Redução da Maioridade Penal



Fonte: Página do Catraca Livre no

⁵ Disponível em: <<https://juniao.com.br/chargecartum/>>. Acesso em: 17 out. 2022.

⁶ Disponível em: <<http://www.ivancabral.com/2011/06/charge-do-dia-rede-social.html>>. Acesso em: 17 out. 2022.

⁷ Disponível em: <<https://veredastempo.blogspot.com/2020/09/charge-desigualdade-sociais-autor.html?spref=pi>>. Acesso em: 17 out. 2022.

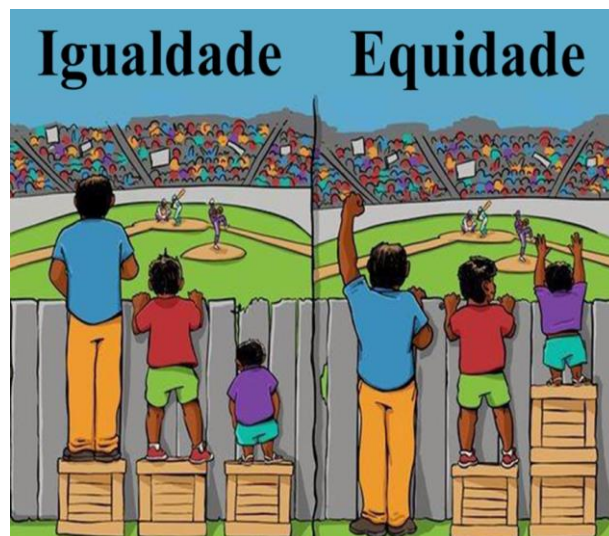
⁸ Disponível em: <https://www.facebook.com/CatracaLivre/photos/policiais-civis-se-declaram-contra-redu%C3%A7%C3%A3o-da-maioridade-penal-em-nota-onu-tamb%C3%A9m/942634059106939/?_rdr>. Acesso em: 17 out. 2022.

Figura 8: Charge Sistema Penitenciário Brasileiro



Fonte: Correio Braziliense - Blog Ari Cunha⁹

Figura 9: Igualdade/Equidade



Fonte: Blog Singularidades¹⁰

3.7 Momento 2 – pesquisa exploratória

Pesquisa exploratória acerca do subtema escolhido.

Com a escolha do tema ou problema a ser investigado concluído, é hora da turma ir para o laboratório de informática. Neste momento as pesquisas tanto serviram para um aprofundamento conceitual a respeito do tema quanto para coletar dados considerados interessantes sobre o tema ou mesmo sobre o problema a ser investigado. Assim, essas pesquisas podem ser de caráter qualitativo e/ou quantitativo ou mesmo por interesse e curiosidade.

Nesse momento a professora ou o professor está na posição de orientador, logo é importante observar a organização dos conceitos adquiridos e dos dados constituídos no sentido de verificar se eles assumem relevância com o tema ou problema escolhido por cada grupo. Também é necessário verificar a confiabilidade dos conceitos e dados obtidos, aprendizado de grande relevância para as e os estudantes.

⁹ Disponível em: <<https://blogs.correiobraziliense.com.br/aricunha/sistema-carcerario-e-hoje-o-maior-problema-de-seguranca-publica-do-pais/>>. Acesso em: 17 out. 2022.

¹⁰ Disponível em: <<https://blog.institutosingularidades.edu.br/qual-a-importancia-da-equidade-racial-para-a-educacao/>>. Acesso em: 17 out. 2022.

Caso a professora ou o professor perceba a necessidade de auxiliar na pesquisa exploratória, recomendamos que seja construído, com as e os estudantes, um questionário com orientações de termos, conceitos ou informações que devem ser buscados.

3.7.1 Objetivos Específicos

- Constituir dados e conceitos confiáveis.

3.7.2 Metodologia

- Promover atitudes de pesquisadora ou pesquisador.
- Supervisionar a pesquisa observando se a pesquisa está alinhada ao tema proposto e se os dados e conceitos obtidos são provenientes de fontes confiáveis.
- Em caso de necessidade, estabelecer orientações para a realização da pesquisa pela construção conjunta de um questionário.

3.7.3 Recursos Didáticos

- Computadores com acesso à internet.

3.8 Momento 3 – levantando o problema

Momento de orientar que os grupos organizem os dados e conceitos. Nesta etapa, a professora ou o professor podem orientá-los a usarem ferramentas matemáticas, como tabelas e gráficos.

Como é um momento de organização de informações que levem à resposta, ou respostas para o problema escolhido, possivelmente irão surgir o levantamento de algumas hipóteses. O momento deve ser estimulado para que surjam

questionamentos e discussões dentro do grupo, e os argumentos sejam utilizados na busca de um consenso, o que deve constar no trabalho escrito.

Provavelmente na busca de respostas ao problema, as e os estudantes irão se deparar com a necessidade de explorar conceitos de outras áreas do conhecimento, assim como interpretar dados oriundos de outras áreas do conhecimento que não seja a matemática. O estímulo à pesquisa deve ser reforçado, de modo a ser percebido como a matemática se insere na solução de problemas complexos.

Para o envolvimento nesta etapa, questionamentos podem ser feitos: Estes dados dão possibilidade de responder qual problema? Tem informações contidas que são desconhecidas? Serão necessárias novas informações ou conhecimentos para uma resposta mais completa ao nosso problema? Tais questionamentos podem ser desafiadores para construir um problema no qual outras áreas do conhecimento podem gerar contribuições.

Quanto mais familiarizados com o tema, maior o envolvimento, caso os grupos decidam por consultarem especialistas no tema, considerem como um aspecto positivo, pois quanto maior envolvimento melhor tende a ser o modelo final.

3.8.1 Objetivos Específicos

Articular e organizar as ideias a partir dos dados e informações coletadas nas etapas anteriores, sejam elas matemáticas ou não.

3.8.2 Metodologia

- Propor a sistematização dos dados constituídos.
- Estimular a interação com colegas para identificação do problema a ser respondido.

3.8.3 Recursos Didáticos

- Caderno e lápis para anotações.

3.9 Momento 4 – resolução do problema no contexto matemático

No ensino tradicional, os problemas matemáticos são apresentados e trabalhados em função dos conteúdos, já na modelagem o caminho acontece inversamente, pois os conteúdos serão trabalhados em função do problema que desejamos solucionar. Assim, nesta etapa é a hora de tomar emprestado a “ferramenta” matemática que tenha a melhor eficácia para resolver a problemática levantada.

O momento é de utilização, apropriação e significação de conhecimentos matemáticos, em geral, relembrando de conteúdos matemáticos que já foram estudados até aquele momento ou mesmo maiores aprofundamentos matemáticos, portanto, é momento de deixar que os grupos escolham o conteúdo que melhor se adequa a situações específicas que serão representadas.

Podem surgir diferentes conteúdos matemáticos para resolver o mesmo problema; nesse caso, incentive-os a explorar todas as possibilidades de solução e a discutir entre si qual estratégia é a melhor.

3.9.1 Objetivo Específico

- Mobilizar e articular os conhecimentos de conteúdos matemáticos e assimilados para representar o(s) problema(s).
- Analisar criticamente a estratégia matemática utilizada.

3.9.2 Metodologia

- Questionar a turma sobre o conteúdo matemático utilizado, para que escolham a estratégia que melhor soluciona a problemática levantada na etapa anterior.

3.9.3 Recursos Didáticos

- Caderno e lápis para anotações.

3.10 Momento 5 – análise crítica

Fazer reflexões sobre aspectos sociais e/ou políticos que refletem a situação estudada.

Segundo o referencial teórico utilizado, esse seria o momento de análise crítica da solução. Não vetamos a relevância desse momento e ainda destacamos que esta análise provavelmente será alcançada por meio do diálogo descrito na etapa anterior. Ao tentar convencer os demais da melhor estratégia matemática a ser utilizada, a análise crítica da solução poderá acontecer. Porém, caso isso não aconteça, é bom lembrar que temos um compromisso ao trabalharmos com a Educação Matemática Crítica e, portanto, aspectos inerentes a uma formação cidadã deverá ser instigados a fazerem parte da solução apresentada.

A avaliação na construção de sentido e significado a respeito da Justiça Social será avaliada de forma contínua durante as etapas. Para que haja uma avaliação geral, esse é o momento de apresentações dos seminários. Tente deixar a turma confortável dinamizando com as pessoas menos participativas.

3.10.1 Objetivo Específico

- Suscitar a criticidade.

3.10.2 Metodologia

- Apresentação do modelo matemático desenvolvido.
- Formular perguntas para satisfazer o objetivo.

LINK DO ROTEIRO DE POSSÍVEIS PERGUNTAS
[Roteiro de perguntas seminário](#)

3.10.3 Recursos didáticos

- Apresentação de slides (se necessário), cartolina, caneta para quadro branco, lousa.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta foi elaborada com o objetivo de engajar as e os estudantes, incentivando sua participação ativa e crítica. Promoveu um aprendizado que permitiu às e aos estudantes relacionar conceitos matemáticos com questões sociais reais, desenvolvendo consciência social e senso de responsabilidade.

Destacamos que docentes de diferentes disciplinas podem trabalhar juntos na criação e condução do projeto, proporcionando uma visão integrada e coordenada dos conhecimentos. Ao trabalhar em projetos interdisciplinares, a abordagem dos problemas pode partir de diferentes ângulos, o que pode enriquecer e abranger a capacidade de análise e solução.

Esperamos que esta sugestão de Unidade Didática possa contribuir para a prática escolar de professoras e professores. Desejamos que o processo seja satisfatório para todas as pessoas envolvidas, e que as e os estudantes percebam a relevância do uso da matemática para interpretar o mundo e tomar-se crítico com a matemática, com tomadas de decisões que possam promover impactos sociais positivos.

Além disso, almejamos que este projeto contribua para ampliar o conhecimento sobre o trabalho desenvolvido pela Associação de Proteção e Assistência aos Condenados (APAC). Que sirva de inspiração para a elaboração de outros projetos, possibilitando, por meio de práticas docentes, novas perspectivas de futuro e contribuindo para a reinserção social dos recuperandos. Dessa forma, buscamos mobilizar um pensamento crítico por meio da matemática e de outras áreas do conhecimento. Agradecemos o interesse por este material e desejamos sucesso em suas futuras práticas, sintam-se à vontade para entrar em contato conosco e compartilharmos experiências com a prática da modelagem matemática.

Karina, Amanda e Antônio Marcelo!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. **Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa.** Educação Matemática Pesquisa, v. 12, p. 221-241, 2010. BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.
- ARAÚJO, J. L.; LIMA, F. H. Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica: uma interlocução possível. **VIDYA**, Santa Maria-RS, v. 43, n. 2, p. 267-286, jul./dez., 2023.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem.** Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.
- BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na educação básica, numa perspectiva da educação matemática. In: BURAK D, PACHECO, E. R. (orgs). **Educação Matemática: Reflexões e Ações**, Curitiba: CRV, p. 147-166, 2010.
- KLÜBER, T. E. ; BURAK, D. **Sobre a Pesquisa Qualitativa na Modelagem Matemática em Educação Matemática.** Bolema, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 111-133, 2012
- KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino.** In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Orgs.) **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica.** Ponta Grossa: UEPG, p. 97-114, 2010.
- SKOVSMOSE, O. (2010). **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica Editora
- SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia.** Campinas: Papirus Editora, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)
- SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica.** Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas: Papirus, 2014.

A RESPEITO DOS AUTORES

Karina Silva D'aquila

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas-Passos (2020). Mestra pela Universidade Federal de Lavras-UFLA (2024). Atualmente é professora de matemática na rede estadual de Minas Gerais. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase nos seguintes temas: Ensino e aprendizagem, Educação Matemática Crítica e modelagem matemática.

Amanda Castro Oliveira

Professora dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física do Departamento de Educação em Ciências Físicas e Matemática da UFLA desde 2009/1, professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática desde 2019/1. Doutora em Modelagem Computacional, Bacharela e Mestra em Física. Mãe de uma menina de 9 anos, Embaixadora do Parent in Science. Tem pesquisado na Área de Educação Matemática Crítica com ênfase nas questões de gênero, diversidade sexual, étnico-raciais e direitos humanos.

Antônio Marcelo Martins Maciel

Possui graduação em Licenciatura em Física pela Universidade Federal Fluminense (1995), graduação em Bacharelado em Física pela Universidade Federal Fluminense (1990), mestrado em Física pela Universidade Federal Fluminense (1993) e doutorado em Física pela Universidade Federal Fluminense (1998). Atualmente é professor associado da Universidade Federal de Lavras. Trabalhou como professor de Física na educação básica por 13 anos e desde 2010 dedica-se à formação de professores de Física, trabalhando diretamente com o curso de Licenciatura em Física da UFLA, orientando no Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física e no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS