



MANOEL DE OLIVEIRA JÚNIOR

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO A
PARTIR DE SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM
SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM
NO ENSINO DE ÁLGEBRA**

LAVRAS – MG

2025

MANOEL DE OLIVEIRA JÚNIOR

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO A PARTIR DE
SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE
APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ÁLGEBRA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas Pedagógicas e Formação Docente, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. José Antônio Araújo Andrade
Orientador

LAVRAS – MG

2025

**Ficha Catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração
de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Oliveira Júnior, Manoel de.

O desenvolvimento do pensamento teórico a partir de significações produzidas em situações desencadeadoras de aprendizagem no ensino de álgebra / Manoel de Oliveira Júnior. - 2025.

126 p. : il.

Orientador: José Antônio Araujo Andrade

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2025.
Bibliografia.

1. Teoria histórico-cultural. 2. Ensino de matemática. 3. Pensamento teórico. 4. Álgebra. I. Andrade, José Antônio Araujo. II. Universidade Federal de Lavras. III. Título.

MANOEL DE OLIVEIRA JÚNIOR

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO A PARTIR DE
SIGNIFICAÇÕES PRODUZIDAS EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE
APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ÁLGEBRA**

**THE DEVELOPMENT OF THEORETICAL THINKING FROM MEANINGS
PRODUCED IN LEARNING-TRIGGERING SITUATIONS IN THE TEACHING OF
ALGEBRA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas Pedagógicas e Formação Docente, para a obtenção do título de Mestre.

.

APROVADA EM 31 DE MARÇO DE 2025.

Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade	UFLA
Prof. Dr. Mário Henrique Andrade Cláudio	UFLA
Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes	UFMS



Documento assinado digitalmente
JOSE ANTONIO ARAUJO ANDRADE
Data: 10/03/2026 08:21:48-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. DSc. José Antônio Araújo Andrade
Orientador

LAVRAS – MG

2025

À minha mãe Célia e a meu pai Manoel.

Dedico

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Célia, e ao meu pai, Manoel, por estarem sempre presentes em minha vida e por me incentivarem, continuamente, a ser alguém melhor. Ao meu orientador, José Antônio, agradeço pela confiança depositada em mim ao me selecionar para o ingresso no mestrado, por todo o ensinamento e pela paciência. Estendo meus agradecimentos aos membros da banca, Adriana e Mário, pela disponibilidade tanto na qualificação quanto na defesa, assim como pelos valiosos ensinamentos e sugestões. Às minhas amigas de mestrado, Kátia e Sabrina, agradeço pela parceria e apoio fundamentais para que eu chegasse até aqui, caminhamos juntos, apoiando-nos e fortalecendo-nos até o fim, e sem vocês isso não seria possível. Agradeço também a todos os professores que passaram pela minha vida, pois cada um contribuiu para moldar quem sou hoje. Por fim, manifesto minha gratidão aos amigos que, direta ou indiretamente, estiveram comigo durante toda essa trajetória. Muito obrigado!

“Através dos outros, nos tornamos nós mesmos”

(L. S. Vigotski)

RESUMO

Essa pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de analisar o desenvolvimento do pensamento teórico de alunos do 8º ano dos anos finais do ensino fundamental em situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), mediadas pelo professor e pela utilização de uma tecnologia digital no ensino de álgebra. Recorreu-se aos pressupostos do Materialismo Histórico-Dialético (Marx), da Teoria Histórico-Cultural (Vigotski), da Teoria da Atividade (Leontiev) e da Teoria do Ensino Desenvolvidor (Davidov) como referencial teórico. Posteriormente, recorreu-se ao lógico-histórico da álgebra, a fim de encontrar os nexos conceituais presentes em sua formação e, por fim, definiu-se o conceito de atividade orientadora de ensino (AOE) para a elaboração da unidade didática. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e está inserida no contexto escolar, tendo como propósito responder ao seguinte problema de pesquisa: Como os processos de significação estabelecidos em situações desencadeadoras de aprendizagem promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico? Para responder a essa questão, foram propostos dois objetivos específicos: analisar as potencialidades e os limites dos instrumentos de mediação utilizados; e verificar se as significações produzidas pelos estudantes, nas situações desencadeadoras de aprendizagem, corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Como forma de coleta de dados, utilizaram-se o gravador de voz, as notas de campo do professor-pesquisador e os registros das tarefas realizadas pelos alunos. Para a análise dos dados, foi adotado o método dos núcleos de significação, que consiste em três etapas: levantamento de pré-indicadores, sistematização dos indicadores e construção dos núcleos de significação. O produto educacional foi produzido e aplicado em uma turma do 8º ano de uma escola situada na zona rural do município de Baependi-MG, entre os dias 19 e 27 de outubro de 2022. Por meio da análise dos dados, pôde-se perceber que, pelas significações produzidas e pela mediação realizada, os estudantes conseguiram desenvolver o pensamento teórico.

Palavras-chave: teoria histórico-cultural; ensino de matemática; pensamento teórico; álgebra.

ABSTRACT

This research was developed with the aim of analyzing the development of theoretical thinking among 8th-grade students in the final years of elementary school, in learning- triggering situations (SDA) mediated by the teacher and through the use of digital technology in the teaching of algebra. The study was grounded in the assumptions of Historical- Dialectical Materialism (Marx), the Historical-Cultural Theory (Vygotsky), the Activity Theory (Leontiev), and the Theory of Developmental Teaching (Davydov) as its theoretical framework. Subsequently, the logical-historical dimension of algebra was considered in order to identify the conceptual nexuses present in its formation and, finally, the concept of Teaching Guiding Activity (AOE) was defined for the elaboration of the didactic unit. The research is characterized as qualitative and is situated in the school context, aiming to answer the following research question: How do the processes of meaning-making established in learning-triggering situations promote the development of algebraic thinking? To address this question, two specific objectives were proposed: to analyze the potentialities and limitations of the mediation instruments used; and to verify whether the meanings produced by students in learning-triggering situations contribute to the development of algebraic thinking. For data collection, a voice recorder, the researcher-teacher's field notes, and the records of the tasks performed by the students were used. For data analysis, the method of meaning nuclei was adopted, which consists of three stages: identification of pre-indicators, systematization of indicators, and construction of meaning nuclei. The educational product was designed and applied to an 8th-grade class in a school located in the rural area of the municipality of Baependi-MG, between October 19 and 27, 2022. Through the data analysis, it was possible to observe that, by means of the meanings produced and the mediation carried out, the students were able to develop theoretical thinking.

Keywords: historical-cultural theory; mathematics teaching; theoretical thinking; algebra.

INDICADORES DE IMPACTO

O trabalho teve como objetivo analisar o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos em situações desencadeadoras de aprendizagem mediadas pelo professor, associadas à utilização de uma tecnologia digital no ensino de álgebra, em um estudo conduzido com nove estudantes do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública localizada na zona rural do município de Baependi, Minas Gerais. A pesquisa fundamentou-se na teoria histórico-cultural e buscou explorar como a mediação pedagógica e o uso de recursos digitais podem favorecer a generalização do pensamento teórico em contextos nos quais a álgebra se apresenta como um dos maiores desafios de aprendizagem. Os impactos observados situam-se prioritariamente na melhoria da qualidade da educação, com evidências de que os estudantes ampliaram sua capacidade de compreender conceitos abstratos e de construir relações algébricas de forma mais consciente, o que pode contribuir para a redução de desigualdades educacionais em territórios rurais que enfrentam limitações de acesso a recursos pedagógicos inovadores. De caráter extensionista, o trabalho envolve diretamente a comunidade escolar, na medida em que docentes, estudantes e técnicos atuam em parceria na experimentação de práticas que podem ser replicadas em outras instituições públicas de ensino, fortalecendo a integração entre universidade e sociedade. Os impactos se inserem na área temática da educação, mas também dialogam com tecnologia e produção, uma vez que exploram recursos digitais no processo de ensino-aprendizagem, e com trabalho, pela valorização da prática docente mediada por tecnologias. Em consonância com a Agenda 2030 da ONU, os resultados relacionam-se especialmente aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável 4 (Educação de Qualidade) e 10 (Redução das Desigualdades), demonstrando potencial de transformação social ao indicar caminhos para práticas pedagógicas que promovem equidade e inovação em contextos educacionais desafiadores.

IMPACT INDICATORS

The study aimed to analyze the development of students' theoretical thinking in triggering learning situations mediated by the teacher, combined with the use of digital technology in the teaching of algebra, in research conducted with nine 8th-grade students from a public school located in the rural area of Baependi, Minas Gerais, Brazil. Grounded in the historical-cultural theory, the study sought to explore how pedagogical mediation and the use of digital resources can foster the generalization of theoretical thinking in contexts where algebra is one of the greatest learning challenges. The observed impacts lie primarily in the improvement of education quality, with evidence that students enhanced their ability to understand abstract concepts and to consciously construct algebraic relations, which can contribute to reducing educational inequalities in rural territories that face limited access to innovative pedagogical resources. With an extensionist character, the work directly involves the school community, as teachers, students, and technical staff collaborate in experimenting with practices that can be replicated in other public education institutions, strengthening the integration between university and society. The impacts fall mainly within the thematic area of education, but also relate to technology and production, as they explore digital resources in the teaching-learning process, and to work, through the appreciation of teaching practices mediated by technologies. In alignment with the United Nations 2030 Agenda, the results are particularly connected to Sustainable Development Goals 4 (Quality Education) and 10 (Reduced Inequalities), demonstrating social transformation potential by indicating pathways for pedagogical practices that promote equity and innovation in challenging educational contexts.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Organização da Atividade Orientadora de Ensino	55
Figura 2- Representação geométrica do “Quadrado da soma de 2 termos”.....	68
Figura 3- Escrita de Diofanto.....	68
Figura 4 - Exemplo de um dos mais antigos manuscritos grego	68
Figura 5- Desenvolvimento do simbolismo moderno através dos anos	76
Figura 6 – Registro do aluno D.....	97
Figura 7- Registro do aluno G.....	98
Figura 8- Registro do aluno D.....	100
Figura 9- Resposta de G ao relacionar letras a cada produto.....	103
Figura 10- Tarefa 02	105
Figura 11- alunos utilizando o GeoGebra	108
Figura 12- Aplicação do jogo de pega varetas durante a tarefa 8	112
Figura 13: Construção da tabela pelo aluno G.....	117

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Escrita sincopada em Brahmagupta	73
Quadro 2- Núcleos de significação	90
Quadro 3- Uso da álgebra retórica na resolução das tarefas	95
Quadro 4- Uso da álgebra retórica na resolução das tarefas	96
Quadro 5 - Uso da álgebra retórica na resolução das tarefas	97
Quadro 6- Uso da álgebra sincopada na resolução das tarefas	98
Quadro 7- Uso da álgebra sincopada na resolução das tarefas	99
Quadro 8- Uso da álgebra simbólica na resolução das tarefas	100
Quadro 9- Álgebra simbólica e resolução das tarefas	102
Quadro 10- Álgebra simbólica e resolução das tarefas.....	104
Quadro 11- Álgebra simbólica e resolução das tarefas.....	103
Quadro 12- Representação geométrica na resolução das tarefas	106
Quadro 13- Incógnita e termo desconhecido.....	109
Quadro 14- Quantificação de grandezas	113
Quadro 15- Valores assumidos pela variável	114
Quadro 16- Campos numéricos e influência na resolução das tarefas	117

TABELA

Tabela 1 – Álgebra sincopada de Brahmagupta.....	70
--	----

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
BNCC	Base Comum Curricular
FPS	Funções psicológicas superiores
SDA	Situações Desencadeadoras de Aprendizagem
THC	Teoria Histórico-Cultural
ZDI	Zona de Desenvolvimento Iminente
ZDP	Zona de desenvolvimento proximal

Sumário

1	INTRODUÇÃO.....	17
2	CONSTRUCTOS PSICOLÓGICOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	24
2.1	O Materialismo Histórico-Dialético	24
2.2	A teoria Histórico-Cultural	27
2.2.1	Os sentidos, os significados e as significações	32
2.3	A Teoria da Atividade	35
2.3.1	A organização interna da atividade.....	40
2.3.2	Organização da atividade.....	41
2.3.3	O sujeito da atividade	42
2.3.4	O objeto da atividade.....	43
2.3.5	Os motivos da ação	43
2.3.6	O objetivo da atividade	45
2.3.7	As operações	46
2.4	A atividade de ensino e a atividade de aprendizagem	47
2.5	A Atividade Orientadora de Ensino (AOE)	51
2.6	As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA).....	55
2.7	A Teoria do Ensino Desenvolvidor	57
2.8	A atividade de aprendizagem e as ações de aprendizagem	62
3	HISTÓRIA DA ÁLGEBRA.....	64
3.1	Um breve panorama	64
3.2	O desenvolvimento da notação algébrica.....	65
3.3	O desenvolvimento histórico da álgebra	66
3.4	A álgebra babilônica – estilo retórico.....	67

3.5	A álgebra egípcia.....	67
3.6	A álgebra grega	68
3.7	A introdução ao estilo sincopado	69
3.8	A álgebra dos hindus e dos árabes	71
3.9	A álgebra europeia.....	74
3.10	A notação algébrica simbólica	75
3.11	As concepções de álgebra e educação algébrica	77
3.12	Atrás dos nexos conceituais da álgebra.....	80
3.13	Os nexos conceituais da álgebra	81
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	85
4.1	Modalidade de pesquisa	85
4.2	Campo de observação	85
4.3	Instrumentos de produção de dados.....	86
4.4	Núcleos de significação como método para a análise dos dados	87
4.4.1	A leitura flutuante.....	88
4.4.2	Seleção dos pré-indicadores	88
4.4.3	Construção dos indicadores	89
4.4.4	Construção dos núcleos de significação	89
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	94
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	119
	REFERÊNCIAS.....	121

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como foco principal uma turma do 8º ano do ensino fundamental, composta por nove alunos. A escola está situada na zona rural de Baependi-MG e pertence ao poder público.

Formei-me no curso de Licenciatura em Matemática pela UFRRJ em 2019. Em 2020, iniciei no magistério e tive a oportunidade de trabalhar presencialmente por, aproximadamente, um mês e meio. Em março de 2020, com o início da pandemia da Covid- 19, tivemos que migrar rapidamente para as aulas on-line. Foram tempos difíceis, nos quais tivemos que nos reinventar. Desde então, não parei mais e já atuei nos anos finais do ensino fundamental, no ensino médio e na educação especial.

Como sempre tive vontade de fazer uma pós-graduação, em 2021 tive a oportunidade de ingressar no PPGECEM da UFLA. A escolha da UFLA ocorreu por ser a universidade mais próxima de minha residência e por oferecer o mestrado em Educação Matemática. No início da seleção, o tema de pesquisa seria outro, mas, em comum acordo com o orientador, optamos pelo atual. Nunca havia tido contato com a Teoria Histórico-Cultural; entretanto, a partir do primeiro semestre, tive a oportunidade de me aprofundar no assunto por meio das aulas do programa e do grupo de estudos.

A opção pelo ensino da álgebra surgiu a partir de reflexões desenvolvidas sobre minha prática profissional ao longo da carreira. Percebi a dificuldade de minhas turmas em lidar com letras, já que os alunos frequentemente reclamavam dessa parte da matemática.

Nos últimos anos, tem-se falado muito sobre a utilização de tecnologias digitais, principalmente no ensino de Matemática. Ao mesmo tempo, vivemos em uma sociedade em que, cada vez mais, os aparatos digitais se tornam elementos que contribuem para a mediação de nossas atividades. Diante disso, não podemos negar a importância do uso de ferramentas diversas no ensino e aprendizagem da Matemática em nosso dia a dia.

Uma vez que tudo à nossa volta está ligado à Matemática, o seu papel vai além de simplesmente fazer o aluno aprender. É fundamental que o professor estimule o estudante a pensar e a interpretar situações de forma crítica e reflexiva, especialmente aquelas relacionadas à realidade objetiva.

Para Sousa, Panossian e Cedro (2014), o ensino da álgebra não tem conseguido torná-la pertinente para o desenvolvimento do sujeito, o que acaba fazendo com que os estudantes se tornem alienados em relação ao ensino de Matemática.

Uma vez que a álgebra é vista simplesmente como manipulação de letras, ela se torna

irrelevante para os alunos, o que acaba a distanciando de sua prática.

A partir daí, surge a oportunidade de discutirmos sobre o processo de ensino e aprendizagem e as práticas docentes na constituição do conhecimento, do pensamento algébrico, e as estratégias e metodologias de aprendizagem.

Diante desse viés, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais para escolas de educação básica, sugere que o ensino de álgebra tem como finalidade

[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 270)

Como o ensino de álgebra é essencial para o ensino de Matemática e para a vida do aluno, o professor pode recorrer a outros métodos de ensino, à utilização de ferramentas, como jogos e tecnologias digitais, a fim de tornar a aprendizagem mais significativa e chamar a atenção dos alunos, mostrando que a Matemática não é um bicho de sete cabeças e que qualquer pessoa tem capacidade e pode aprender. Em tempos em que os alunos já se sentem desmotivados em aprender, gerar uma aprendizagem mais significativa, seja através de uma aula diferenciada, seja através do lúdico, isso pode fazer toda a diferença na vida aluno, podendo tornar assim o ensino muito mais atrativo e prazeroso.

Em tempos em que as redes sociais tomam grande parte do tempo dos alunos, é importante recorrer a outros recursos. Um recurso é a utilização de tecnologias digitais. De acordo com as competências específicas de Matemática para o ensino fundamental da BNCC (BRASIL, 2017, p. 267), o professor deve “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”.

O uso das tecnologias em sala de aula é uma importante ferramenta para transformar de forma positiva o ambiente de aprendizagem, por meio da qual é possível desenvolver variadas atividades, investigar diferentes formas de resolução de problemas, debater possíveis resultados, isto é, ele permite que os alunos vivenciem novas experiências e apliquem os conceitos matemáticos. (Amancio; Sanzovo, 2020, p. 4).

Borba; Almeida; Chiari (2015, p. 1128), consideram que:

As tecnologias digitais, a depender da forma como são utilizadas, podem ser um recurso para minimizar os problemas enfrentados nessa disciplina, dado o amplo leque de possibilidades que se abrem a partir de sua utilização, em especial as ligadas à dinamicidade, ao feedback e à visualização.

Nesse sentido, caso o professor utilize as tecnologias digitais como recurso didático, poderá ser uma oportunidade de vincular a teoria à prática, tendo em vista que elas devem ser trabalhadas em sala como uma extensão do andamento habitual da aula.

Com o intuito de conhecer as tendências das pesquisas em Educação Matemática, especificamente no que diz respeito ao pensamento algébrico, realizamos uma revisão bibliográfica de dados por meio do Portal de Periódicos da CAPES e do Catálogo de Teses e Dissertações. Em nossas buscas, utilizamos os descritores “pensamento algébrico” e “teoria histórico-cultural” Refinamos para as mais recentes pesquisas que encontramos. A partir daí, selecionamos sete trabalhos que tratam do pensamento algébrico e do uso de tecnologias digitais fundamentados, de alguma forma, na Teoria Histórico-Cultural (THC).

Observa-se que a maioria dessas pesquisas se apropria dessa teoria, como em Alves (2016); Lemes (2016); Silva (2015); Ibrahim (2015); Regis (2017); Pereira (2019) e Coutinho (2019). Regis (2017) trabalha com a Teoria da Atividade, mas não menciona a Teoria do Ensino Desenvolvimental, que constitui uma continuidade da THC. Já Pereira (2019) utiliza tarefas do material curricular oficial do estado de São Paulo, enquanto Coutinho (2019) recorre a tecnologias digitais, mas sem fundamentação na THC.

Diante disso, nossa pesquisa se diferencia das outras, pois tentará observar como ocorre as significações produzidas pelos alunos durante o desenvolvimento do pensamento teórico através de uma unidade didática alinhada à utilização de tecnologia digital e se baseando na THC. Davidov (1998) caracteriza o pensamento teórico como a ascensão do abstrato ao concreto, termo que será discutido nos próximos capítulos. A pesquisa que mais se aproxima da nossa é a de Ibrahim (2015), pois a autora se apropria das teorias citadas e faz uso de tecnologias digitais, mas a metodologia utilizada por ela não é a mesma que utilizaremos.

Com base no exposto, propomos o seguinte problema de pesquisa: Como os processos de significações estabelecidos em situações desencadeadoras de aprendizagem promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico? Para responder essa questão traçamos o nosso objetivo geral foi: analisar o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos em situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) mediadas pelo professor e com a utilização de uma tecnologia digital no ensino de álgebra. Traçamos dois objetivos específicos para nos ajudar a

alcançar o objetivo geral. São eles: analisar as potencialidades e os limites dos instrumentos de mediação utilizados; analisar se as significações produzidas pelos estudantes nas situações desencadeadoras de aprendizagem corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com o intuito de alcançar nossos objetivos e ajudar professores no ensino de álgebra, elaboramos uma unidade didática constituída por um conjunto de situações desencadeadoras de aprendizagem, que, juntamente com a intervenção pedagógica orientada pela Teoria Histórico-Cultural, poderão suscitar a atividade do sujeito. Já as significações produzidas pelos alunos poderão ser relevantes para a compreensão teórica do conceito.

O segundo capítulo é composto por três teorias. Iniciamos com a Teoria Histórico-Cultural, cujo precursor é Vigotski (1934), toda respaldada no materialismo histórico-dialético de Marx (1867). Nessa etapa, discutimos o conceito de trabalho, sentidos, significados e significações. Em seguida, abordamos a Teoria da Atividade de Leontiev (1978), relacionando o conceito de atividade, atividade de ensino e aprendizagem, e a atividade orientadora de ensino (AOE). Por fim, apresentamos a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davidov (1998), discutindo o conceito de pensamento teórico.

No terceiro capítulo, recorremos ao lógico-histórico da álgebra, recorrendo sobre sua história a fim de encontrar seus nexos conceituais.

No quarto capítulo, descrevemos o procedimento metodológico, incluindo a modalidade da pesquisa (qualitativa), o campo de observação (ambiente escolar), os instrumentos de produção de dados (gravador de voz, notas de campo do professor pesquisador e registro das tarefas realizadas pelos alunos) e os critérios para análise dos dados (núcleos de significação), seguido da análise propriamente dita.

No quinto capítulo, apresentamos as considerações finais e a análise internúcleos, envolvendo os três núcleos de significação encontrados.

Por fim, apresentamos os anexos, nos quais se encontra a unidade didática aplicada durante as aulas. Uma vez que tudo à nossa volta está ligado à Matemática, o seu papel é mais do que fazer o aluno aprender, é importante que professor estimule o estudante a pensar, a interpretar situações de forma crítica e reflexiva, especialmente questões ligadas à realidade objetiva.

Para Sousa, Panossian e Cedro (2014), o ensino da álgebra não tem conseguido torná-la pertinente para o desenvolvimento do sujeito, o que acaba fazendo com que os estudantes se tornem alienados em relação ao ensino de Matemática. Uma vez que a álgebra é vista

simplesmente como manipulação de letras, ela se torna irrelevante para os alunos, o que acaba a distanciando de sua prática. A partir daí, surge a oportunidade de discutirmos sobre o processo de ensino e aprendizagem e as práticas docentes na constituição do conhecimento, do pensamento algébrico, e as estratégias e metodologias de aprendizagem.

Diante desse viés, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais para escolas de educação básica, sugere que o ensino de álgebra tem como finalidade.

[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 270)

Como o ensino de álgebra é essencial para o ensino de Matemática e para a vida do aluno, o professor pode recorrer a outros métodos de ensino, à utilização de ferramentas, como jogos e tecnologias digitais, a fim de tornar a aprendizagem mais significativa e chamar a atenção dos alunos, mostrando que a Matemática não é um bicho de sete cabeças e que qualquer pessoa tem capacidade e pode aprender. Em tempos em que os alunos já se sentem desmotivados em aprender, gerar uma aprendizagem mais significativa, seja através de uma aula diferenciada, seja através do lúdico, isso pode fazer toda a diferença na vida aluno, podendo tornar assim o ensino muito mais atrativo e prazeroso.

Em tempos em que as redes sociais tomam grande parte do tempo dos alunos, é importante recorrer a outros recursos. Um recurso é a utilização de tecnologias digitais. De acordo com as competências específicas de Matemática para o ensino fundamental da BNCC (BRASIL, 2017, p. 267), o professor deve “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”.

Para Amancio; Sanzovo (2020, p. 4),

o uso das tecnologias em sala de aula é uma importante ferramenta para transformar de forma positiva o ambiente de aprendizagem, por meio da qual é possível desenvolver variadas atividades, investigar diferentes formas de resolução de problemas, debater possíveis resultados, isto é, ele permite que os alunos vivenciem novas experiências e apliquem os conceitos matemáticos.

Borba; Almeida; Chiari (2015, p. 1128), consideram que

as tecnologias digitais, a depender da forma como são utilizadas, podem ser um recurso para minimizar os problemas enfrentados nessa disciplina, dado o amplo leque de possibilidades que se abrem a partir de sua utilização, em especial as ligadas à dinamicidade, ao feedback e à visualização.

Nesse sentido, caso o professor utilize as tecnologias digitais como recurso didático, poderá ser uma oportunidade de vincular a teoria à prática, tendo em vista que elas devem ser trabalhadas em sala como uma extensão do andamento habitual da aula.

Com o intuito de conhecer as tendências das pesquisas em Educação Matemática, especificamente no que diz respeito ao pensamento algébrico, realizamos uma revisão bibliográfica de dados por meio do Portal de Periódicos da CAPES e do Catálogo de Teses e Dissertações. Em nossas buscas, utilizamos os descritores “pensamento algébrico” e “teoria histórico-cultural” e refinamos para as publicações mais recentes que encontramos. A partir daí, selecionamos sete pesquisas que tratam do pensamento algébrico e de tecnologias digitais, as quais se baseiam, de alguma forma, na Teoria Histórico-Cultural (THC). Pudemos notar que a maioria das pesquisas que aborda o pensamento algébrico se apropria da Teoria Histórico-Cultural.

Dentre as encontradas, podemos citar algumas: Alves (2016), Lemes (2016), Silva (2015), Ibrahim (2015), Regis (2017), Pereira (2019) e Coutinho (2019). Regis (2017) trabalha com a Teoria da Atividade, mas não cita a Teoria do Ensino Desenvolvimental, que é uma continuação da THC. Pereira (2019) utiliza tarefas retiradas do material curricular oficial do estado de São Paulo. Coutinho (2019) utiliza tecnologias digitais, mas não se baseia na THC.

Diante disso, nossa pesquisa se diferencia das demais, pois busca observar como ocorrem as significações produzidas pelos alunos durante o desenvolvimento do pensamento teórico, por meio de uma unidade didática alinhada à utilização de tecnologia digital e fundamentada na THC. Davidov (1998) caracteriza o pensamento teórico como a ascensão do abstrato ao concreto, conceito que será discutido nos próximos capítulos. A pesquisa que mais se aproxima da nossa é a de Ibrahim (2015), uma vez que a autora se apropria das teorias citadas e faz uso de tecnologias digitais, embora a metodologia por ela adotada não seja a mesma que utilizaremos.

Com base no exposto, propomos o seguinte problema de pesquisa: Como os processos de significações estabelecidos em situações desencadeadoras de aprendizagem promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico? Para responder essa questão traçamos o nosso objetivo geral foi: analisar o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos em situações

desencadeadoras de aprendizagem (SDA) mediadas pelo professor e com a utilização de uma tecnologia digital no ensino de álgebra. Traçamos dois objetivos específicos para nos ajudar a alcançar o objetivo geral. São eles: analisar as potencialidades e os limites dos instrumentos de mediação utilizados; analisar se as significações produzidas pelos estudantes nas situações desencadeadoras de aprendizagem corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com o intuito de alcançar nossos objetivos e ajudar professores no ensino de álgebra, elaboramos uma unidade didática, que é constituída por um o conjunto de situações desencadeadoras de aprendizagem, que juntamente com a intervenção pedagógica orientada pela Teoria Histórico-Cultural, poderão ser capazes de suscitar a atividade do sujeito. Já as significações produzidas pelos alunos poderão ser relevantes para a compreensão teórica do conceito.

O segundo capítulo é composto por três teorias. Iniciamos com a Teoria Histórico-Cultural, cujo precursor é Vigotski, fundamentada no materialismo histórico-dialético de Marx. Nessa etapa, foram discutidos os conceitos de trabalho, sentidos, significados e significações. Em seguida, abordamos a Teoria da Atividade, de Leontiev, relacionando os conceitos de atividade, atividade de ensino e aprendizagem, além da atividade orientadora de ensino (AOE). Por fim, apresentamos a Teoria do Ensino Desenvolvimental, de Davidov, na qual discutimos o conceito de pensamento teórico.

No terceiro capítulo, recorreremos ao lógico-histórico da álgebra, apresentando sua história com o objetivo de identificar os nexos conceituais presentes em sua formação.

O quarto capítulo trata do procedimento metodológico, que inclui a modalidade da pesquisa (qualitativa), o campo de observação (ambiente escolar), os instrumentos de produção de dados (gravador de voz, notas de campo do professor-pesquisador e registros das tarefas realizadas pelos alunos) e os critérios de análise (núcleos de significação).

No quinto capítulo, apresentamos as considerações finais e a análise internúcleos, envolvendo os três núcleos de significação encontrados.

2 CONSTRUCTOS PSICOLÓGICOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Neste capítulo, abordamos os constructos psicológicos envolvendo a psicologia soviética, que se baseia no materialismo histórico-dialético culminando na teoria histórico-cultural, que por fim se desdobra nas teorias da atividade e na teoria do ensino desenvolvimental. Primeiramente, iniciamos com o materialismo histórico-dialético.

2.1 O Materialismo Histórico-Dialético

A Teoria Histórico-Cultural se baseia no materialismo histórico-dialético, portanto, para entendê-la precisamos nos apropriar desse conceito para aí prosseguirmos para as outras teorias. O materialismo histórico é todo pautado nas abordagens do filósofo alemão Karl Marx (5 de maio de 1818 – 14 de março de 1883). Durante seus estudos na Universidade de Berlim, Marx encontrou a filosofia de Hegel (1770-1831), que teve um papel muito importante e duradouro em seus estudos posteriores.

De acordo com Pires (1997), a dialética aparece na história muito antes de Marx, e sua primeira concepção se deu na Grécia antiga, onde cada filósofo apresenta uma certa definição. Para Sócrates, ela era definida como a arte de dialogar ou a arte da conversa; Platão a entendia como a arte de pensar, questionar ideias. Até aqui a dialética era vista como um diálogo entre iguais. No entanto, Heráclito (530 a 428 a.C.), filósofo grego, ao antepor essas ideias defendeu o diálogo entre os diferentes, ou seja, a divergência de ideias.

Mas foi só com Hegel, filósofo alemão, partindo das ideias de Kant (1724-1804), que a dialética foi tratada como método, “desenvolvendo o princípio da contraditoriedade afirmando que uma coisa é e não é ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto” (PIRES, 1997, p. 85). A dialética de Hegel era frequentemente caracterizada como um processo de três etapas: tese, antítese, síntese.

Marx, continuando seus estudos reinterpretou as ideias de Hegel sobre o pensamento dialético e atribuiu um caráter materialista e histórico. Para Marx, Hegel pensava em termos idealistas, colocando as ideias em primeiro plano, enquanto Marx procurava reescrever a dialética em termos materialistas, defendendo a primazia da matéria, da realidade, sobre a ideia (PIRES, 1997). Como apontam Pereira e Francioli (2011), o idealismo alemão de Hegel difunde a ideia de que o ser humano se desenvolve sozinho, não dependendo da natureza ou do meio em que se vive, mas das ideias, onde essas ideias são movidas pela razão.

Os autores ainda completam:

desta forma o idealismo hegeliano não levava em consideração as origens materiais para o desenvolvimento da consciência humana, diferente do materialismo que acredita que o homem se desenvolve na medida em que interage com a natureza e modifica os meios de produção material. (Pereira; Fracioli, 2011, p. 94).

O marxismo ou materialismo dialético enfatiza a importância das condições do mundo real e a presença de contradições dentro das coisas. De acordo com o método dialético, toda discussão decorre da confrontação de ideias opostas: o certo e o errado, a afirmação e a negação, os prós e os contras. Esse método adotado por diversos filósofos traz à tona o que chamamos de contradições (Lefebvre, 2009). Para Lênin (1979), o materialismo dialético procura entender as transformações do mundo a partir da realidade material, empregando os princípios da dialética como ferramenta analítica para obter um conhecimento mais abrangente e minucioso da evolução. Diante disso, o materialismo dialético de Marx visava trazer a dialética para o “mundo material”, o mundo das produções e das atividades econômicas e não apenas no mundo mental das ideias, como Hegel. Sendo assim, o materialismo dialético, usa-se da dialética para entender os conflitos e transformações sociais que ocorrem na nossa sociedade.

Mas o que seria esse materialismo histórico-dialético proposto por Marx? Existem muitas definições em diversos livros para tal conceito, mas partindo para uma linguagem menos formal, podemos definir o materialismo histórico-dialético como o método de compreensão e ação sobre a realidade que enxerga os seres humanos dentro de uma situação histórica e material, ou seja, o modo de interpretar e agir sobre o mundo através de sua história e como os seres humanos se organizam através de sua história.

A filosofia desenvolvida por Marx sugere que o ser humano se desenvolve à medida em que modifica o objeto, mudando não apenas a sua própria natureza, mas também o próprio objeto. Em outras palavras, o materialismo histórico-dialético nada mais é do que a junção do materialismo histórico com o materialismo dialético. O materialismo histórico se aplica aos princípios do materialismo dialético em relação ao estudo da vida social e sua história. Pereira; Fracioli (2011, p. 96) caracterizam o materialismo-histórico-dialético como “um método de análise do desenvolvimento humano, levando em consideração que o homem se desenvolve à medida que age e transforma a natureza e neste processo também se modifica”.

Vale ressaltar que o materialismo histórico-dialético, proposto por Marx, teve a contribuição de Engels. Mas, qual é a sua origem e como ele se desenvolveu? Friedrich Engels (28 de novembro de 1820 – 5 de agosto de 1895), filósofo alemão, desenvolveu junto com Marx o que conhecemos por marxismo. Ambos, Marx e Engels, viveram no século XIX, época em

que a burguesia já era a classe social dominante no sistema capitalista na Europa.

A partir do momento em que se passa a existir a divisão do trabalho nas fábricas, o empregador passa a determinar a tarefa a ser exercida pelo trabalhador, onde o trabalhador passa a receber uma remuneração em parte do produto que ele produziu para o empregador (Marx; Engels, 1983). Para Marx o trabalho tem um papel muito importante no que se refere ao marxismo. Para ele, o trabalho não é visto apenas como um lugar para se ganhar dinheiro ou um emprego. Marx o encara como um caso especial de práxis e é assim que a filosofia marxista entende o trabalho, onde o ser humano se desenvolve pelo seu ato de agir e pensar.

Para Santos (2018, p. 25), “a práxis é um conjunto de duas atividades que se completam. Ela é a unidade entre a atividade prática (agir) e a atividade do pensamento (pensar), que são cruciais para o desenvolvimento do homem”. Pires (1997) diz que o trabalho é uma atividade vital do ser humano, por isso se torna essencial nas relações com outros seres humanos, bem como nas relações do ser humano com a natureza.

Entendemos que o trabalho é responsável pelas relações sociais, uma vez que através dele cada ser humano pode garantir sua sobrevivência, se reproduzir e se organizar em sociedade. Ainda segundo o autor, a relação social de organização do trabalho é a base das organizações sociais, ou seja, é por meio do trabalho que o ser humano se socializa e aprimora suas relações sociais, traçando seu próprio caminho e construindo sua própria história, erguendo e juntando conhecimento.

No mundo capitalista, na interpretação do marxismo, podemos encontrar a alienação, que descreve o afastamento das pessoas de aspectos de sua natureza humana em virtude da divisão de trabalho e da divisão da sociedade em classes sedimentadas. Quando um trabalho é comprado por preço menor daqueles que o produzem, ele é considerado um meio de exploração, tornando assim o sujeito privado de sua própria propriedade que produziu, que é justamente o processo de alienação. E é aí que surge o conceito criado por Marx, que é definido como mais-valia, onde o trabalho é desvalorizado, ou seja, o trabalhador recebe menos por seu trabalho. Em outras palavras, a mais-valia é a diferença entre o bem produzido pelo trabalhador e o valor pago pelo empregador. É um meio de exploração do sistema capitalista sobre o trabalhador, onde a força do trabalho se torna uma mercadoria, onde o empregador deseja obter lucros. O empregador exige uma força de trabalho maior do que a paga ao trabalhador, a fim de que o trabalhador trabalhe além do que aquilo que lhe é pago, recebendo apenas seu salário apenas se cumprir o que foi proposto.

Podemos notar que o materialismo, de acordo com Pereira; Francioli (2011), entra em

confronto com a alienação, uma vez que o materialismo propõe a suplantação das desigualdades sociais e da exploração do trabalho, ambos presentes no capitalismo.

Quando falamos do ponto de vista materialista, não estamos falando necessariamente de coisas materiais, mas sim de como o ser humano age sobre a natureza para obter seus bens materiais para consumo, logo tudo à nossa volta está ligado à natureza. Caminhando lado a lado rente a isso está a história humana, ou seja, nós fazemos a nossa própria história. A medida que atuamos sobre a natureza para obtermos bens materiais, estamos nos transformando, uma vez que nossas necessidades mudam. Partindo dessas ideias “podemos considerar que o materialismo histórico é a ciência filosófica que busca compreender a sociedade humana, estudando a evolução desta sociedade e como os homens a utilizam” (Pereira; Francioli, 2011, p. 95).

Partindo para a concepção histórica, podemos notar que a medida que o homem escreve sua história, ele evolui e se transforma, modificando assim a natureza e os meios de produção através do trabalho, ao passo que produz bens materiais necessários à sua sobrevivência. Logo, as ações dos homens influenciam de forma direta na concepção da história e dos processos históricos no decorrer de um determinado período.

2.2 A teoria Histórico-Cultural

Lev Semionovitch Vigotski (17 de novembro de 1896 - Moscou, 11 de junho de 1934) é considerado um dos mais importantes psicólogos soviéticos e um dos precursores da psicologia histórico-cultural. É mais conhecido por seu trabalho com o desenvolvimento psicológico infantil. Vigotski procurou basear suas ideias nos aportes teóricos propostos por Marx, especificamente no materialismo histórico-dialético.

De acordo com Pereira; Francioli (2011), para Vigotski o homem se desenvolve e se transforma nas relações sociais, no meio em que está inserido, onde o próprio homem é o principal responsável por essas relações. Vigotski (2009) buscou desenvolver um método, se baseando no materialismo dialético, que compreendesse o comportamento humano através de suas relações sociais enquanto parte do desenvolvimento histórico. Para tal fim, Vigotski (2010) desenvolveu várias pesquisas com relação ao desenvolvimento e aprendizagem da criança, mas antes disso, analisou outras pesquisas da mesma época, incluindo estudos realizados por Piaget. Embora Vigotski (2010) tenha reconhecido a grandiosidade e a relevância da obra de Piaget, ele se contrapõe ao conceito de aprendizagem e desenvolvimento elaborado por Piaget.

Vigotski notou que para Piaget o aprendizado se dá após a criança se desenvolver por completa, privilegiando a maturação biológica, não dependendo da influência de fatores estabelecidos pela cultura, ou seja, para Piaget o desenvolvimento ocorre antes da aprendizagem, onde os fatores internos se sobrepõem sobre os fatores externos. Em contrapartida, Vigotski discordou dessas ideias de Piaget e propôs que o convívio social e a cultura, desempenham um papel determinante no desenvolvimento da criança. Para Vigotski, a criança aprende antes de entrar em idade escolar, com o convívio social com os adultos em sua volta. Diante disso, não podemos negar que as ideias de Vigotski estão atreladas às ideias de Marx, que afirma que o homem se desenvolve por meio de suas relações sociais e do meio em que está se inserido, construindo e acumulando conhecimento à medida em que constrói sua própria história.

O foco de Vigotski é a interação social, interação essa entre o indivíduo e o contexto em que o mesmo está inserido. Essa interação social é, na perspectiva “vigotskiana”, a peça fundamental para a difusão (de inter para intrapessoal) do conhecimento social, culturalmente e historicamente construídos (Moreira, 1999).

Um filho, na maioria das vezes, não cresce isolado, mas da interação entre a família, os pais, outras crianças, etc. Da mesma forma, pessoas geralmente não vivem isoladas, elas estão sempre em convívio direto com outras pessoas, seja na escola, no trabalho, na rua ou em casa. Logo, é na interação social, pois é através dela que o homem desenvolve a linguagem e se desenvolve cognitivamente.

Segundo Moreira (1999), um dos pontos principais da teoria de Vigotski é a afirmação de que as funções psicológicas superiores (FPS)¹ têm origem nos processos sociais do indivíduo. Mas o que são essas FPS? Para Souza; Andrade (2013, p. 356), elas são caracterizadas como: “memória, consciência, percepção, atenção, fala, pensamento, vontade, formação de conceitos e emoção”. Essas funções psicológicas só podem ser compreendidas ao entendermos a mediação. A mediação é a intervenção de algum elemento que tem o objetivo de intermediar alguma relação (sujeito e objeto), para a aquisição de algum conhecimento. Ainda segundo Moreira (1999), as funções psicológicas superiores (FPS) se originam no meio

¹ Na literatura é possível encontrar diversas nomenclaturas para o mesmo termo como por exemplo: processos mentais superiores ou processos psicológicos superiores.

social no qual o indivíduo está inserido, onde o desenvolvimento cognitivo converte as relações sociais e a cultura em funções mentais. Em outras palavras, a socialização promove o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, e não o contrário. As relações sociais se convertem em funções psicológicas por meio da mediação, processo pelo qual ocorre a internalização (Moreira, 1999).

Segundo Vigotski (1998, p. 74), a internalização é “a reconstrução interna de uma operação externa”. Assim, podemos notar que o desenvolvimento cognitivo se dá pelo processo de internalização que decorre da interação social, pela cultura, ocorrendo de fora para dentro. Vigotski (1998, p. 75), ainda cita três momentos que constituem o processo de internalização:

- 1) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente.
- 2) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal.
- 3) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento.

Para entendermos melhor o conceito de mediação, podemos nos basear nas ideias de Oliveira (2011), para quem a relação do homem com o mundo se dá pela mediação, ou seja, a relação do ser humano com o objeto não ocorre de forma direta, mas sim de forma mediada. Nesta relação do ser humano com a cultura, existem signos e instrumentos de mediação que os auxiliam nessa atividade.

Com a intenção de elencar alguns equívocos em relação ao conceito de mediação, Costa e Ferreira (2011, p. 206) destacam os mais comuns ao se considerar as obras de Vigotski: Simples e assistemática inter-relação entre sujeitos; Interferência nas interações entre sujeitos com o intuito de meramente impor regras, sem discussão; Atividades rigidamente estruturadas que não permitam que os sujeitos se expressem por meio de práticas de linguagem.

A mediação se opõe a essas concepções, pois é considerada um dispositivo cultural que possibilita a interação entre as pessoas, tendo a linguagem como ambiente privilegiado para que ela ocorra.

Vigotski (1998) cita dois tipos de elementos que mediam as relações do ser humano com o mundo: os instrumentos e os signos. O instrumento pode ser entendido como algo utilizado para realizar determinada atividade, ou seja, ele media a relação entre o homem e a natureza, sendo orientado externamente e tendo um caráter prático objetivo (Oliveira, 2011). O instrumento, na perspectiva de Marx (1985), é o elemento necessário ao trabalhador como

forma de facilitar o seu trabalho enquanto atua e transforma a natureza. Cada instrumento carrega consigo uma função, como por exemplo: utilizamos um machado para cortar madeira e transformá-la em algum objeto; utilizamos a faca para cortar algum alimento e transformá-lo em comida. Como já salientamos, é um instrumento externo ao homem e que o auxilia em ações concretas, atuando como mediador entre o homem e o mundo exterior.

O signo pode ser caracterizado como algo utilizado para representar alguma outra coisa. Os signos objetivam a atividade psicológica, onde o homem possui mais controle de si mesmo, são orientados internamente, possuindo assim um caráter subjetivo, e atuando com a finalidade de auxiliar a resolução de algum problema psicológico como: comparar coisas, escolher, lembrar, relatar, etc. Segundo Oliveira (2011, p. 121), “o indivíduo recorre à mediação de vários signos para ampliar as possibilidades de armazenamento de informações e de controle da ação”.

Existem três tipos de signos: os indicadores, os icônicos e os simbólicos. Moreira (1999), define cada um deles seguinte maneira: Indicadores são aqueles que possuem uma relação de causa e efeito com aquilo que significam, como por exemplo, quando vemos fumaça, isso nos remete à fogo porque é causada pelo fogo; Icônicos são caracterizados como imagens ou figuras daquilo que o representam, como por exemplo as placas trânsito. Simbólicos são os que têm uma relação não concreta com o que significam, como por exemplo as palavras são signos linguísticos e os números são signos matemáticos.

A utilização de instrumentos para mediar a relação homem-ambiente é o que diferencia os homens dos animais, pois o homem através desses instrumentos concretos consegue dominar a natureza, enquanto os animais apenas usam-na. De acordo com Moreira (1999), as sociedades criaram não apenas os instrumentos, mas também sistemas de signos, ao passo em que foram se modificando e se desenvolvendo culturalmente e socialmente. Para Vigotski (1988), é por meio da apropriação (interiorização) desses signos e instrumentos, que o homem se desenvolve cognitivamente. Logo, esses elementos mediadores elaborados/utilizados pelo homem, permite também o desenvolvimento das FPS, ou seja, quanto mais o homem utiliza os signos e os instrumentos produzidos pela cultura humana, mais se modificam as FPS, possibilitando inclusive a criação de novos elementos.

O desenvolvimento das FPS, que antes eram funções sociais, passa então por uma fase externa. Isso quer dizer que as FPS se aplicam à lei da dupla formação, onde Vigotski (1998) afirma que, durante o desenvolvimento da criança, todas as funções aparecem duas vezes: a primeira no nível social e a segunda no nível individual, ou seja, primeiro aparece de forma interpsicológica e depois de forma intrapsicológica (Moreira, 1999).

De acordo com Vigotski (1998), existem dois níveis de desenvolvimento: o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial. Essas fases se dão pelo desenvolvimento da criança em idade escolar. “As crianças podem imitar uma variedade de ações que vão muito além dos limites de suas próprias capacidades. Numa atividade coletiva ou sob a orientação de adultos, usando a imitação, as crianças são capazes de fazer muito mais coisas” (Vigotski, 1988, p. 59). Dito isso, Vigotski (1988) ainda argumenta que durante a idade escolar, todas as disciplinas requerem que a criança ultrapasse suas capacidades individuais, a fim de superar seus próprios limites.

O desenvolvimento real (atual) é caracterizado como aquilo que a criança consegue realizar sozinha, sem a ajuda de um adulto, ou algum tipo de mediação (Vigotski, 1998). Podemos considerar o desenvolvimento real como algo fixo, ou seja, conhecimentos que o indivíduo já sabe, ou já estão amadurecidos. Para que esse indivíduo possa se desenvolver no sentido de aprofundar um conhecimento já adquirido ou adquirir novos conhecimentos, se faz necessário um problema com qual ele se envolva, para que, por meio da mediação, consiga resolver esse problema e se apropriar de um novo conhecimento.

O desenvolvimento potencial é “determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (Vigotski, 1998, p. 112).

Nesse meio, entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial, está a Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), que corresponde à distância entre esses dois níveis de desenvolvimento. Segundo Prestes (2010), a ZDI define as funções que ainda não foram amadurecidas, mas que já estão em processo de maturação para posteriormente se transformarem e alcançarem o nível de desenvolvimento atual. Nesse sentido, faz-se necessário frisar que a ZDI mostra o que a criança pode desenvolver, mas isso não significa, obrigatoriamente, que tal desenvolvimento ocorrerá.

Ressalta-se que, no Brasil, a ZDI é mais conhecida como Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) ou Zona de Desenvolvimento Imediato, em razão de uma tradução considerada equivocada para o português. Por esse motivo, opta-se aqui pela utilização do termo ZDI, uma vez que o significado de *iminente* difere de *imediato* e *proximal*.

Nesse sentido, o professor tem o papel de atuar nessa parte, partindo do conhecimento prévio do estudante, a fim de que esse aluno tenha sua capacidade de aprendizagem aumentada, proporcionando assim o amadurecimento, bem como o desenvolvimento de novas ideias. Isso pode ser trabalhado em sala de aula através das situações desencadeadores de aprendizagem

(SDA), que explicaremos detalhadamente mais à frente.

Podemos notar um papel muito importante da teoria histórico-cultural na educação, onde Pereira e Francioli (2011, p. 98) afirmam que “Vigotski considerava que é papel da educação escolar não é esperar que o aluno amadureça para que possa assimilar determinado conteúdo, mas sim oferecer-lhe subsídios para que a criança desenvolva-se”. Aqui fica bem claro o papel do professor, uma vez que sua função não é apenas a de transmitir conhecimentos e sim contribuir para o desenvolvimento da criança no meio em que está inserida.

2.2.1 Os sentidos, os significados e as significações

A aquisição de significados está ligada à interação social. Como vimos, o signo é utilizado para representar algo diferente de si mesmo (próprio signo), ou seja, ele é alguma coisa que representa outra coisa. Os signos podem ser linguísticos (palavras) e gestos. Os significados dos gestos e das palavras são construídos através da interação social (Moreira, 1999).

A palavra “cadeira” significa um signo linguístico que socialmente está associada a uma quantidade infinita de determinados tipos de objetos. O gesto de apontar, significa o ato de indicar alguma coisa, no sentido de querer para si essa coisa. No entanto, os sentidos variam de acordo com a situação ou circunstância. Um exemplo disso é que uma palavra pode ter um significado em uma língua e outro significado em outra. Com os gestos também ocorrem a mesma coisa, ou seja, o que é um gesto obsceno em uma cultura pode não ser em outra.

Um signo também pode não significar nada ou não ser caracterizado como signo até que o indivíduo assimile seu significado, que se dá através da interação social. Voltemos ao caso do apontar e tomemos como exemplo uma criança. O simples ato de apontar é para a criança uma tentativa de pegar algum objeto. Através da interação social, à medida que algum adulto pega o objeto e dá para a criança, a ação de apontar começa a ter um significado para ela. É nesse momento que o signo é internalizado, pois ela vai captar essa ideia e aprender o que significa o ato de apontar, ou seja, o apontar não vai ter mais o significado de pegar algo, mas sim de indicar alguma coisa.

Ao internalizar os signos o ser humano se desenvolve. Os signos mediam as relações entre as pessoas e consigo mesmo (Moreira, 1999).

Os fatores externos conduzem os instrumentos, e através deles os seres humanos controlam e dominam a natureza através da sua atividade externa e, como já vimos, os signos

regulam o próprio indivíduo através da atividade interna. O signo só é internalizado a partir do momento em que o sujeito consegue captar os sentidos construídos historicamente e socialmente, para depois passar a diante e compartilhar esses significados com outras pessoas, de modo que sejam aceitos ou não, ou mesmo modificados no ambiente em que se está inserido. Dessa forma, a interação social faz toda a diferença para que o sujeito capte os significados. Resumindo, o sujeito capta o signo de outra pessoa, depois verifica externalizando para outra pessoa, a fim de verificar se o significado do signo que ela internalizou é aceito socialmente (Moreira, 2009).

Vigotski distingue entre o sentido e o significado. Ele argumenta que o sentido, especialmente no contexto da linguagem interior, transcende o significado em sua abrangência. O sentido é composto por todos os eventos psicológicos que uma palavra evoca em nossa consciência. Adicionalmente, Vigotski enfatiza a natureza mutável do sentido e explora como ele se relaciona com o significado:

[...] o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. Como se sabe, em contextos diferentes, a palavra muda facilmente de sentido. O significado, ao contrário, é um ponto imóvel e imutável que permanece estável em todas as mudanças de sentido da palavra em diferentes contextos (Vigotski, 2000a, p.465).

O sentido da palavra é enriquecido por seu contexto, e essa é a lei primordial que governa a evolução do significado das palavras. Na linguagem interior, a supremacia do sentido sobre o significado é total: a palavra “é uma espécie de coágulo concentrado de sentido” (Vigotski, 2000a, p. 470).

Para Leontiev (2004) o sentido surge da relação objetiva entre o estímulo que desencadeia a ação no sujeito (o motivo da atividade) e o objetivo direto da ação (o fim da atividade). O sentido pessoal reflete essa conexão entre o motivo e o fim. Portanto, para identificar o sentido pessoal, é essencial identificar o motivo que o acompanha. Veremos essa parte mais adiante na teoria da atividade.

Para Goés e Cruz (2016, p. 39), “[...] a relação entre significado e sentido é uma dialética de forças que compõem a significação da palavra, que não deve ser ignorada no estudo de qualquer dos processos humanos”. Nesse sentido, Leontiev (2004, p. 100) caracteriza a significação como “a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência

e da prática sociais da humanidade”.

Leontiev (2004) ainda atribui duplo sentido à palavra “significação”, que pode ser vista como significação verbal ou uma significação relativa ao conhecimento, àquela relacionada à consciência social assimilada pelo sujeito.

As significações são capazes de mediar a relação do sujeito com o mundo ao seu redor, sendo o reflexo da realidade construída historicamente pelo homem. Apesar do sistema de significações estar em constante mudança, ele já nasce com o sujeito, cabendo ao mesmo se apropriar dele (Leontiev, 2004). Assim, a significação é também um fenômeno da consciência individual, embora mantenha seu conteúdo objetivo, que é fundamentalmente social. A maneira como um indivíduo assimila determinadas significações, ou até mesmo se as assimila ou não, está intrinsecamente ligada ao sentido pessoal que essas têm para o sujeito.

Para Leontiev (2004, p. 100)

a significação é aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre objetivamente num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas. A significação é refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade. Sob a forma de significações linguísticas, constitui o conteúdo da consciência social: entrando no conteúdo da consciência social, torna-se assim a “consciência real” dos indivíduos, objetivando em si o sentido subjetivo que o refletido tem para eles.

Dessa forma, o reflexo consciente é definido pela relação entre significação e sentido pessoal. Leontiev (2004, p. 100) caracteriza o conceito de significação como um dos mais elaborados no campo da psicologia, e continua

A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática sociais da humanidade. A sua esfera de representações de uma sociedade, a sua ciência, a sua língua existem enquanto sistema de significação correspondentes. A significação pertence, portanto, antes demais ao mundo dos fenômenos objetivamente históricos.

A significação também existe como parte da consciência individual, ou seja, uma vez que o homem compreende e entende o mundo enquanto ser sócio-histórico, ele se limita pelos conhecimentos de sua sociedade e sua época. A sua consciência não se limita à sua experiência individual. O homem, ao decorrer de sua vida, assimila experiências de gerações anteriores; isso se realiza através pela aquisição de significações. De maneira mais simples, a significação é a forma que o homem interioriza a experiência humana (Leontiev, 2004).

2.3 A Teoria da Atividade

A Teoria da Atividade é fundada por S. L. Rubinshtein e desenvolvida por A. N. Leontiev e teve como base a sua interpretação da abordagem histórico-cultural de L. S. Vigotski. Para Núñez (2009), a teoria da atividade ajuda a compreender como se dá apropriação do conhecimento científico no ambiente escolar, que é o foco da nossa pesquisa.

Aleksei Nikolaevich Leontiev (5 de fevereiro de 1903 - 21 de janeiro de 1979) foi um psicólogo, filósofo e professor russo. Foi aluno e também editor das obras de Vigotski.

De acordo com Prestes (2010, p. 147), a teoria da atividade “não é uma continuação direta da teoria histórico-cultural de Vigotski, mas faz parte dela, dela decorre”, ou seja, podemos observar que a teoria de Leontiev serve como um complemento para a teoria de Vigotski.

Os pressupostos tomados como ponto de partida é o conceito de atividade humana e o conceito de atividade cunhado por Vigotski. Em ambos, constata-se que é por meio da atividade que o homem constrói o mundo e transforma as suas relações sociais. Quando o indivíduo se apropria dessa realidade externa, ocorre a atividade interna, que é a apropriação (internalização) do novo; “o que marca essa atividade interna é a superação, a confrontação, a contradição e a ambiguidade entre o novo e o velho” (Aguar, 2006 citado por Nogueira; Leal, 2018, p. 155).

Durante a atividade é que o homem desenvolve a sua capacidade intelectual, motivado pela apropriação da experiência humana ou pela necessidade de alguma coisa, o que acaba nos diferenciando dos animais, uma vez que enquanto seres irracionais, sua atividade está relacionada à satisfação biológica. Isso decorre devido ao fato de o homem produzir o seu próprio meio de existência, a medida em que se torna capaz de generalizar, criar, “de reconhecer conexões causais e de antecipar os acontecimentos imediatos” (Nogueira; Leal, 2018, p. 155). Podemos entender que o homem se torna mais humano à medida em que se apropria de conhecimentos, culturalmente e historicamente, produzidos. Assim, o indivíduo se desenvolve por meio de vários tipos de atividades, em suas mais variadas categorias, como por exemplo: o estudo, o trabalho, a brincadeira, etc.

Concomitante, Núñez (2009) também ressalta os diversos tipos atividades. Partindo para o âmbito educacional, o autor nos apresenta algumas que estão presentes no ambiente escolar, como por exemplo as que promovem as formas de interligação entre o sujeito e o objeto (atividade valorativa, atividade gnosiológica e atividade prática); e a que promove a ligação entres sujeitos (atividade comunicativa). Esses são apenas alguns exemplos de atividades que,

segundo o autor, devem estar presentes e serem trabalhadas para que ocorra o aprendizado do estudante. As atividades de comunicação e valorativa, que promovem a socialização e a formação de valores, favorecem o desenvolvimento da personalidade.

De acordo com Leontiev (2010), a atividade da criança é a brincadeira. Através da brincadeira a criança é capaz de se desenvolver pela relação social com outras crianças, onde ela se apropria de novos conhecimentos que a leva a estar pronta para a vida adulta. Ao chegar na vida adulta, o indivíduo passa a exercer outra atividade principal: o trabalho, necessário à sua sobrevivência. Essa transição é explicada no marxismo. Nesse sentido, de acordo com Santos (2018, p. 23), Marx “ressalta a importância da consciência do todo, da coisa em si” através da práxis (conjunto de atividades), que como já vimos é unidade dialética do pensar e agir do homem, entendido como trabalho na filosofia marxista, onde por meio dele o homem se desenvolve em suas relações sociais.

Com esse intuito, o sujeito, ao humanizar-se por meio da atividade, poderá obter uma relação que será mediada pela cultura, uma vez que sua subjetividade é formada através das relações com a atividade, que irão a partir daí mediar o aprendizado (Nogueira; Leal, 2018).

Uma vez que Leontiev se baseou nas ideias de Vigotski e em suas justificativas filosóficas, as ideias de Leontiev e Marx têm muito em comum. Segundo Leontiev (2021, p. 20), Marx caracteriza o conceito de atividade da seguinte maneira:

quando Marx introduziu o conceito de atividade na teoria do conhecimento ele atribui um sentido rigorosamente materialista: para ele a atividade, em sua forma inicial e básica, é uma atividade sensorial prática, durante a qual os homens se põem em contato prático com os objetos do mundo circundante, experimentam em si mesmos a resistência desses objetos e agem sobre eles, subordinado a suas propriedades objetivas.

Para Leontiev (2021), o conceito de atividade envolve a noção de que as ações do homem são intencionais e planejadas, havendo uma intencionalidade por detrás de cada ação.

Segundo Luria (1991, p. 5)

é sabido que a atividade do homem é condicionada por necessidades ou motivos e sempre visa a um objetivo determinado. Se em alguns casos o motivo pode permanecer inconsciente, o objetivo e o objeto da atividade são sempre conscientizados.

Leontiev (2021) caracteriza a atividade como um conjunto de ações criadas por processos operacionais que têm como objetivo atender as necessidades do indivíduo. Já o motivo é a sua gênese, à qual se sujeita um determinado fim específico. Ainda segundo Leontiev

(2021), a atividade do homem é capaz de mediar a relação do sujeito e a realidade que vai ser transformada pelo mesmo, ou seja, o objeto. Isso se dá de forma dialética, pois ao transformar o objeto, o homem também se transforma, ou seja, por meio da sua atividade o homem consegue se relacionar com mundo, se transformando, transformando o mundo, transformando a natureza e se transformando nesse processo, através da realidade objetiva, que é mediada pela prática. Ao se apropriar da experiência acumulada pelo homem, o sujeito se transforma, se adapta ao meio e, ao mesmo tempo, transforma este mundo em que está inserido.

A realidade objetiva, “refletida sob a forma de fenômenos psíquicos, constitui a subjetividade humana como reflexo psíquico da realidade” (Martins; Carvalho, 2017, p. 701, grifo no original). O reflexo psíquico

[...] faz as conexões e une os vínculos que há entre as imagens extraídas do objeto. O reflexo psíquico se mostra assim um processo ativo e necessário para o pensamento humano. As imagens e os conceitos formados na mente humana não ficam estáticos, porém em constante movimento (Souza, 2019, p. 37).

Para Leontiev (2021), a principal função do reflexo psíquico é orientar “o sujeito no mundo dos objetos”. O reflexo psíquico promove “a conversão do conceito em signo, em instrumento psíquico, em mediação na atividade objetiva que liga, transformadoramente, o homem à natureza” (Martins, 2016, p. 33). Concomitantemente, “a atividade, mediada pelo reflexo psíquico da realidade, é a unidade da vida que orienta o sujeito no mundo dos objetos” (Asbahr, 2005, p. 109).

A noção de atividade não pode ser separada da noção de consciência,

que surge na atividade e, portanto a media. Portanto, o estudo da atividade deve ocorrer em íntima conexão com os processos de formação e funcionamento da consciência humana. Isso requer uma compreensão tal de consciência que responda às exigências do enfoque sobre o caráter da atividade (DAVIDOV, 1988, p. 33).

A consciência é, segundo Davidov (1988, p. 45), “a reprodução pelo indivíduo da imagem ideal de sua atividade tendente a uma finalidade e da representação ideal nela, das posições de outras pessoas”. Isso quer dizer que a atividade é orientada a uma finalidade. Para Asbahr (2005, p. 110), “Leontiev define a consciência como conhecimento partilhado, como uma realização social. A consciência individual só pode existir a partir de uma consciência social que tem na língua seu substrato real”.

“A atividade consciente do homem está mediatizada pelo coletivo; durante sua

realização o homem leva em consideração as posições de outros membros do coletivo” (Davidov, 1988, p. 55). Nesse sentido, “a atividade consciente, orientando-se pelo reflexo psíquico da realidade, suplanta os limites das condições sensorialmente dadas pelo meio” (Martins, 2011, p. 37).

Para Davidov (1988, p. 45),

os conceitos de atividade, ideal e de consciência estão profundamente inter-relacionados. Estes conceitos devem ser examinados em sua unidade indissolúvel e, ao mesmo tempo, diferenciados com precisão. O ideal constitui a imagem da atividade objetal do homem e não a atividade mesma, em si. Além disso, é essencial compreender que o ideal é o mundo da cultura espiritual criado coletivamente pelas pessoas, o mundo das representações universais (historicamente desenvolvidas e socialmente estabelecidas) sobre o mundo material, real, que está em oposição à psique individual do homem e à qual se subordina a consciência individual.

Partindo para o meio educacional, destaca-se a atividade de estudos que chama a atenção pelo seu caráter consciente, que tem um objeto definido, aprender algum conceito/conteúdo, onde esse objeto deve ser conscientizado pelo sujeito, para assim transformar a si mesmo e o objeto. Em contrapartida, o estudante também pode realizar outras atividades sem ter consciência dos seus comportamentos ou atitudes, “podem ser processos de adaptação e de regulação de suas atividades pelos objetos” (Núñez, 2009, p. 67). Ainda segundo o autor, requer consciência da ação quando é necessária a regulação da atividade.

Para Leontiev (2021), o processo de interiorização é por natureza educativo, uma vez que essa assimilação se dá por meio da aquisição de experiências, através das gerações pelo meio cultural. O domínio do mundo exterior pelo homem, caracteriza processos que resultam nas funções psicológicas superiores. Tudo isso acontece em um meio social e por meio do contato ou convívio com outras pessoas, conforme esses indivíduos vão se comunicando entre si. Nesse sentido, Leontiev (2021) ressalta o papel da educação, pelo qual a criança se apropria de tudo aquilo que foi produzido, historicamente, na cultura. Na escola, a criança tem uma visão diferente de tudo aquilo que ela está habitualmente acostumada, experimenta vivências que não estão familiarizadas no seu dia a dia, possibilitando assim que o saber científico seja desenvolvido, internalizado.

Núñez (2009, p. 67) nos traz algumas características das capacidades humanas a respeito da apropriação da experiência do homem e presente nos conteúdos escolares (atividades coletivas), por meio dos processos de aprendizagem:

- a) é um processo ativo por parte do sujeito. Para assimilar o conteúdo escolar

como produto da atividade humana, é necessário realizar uma atividade adequada àquilo que corresponde ao produto dado.

- b) é um processo que cria novas premissas para o posterior desenvolvimento da atividade e cria uma nova capacidade ou função em condições mediadas pelas relações com “os outros” e os objetos culturais.

A atividade de aprendizagem também pode ser considerada como uma atividade de desenvolvimento, uma vez que nela podem ser encontrados dois objetos: o conteúdo (como objeto do conhecimento) e o estudante (como objeto do desenvolvimento da personalidade). No caso em que o estudante é o próprio sujeito, a atividade não atua tentando mudar a si mesma, mas atua tentando fazer com que o sujeito compreenda e reflita a sua própria essência (Núñez, 2009).

A atividade de aprendizagem tem como objetivo satisfazer alguma necessidade do estudante, como por exemplo o conhecimento. Nesse sentido, é reprodutora, produtiva e criativa; é reprodutora, pois reproduz o conhecimento historicamente produzido, que compõe o conteúdo escolar; é produtiva, pois o conteúdo escolar se transforma quando é apropriado pelo estudante; e é criativa, pois a atividade transformadora constrói novos objetos com o já existente, fazendo surgir um novo produto da própria atividade. Dessa forma, essas três atividades estão relacionadas e uma depende da outra, onde elas devem seguir a necessidade que o aluno enfrenta em sala de aula para lidar com as situações do dia a dia. Assim, a atividade reprodutora não deve ser entendida como um simples fato de reprodução ou memorização, ela vem antes da atividade produtiva, que por sua vez precede a criativa.

Para Núñez (2009, p. 68), “a atividade de aprendizagem é individual, social e cultural”. A atividade é individual, pois é a forma com a qual o estudante deve desenvolver a própria atividade a fim de que interiorize a mesma. Por fim, é cultural e social à medida em que se aprende e fica em contato com outras pessoas, uma vez que ao estar em convívio social com outros indivíduos, o homem consegue se transformar e se desenvolver.

Ainda de acordo com Núñez (2009, p. 69), é durante a atividade produtiva,

[...] com os conceitos a assimilar, a relação com outros seres humanos e a mediação por instrumentos têm um papel importante no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, pois constituem um meio para a inclusão de novas estruturas do pensamento. A estruturação racional da atividade se converte em uma necessidade e é uma via para garantir que o aluno possa construir um modelo teórico da atividade que se pretende formar. Por isso, como característica especial da aprendizagem, aparecem os tipos específicos de atividade que o aluno deve desenvolver para assimilar os conteúdos.

Dessa forma, se faz necessário que o professor proponha situações ajustadas ao

conceito, relacionando-o com a realidade. Assim, a atividade conceitual não surge de modo que o aluno conheça ou domine o conceito, mas sim porque a prática é conceitual, ou seja, ele aprende a agir conceitualmente.

A teoria da atividade como um recurso metodológico para estratégias de ensino se faz de grande importância para o planejamento de ensino. Nesse sentido, a aprendizagem como atividade se faz necessário ressaltar

- a) o papel do aluno no processo de aprendizagem, sua esfera de motivos, interesses, necessidades, nível de desenvolvimento de suas estratégias de aprendizagem e de suas habilidades para o estudo;
- b) as características do objeto de estudo;
- c) os procedimentos, técnicas e tecnologias a serem utilizados na situação de aprendizagem;
- d) os recursos ou meios de que se dispõe (materiais e cognitivos) para a realização da atividade;
- e) os resultados previstos (objetivos ou propósitos como metas);
- f) a situação ou contexto da escola e do aluno;
- g) os resultados que foram alcançados (produto da atividade). (Núñez, 2009, p. 71)

O delineamento de cada um desses itens presentes que fazem parte da estrutura da atividade de aprendizagem possibilita dar importância a cada um deles na atividade a ser desenvolvida a fim de que se possa alcançar os objetivos esperados, bem como analisar o que está subjacente a cada um deles quando o sujeito se desvia do que se pretende.

2.3.1 A organização interna da atividade

Como já vimos, toda atividade humana possui um motivo. O motivo é compreendido como a combinação entre uma necessidade e um objeto (material ou ideal), apto a satisfazer a necessidade proposta (Leontiev, 2021). As atividades exercidas pelos seres humanos são constituídas por um conjunto de ações, que são articuladas entre si, estimuladas pelo motivo da atividade e tem o objetivo de responder a alguma finalidade. A finalidade não corresponde ao motivo gerador da atividade, no entanto, pode estar ou não em acordo com o motivo.

A ação se materializa através de um conjunto de operações, sendo assim, cada ação possui uma dimensão operacional (Santos; Asbahr, 2020).

De acordo com Talízina (1985), para Leontiev a aprendizagem só é considerada atividade quando o aluno aprende para saber algum determinado assunto, ou seja, quando a atividade satisfaz a necessidade cognoscitiva dele. Nesse momento, o objetivo coincide com o motivo.

As ações são caracterizadas como os ingredientes pelo qual se realiza a atividade. Para Leontiev (2021), a atividade não pode existir sem as ações. Um exemplo é a atividade de aprendizagem, que surge na ação de aprender. A ação é um processo guiado, que é estimulado por um motivo, e não por um objetivo. A ação não depende de algumas atividades, uma vez que certas ações podem exercer várias atividades, passando de uma atividade para outra (Leontiev, 2021).

Apesar da atividade depender das ações, elas apresentam certas diferenças entre si. A atividade se relaciona com o motivo e a ação se relaciona com o objetivo. Como vimos, a ação faz parte da atividade, mas a diferença entre elas está relacionada à medida que em que o objetivo e o motivo não sejam iguais. O processo de ação é guiado a um objetivo.

A atividade e a ação possuem uma composição operacional parecidas, mas a diferença está no objeto de estudo, uma vez que uma pode se transformar na outra. Quando isso acontece, segundo Leontiev (2021), é porque surgiram novos motivos. “A análise psicológica da atividade permite encontrar em si mesma, como subsistema, o conjunto de ações que o aluno deve executar em resposta a objetivos específicos para a assimilação dos conteúdos” (Núñez, 2009, p. 74).

As ações formam as imagens (sensorial, abstrata). Nenhuma imagem se forma sem a ação do estudante. A compreensão como imagem decorre como resultado de algumas ações. Sem a ação do estudante, a imagem não se forma e nem pode ser usada. Em seus estudos, Núñez (2009) considera a atividade de aprendizagem como sendo semelhante à ação. Para interiorizar os conceitos, as ações devem estar estruturadas para que as habilidades sejam formadas. Assim, a formação de conceitos e sua aplicação, resume-se a um só problema: estabelecer atividades que assegurem a construção e sua aplicação dentro das abstrações definidas dentro do objetivo.

O processo funcional da atividade de aprendizagem é constituído por ciclos, que se resumem a ações principais: orientação que utiliza esquemas referenciais e que recorre ao sujeito; a execução da ação; o controle da ação que possui duas linhas: a regulação e o controle; De acordo com Gonçalves e Núñez (2021, p. 461)

a orientação se refere a representação mental que permite planejar, antever e dirigir como a atividade de aprendizagem será executada e controlada. Já a execução é o momento em que o processo de aprendizagem é colocado em prática segundo a orientação, sendo ainda um objeto de regulação. Por fim, o controle consiste na verificação da qualidade da execução durante e ao final da atividade e, quando necessário, nos ajustes da execução da aprendizagem e de sua orientação.

2.3.2 Organização da atividade

A interiorização de uma habilidade na atividade humana se divide em três momentos importantes: o inicial, o de execução e o de controle. Esses três elementos estão presentes em toda atividade.

De acordo com Davidov (1988, p. 13), “a atividade humana tem uma estrutura complexa que inclui componentes como: necessidades, motivos, objetivos, tarefas, ações e operações, que estão em permanente estado de interligação e transformação”. A seguir, falaremos um pouco dessa estrutura.

2.3.3 O sujeito da atividade

O sujeito da atividade é aquele que realiza determinada ação. No nosso caso, quem realiza a atividade de aprendizagem é o estudante.

Ao exercer a atividade, o sujeito não se encontra sozinho, ao passo que ele se relaciona com as outras pessoas ao seu redor, através do convívio social e cultural. No processo de aprendizagem, o aluno também passa a ser não só o sujeito, mas também o objeto da atividade. Isso porquê valores e atitudes são consequências da atividade cognitiva com o objeto da aprendizagem.

De acordo com Núñez (2009), o sujeito pode ser não apenas uma pessoa, mas também um grupo ou a própria sociedade como um todo, uma vez que o sujeito sempre está inserido no meio social, nas relações sociais.

O sujeito está presente em um contexto histórico e social. No caso da atividade de aprendizagem, o sujeito é o aluno. Sendo assim, o mesmo está inserido em alguma escola que pertence a alguma comunidade, que também está inserida em um contexto histórico e social, que busca promover o progresso desses alunos, por meio de um propósito em grupo.

O sujeito da atividade de aprendizagem está associado ao conceito de personalidade. Uma característica fundamental da personalidade como sujeito da atividade da aprendizagem é o conhecimento que ela tem do que deseja, de suas possibilidades, e o conhecimento do que pode fazer e do quão longe chegará na aprendizagem. Esse é um processo vinculado aos desejos do sujeito para aprender e se desenvolver em plenitude (Núñez, 2009, p. 78).

A personalidade não se resume a sentimentos, necessidades ou capacidades. A ideia de personalidade vai mais além e compreende o ajustamento de necessidades, capacidades e sentimentos.

2.3.4 O objeto da atividade

Todo o tipo de atividade possui um caráter objetual. O objeto da atividade é aquele que recebe a ação. Através do objeto o sujeito consegue alcançar o seu objetivo, o produto que almeja. O objeto é o produto que vai ser transformado pela atividade. Ele também pode aparecer em várias formas, desde um objeto natural, um tipo de organização social que promove a integração social ou até mesmo o próprio homem.

Como já vimos, o sujeito também pode ser o próprio objeto de sua atividade. Nesse caso, o sujeito orienta a atividade de forma que beneficie a si mesmo, com o objetivo de se conhecer e se transformar nesse processo. A diferença entre sujeito e objeto está relacionada com o propósito estabelecido na consciência, o que possibilita que o homem exerça sua atividade consciente e de forma orientada.

A atividade depende do objeto. Sem o objeto não existe atividade, ou seja, a atividade perde todo o sentido. Dessa forma, o objeto é um dos elementos mais importantes da atividade, pois é ele que diferencia os diversos tipos de atividades (Leontiev, 2021). Para Leontiev (2021, p. 123), “o objeto da atividade é seu motivo efetivo”. Ele pode ser ideal ou material, e por trás de cada motivo há uma necessidade.

Os objetos da atividade de aprendizagem são vários, mas de uma mesma natureza, são os conceitos/conteúdos e a essência da “personalidade que a escola deve mobilizar nos alunos durante processo educativo” (Núñez, 2009, p. 79). A atividade de aprendizagem apresenta uma diferença em relação às outras atividades, uma vez que não são transformados objetos físicos nesse processo, e sim os alunos. Eles são transformados por meio de suas interações com os outros colegas de turma. Dessa forma, não é só o conhecimento a ser interiorizado como objeto da atividade, mas também o próprio estudante, que exerce o papel de sujeito e objeto durante a atividade de aprendizagem.

Como já vimos, o objeto da atividade pode possuir mais de uma natureza, sendo um objeto físico, uma organização social e até mesmo o próprio sujeito. Dessa forma, quando o sujeito é o objeto da atividade, ele é capaz de mudar sua própria personalidade.

2.3.5 Os motivos da ação

O conceito de atividade está ligado ao conceito de motivo. Para Leontiev (2021, p. 123), “não existe atividade sem motivo; atividade “não motivada” não é uma atividade desprovida de motivo, mas uma atividade com motivo subjetiva e objetivamente oculto”.

O motivo faz parte da atividade, e da mesma forma tem que fazer parte do sujeito. Se não houver motivo e necessidade, também não há ação. Vigotski (1998) diz que a necessidade incentiva a criança a agir, ou seja, a necessidade orienta a atividade, uma vez que a criança possua plena consciência de suas necessidades.

Ao realizar uma atividade, o motivo dessa atividade se relaciona com a satisfação de várias necessidades.

Podemos observar dessa forma que o motivo possui origem na necessidade. A necessidade guia o procedimento para os objetivos assimilados à sua satisfação. Sem os motivos não há como ocorrer a atividade.

Para Leontiev (2021), o motivo da atividade é a necessidade do sujeito, onde o objeto move o sujeito através da ação presente no problema proposto na atividade. Ao ser consciente e objetiva, a necessidade pode suscitar, regular e orientar a atividade. “O conceito de motivo não só tem em si o aspecto objetivo que interessa ao sujeito, suas propriedades estimuladoras, como também, os aspectos dinâmicos que movem o sujeito à ação para atingir seus objetivos” (Núñez, 2009, p. 80). Ainda de acordo com Núñez (2009), ao ser estimulada durante o processo de aprendizagem, esse estímulo deve ser em transformar o objetivo em motivo, para que o estímulo seja pressuposto, elemento e consequência da atividade. Dessa forma, o estímulo deve se fazer presente em todas as etapas da atividade de aprendizagem. Para Davidov (1988, p. 33),

um determinado motivo incita uma pessoa a propor-se uma tarefa para assegurar a finalidade que, quando apresentada sob certas condições, requer a realização de uma ação para que a pessoa consiga criar ou adquirir o objeto que responde às demandas do motivo e satisfaça a necessidade.

O motivo não é só uma necessidade em relação a alguma coisa, mas é uma necessidade objetivada, de modo que o objeto motiva o sujeito a exercer determinada ação.

No contexto escolar, o motivo exerce um papel importante, pois ele representa a necessidade do coletivo. Apesar da necessidade de aprender ser individual, uma vez que é vivida, sentida e percebida por cada sujeito, é também social em relação a origem e desenvolvimento dos seres.

A sociedade regula a existência da necessidade de um determinado grupo social. No âmbito escolar, a necessidade está relacionada a objetos sociais do ensino e aprendizagem, onde os estudantes participam de projetos com o intuito de satisfazerem necessidades da coletividade. A necessidade de aprender também se expressa de forma a tornar o indivíduo pertencente ao gênero humano, na condição do que é possível ao indivíduo para que se alcance seus objetivos,

motivos e desejos. A necessidade de aprendizagem possui dois focos: o objeto e o sujeito. O objeto satisfaz a necessidade de aprendizagem do sujeito e é socialmente condicionado.

Entre a dialética do objeto e do sujeito se encontra a atividade criativa e a iniciativa, que o sujeito elabora para lidar com as contradições entre sociedade em geral e sua própria espera individual.

2.3.6 O objetivo da atividade

O motivo e o objetivo devem coincidir na atividade. O objetivo se caracteriza como a imaginação dos resultados daquilo que se espera alcançar através da ação. Toda atividade deve ter um objetivo daquilo que se almeja alcançar. Esses objetivos conduzem as ações para que suas metas sejam alcançadas. “A correlação entre o objetivo da atividade de aprendizagem e os motivos que levam o sujeito à execução da ação permite revelar os diferentes sentidos pessoais que a aprendizagem tem para o aluno” (Núñez, 2009, p. 81-82).

De acordo com Talízina (1985), a ação se transforma em atividade a partir do momento em que objetivo e motivo coincidem. A partir daí o sujeito consegue desenvolver aptidões e competências necessárias a diversos conhecimentos. Quando motivo e objetivo não coincidem, a aprendizagem e o ensino não se tornam atividades, mas permanecem apenas como ações.

Em uma cultura está incluída vários tipos de atividade, onde pessoas compartilham ideias entre si. Por meio do significado social, os sujeitos pertencentes ao mesmo grupo, constroem seus sentidos individuais. Na relação entre o significado e o sentido pessoal, como parte da consciência social e da cultura, são determinadas relações dialéticas que estabelece uma unidade, ou seja, o sentido pessoal não é uma consciência individual que vai contra a consciência social, mas é uma consciência social que é do sujeito (Núñez, 2009).

Na escola, busca-se relacionar variadas contradições entre significado de elaborações produzidas pela escola e sentido que ele propicia ao aluno. Uma única ação pode possuir vários sentidos quando é atrelada a diversas atividades, que possuem vários motivos. O sentido de cada pessoa é a ligação entre o motivo e à meta da ação, onde a meta é refletida na mente do sujeito.

O objetivo pode ser encontrado definido em alguma situação objetiva. O objetivo pode ser generalizado da situação, mas a ação não pode ser generalizada do objetivo. A ação possui uma estrutura de operação, onde essas estruturas são determinadas pelo objetivo de sua realização.

Durante o processo de organização da atividade de aprendizagem, o objetivo de ensino

deve ser explicado ao estudante, para que tenha noção daquilo que deve ser realizado, para que assim consiga interiorizar a atividade consciente, que contribui para as suas próprias regulações de aprendizagem.

Muitas vezes, dificuldades para aprender derivam-se do fato de o aluno não saber “o que não sabe” e o que “deve saber” e isso lhe impede de procurar estratégias em busca da construção do desconhecido e, conseqüentemente, auto-regular sua aprendizagem, ou seja, aprender a aprender (Núñez, 2009, p. 83).

Assim, o objetivo do professor deve estar alinhado com o objeto do aluno, onde a atividade de ensino deve apresentar relação mútua com a atividade de aprendizagem do aluno, ou seja, o objetivo de ensinar deve estar alinhado ao objeto do aprender. O objetivo deve ser exposto através das habilidades que o aluno deve interiorizar integrando conceitos, procedimentos e atitudes, ao passo que o cognitivo não se separa do afetivo.

2.3.7 As operações

O sistema de operações se faz necessário para que o sujeito consiga realizar as ações e transformar o objeto em produto. O sistema de operações é constituído por métodos, procedimentos, estratégias e técnicas. O aluno deve realizar esses procedimentos para que consiga realizar a atividade de aprendizagem; essas operações são como se fossem um sistema de pequenas ações que permite à ação a sua continuidade.

Leontiev (2010) caracteriza as operações como o meio pelo qual se realiza as ações. Se a ação estabelece relação e semelhança com o objetivo, a operação estabelece relação e semelhança com as condições. O objetivo de alguma ação pode manter-se o mesmo, mas as condições não necessariamente, ou seja, elas podem mudar no decorrer, variando a operação da ação.

Apesar das ações dependerem e serem realizadas pelas operações, tanto operações quanto ações possuem características próprias. A diferença está no objetivo que se busca alcançar. “As operações dependem das condições sob as quais o objetivo da ação se expressa, enquanto a ação é determinada pelo objetivo” (Núñez, 2009, p. 83). Uma única ação pode ser realizada por diferentes operações e uma mesma operação pode responder a diferentes ações. No entanto, a ação apresenta certa autonomia em relação às operações, isso se deve ao fato de encontrarmos uma certa ordenação na organização da atividade, pois primeiro vem a atividade, depois a ação e por último a operação. As operações são os procedimentos pelo qual se realiza

a ação; é através dessas operações que o objetivo se apresenta.

As operações são como se fossem o sistema pelo qual são realizadas as ações. O conteúdo presente nas ações do indivíduo são as habilidades, esse conteúdo é organizado nas operações e direcionado a um objetivo. As habilidades presentes nas ações vão possibilitar a comunicação do sujeito com o objeto e com outras pessoas.

De acordo com Galperin (1986a, apud Núñez, 2009, p. 84), “nas fases iniciais do processo de formação de uma nova habilidade, o sistema de ações (procedimentos) deve aparecer detalhado, refletindo todas as operações com a ordem requerida pela lógica de sua própria realização”. Já nas fases posteriores do processo de interiorização dessas habilidades, o sistema passa a realizar apenas ações básicas. Esse é um meio de interiorização e de transformação das habilidades em costumes da personalidade do estudante.

Ao interiorizar experiências de gerações passadas, o sujeito assimila não apenas conceitos, mas também as operações subjacentes a esses objetos e conhecimentos.

2.4 A atividade de ensino e a atividade de aprendizagem

Como vimos anteriormente na Teoria Histórico-Cultural, o desenvolvimento cognitivo do sujeito se dá pela relação social do indivíduo com o meio em que ele está inserido. Esse desenvolvimento se dá através da mediação, que pode ser através de signos (fala) ou instrumentos. Também podemos relembrar o conceito de materialismo histórico-dialético, que baseado nas ideias de trabalho de Marx e Engels, nos diz que o homem se transforma ao mesmo tempo em que transforma a natureza.

Nessa concepção, partindo das ideias de Vigotski, vimos que o sujeito se desenvolve psiquicamente através do processo de internalização. Nesse sentido, de acordo com Vigotski (2009), a atividade individual (relações intrapsíquicas) se constitui a partir da atividade coletiva (relações intersíquicas), ou seja, é da atividade coletiva à atividade individual que o sujeito internaliza os conceitos e significados, se apropriando das experiências sociais do homem. Sendo assim, o indivíduo não aprende através das condições biológicas e sim através da mediação.

Davidov (1988) buscou estudar a atividade de estudo dos estudantes em suas pesquisas em vários níveis de ensino. Para ele, o ingressar na escola marca uma nova fase na vida da criança, destacando também a importância das relações sociais. Para Davidov (1988), o foco da vida da criança deve ser a atividade de estudo, que deve fornecer à criança a internalização da realidade desde o seu ingresso na escola, uma vez que a atividade de estudo é a atividade central

da criança.

Moura et al. (2010) nos dizem que, para Davidov (1988), a atividade de estudo é composta por três componentes: *tarefa de estudo*, *ações de estudo* e *autoavaliação e regulação*. A *tarefa de estudo* é a parte central da atividade de estudo, onde essa tarefa de estudo tem como objetivo transformar o sujeito. As *ações de estudo* permitem ao aluno identificar particularidades individualizadas, identificar ideias-chave, dominar particularidades gerais ao concreto e vice-versa. A *autoavaliação* permite ao aluno a capacidade de *regular* as suas próprias aprendizagens, ou seja, por meio dessas ações o aluno consegue avaliar o seu desempenho desde o início do percurso e assim avaliar os resultados alcançados no final da atividade.

Se o professor trabalhar por meio desses três componentes da atividade de estudo, e atuar como um instrumento mediador durante o processo de ensino e aprendizagem é possível que o aluno internalize os conhecimentos historicamente produzidos de maneira estruturada e objetivada, de forma com que o mesmo consiga se desenvolver e alcançar o pensamento teórico.

Nesse sentido, Davidov (1982) diz que para se alcançar o pensamento teórico, o aluno precisa se apropriar de conhecimentos teóricos, que se dá através da correspondência entre o interno e externo.

Para que o aluno forme o pensamento teórico é necessário que o professor elabore atividades de ensino adequadas para a formação do mesmo. Davidov (1982) também em relação ao pensamento teórico diz que é preciso partir de *teses gerais* do saber e não de casos específicos, buscando a essência do conceito. Só assim o indivíduo consegue partir do abstrato ao concreto.

Há na literatura certa confusão em relação aos termos atividade de estudo e atividade de aprendizagem. De acordo com Moura et al. (2010), na tradução do russo para a língua inglesa esses termos são utilizados como tendo o mesmo significado.

Nesse sentido, Moura et al. (2010) propõe a utilização do termo atividade de aprendizagem como sendo mais apropriado para o contexto brasileiro, uma vez que a aprendizagem decorre da atividade de ensino, que deve ser planejada e intencional, a fim de que se desenvolva o pensamento teórico. Ainda de acordo com os mesmos autores (2010), o estudo é uma ação para a aprendizagem, e já a aprendizagem é o processo pelo qual se aprende alguma coisa.

Ao se tratar do conceito de atividade de aprendizagem, Rubtsov (1996) destaca o papel da mesma no sentido do coletivo, onde a mesma é realizada pelo coletivo. Nesse sentido, a atividade de aprendizagem, ao ser realizada em conjunto, pelo coletivo, contribui para o desenvolvimento das FPS ao figurar entre a atividade interpsíquica e intrapsíquica.

A atividade coletiva possui algumas características, conforme elenca Rubtsov (1996, p. 136):

- a repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade;
- a troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo;
- a compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro;
- a comunicação, assegurando a repartição, a troca e a compreensão mútua;
- o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum;
- a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade (assim, é graças à reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho em comum).

Diante dessas características da atividade coletiva, é possível traçar algumas relações entre a atividade de aprendizagem e a atividade de ensino, uma vez que através da atividade de ensino o professor pode propor um problema comum e dividir a turma em grupo, a fim de que se resolva através do coletivo.

Ao passo que a função do professor seja ensinar, a escola se torna o meio para que o aluno assimile os conhecimentos historicamente construídos. Diante disso, o professor deve organizar a sua atividade de ensino intencionalmente para que isso ocorra.

Apesar de que o aluno pode interiorizar o conhecimento através de diferentes formas pela cultura de forma não intencional através de suas necessidades e seus interesses, é no contexto escolar que se dá apropriação do conhecimento associado à intencionalidade social, ou seja, na escola o ensino é intencional e é organizado e sistematizado pelo professor.

A atividade do professor é a de ensino, e ela se constitui através da organização e sistematização do ensino, através da práxis pedagógica, que é a união entre a teoria e a prática. Através da práxis pedagógica é possível transformar o contexto escolar, onde todos se transformam professor e aluno (Moura et al., 2010).

O professor se constitui e aprimora seu trabalho através da práxis pedagógica. Nesse sentido, o professor além de se desenvolver através de seu trabalho, que é orientado por objetivos, também coloca em prática sua atividade de ensino, que tem por objetivo a necessidade de ensinar, além de sistematizar o ensinar para aprimorar a aprendizagem do aluno (Moretti, 2007).

O papel do professor durante sua atividade de ensino tem como objetivo gerar a atividade do aluno e criar meios para que o mesmo sinta o motivo, a necessidade para sua atividade: estudar e aprender. Essa deve ser a intenção do professor ao passo que organiza e

sistematiza a sua atividade de ensino. Mas para que o pensamento teórico se forme, é necessário que tanto a atividade de ensino do professor quanto a atividade de aprendizagem do aluno andem juntas. As duas atividades devem ter a mesma importância.

Ao se colocar em atividade de ensino, o professor continua assimilando conhecimentos, que o possibilita organizar tarefas que favoreçam a assimilação de conhecimentos científicos e contribuindo para o desenvolvimento do pensamento teórico do aluno. Ao organizar essas tarefas, as mesmas podem contribuir para a atividade de aprendizagem dos alunos. Ao mesmo tempo em que o professor exerce sua atividade de ensino, ele também exerce a atividade de aprendizagem, pois sempre estamos nos atualizando, buscando novos conhecimentos. Nesse sentido, o professor:

[...] é um profissional envolvido também com a sua atividade de aprendizagem, atividade esta que o auxilia a tomar consciência de seu próprio trabalho e lidar melhor com as contradições e inconsistências do sistema educacional, na medida em que compreende tanto o papel da escola, dadas as condições sociais, políticas, econômicas, quanto o seu próprio papel na escola (Moura et al., 2010, p. 214).

Ainda segundo os mesmos autores (2010), um dos principais objetivos do ensino é que o professor leve o conteúdo para próximo do aluno, sendo assim, é importante que o professor tenha domínio e conhecimento do seu objeto de ensino, pois o mesmo será transformado em objeto de aprendizagem para o aluno.

Nesse processo é necessário que os alunos entendam esse objeto de ensino como objeto de aprendizagem, o que de acordo com a teoria histórico- cultural deve ser concebido pelos estudantes como uma necessidade. Nesse sentido, o conhecimento teórico (objeto) se transforma em uma necessidade na atividade de aprendizagem.

Para Leontiev (2021), a necessidade se constitui como um objeto, e o mesmo se torna o motivo da atividade de aprendizagem. Já Davidov (1988) diz que o que estimula os estudantes a assimilarem os conteúdos teóricos é a necessidade da atividade de aprendizagem; e o que estimula a reproduzir esses conhecimentos por meio das ações de estudo (como resolver tarefas) é o motivo.

No processo de interiorização do conhecimento teórico, entendido como objeto de aprendizagem, se organizam as operações do pensamento teórico (abstração, generalização e formação de conceitos), que também são objetos de aprendizagem, tornado possível através da atividade de ensino, num fluxo que vai do abstrato ao concreto. A atividade de aprendizagem ao provocar a interiorização do conhecimento teórico, favorece a formação do

pensamento teórico. Nesse sentido, se faz necessário que essas operações do pensamento sejam trabalhadas durante todos os anos escolares (Moura et al., 2010).

Nesse sentido, admite-se que:

a aquisição de conceitos, desencadeada na atividade mediada, ocorre de forma sistematizada, intencional, e que o processo de aprendizagem deve garantir a realização de ações conscientes, de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico. O motivo da atividade de aprendizagem deve ser por parte dos estudantes a aquisição de conceitos teóricos, por meio de ações conscientes que permitam a construção de um modo generalizado de ação (MOURA et al., 2010, p. 216).

No que tange à aprendizagem, para que esta seja efetivamente alcançada pelo estudante e se caracterize como atividade, o papel do professor é essencial, pois deve atuar como mediador (instrumento) entre os alunos e o objeto do conhecimento, orientando e estruturando o ensino. O professor deve atuar de forma que os alunos sintam a necessidade de aprender, a fim de que os motivos da atividade de aprendizagem coincidam com o objeto de estudo. Ao cumprir os objetivos previstos nos componentes curriculares, o professor sistematiza o ensino, propõe ações e realiza a avaliação.

2.5 A Atividade Orientadora de Ensino (AOE)

Ao falarmos do conceito de atividade de ensino, é importante ressaltarmos que a mesma é composta pelo conteúdo a ser ensinado, pelo professor que transmite o conhecimento, pelo aluno que vai aprender. Ao citar o conceito de atividade educativa, Moura (2002) diz que a mesma tem por objetivo aproximar o indivíduo de algum conhecimento, ou seja, que o mesmo interiorize conhecimentos historicamente produzidos.

Sforni (2004) diz que o desenvolvimento da criança se dá quando a mesma se relaciona com o coletivo, ou de uma atividade coletiva proposta pelo professor. Ao participar dessa atividade coletiva, possivelmente a mesma irá gerar alguma necessidade no aluno, exigindo novas ações e promovendo assim um ensino mais relevante. Sendo assim, o desenvolvimento da criança não é suscitado através do ensino formal.

Dessa forma, o desafio que cabe ao professor em relação a organização do ensino é constituir uma forma que o processo de ensino e aprendizagem se constitua como atividade, tanto para o professor quanto para o aluno. Com o intuito de ajudar a resolver esse desafio e se baseando na teoria da atividade de Leontiev, Moura (2006) propõe a Atividade Orientadora de Ensino (AOE). A AOE deve “indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo

real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar” (Moura et al., 2010, p. 2017).

Ao relacionar o conceito de Atividade Orientadora de Aprendizagem com ao conceito de atividade elaborado por Leontiev, podemos afirmar que na AOE a necessidade do professor é a de ensinar algum conteúdo, já a necessidade do aluno é a de aprender, mas o que se pretende com a AOE, ou seja, seu objetivo é a “transformação do psiquismo do sujeito que está em atividade de aprendizagem” (Moura et al, 2010, p. 2017). Dito isso, Kuzmina (1987) diz que o aluno ao interiorizar os conceitos durante sua atividade de aprendizagem também é objeto na atividade de ensino do professor, ou seja, é o motivo da atividade de ensino do professor.

Durante a realização da AOE tanto professor quanto aluno estão em atividade, o professor em atividade de ensino e o aluno em atividade de aprendizagem, pois ambos carregam consigo conhecimentos e princípios que vão estar presentes nas ações a serem executadas, a fim de se alcançar um novo conhecimento. A partir daí é necessário ter conhecimento de que os sujeitos presentes na AOE são indivíduos, e que é necessário considerar a AOE como aproximação contínua do novo conhecimento (objeto). Assim, a AOE é caracterizada como orientadora.

Nesse sentido, a AOE toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e assim também se constituirão em sujeitos de qualidade nova. (Moura et al., 2010, p. 218).

Assim sendo, o professor deve organizar o ensino através de suas ações, de maneira com que os alunos assimilem os conteúdos que foram historicamente e culturalmente construídos. Nesse sentido, é importante que o professor ensine ao aluno meios para que ele consiga abstrair, a fim de que o mesmo alcance o pensamento teórico.

Ao considerarmos o ensino como um tipo de atividade, relacionado à teoria da atividade, num contexto social, temos que a atividade é mediada por signos e instrumentos, decorrente a partir de alguma necessidade.

Nesse sentido, a atividade de ensino deve ser organizada. Ao organizar o ensino dessa forma (objetivos, motivos, operações e ações) e articulá-los entre si como atividade, se forma a AOE. Diante disso, ao mediar a AOE, seja através de signos ou instrumentos, acaba a tornando uma atividade intencional, uma vez que a intenção do professor é que o aluno aprenda e cabe ao aluno a interiorização da cultura no âmbito escolar. Nesse sentido, a educação se torna

indispensável para que o estudante aprenda, uma vez que possibilita a assimilação de conhecimentos científicos e consequentemente o desenvolvimento do pensamento teórico e FPS.

As AOE são tidas como um elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, pois os elementos presentes nas AOE (motivos, necessidades, ações e operações) permitem isso (Moura et al, 2010). Os autores (2010) ainda nos dizem que os motivos de ambas as atividades (ensino e aprendizagem) devem ser os mesmos a fim de que sejam alcançados.

Tal motivo é a apropriação pelos estudantes da experiência histórica acumulada, pela via do pensamento teórico e dos conceitos científicos, visando ao desenvolvimento do psiquismo, das funções psíquicas superiores. Não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem, por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino (Moura et al. 2010, p. 220).

Assim, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) atua como mediadora na atividade de ensino do professor. Essa atividade de ensino do professor tem como necessidade ensinar um conteúdo ao aluno, que está em atividade de aprendizagem e possui como objetivo social que o aluno interiorize esse conhecimento. Dessa forma, como vimos a AOE contribui para a organização da atividade de ensino e aprendizagem, que tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento teórico. O professor ao promover essas ações que tem como objetivo o ato de ensinar também atualiza o seu conhecimento.

O processo que caracteriza as AOE é dinâmico e está sempre em movimento, uma vez que a assimilação de conhecimentos teóricos expõe o movimento da realidade conforme a relação entre os indivíduos, confrontando-se na relação entre o ideal e o real. Nesse sentido, Moura et al (2010, p. 221) caracterizam a atividade como orientadora

no sentido em que é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que durante todo o processo sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza acerca da coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos.

A relação entre professor e aluno é muito importante, pois através da AOE o professor observa suas ações durante a avaliação e observa alguma necessidade a fim de melhorar os seus objetivos. Ao trabalhar dessa forma, é necessário que o professor busque caminhos a fim de gerar necessidades nos alunos. Através dessas necessidades eles podem interiorizar os

conceitos, que vão se concretizando na situação desencadeadora de aprendizagem (SDA). O objetivo da SDA é promover “a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução de um problema que o mobilize para atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos” (Moura et al., 2010, p. 221). Dessa forma, o professor pode organizar tarefas para que os alunos sintam essa necessidade. O aluno vai sentir a necessidade de aprender ao tentar resolver um problema matemático.

Voltando ao conceito de atividade elaborado por Leontiev, notamos que o sujeito quando está em atividade possui objetivos, sejam eles individuais ou coletivos. Para alcançar esses objetivos, o sujeito elabora ações e executa operações que são sustentadas por ações. No âmbito educacional essas ações e operações podem ser entendidas como planejamento, aulas teóricas e práticas, leituras, reuniões pedagógicas, registros de tarefas, seminários, entre outros.

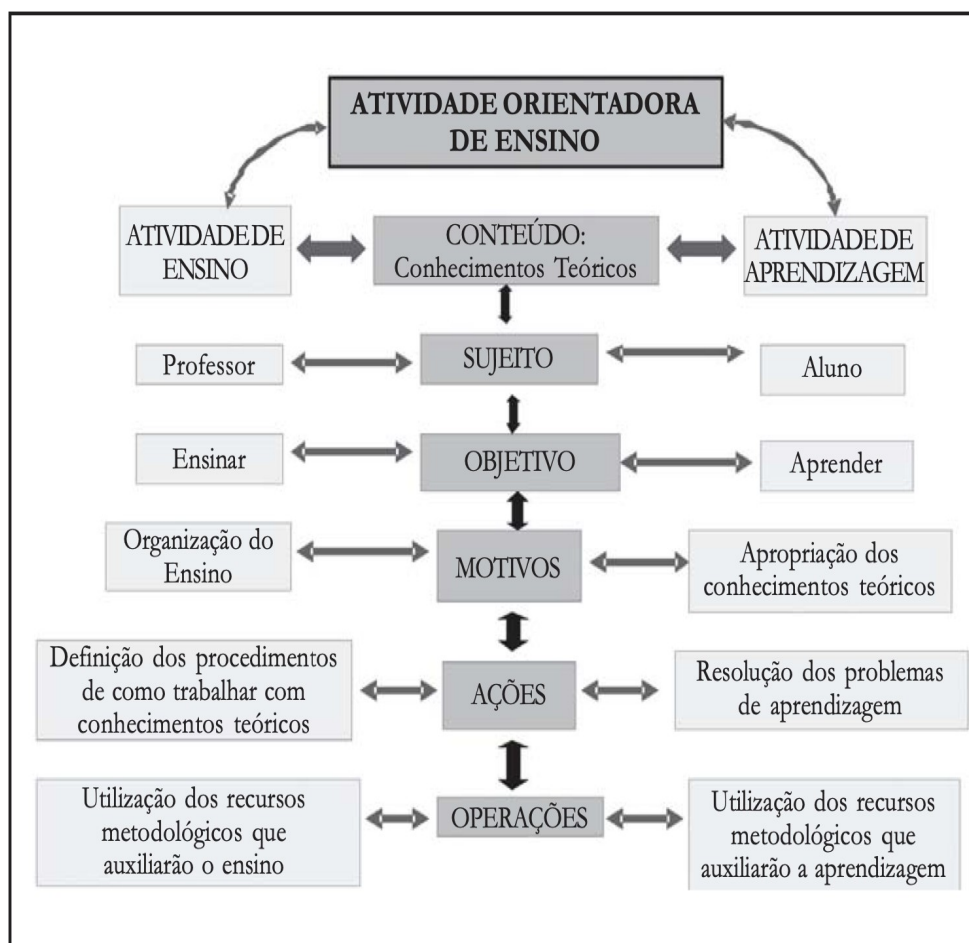
Ao se referir às ações, Moura et al. (2010, p. 222) nos dizem que

podemos entender como ações do professor em atividade de ensino eleger e estudar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes; organizá-los e recriá-los para que possam ser apropriados; organizar o grupo de estudantes de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e sentido pessoal na divisão de trabalho do coletivo; e refletir sobre a eficiência das ações se realmente conduziu aos resultados inicialmente idealizados.

Dessa forma, podemos observar um papel muito importante do professor ao executar essas ações, pois o mesmo deve promover meios de organizar tais conteúdos a fim de que o aluno consiga assimilá-los.

A fim de entendermos a composição dos elementos centrais da Atividade Orientadora de Ensino, bem como a sua relação com a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem e os elementos centrais da atividade, podemos observar na figura 1 sua organização originalmente proposta por Moraes (2008, p.116).

Figura 1- Organização da Atividade Orientadora de Ensino



Fonte: Moura (2010)

2.6 As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA)

Durante a AOE, os elementos presentes na atividade de ensino do professor e de aprendizagem do aluno (necessidades, motivos, objetivos, ações e operações) são estimulados por meio das situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), que, como já vimos, correspondem a conteúdos passíveis de serem interiorizados pelos alunos durante o ensino. O professor parte do pressuposto de que suas ações devem contribuir para a resolução do problema apresentado na SDA.

Ao ser estimulado por ela, o estudante interage com os colegas de turma, observando suas capacidades, com o intuito de alcançar outro grau de conceito em movimento.

A situação desencadeadora de aprendizagem deve conter a essência do conceito, isto é, deve evidenciar a necessidade que o homem enfrentou para construir determinado conceito por

meio de seu movimento lógico-histórico. O lógico-histórico, portanto, é fundamental para compreender a essência do conceito, seu movimento e seu desenvolvimento ao longo da história das civilizações.

As SDA podem ser concretizadas por diferentes metodologias, como jogos, situações do cotidiano ou a história virtual do conceito, elaboradas pelo professor. A história virtual consiste em criar uma narrativa em que os alunos são personagens, a fim de que consigam realizar a tarefa proposta em conjunto, por meio da coletividade. O objetivo é que os estudantes satisfaçam uma necessidade semelhante àquela vivenciada em determinado momento histórico da construção do conceito. Tal história é denominada virtual porque deve apresentar um problema capaz de desencadear a atividade de aprendizagem em condições próximas às enfrentadas por civilizações antigas (Moura; Lanner de Moura, 1998). Nesse sentido, compreendemos que a história virtual deve ser ressignificada a partir da atualidade e das experiências dos alunos.

O professor durante sua atividade ensino pode mediar a mesma pela AOE, a fim de que se crie condições para que os alunos possam criar ações e consigam aprender. Nesse sentido, a avaliação se torna inseparável da atividade de ensino, pois a mesma só se consolidará durante seu processo de análise na relação entre a atividade do professor e a atividade do aluno. O foco da síntese e análise do professor deve ser nas ações dos alunos durante o processo de aprendizagem, pois assim o professor conseguirá refletir as propriedades da AOE.

A discussão da solução da situação-problema durante a AOE deve ser feita em grupos, por isso o professor deve propor problemas a fim de que as situações possam ser discutidas pelo coletivo. Trabalhar em coletivo remete ao fato da lei de formação das FPS e a teoria histórico-cultural, que nos diz que o homem não se desenvolve por si só, mas através do meio social em que está inserido.

Ao se trabalhar o coletivo durante a AOE, o aluno consegue adquirir e assimilar a cultura. Nesse sentido, Davidov (1988b) diz que a assimilação “constitui-se na transformação da atividade coletiva (experiência social) em uma atividade individual (experiência do indivíduo). Essa transformação é possível por meio da comunicação Atividade orientadora de ensino entre as pessoas”.

Isso nos remete às ideias de Vigotski que cita a relação entre a atividade individual e a atividade coletiva de que o conhecimento parte primeiro do coletivo (interpessoal) para depois se tornar individual (intrapessoal).

O psiquismo humano pode ser desenvolvido pelas atividades orientadoras de ensino

(AOE) através da mediação, desde que essas sejam planejadas e tomem como base os princípios da atividade: necessidades, motivos, objetivos, ações e operações.

Moura et al. (2010, p. 226) nos dizem que quanto ao processo de elaboração até a sua concretização, a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do aluno se desencadeiam da seguinte forma:

A **formação do estudante**, que ao ser sujeito na atividade de aprendizagem se apropria do conhecimento teórico, desenvolvendo-se, transformando-se, humanizando-se, no movimento de análise e síntese inerente ao processo de solução do problema de aprendizagem da AOE;

A **formação do professor**, que tem por objetivo ensinar o aluno e que, entretanto, nas discussões coletivas, no movimento dos motivos de sua atividade, das ações, operações e reflexões que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social.

Dessa forma, os pressupostos presentes nas AOE, baseados na teoria histórico-cultural e da atividade, evidenciam a organização do ensino, de modo que a escola cumpra seu papel principal, que é a interiorização dos alunos pelos conceitos teóricos.

A atividade orientadora de ensino, ao assumir o papel de mediação, se torna o instrumento para o professor, para que o mesmo compreenda seu objeto de estudo: o processo de ensinar os conteúdos. Ao mesmo tempo, a AOE também se torna instrumento para o aluno, uma vez que por meio dela o aluno interioriza os conhecimentos. Sendo assim, a AOE atua tanto como um fundamento para o ensino quanto uma fonte de pesquisa. Nesse sentido, “profissionais pesquisadores podem usar sua estrutura para identificar motivos, necessidades, ações desencadeadas e sentidos atribuídos pelos sujeitos no processo de ensino” (Moura et al, 2010, p. 226).

2.7 A Teoria do Ensino Desenvolvimental

Vasili Vasilovich Davidov (31 de agosto de 1930 – 19 de março de 1998) foi um psicólogo russo e membro Instituto de Psicologia da Academia Russa de Educação; também foi professor universitário, doutor em psicologia e escritor de vários livros.

Vigotski havia mostrado a importância da escola para a interiorização dos conhecimentos científicos e o desenvolvimento do pensamento a partir apropriação da cultura historicamente construída (Davidov, 1988).

Leontiev estudou o desenvolvimento do psiquismo humano e desenvolveu a teoria da atividade, investigando o conceito de atividade do sujeito e de consciência humana. “Leontiev

concretizou e desenvolveu várias das proposições de Vigotski. Em particular, ele introduziu na psicologia da criança, seguindo as tradições da filosofia marxista, a proposição de que o indivíduo se apropria das conquistas das gerações passadas” (Davidov, 1988, p. 56).

Davidov, tendo como base os estudos feitos pela escola de Vigotski, Leontiev, e especialmente o de Elkonin, destaca a característica da atividade de aprendizagem, que tem como objetivo que o estudante consiga dominar o conhecimento teórico, por meio da mediação de signos e instrumentos culturais presentes na sociedade. Para que isso ocorra é necessário a generalização dos conceitos. Ao ensinar, a atividade de ensino do professor deve ser intencional, ou seja, o professor tem que ter consciência das suas ações a fim de prover uma aprendizagem concreta para o aluno. Ademais, o professor deve criar caminhos para que o aluno consiga desenvolver o pensamento, propiciado pela aprendizagem, interiorizando assim os conceitos científicos.

Ao analisar as obras de Vigotski e Leontiev, Davidov (1988, p. 57) chegou a seguinte conclusão, onde destaca três pontos importantes a respeito do problema do desenvolvimento mental:

Primeiro, no sentido mais amplo, a educação e o ensino de uma pessoa não são nada mais que sua “apropriação”, a “reprodução” por ela das capacidades dadas histórica e socialmente. Segundo, a educação e o ensino (“apropriação”) são formas universais de desenvolvimento mental humano. Terceiro, a “apropriação” e o desenvolvimento não podem atuar como dois processos independentes, pois se correlacionam como a forma e o conteúdo de um único processo de desenvolvimento mental humano.

O ensino e a aprendizagem contribuem para o desenvolvimento mental do indivíduo. O ensino promove a interiorização da cultura, desenvolvendo assim o pensamento.

a) enquanto o aluno forma conceitos científicos, incorpora processos de pensamento e vice-versa; b) enquanto forma o pensamento teórico, desenvolve ações mentais, mediante a solução de problemas que suscitam a atividade mental do aluno. Com isso, o aluno assimila o conhecimento teórico e as capacidades e habilidades relacionadas a esse conhecimento (Libâneo, 2004, p. 14).

O ensino tradicional é comumente encontrado em muitas escolas, onde o aluno é tido simplesmente como um telespectador, um ser passivo, que acaba não participando da aula em onde espera-se que aluno apenas memorize e reproduza os conteúdos transmitidos. É importante ressaltarmos que não somos contra o ensino tradicional, ele pode e deve ser trabalhado nas salas de aula, mas deve ser utilizado com cautela, a fim de que não se torne algo comum.

Dessa forma, para superar esse método de ensino, se faz necessário o professor trabalhar o desenvolvimento do pensamento teórico com o estudante. O objetivo do ensino é fazer com ocorram mudanças no desenvolvimento do pensamento teórico, que se configura de acordo com certos hábitos e capacidades. Com relação a isso, Davidov (1988, p. 165-166) observa que

os conhecimentos de um indivíduo encontram-se em unidade com suas ações mentais (abstração, generalização e etc). Segundo Rubinstein, ‘os conhecimentos (...) não surgem dissociados da atividade cognitiva do sujeito e não existem sem relação com ela’. Portanto, é legítimo considerar os conhecimentos de um lado, como o resultado das ações mentais que implicitamente contêm em si e, de outro, como um processo de obtenção desse resultado, no qual se expressa o funcionamento das ações mentais. Conseqüentemente, é totalmente aceitável usar o termo “conhecimento” para designar tanto o resultado do pensamento (o reflexo da realidade), quanto o processo pelo qual se obtém esse resultado (ou seja, as ações mentais). ‘Todo conceito científico é, simultaneamente, uma construção do pensamento e um reflexo do ser’. Deste ponto de vista, um conceito é, ao mesmo tempo, um reflexo do ser e um procedimento da operação mental.

Assim, ao comparar o pensamento da criança com o pensamento dos cientistas, Davidov (1988) diz que os dois não são iguais, uma vez que as crianças não criam esses conceitos, mas os internalizam por meio da atividade de aprendizagem. No entanto, ao realizarem a atividade, executam as generalizações (ações mentais) iguais “às ações pelas quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente construídos” (Davidov, 1988, p. 166). De modo sintetizado, as ideias de Davidov sobre o ensino desenvolvimental podem ser resumidas da seguinte maneira:

- a) A educação e o ensino são fatores determinantes do desenvolvimento mental, inclusive por poder ir adiante do desenvolvimento real da criança.
- b) Deve-se levar em consideração as origens sociais do processo de desenvolvimento, ou seja, o desenvolvimento individual depende do desenvolvimento do coletivo. A atividade cognitiva é inseparável do meio cultural, tendo lugar em um sistema interpessoal de forma que, através das interações com esse meio, os alunos aprendem os instrumentos cognitivos e comunicativos de sua cultura. Isto caracteriza o processo de internalização das funções mentais.
- c) A educação é componente da atividade humana orientada para o desenvolvimento do pensamento através da atividade de aprendizagem dos alunos (formação de conceitos teóricos, generalização, análise, síntese, raciocínio teórico, pensamento lógico), desde a escola elementar.
- d) A referência básica do processo de ensino são os objetos científicos (os conteúdos), que precisam ser apropriados pelos alunos mediante a descoberta de um princípio interno do objeto e, daí, reconstruído sob forma de conceito teórico na atividade conjunta entre professor e alunos. A interação sujeito-objeto implica o uso de mediações simbólicas

(sistemas, esquemas, mapas, modelos, isto é, signos, em sentido amplo) encontradas na cultura e na ciência. A reconstrução e reestruturação do objeto de estudo constituem o processo de internalização, a partir do qual se reestrutura o próprio modo de pensar dos alunos, assegurando, com isso, seu desenvolvimento (Libâneo, 2004. p. 15).

Diante disso, Davidov (1988, p. 47) afirma que:

a tarefa posta pela prática pedagógica é a de melhorar o conteúdo e métodos de trabalho educacional [acadêmico] e de educação [social] com as crianças, de modo a exercer uma influência positiva sobre o desenvolvimento de suas capacidades (por exemplo, seus pensamentos, desejos, etc) e a permitir, ao mesmo tempo, a criação das condições necessárias para superar o retardamento (atraso), freqüentemente encontrado nos escolares, no desenvolvimento de certas funções mentais.

De acordo com Libâneo (2004), os estudos e as pesquisas de Davidov se baseiam no ensino tradicional, que decorrente a isso leva a formação do pensamento empírico. Segundo ele, esse tipo de conhecimento não favorece meios necessários para lidar com a vida prática. Logo, a transmissão de conhecimento e a memorização não contribuem para a resolução de problemas práticos do dia a dia. Um ensino mais eficiente, para desenvolver a personalidade, deve se preocupar em trabalhar o desenvolvimento do pensamento teórico. O pensamento teórico tem como objetivo resolver problemas práticos da vida cotidiana, onde ele busca encontrar a essência do objeto de conhecimento. Por meio de sua capacidade de abstração, é possível aplicá-lo em várias áreas do campo educacional.

Apesar de reconhecer os méritos da educação tradicional, Davidov (1987) a vê como insuficiente com relação aos dias de hoje e propõe a superação do pensamento empírico pelo pensamento teórico.

Davidov (1988) define o pensamento teórico como a ascensão do abstrato ao concreto. Não se trata apenas de pensar abstratamente sentenças lógicas, mas sim de observar como isso se aplica a problemas específicos, ou seja, ele parte do geral ao específico.

De maneira mais simples, isso se dá da seguinte maneira: ao estudar um conteúdo de português, os estudantes com o auxílio do professor, analisam o conteúdo e identificam a relação geral. Nesse momento, descobrem que essa relação geral se aplica à outras relações particulares do mesmo conteúdo. Ao identificar a relação geral, os alunos constroem uma generalização do assunto estudado. Ao unir várias generalizações particulares do mesmo conteúdo (com a ajuda do professor), forma-se o *concreto*. Ao utilizar a abstração para unir a outras abstrações, as funções mentais iniciais são convertidas em conceito, que é o *núcleo* do

assunto abordado. O núcleo é tido como aquilo que as crianças têm que se apropriar, como forma de conceito, promovendo assim a ascensão do abstrato ao concreto.

Nesse sentido, um ensino fundamentado na generalização teórica significa examinar de forma independente os dados da tarefa; identificar as relações fundamentais dentro deles; encarar cada tarefa como uma variação específica daquela que foi inicialmente resolvida através de métodos teóricos. (Davidov, 1987)

Davidov (1987, p. 153) propõe alguns princípios do ensino ao se basear na generalização teórica:

- a) A assimilação dos conhecimentos de caráter geral e abstrato precede a familiarização com os conhecimentos mais particulares e concretos; é a partir daqueles que se deduzem estes, correspondendo às exigências da ascensão do abstrato ao concreto.
- b) Os conceitos de uma disciplina escolar devem ser assimilados por meio do exame das condições que os originaram e os tornaram essenciais, ou seja, os conceitos não se dão como “conhecimentos já prontos”, devendo ser deduzidos a partir do geral e do abstrato.
- c) No estudo da origem dos conceitos os alunos devem, antes de tudo, descobrir a conexão geneticamente inicial, geral, que determina o conteúdo e a estrutura do campo de conceitos dados.
- d) É necessário reproduzir esta conexão em modelos objetivados, gráficos e simbólicos (literais) que permitam estudar suas propriedades em “forma pura” (por exemplo, a estrutura interna das palavras pode ser representada com a ajuda de esquemas gráficos especiais).
- e) Há que se formar nos alunos ações objetivadas que lhes permitam revelar no material de estudo e reproduzir nos modelos as conexões primárias e universais do objeto de estudo, de modo que se garantam as transições mentais do universal para o particular e vice-versa.
- f) Os escolares devem passar paulatinamente e no seu devido tempo da realização de ações no plano mental para a realização de ações no plano externo (objetivadas) e vice-versa.

Para Davidov (1988), a tarefa ou a SDA proposta pelo professor pode ter a intencionalidade de suscitar esses elementos abaixo como parte da atividade do sujeito:

- a) a *análise* do material factual para descobrir nele alguma relação geral que tenha uma conexão regular com as diversas manifestações desse material;
- b) a *dedução*, em que as crianças deduzem determinadas relações no conteúdo estudado, formando um sistema unificado dessas relações, isto é, o “núcleo” conceitual;
- c) o *domínio* do modo geral pelo qual o objeto de estudo é construído, mediante o processo de análise e síntese. (Davidov, 1988, p. 188)

Essas duas estratégias (de aprendizagem e de ensino) apresentados são considerados os mais importantes da teoria de Davidov, uma vez que elas buscam suplantam a divisão “entre a

formação dos conceitos científicos e o desenvolvimento das capacidades do pensar” (Libâneo, 2004, p. 19). Com relação a isso, trabalhar o pensamento teórico com os estudantes significa trabalhar tanto a essência quanto o desenvolvimento dos objetos de estudo, com o objetivo de assimilar meios cognitivos de cada conteúdo, a fim de resolver problemas do dia a dia. A ideia consiste em que o aluno consiga assimilar e reproduzir, na sua atividade de estudo, os conceitos e todas as capacidades humanas que foram desenvolvidas historicamente. Nessa atividade,

o processo de apropriação leva o indivíduo à reprodução, em sua própria atividade, das capacidades humanas formadas historicamente. Durante a reprodução, a criança realiza uma atividade que é adequada (mas não idêntica) à atividade encarnada pelas pessoas nestas capacidades (Davidov, 1988, p. 57).

Davidov (1988, p. 27), cita Leontiev ao relatar o processo pela qual a criança interioriza a experiência social:

Ao expressar as particularidades do desenvolvimento mental nas crianças, durante o processo em que se apropriam da experiência social, ele escreveu: “Este é um processo que tem como resultado a reprodução pelo indivíduo de atributos, capacidades e modos de comportamento humanos formados historicamente”.

Davidov (1988) ainda critica a transmissão de conhecimentos no ensino tradicional. Para o autor, o ensino deve ser construído e os alunos devem aprender a investigar por si mesmos. O conhecimento deve se dar por um processo de investigação, utilizando-se tarefas que trabalhem abstrações e generalizações. Para Davidov (1988), as tarefas cognitivas devem ser baseadas na resolução de problemas e no ensino com pesquisa. Para o autor, a resolução de problemas está ligada ao nível teórico de interiorização do conhecimento e do pensamento teórico.

O ensino com pesquisa, ao ser trabalhado dentro da sala de aula, requer que o professor pesquise enquanto ensina, onde o professor deve intervir no processo mental do aluno ao propor tarefas, a fim de que se promova novas formulações.

2.8 A atividade de aprendizagem e as ações de aprendizagem

Davidov (1988), caracteriza a atividade de aprendizagem da criança como atividade principal em idade escolar, onde o objetivo é que a criança interiorize formas avançadas de

consciência social (ciência, arte, etc.). A criança interioriza conhecimentos e habilidades que foram historicamente construídas como forma de alcançar o pensamento, em especial, o pensamento teórico. O autor ainda caracteriza o conhecimento presente na aprendizagem como sendo o pensamento teórico.

Na elaboração de problemas do ensino desenvolvimental, é indispensável apoiar-se, em nosso ponto de vista, na seguinte proposição: a base do ensino desenvolvimental é seu conteúdo e dele se originam os métodos (ou modelos) de organização do ensino. [...] Concretizando esta proposição, deve-se observar que a natureza desenvolvimental da atividade de estudo no período escolar está vinculada ao fato de que o conteúdo da atividade acadêmica é o conhecimento teórico (Davidov, 1988, p. 164).

Dessa forma, o aluno pode conseguir pensar e aprender teoricamente, se apropriar do objeto, tornando-o parte do esquema de operações mobilizados em sua atividade ao lidar com a realidade objetiva.

O objetivo do ensino é que a criança aprenda a pensar por si própria, ou melhor, aprenda a pensar. Mas isso não deve ser levado ao pé da letra, não se trata do aprender fazendo, uma vez que nem sempre a experiência concreta não permite o seu desenvolvimento mental. Nesse sentido, Davidov (1988) diz que o conhecimento empírico gera ações empíricas e o conhecimento teórico gera ações teóricas, ou seja, se durante o ensino o professor trabalha apenas com conhecimentos empíricos, a criança não vai se desenvolver intelectualmente. Quando o aluno interioriza os conhecimentos teóricos, quer dizer que operações motoras e mentais e ações já foram formadas nele, ou seja, “podemos, então, dizer que esse instrumento deixa de ser externo e se transforma em "parte do corpo" do sujeito, mediando sua atividade física ou mental” (Sforni, 2008, p. 5).

Em suma, o pensamento teórico é caracterizado por uma abordagem educacional que integra os princípios da psicologia cultural com estratégias práticas de ensino e aprendizagem. A Teoria do Ensino Desenvolvimental fornece um quadro conceitual abrangente para entender como os alunos aprendem e como os professores podem promover seu desenvolvimento cognitivo de maneira eficaz.

Essas três teorias compartilham uma visão central sobre a importância do contexto sociocultural no desenvolvimento humano e na aprendizagem, mas cada uma enfatiza aspectos diferentes e oferece insights distintos sobre como entender e promover o desenvolvimento cognitivo e educacional.

3 HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Neste capítulo falaremos um pouco sobre o desenvolvimento lógico-histórico da álgebra, as suas concepções, bem como suas diversas classificações e do desenvolvimento do pensamento algébrico. Utilizaremos alguns autores para basearmos as nossas ideias. Dentre eles: Bento Jesus Caraça (1951) *Conceitos Fundamentais da Matemática*, John K. Baumgart (1994) *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula – Álgebra*, Lancelot Hogben (1970) *Maravilhas da Matemática – Influência e Função da Matemática nos conhecimentos humanos*, Dario Fiorentini, Maria Ângela Miorim e Antônio Miguel (1993) *Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*.

3.1 Um breve panorama

Para falarmos de álgebra, precisamos falar um pouco sobre suas concepções e sobre seu significado. A origem da palavra “álgebra” é curiosa e excêntrica. Ela não possui uma origem tão compreensível quanto a palavra “aritmética”, que vem do grego *arithmos* e significa “número”. Diante disso, a palavra *algebra* é uma palavra latina que possui derivação da palavra árabe *al-jabr*, às vezes transcrita *al-jabr*, usada no título do livro *Hisab al-jabr w'al-muqabalah* (Livro da Restauração e Balanceamento), que foi escrito por um matemático árabe chamado Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi, em Bagdá, hoje capital do Iraque, por volta do ano de 825. A palavra “algoritmo” é derivada de al-Khwarizmi, que significa o qualquer ato de calcular, uma vez que ele descreveu em seu livro, traduzido para o latino como *Liber algorismi* o processo de cálculo com os algarismos indo-arábicos (Baumgart, 1994).

Não podemos deixar de falar sobre o conceito de “algebrista”, palavra hoje utilizada para descrever a pessoa com grande habilidade em álgebra, palavra que naquela época tinha um sentido bem peculiar e que ao nosso ver é bem interessante. Os árabes marroquinos foram os primeiros a introduzirem a palavra *algebrista*, que na língua árabe significa “restaurador de ossos quebrados” ou “arte de reunir ossos quebrados”. Na Espanha moura, consertar ossos quebrados e realizar a sangria (procedimento cirúrgico), eram oferecidos como serviços adicionais nas barbearias, daí a origem de os barbeiros daquela época serem conhecidos como *algebristas* (Baumgart, 1994).

Ainda de acordo com Baumgart (1994), apesar de que primitivamente a palavra “álgebra” se refira a equações, hoje ela tem um significado bem mais amplo, e que se divide em duas fases:

Álgebra antiga (elementar) - aquela que estuda as equações e os métodos de resolvê-las. Álgebra moderna (abstrata) – aquela que estuda anéis, corpos e grupos, todas estruturas matemáticas. Acabamos de observar o significado da palavra “álgebra”, a origem do termo “algebrista”, e a divisão da álgebra antiga e da álgebra moderna.

3.2 O desenvolvimento da notação algébrica

Desde muito tempo a contagem, a necessidade de operar com números e a representação de quantidades fazem parte da vida cotidiana humana, seja pelas necessidades humanas ou pelas necessidades sociais. À medida que o homem foi se desenvolvendo ao longo dos tempos, novas necessidades foram surgindo, assim como novos métodos matemáticos foram desenvolvidos pelas diversas civilizações.

Como sabemos, aritmética e geometria estão interligadas, e para medir alguma coisa é necessário tanto conhecimentos geométricos quanto aritméticos. De certa forma, isso acabou conduzindo avanços no campo matemático. De acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 99-100), “no desenvolvimento histórico, tal articulação está na origem dos conceitos de números racionais, irracionais e reais”.

Também podemos citar a importância da utilização dos símbolos tanto para o desenvolvimento da aritmética quanto para a Matemática como um todo. A criação dos símbolos acabou permitindo que se realizassem operações com o conceito de número abstrato, onde o abstrato não possui uma imagem objetiva, mas pode ser projetado na mente.

A fase antiga da álgebra, caracterizada como elementar, consistiu na invenção progressiva do simbolismo e da resolução de problemas (aqui nos referimos a coeficientes numéricos), através de vários métodos (Baumgart, 1994). A notação algébrica se desenvolveu ao longo dos séculos em três estágios: o retórico, o sincopado e o simbólico. O último estágio, foi o que passou por diversas mudanças.

De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 79-80), a álgebra praticada pelos egípcios, babilônicos e gregos pré-diofantinos era a álgebra retórica ou verbal, pois esses povos não utilizavam símbolos e abreviações para representar o pensamento algébrico; eles utilizavam a linguagem corrente para expressar os passos utilizados nas operações numéricas e equações. Nesse sentido, podemos exemplificar a linguagem corrente na seguinte frase “o dobro de um número”.

Já Hogben (1970), descreve a álgebra retórica como aquela escrita por extenso, a álgebra sincopada, caracterizada por abreviaturas e a álgebra simbólica como letras e sinais operativos.

Baumgart (1994), ressalta que ainda hoje há uma certa discrepância na utilização de símbolos. Segundo ele, com relação a notação de π , há uma diferença dos americanos para os europeus conforme a aproximação de π . Enquanto os americanos escrevem “3,1416”, ou europeus escrevem “3.1416”. E em alguns países europeus, eles utilizam “÷” para representar “menos”.

3.3 O desenvolvimento histórico da álgebra

A álgebra se desenvolveu da necessidade de simplificação e abreviação das fórmulas práticas utilizadas no cálculo. O seu desenvolvimento ocorreu de forma rápida, o que se tornou fácil o seu reconhecimento de aplicação pelo ser humano. (Hogben, 1970).

Para Sousa, Panossian e Cedro (2014), as diversas civilizações buscaram elementar formas de pensar a fim de tornar esse movimento fluente, sem a necessidade de utilizar o numeral para representar tal movimento. Nesse sentido, a álgebra não simbólica era necessária para representar e interpretar movimentos.

Apesar de hoje em dia os conteúdos e conceitos algébricos serem tratados pela Matemática de forma abstrata, o desenvolvimento da linguagem algébrica não ocorreu de forma desconectada da realidade objetiva como hoje possa transparecer, ocorreu de acordo com as necessidades humanas de cada civilização. O caminho da linguagem algébrica considerou a utilização de letras, palavras, signos e símbolos como vimos anteriormente. Esse caminho é traçado pela álgebra não simbólica (que engloba a álgebra retórica, a geométrica e a sincopada) até a álgebra simbólica.

Devido ao surgimento de problemas que envolviam astronomia e mecânica, os matemáticos alexandrinos passaram a dar mais importância aos cálculos que envolvessem tais problemas. Os símbolos taquigráficos, que eram utilizados para representarem operações matemáticas e verbos, bem como os números abstratos, não foram elaborações do pensamento humano que surgiram do dia para a noite, mas levaram um certo tempo. Essas elaborações foram extremamente individuais, nenhum matemático da época visava contribuir para uma escrita universal com o que já tinha sido elaborado. Cada matemático possuía a sua escrita taquigráfica para se trabalhar com problemas matemáticos. Diofanto foi o primeiro matemático a fazer uma notação desse tipo (HOGBEN, 1970).

O desenvolvimento da álgebra se baseia na contribuição de diversos povos e culturas que fomentaram a constituição desse campo de estudo. A partir daí podemos citar a álgebra egípcia, a álgebra hindu, a álgebra babilônica, a grega pré-diofantina, a álgebra chinesa, a

álgebra arábica, a álgebra de cultura europeia renascentista, etc. Todas essas culturas contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento da álgebra ao longo dos tempos, umas mais e outras menos, mas cada uma a sua maneira (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Apesar da álgebra se desenvolver com a contribuição de vários povos, alguns povos não obtiveram sucesso para inventá-la. Como salienta Hogben (1970, p. 303), “os gregos não tinham incentivo social para inventarem a álgebra”. Já os alexandrinos, sentiam-se que podiam fazer mais e viam essa necessidade de inventar a álgebra, mas eles não tinham equipamento social. Os hindus, por sua vez, tiveram um riquíssimo equipamento social para que sentissem tal necessidade.

A partir daí, veremos um pouco da contribuição de alguns povos para o desenvolvimento da álgebra.

3.4 A álgebra babilônica – estilo retórico

Segundo Baumgart (1994), a álgebra originou-se na Babilônia, onde o estilo retórico era muito utilizado, apesar de não possuírem um alto nível de sofisticação. Eles utilizavam a escrita cuneiforme, em tábulas de argila. Os babilônicos eram capazes de resolver vários tipos de equações, como as cúbicas e as de quarto grau, ambas com coeficientes numéricos. Séculos depois, o grego, Diofanto deu início ao simbolismo moderno, onde começou a introduzir abreviações de palavras, evitando o estilo da álgebra geométrica. Ainda de acordo com o mesmo autor (1994, p. 6), os babilônicos “[...] eram capazes de resolver uma variedade surpreendente de equações, inclusive certos tipos especiais de equações cúbicas e quárticas – todas com coeficientes numéricos, naturalmente”.

Como ressaltam Sousa, Panossian e Cedro (2014), a necessidade para se pensar algebricamente fez com que Diofanto e egípcios buscassem o nexos conceitual do conceito de número, onde Diofanto criou a variável numeral. Ao estudarmos o desenvolvimento do pensamento algébrico em outras civilizações, entre elas: China, Índia, Grécia, Egito, podemos observar uma certa constância com relação às “álgebras pensadas” que têm como objetivo o resolver problemas do cotidiano que envolvem as equações. A resolução de equações tem por finalidade a regularidade presente na realidade, pois segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 102) “antes de ser uma ciência, a álgebra, assim como a Matemática, foi uma atividade”, se referindo à atividade no sentido dado por Leontiev.

3.5 A álgebra egípcia

De acordo com Baumgart (1994), a álgebra surgiu no Egito praticamente ao mesmo tempo em que surgiu na Babilônia, só que a álgebra egípcia era menos refinada que a álgebra babilônica. Ambas as álgebras eram retóricas (escrita ou verbal). Um exemplo da falta de sofisticação da álgebra egípcia para a babilônica era o sistema de numeração egípcio que era primitivo em comparação com os babilônicos.

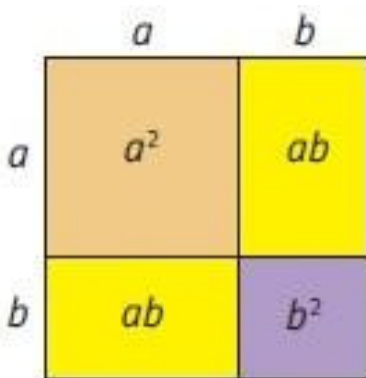
3.6 A álgebra grega

De acordo com Sousa (2004), as palavras utilizadas por algumas civilizações (egípcia, europeia e árabe) são utilizadas para estudar o movimento no sentido numérico. No entanto, torna-se inviável criar novas palavras para representar quantidades não conhecidas com a álgebra retórica. Partindo para outro passo importante do lógico histórico da álgebra, temos Euclides, que utilizou figuras e segmentos de retas para representar números conhecidos e desconhecidos. No entanto, a linguagem utilizada por ele não surtiu efeito prático a contribuir para o movimento.

A álgebra grega era geométrica, e foi elaborada pelos pitagóricos, cerca de 540 a.C, e por Euclides, cerca de 300 a.C. A representação geométrica abaixo, é um produto notável, ao qual conhecemos pelo nome de “quadrado da soma de 2 termos”. Representado na Figura 2, foi enunciado por Euclides, em seu livro *Elementos*, livro II.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + 2ab + b^2$$

Figura 2 – Representação geométrica do “Quadrado da soma de 2 termos”



Fonte: Dante (2018)

De acordo com Baumgart (1994), os pitagóricos resolviam as equações de acordo o padrão dos babilônicos. Diante disso, não há como negar que os pitagóricos conheciam bem a

álgebra babilônica.

3.7 A introdução ao estilo sincopado

Diofanto foi quem introduziu a álgebra sincopada, escrevendo as equações de acordo com os antigos métodos babilônicos. Pouco se sabe sobre a vida de Diofanto, o que se sabe é que ele estudou e trabalhou na mesma Universidade que Euclides ensinava, a Universidade de Alexandria, onde hoje está localizado o Egito. Apesar de pouco se saber quando viveu Diofanto, estudiosos acreditam que ele viveu por volta do século III d.C., outros acreditam que foi por volta do século I d.C., não havendo um consenso. Ele deu início ao uso de um simbolismo algébrico que acabou superando a álgebra retórica, escrita num estilo verbal (Baumgart, 1994).

Árabes e europeus também utilizavam palavras para dar sentido a valores não conhecidos, utilizando a álgebra sincopada. Os egípcios já utilizavam a palavra AHA, que tinha como significado “montão”. Com essas abreviaturas para a representação de algumas palavras desconhecidas, é possível observar um certo grau de abstração decorrente do simbolismo algébrico. Nesse sentido, ainda não havia o simbolismo algébrico formal que temos hoje e sim um conjunto de símbolos literais.

Para Hogben (1970, p. 303),

os grandes matemáticos alexandrinos, Diofanto e Teon, por exemplo, abordavam os mesmos problemas que os hindus e árabes, apenas sua álgebra era infinitamente mais complicada, pois usavam os mesmos símbolos para representar palavras e números próprios, e, assim, não podiam confinar o uso das letras aos números abstratos.

De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), foi Diofanto quem introduziu o primeiro símbolo para incógnitas, a letra grega “sigma”, Σ (sigma maiúscula) e σ ou ς (sigma minúsculas).

Após Diofanto ter introduzido a álgebra sincopada, onde a utilização de palavras abreviadas ganharam espaço, Brahmagupta, por volta de 628 d.C., inventou suas próprias abreviações (Baumgart, 1994). Ainda por volta do século XII, Brahmagupta também desenvolveu uma forma sincopada semelhante à de Diofanto. Os italianos do século XVI também utilizavam a forma sincopada, como Cardano (1545) (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Justamente pelo fato de ter usado utilizado uma linguagem mais sucinta e peculiar, e por utilizar símbolos literais para representar as incógnitas, Diofanto foi considerado como o

precursor da álgebra pelos historiadores (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Abaixo, na Figura 3, podemos observar como era a escrita de Diofanto.

Figura 3 – Escrita de Diofanto



Fonte: Baumgart (1994).

Os símbolos em grego são explicados abaixo, na Figura 4. A escrita anterior é uma equação e é representada pela escrita atual: $2x^3 + 8x - (5x^2 + 4) = 44$

Figura 4 – Exemplo de um dos mais antigos manuscritos gregos

K^T é uma abreviação de **κΤΒΟΣ** (**KUBOS**, “cubo”).
ς é uma abreviação de **αριθμος** (**arithmos**, “número”).
Λ é uma combinação de **Λ** e **Ι** em **ΛΕΙΨΙΣ** (**LEIPSIS**, “menos”).
Δ^T é uma abreviação de (**DUNAMIS**, “potência”).
M é uma abreviação de **ΜΟΝΑΔΕΣ** (**MONADES**, “unidades”).

Fonte: Baumgart (1994)

Na tabela a seguir (Tabela 1), podemos observar a álgebra sincopada de Brahmagupta com a notação que usamos hoje.

Tabela 1 – Álgebra sincopada de Brahmagupta

ya ka 7 bha k(a) 12 ru 8	$7xy + \sqrt{12} - 8$
Ya v(a) 3 ya 10	$= 3x^2 + 10x$

Fonte: Adaptado de Baumgart (1994).

Agora, podemos observar um problema que está presente no livro *Antologia Palatina*, e pode-se calcular a idade em que Diofanto morreu.

Deus concedeu-lhe passar a sexta parte de sua vida na juventude; um

duocécimo, na adolescência; um sétimo, em seguida, foi escoado num casamento estéril. Decorreram mais cinco anos, depois do que lhe nasceu um filho. Mas este filho [...] apenas tinha atingido a metade da idade do pai, morreu. Quatro anos ainda, mitigando a própria dor com o estudo da ciência dos números, passou-os Diofante antes de chegar ao termo de sua existência. (Malba Tahan, 200, p. 135)

Podemos converter o problema acima da linguagem retórica para a simbólica.

Traduzindo o problema, ficaria assim:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x \quad (1)$$

Para resolver essa equação temos inicialmente que calcular o mínimo múltiplo comum (mmc) dos denominadores. Temos que $\text{mmc}(6, 12, 7, 2, 1) = 84$.

Multiplicando cada termo da equação por 84, obtemos:

$$84 \times \frac{x}{6} + 84 \times \frac{x}{12} + 84 \times \frac{x}{7} + 84 \times 5 + 84 \times \frac{x}{2} + 84 \times 4 = 84 \times x \quad (2)$$

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x$$

$$14x + 7x + 12x + 42x - 84x = -420 - 336$$

$$-9x = -756$$

$$x = \frac{-756}{-9} = 84 \text{ anos}$$

Resolvendo o problema acima pode-se notar que a idade em que Diofante morreu foi 84 anos. A obra mais famosa de Diofante é *Arithmetica*, onde ele estuda equações indeterminadas (duas ou mais equações) em diversas variáveis com infinitas soluções racionais, que são as famosas equações diofantinas. Embora, ele não tenha sido o primeiro a trabalhar com tais equações, sua abordagem é eficaz (Baumgart, 1994). “[...] ele não desenvolveu um método sistemático de encontrar soluções gerais. Sua abordagem segue as linhas babilônicas no sentido de que ele expressa todas as incógnitas em termo de um parâmetro, e depois obtém uma equação envolvendo só o parâmetro” (Baumgart, 1994, p. 9).

3.8 A álgebra dos hindus e dos árabes

Agora, partimos para a civilização árabe e para a Índia. É importante ressaltarmos que há certa carência com relação a matemática hindu antes dos séculos IV ou V d.C., sabendo-se poucas coisas sobre esse povo. Isso deve ao fato da mendicidade de registros históricos da

época. O que se sabe é que os matemáticos hindus tinham conhecimento da matemática grega e babilônica (Baumgart, 1994).

De acordo com Hogben (1970), a matemática hindu se inicia por onde acaba a matemática alexandrina, se iniciando com a obra *Lilavati*, de Aryabatha, por volta de 470 d.C. Posteriormente, por volta do século VI, nascia Brahmagupta, que se especializou nas mesmas questões que Aryabatha, estudando cálculos, séries e equações. Foram Brahmagupta e Aryabatha que demonstraram algumas das propriedades essenciais do zero, que utilizamos até hoje. Podemos notá-las em algumas propriedades do 0:

$$a \times 0 = 0 \quad (3)$$

$$a + 0 = a$$

$$a - 0 = a$$

Com relação ao zero, Caraça (1951), nos diz que os primitivos de hoje e os pré-históricos não o consideravam um número. Eles não tinham a necessidade de representar o nada. Essa criação, se deu apenas nos primeiros séculos da Era Cristã, sendo sua criação mais recente, e essa criação só se concretizou por causa da necessidade e das exigências da numeração escrita, como por exemplo, efetuar certas operações e escrever certos números.

Nesse sentido, Hogben (1970) fala que o zero surgiu da necessidade de se representar o nada no ábaco. Na escrita dos romanos, os sinais I, X, C e M correspondiam, no ábaco, às colunas das unidades, dezenas, centenas e milhares. A tripla repetição do C (CCC) correspondia a existência de três contas na coluna das centenas, a dupla repetição do X (XX) correspondia a existência de duas contas na coluna das dezenas e assim por diante. Se os romanos representassem 22 no ábaco da seguinte maneira: (II) (II), acabaria se confundindo com 220, 202, 2200, 200, etc.

O mesmo aconteceria com a notação chinesa. A única maneira que eles descobriram para representar o 202, por exemplo, foi inventar um sinal para representar a coluna vazia do ábaco. Primeiramente inventaram um ponto, que depois se tornou um círculo (0). Esse foi o procedimento empregado pelos hindus para representar a coluna vazia do ábaco, introduzir um símbolo que chamaram de *sunya*, ou seja, vazio. Portanto, por volta do século 100 a.c e 150 d.c. foi inventado na Índia o símbolo 0, que não foi considerado uma descoberta matemática e ainda, conforme o autor, a identificação do zero como “nada” só foi dada posteriormente.

A criação do zero pelos hindus também foi de suma importância para o desenvolvimento da álgebra. Como não se tinha um número para representar o zero, o mesmo era representado

por símbolos e palavras, com o objetivo de representar a quantidade faltante. Nesse sentido, o símbolo que representa o zero está presente em nossas vidas até hoje.

Os indígenas americanos (maias) também tiveram um papel importante na descoberta do zero. Essa civilização nasceu por volta de 500 d.C., e também empregavam um símbolo para representar o zero, sem ao menos terem tido contato com as civilizações orientais. Eles representavam o “nada” por um símbolo oval parecido com uma concha, e utilizavam esses símbolos para fazer inscrições em seus belos calendários (Hogben, 1970).

Com a invenção do 0, a maneira de representá-lo no papel, no quadro ou no pergaminho ficou tão fácil quanto trabalhar no ábaco. Como a escrita foi se aperfeiçoando ao longo dos anos, a representação de números grandes foi ficando cada vez mais difícil no ábaco. Num ábaco, por exemplo, de quatro colunas (M, C, X, I), se tornou impossível representar números maiores que 9999 coisas que em uma folha de papel é bem mais simples de se representar (Hogben, 1970).

Brahmagupta, também trabalhou com o estilo sincopado, no qual podemos observar a equação $5xy + \sqrt{35} - 12$ que tem como exemplo a escrita sincopada no quadro abaixo, bem como o seu significado.

Quadro 1 – Exemplo da escrita sincopada de Brahmagupta

<i>ya</i>	<i>ka</i>	5	<i>bha</i>	<i>K(a)</i> 35	<i>ru</i>	12
<i>x</i>	<i>y</i>	5	<i>produto</i>	<i>irracional</i> 35	<i>número</i> “puro”	-12

Fonte: Adaptado de Baumgart (1994).

Segundo Hogben (1970), por volta do 800, Bagdá, que hoje é a capital do Iraque, era um importante centro cultural. Conforme as escolas alexandrinas foram se fechando pela vitória do cristianismo, esses povos exilados foram se guiando a Bagdá, introduzindo a ciência pagã em toda a Pérsia. Desse modo, conforme destaca Hogben (1970, p. 304),

hereges nestorianos concorreram com a obra filosófica dos gregos. Eruditos judeus, a sôldo dos califas, traduziram para o árabe valiosos textos gregos e sírios. As obras de Ptolomeu, Euclides, Aristóteles e todos os grandes autores, eram traduzidas em Bagdad e logo enviadas às várias universidades mouriscas estabelecidas no estrangeiro, especificamente na Espanha (Séculos IX e X).

Eram os eruditos judeus e árabes que eram encarregados de organizar os calendários.

Eles melhoraram as tábuas astronômicas dos alexandrinos e dos hindus e foram eles que introduziram nos seus cálculos as vantagens da escrita numeral esboçada pelos hindus (Hogben, 1970).

Brahmagupta e Bhaskara foram os mais grandiosos algebristas hindus. Segundo Baumgart (1994, p. 10), “os hindus resolviam equações quadráticas completando quadrados, e aceitavam números negativos e raízes irracionais; também tinham conhecimento de que uma equação quadrática (com raízes reais) tem duas raízes”.

O surgimento do islamismo proporcionou o movimento que levou os árabes à conquista da Mesopotâmia, Pérsia, Espanha e Norte da África. Foi dessa forma que os árabes tiveram acesso aos escritos às obras científicas escritas por gregos e hindus, traduzindo-as para o árabe. Uma das maiores descobertas é o sistema de numeração hindu-arábico, que utilizamos até nos dias de hoje (Baumgart, 1994).

O principal matemático árabe é al-Khowarizmi, que teve uma grande influência na matemática europeia, através de seus livros *Al-jabr* e *Liber algorism*, que foram traduzidos para o latim. De acordo com Baumgart (1994, p. 11), “al-Khowarizmi rejeitou a “erudição grega” e ignorou outros resultados já alcançados. Seu objetivo era escrever um livro prático sobre resolução de equações. Seu estilo retórico, e seu trabalho não foi tão bom quanto o dos babilônicos e hindus”.

Dos matemáticos árabes, como al-Khowarizmi, provém alguns métodos utilizados no cálculo, bem como a introdução de alguns procedimentos algébricos hindus no mundo islâmico. Como vimos anteriormente, a palavra *al-jabr*, que significa álgebra advém de um dos livros de al-Khowarizmi e, de acordo com Ifrah (1998), tinha como objetivo mover os termos de uma equação de um lado para o outro a fim de torná-los positivos.

al-Khowarizmi utilizava problemas relacionados à vida cotidiana da época, e propunha soluções em seus livros. Ele utilizava o que hoje chamamos de álgebra retórica, escrevendo os problemas em forma de prosa e poema em uma linguagem bem comum. O pensamento algébrico desenvolvia-se nesse sentido ligado apenas ao número, não havendo uma linguagem própria, apenas uma linguagem comum. Nesse sentido, o pensamento algébrico se desenvolvia baseando-se apenas nos problemas da vida e através da palavra (Sousa; Panossian; Cedro, 2014).

3.9 A álgebra europeia

A álgebra chegou na Europa pela obra *Liber abaci* de Fibonacci, mas retrocedeu em feitiço e teor. A sincopação de Diofanto e Brahmagupta já não contribuíam mais para o desenvolvimento da álgebra (Baumgart, 1994).

O renascimento da álgebra na Europa se deu aos motivos listados abaixo, os quais são:

1. facilidade de manipular trabalhos numéricos através do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como o romano) que requereriam o uso do ábaco;
2. invenção da imprensa com tipos móveis (c. 1450), que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseado em ampla distribuição;
3. ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, facilitando o intercâmbio de idéias tanto quanto de bens. (Baumgart, 1994, p. 12)

A álgebra renasceu na Europa de 1200 a 1300, especificamente nas cidades italianas, onde cidades bem-sucedidas comercialmente foram surgindo.

3.10 A notação algébrica simbólica

Os símbolos que utilizamos hoje na álgebra surgiram há mais ou menos uns 400 anos. O francês François Viète é responsável por esse feito, uma vez que utilizou símbolos para representar quantidades desconhecidas e quantidades conhecidas. Já Descartes universalizou o simbolismo algébrico, tornando a álgebra mais clara.

Viète enxergava nas letras e nos símbolos uma forma de trabalhar com a álgebra sem a necessidade de números, tanto é que dedicou seu tempo para resolver problemas, encontrando leis gerais para resolver todos esses problemas.

Apesar de Viète utilizar a álgebra sincopada, ele foi um dos principais matemáticos a representar e introduzir os símbolos na álgebra. Ele utilizava os sinais “+ e –” ambos germânicos e introduziu vogais para representar quantidades constantes e consoantes para representar incógnitas (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Outro matemático importante que também introduziu a linguagem simbólica em seu livro foi Descartes, como afirmam Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 80):

Descartes (1596-1650) consolidaria o uso da linguagem simbólica com a publicação, em 1637, de seu *La Géométrie*. Neste, Descartes utiliza as últimas letras do alfabeto ($x, y, z, \dots$) como incógnitas (e implicitamente como variáveis) e as primeiras ($a, b, c, d \dots$) como quantidades físicas.

De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Robert Klein, em seu livro publicado em 1934 compara as obras de Viète e Diofanto diz que há uma certa diferença entre a convicção sobre o conceito de símbolo antes e após Viète. Antes de Viète os símbolos eram utilizados para representarem quantidades desconhecidas em equações. Depois Viète atribuiu papéis diferenciados entre os símbolos, ou seja, cada símbolo tinha a sua diferenciação para representar determinada quantidade. Para representar essa distinção, ele utilizou vogais para representar os coeficientes e consoantes para representar as incógnitas. A partir daí possibilitou trabalhar não apenas com equações com coeficientes numéricos, mas expandiu um leque de possibilidades para que se pudesse trabalhar com classes de equações. Ainda segundo o autor foi só a partir daí que deu o verdadeiro nascimento da álgebra, ou seja, a partir do momento em que incorpora o caráter simbólico na escrita algébrica, reconhecendo assim Viète como o verdadeiro sistematizador da álgebra.

Os símbolos que conhecemos hoje foram surgindo por volta de 1500. Na Figura 5 é possível observar a evolução das notações, bem como seu aperfeiçoamento ao longo das décadas.

Figura 5 – Desenvolvimento do simbolismo moderno através dos anos

Cardano (1545): cubus $\bar{p}$ 6 rebus aequalis 20.

$$x^3 + 6x = 20$$

Bombelli (1572): $\overset{6}{\text{I}} \cdot p \cdot \overset{3}{8} \cdot \text{Egual a } 20.$
 $x^6 + 8x^3 = 20$

Viète (1591): I QC – 15 QQ + 85 C – 225 Q + 274 N
 aequatur 120.
 $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120$

Harriot (1631): aaa – 3bba = + 2 · ccc.
 $x^3 - 3b^2x = 2c^3$

Descartes (1637): $x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0.$

Wallis (1693): $x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0.$

Fonte: Baumgart (1994).

Podemos notar que a partir do momento em que as civilizações buscaram solucionar problemas para o seu dia a dia, essas civilizações utilizaram figuras e a palavra como forma de resolver esses problemas. Depois veio a utilização de símbolos para representar os números e quantidades não conhecidas, sem desvincular da atividade exercida pelo homem. Nesse sentido, quando se deseja expandir um conhecimento é necessário ampliar a linguagem de forma a abranger o todo.

Nos dias atuais, só faz sentido estudar a álgebra não simbólica (retórica, sincopada e geométrica) se fizermos uma relação da álgebra simbólica com o conceito de variável. Nesse sentido, as diversas álgebras existentes tentam explicar e numeralizar o mundo através da ideia de movimento, mesmo que a álgebra geométrica não possua em si o nexos conceitual do conceito de variável, que só foi elaborada séculos depois, especificamente no século XIX (Sousa; Panossian; Cedro, 2014).

O desenvolvimento da álgebra ao longo da história é uma narrativa complexa que abrange várias culturas e períodos de tempo. Ao longo dos séculos, a álgebra passou por uma evolução contínua, desde suas origens antigas até se tornar uma disciplina matemática essencial com uma ampla gama de aplicações em diversas áreas do conhecimento. Sendo assim, é um testemunho da capacidade humana de abstração e raciocínio matemático.

Desde suas origens antigas, passando pelas contribuições significativas de matemáticos islâmicos, renascentistas europeus e pensadores modernos, até os avanços contemporâneos na teoria dos números e na álgebra computacional, a álgebra evoluiu continuamente, adaptando-se às necessidades e desafios de cada era. Sua influência se estende por diversas disciplinas, da física à engenharia, da economia à criptografia, tornando-se uma ferramenta essencial no arsenal intelectual da humanidade.

Dessa maneira, o legado da álgebra é um lembrete do poder do pensamento abstrato e da dedução lógica, moldando não apenas o campo da matemática, mas também a maneira como entendemos e interagimos com o mundo ao nosso redor.

3.11 As concepções de álgebra e educação algébrica

Há toda uma polêmica com relação a compreensão do que seja álgebra, pois alguns historiadores não consideram a álgebra geométrica praticada através de figuras como álgebra, pelo simples fato de não utilizarem o conceito variável em seu desenvolvimento. Logo, a álgebra geométrica de Euclides e Diofanto não é considerada álgebra para alguns historiadores. Dito isso, se faz necessário retomar o conceito da palavra álgebra. Ao considerarmos a álgebra

como a resolução de equações, com a utilização de símbolos, a mesma se inicia por volta do século XVII. Ao não considerar a utilização de símbolos, a mesma se inicia por volta do século III.

Ao partir para a álgebra geométrica sem a utilização de símbolos, a mesma se inicia em Alexandria. Já ao dividir a álgebra em classes, utilizada para resolver problemas dos dias atuais, a mesma se inicia por volta de 1800 a.C. Diante disso, a álgebra só pode ser considerada álgebra a partir do momento em que se passa a utilizar símbolos. Já outros historiadores consideram a álgebra a partir do momento em que esse movimento começa a se dar pelo pensamento de número, ao mesmo tempo em que não o engloba. Isso se refere ao ser e não ser do número, onde o mesmo se materializa na fluência e no conceito de variável (Sousa; Panossian; Cedro, 2014).

De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existem quatro concepções relacionadas ao conceito de álgebra, dentre elas: a processológica, a linguístico-estilística, a linguístico-sintático-semântico e a linguístico-postulacional. A primeira concepção é a processológica, que como o nome já diz se dá por meios de processos (técnicas algorítmicas) seguidos por uma sequência de passos padronizados com os objetivos baseados na resolução de problemas. Não é linguística, pois não há uma linguagem capaz de expressá-la (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

A segunda concepção é a linguístico-estilística, e baseia em uma linguagem específica com o objetivo de articular as técnicas algorítmicas da concepção processológica (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

A terceira concepção é a linguístico-sintática, e ela também tem uma linguagem específica, onde seu poder criativo e instrumental reside em sua dimensão sintático-semântica. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 82-83) nos explicam que

é apenas quando os signos dessa linguagem específica adquirem o caráter de símbolos, ou seja, é apenas quando se estabelece, a sutil e fundamental distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, e o uso da letra para representar genericamente quantidades genéricas, que essa linguagem representa sua dimensão operatória ou sintática, isto é, sua capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas. É a distinção semântica possibilitando o desenvolvimento dessa linguagem ao nível sintático e ampliando, assim, o seu poder instrumental.

A quarta concepção é a linguístico-postulacional, que caracteriza a álgebra como ciência comum a todas as áreas da Matemática, englobando a lógica. Esta concepção institui a

álgebra como uma linguagem simbólica. Com relação a isso, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 83) ressaltam que,

[...] ao imprimir aos signos lingüísticos um grau de abstração e generalidade sem precedentes, a concepção lingüístico-postulacional estende o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática. De fato, para essa concepção, o caráter simbólico do signo lingüístico é ampliado, isto é, ele passa a representar não apenas uma quantidade geral, discreta ou contínua, mas também entidades matemáticas que não estão, necessariamente, sujeitas ao tratamento quantitativo, tais como estruturas topológicas, estruturas de ordem, a estrutura de espaço vetorial etc.

Com relação às concepções de Educação Algébrica, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existem três, às quais são: a concepção lingüístico-pragmática, a fundamentalista-estrutural, a fundamentalista-analógica.

A primeira concepção da Educação Algébrica é a lingüístico pragmática, e vigorou durante os séculos XIX e XX, tanto no Brasil quanto em outros países. De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 83), esta concepção “vincula o papel da Álgebra como instrumento de resolução de problemas à concepção lingüístico-semântico-sintática dessa disciplina”. Ainda segundo os autores, por mais que essa concepção seja mecânica no “transformismo algébrico” - através das propriedades e regras válidas, ela ainda é necessária e suficiente para que os alunos consigam resolver problemas, mesmo que substanciais.

A segunda concepção de Educação Algébrica seria a fundamentalista estrutural, que se baseia na concepção lingüístico-postulacional e se intensificou durante a matemática moderna. Nessa concepção, o que se refere aos conteúdos algébricos do conteúdo escolar, prevalece a lógica de que as propriedades para resolução das operações, que justifica cada passagem do transformismo algébrico, capacita o aluno a aplicar essas estruturas em diferentes contextos implícitos (Fiorenti; Miorim; Miguel, 1993).

Uma terceira concepção é a fundamentalista-analógica, que vincula a resolução de problemas com a concepção lingüístico-semântica. Ela não busca justificar as passagens do transformismo algébrico, ou seja, de forma lógico-estrutural, mas busca justificar as passagens do transformismo algébrico através de recursos geométricos e visuais, recorrendo a materiais concretos, como gangorras, balanças, etc. Nesse sentido, Fiorentini; Miorim; Miguel (1993, p. 84) nos dizem que “essa concepção acredita que uma “álgebra geométrica”, por tornar visível certas identidades algébricas, seria didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico simbólica”. Isso não significa que o aluno deve se privar da abordagem simbólica e abstrata.

3.12 Atrás dos nexos conceituais da álgebra

É quando se forma o conceito de número, o conceito do campo de variação e de variável que o pensamento algébrico se elabora. Não é possível separar o conceito de número do pensamento algébrico, nem o conceito de movimento e fluência. Nesse sentido, a elaboração dos conceitos algébricos decorre das civilizações, da forma de pensar do ser humano, ou seja, o pensamento algébrico nunca esteve separado de aspectos sociais, da cultura e do trabalho. Isso se deve ao fato de que o pensamento humano sempre está em movimento e faz parte de sua história (Sousa, 2004).

Partindo do princípio de que tudo à nossa volta se move e está em constante movimento/transformação, há necessidade de se pensar no conceito de número, uma vez de que nada é fixo, tudo se transforma. A infinidade do número está presente nos mais variados campos numéricos, desde a Antiguidade até os dias de hoje. Tomemos como exemplo a propriedade comutativa da adição: $x + y = y + x$. Apesar de o número não estar explícito na equação, ele faz parte dessa

equação. De acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 110), “essa forma de pensar o número se apresenta em qualquer campo numérico e pode ser utilizada em todas as situações-problema, elaboradas por diversas áreas do conhecimento”. No entanto, ao se ampliar para o campo da multiplicação, a propriedade comutativa deixa de ser válida, como por exemplo na multiplicação de matrizes, em que essa propriedade não é satisfeita.

Ao passo que os gregos tentaram mostrar que os números estavam presentes no pensamento teórico através de figuras, não podemos dizer que há relação com o movimento ou a fluência, porque o conteúdo presente nessa álgebra é a figura. Nesse sentido, para Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 111),

na tentativa de se livrar do numeral físico para descrever os movimentos físicos da vida sem se manter preso ao numeral e sim à noção de número, as diversas civilizações mostram que a partir de suas tentativas, conseguiram contribuir para a formalização da álgebra que hoje ensinamos nas escolas e nos institutos de Matemática.

A Matemática é repleta de conceitos, e isso remete às suas abstrações, que advém das necessidades do homem e da sua vida prática e social. Tudo isso ao se transformar acaba gerando novas ideias decorrentes das necessidades da atividade humana. Porém, alguns conceitos surgem antes de terem necessidades práticas, uma vez que o pensamento abstrato, posterior à experiência prática, se move adiante dos problemas práticos.

As necessidades da população mudaram durante o Renascimento. Por volta da metade do século XVII, influenciadas por contextos econômicos e sociais, novas necessidades fizeram com que a álgebra simbólica se tornasse um conhecimento científico, a fim de facilitar a escrita e o pensamento (Sousa; Panossian; Cedro, 2014).

A partir do século XIX, a Matemática se transforma novamente e surge o conceito de variável, na forma de generalizações de grandezas variáveis como tempo e distância, e o conceito de função.

Como forma de compreender a realidade, Caraça (1951) descreve duas leis: quantitativa e qualitativa. A lei quantitativa depende do conceito de função, e esse conceito não é um conceito pronto, ele vai se construindo. O escopo da função é a relação entre dois conjuntos. Já o conceito de variável se forma durante a necessidade de relacionar simbolicamente esses dois conjuntos.

Segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014) não houve como o conceito de função e variável se desenvolver durante a época de Platão, pois não se estudava o conceito de infinito e nem se quantificava os fenômenos naturais da época, muito menos seu movimento. O conceito de função e variável só conseguiu se desenvolver por volta do século XVI, com Da Vinci e Newton, e sua concepção de fluência e movimento.

O conhecimento algébrico também sofreu mudanças, principalmente em relação à sua aplicação. Antes, a álgebra buscava trabalhar os números de forma abstrata e se utilizava letras para trabalhar grandezas concretas. Ao sofrer certas mudanças, se passa a trabalhar com grandezas mais abstratas (Sousa; Panossian; Cedro, 2014).

Para entender a álgebra em sua totalidade, tanto a linguagem quanto a utilização dos símbolos, é necessário recorrer ao seu movimento histórico. Ao recorrer ao movimento histórico dos conceitos algébricos, conseguimos entender o movimento do seu pensamento (lógico), a sua essência. Por isso estudamos o lógico-histórico dos conceitos algébricos.

Nesse sentido, Sousa (2004) nos diz que no movimento em que se deu a história da álgebra, podemos observar os cursos da realidade objetiva expressos na antiguidade pela álgebra retórica, através das palavras, na época em que os símbolos ainda não tinham sido criados; pela álgebra geométrica (variável figura) e pela álgebra sincopada (variável numeral), onde se usam abreviações e, por fim pela álgebra simbólica (variável letra).

3.13 Os nexos conceituais da álgebra

Para entendermos o que é um nexo conceitual precisamos entender a sua definição.

Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 65) os definem da seguinte forma: “os nexos conceituais são “elos” que podem “ligar” os conceitos que historicamente foram construídos pelas diversas civilizações. Eles nunca estão prontos e acabados”.

Para Davidov (1982) e Kopnin (1978), o pensamento teórico é composto por nexos internos, também chamados de nexos conceituais ou nexos internos do conceito. Uma vez que o pensamento algébrico é científico, é também considerado um tipo de pensamento teórico.

Existem dois tipos de nexos: os internos e os externos. É importante ressaltarmos que os nexos internos são diferentes dos nexos externos. Podemos entender os nexos externos como os elementos perceptíveis do conceito, ou seja, a linguagem formal e, como exemplo, temos a classificação dos ângulos em retos, agudos e obtusos (Sousa, 2004). Eles dão pouca mobilidade ao sujeito para construir o conceito. Nesse sentido, para Sousa (2004, p. 57),

O conhecimento fragmentado dos nexos externos do conceito, presentes no pensamento teórico não nos possibilita fazer as relações com a totalidade da vida. Essa impossibilidade é um aspecto de desumanização. O indivíduo fica alienado ao se inserir no conhecimento adquirido como produtor de si mesmo e do meio em que vive.

Já os nexos internos ou nexos conceituais, de maneira resumida, compõem o lógico-histórico do conceito, do objeto estudado. Para Sousa (2004, p. 62),

Os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento. Definimos nexo conceitual como o elo de ligação entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito. Os nexos internos do conceito mobilizam mais o movimento do aprendente do que os nexos externos.

Sousa (2004), considera como sendo os nexos conceituais da álgebra: a fluência, a variável e o campo de variação, uma vez que esses elementos são necessários para termos uma melhor compreensão dos conceitos que envolvem a álgebra e, provavelmente, das equações.

Esses conceitos são os que chamamos de nexos conceituais da álgebra, pois constituem o interior do objeto, o movimento do pensamento algébrico. Apoiam as diversas álgebras que foram elaboradas por diversos matemáticos durante o decorrer da história, pelas diversas civilizações, a fim de descrever o movimento, a fluência presente no mundo onde todos nós estamos inseridos. Logo, a conexão entre os nexos conceituais da álgebra (variável, fluência e campo de variação) formam a definição de álgebra.

Por possuir as diversas álgebras do pensamento matemático em seu movimento, o

conceito de variável caracteriza o pensamento concreto dos conteúdos abstratos (Caraça, 1951). Nesse sentido, para Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 122),

a variável é a fluência, o próprio movimento, o fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico. Tais pensamentos são teóricos. Porém, o seu lógico-histórico mostra que estes se originaram das abstrações feitas pelos homens tendo como base a elaboração dos conceitos formais de número e de aspectos da geometria.

A variável não pode existir sem o campo numérico, pois dela decorre. Só podemos falar em variável quando existe um campo de variação; caso contrário, não há como considerá-la. Para Sousa, Panossian e Cedro (2014), a variável está presente em todas as álgebras mencionadas até agora, e isso se deve ao fato de que ela está presente no movimento e na realidade das diversas civilizações.

A fluência é caracterizada como tudo aquilo que flui, que está em constante mudança. Nas palavras de Caraça (1951, p. 110), “o mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo o momento, se transformam, tudo flui; tudo devém”. “O campo de variação depende diretamente do movimento da realidade tratada. Não há uma resposta pronta e absoluta, embora boa parte dos movimentos da realidade pareça ocorrer no campo dos números reais” (Sousa, 2004, p. 158). Isso quer dizer que o campo de variação consiste, dentro de um conjunto numérico, nos possíveis valores que a variável pode assumir. Ao estudarmos o lógico-histórico da álgebra, ou seja, o movimento do pensamento algébrico através da história, nos deparamos com a ideia de movimento, de fluência, não só da matemática, mas da vida como um todo.

Quando estudamos o lógico-histórico da álgebra nos deparamos com os conceitos de fluência, campo de variação e variável que une a álgebra não simbólica (retórica, sincopada e geométrica) e a álgebra simbólica com a ideia do que “está por vir a ser” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 122).

Para Caraça (1951), o conceito de variável está relacionado à toda a álgebra fundamental: equações, sequências e funções. Com relação às equações, o conceito de variável está relacionado ao conceito de relação entre grandezas; para as sequências, a variável está relacionada ao conceito de padrão e fluência; e para funções, variável está relacionada ao conceito de fluência e interdependência.

Partindo para o campo educacional, a álgebra utilizada hoje nas escolas é a álgebra simbólica. Ao estudarmos a história dos conceitos algébricos em busca do seu lógico-histórico, observamos o desenvolvimento da álgebra baseado na álgebra não simbólica, que possui como

nexos conceituais a fluência, o campo de variação e a variável, que engloba a variável palavra (álgebra retórica), variável figura (álgebra geométrica) e variável numeral (sincopada) até chegar na álgebra simbólica, que possui a variável letra como nexos conceitual.

A partir dessas concepções, cabe a nós professores trabalharmos o desenvolvimento do pensamento teórico no ensino da álgebra, utilizando esses nexos internos. Trabalhar esses nexos conceituais em sala de aula significa propor Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que proporcionem uma visão diferente do conceito, a fim de que ocorra a apropriação para assim desenvolver o pensamento teórico.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta etapa, definimos os procedimentos adotados na nossa pesquisa, a fim de responder o nosso problema de pesquisa e atingir os objetivos propostos.

Esta seção está dividida nos seguintes tópicos: modalidade de pesquisa, campo de observação, instrumentos de produção de dados e critérios para análise dos dados.

4.1 Modalidade de pesquisa

Nossa pesquisa se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, pois de acordo com Souza e Kerbauy (2017), uma pesquisa qualitativa é aquela em que possui seus pressupostos baseados em uma dada realidade humana, buscando interpretar essa realidade, ou seja, ela busca descrever e compreender os fatos, não se baseando em dados estatísticos, como a pesquisa quantitativa.

De acordo com Santos Filho (1995) a base da pesquisa qualitativa é o homem, sujeito, ator que representa a interação social. A pesquisa qualitativa também admite vários pontos de vista sobre a realidade a ser investigada, valorizando assim a subjetividade.

Quando partimos para o contexto da Teoria Histórico-Cultural, podemos notar que a THC se relaciona com a pesquisa qualitativa, justamente pelo fato das duas relacionarem o homem como o sujeito, uma vez que a THC objetiva o homem como ser social e histórico.

A partir daí, trabalhamos o nosso objeto de estudo: equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau com 2 incógnitas, com o conceito do pensamento algébrico, relacionando-o com a THC.

4.2 Campo de observação

Como forma de desenvolver nossa pesquisa, trabalhamos no contexto escolar, em uma escola pública da rede estadual de Minas Gerais, com uma turma do 8º ano dos anos finais do ensino fundamental, onde os sujeitos da pesquisa eram estudantes. A turma possui 9 alunos e está localizada na zona rural de Baependi-MG.

O contato se deu de forma direta, e a escola escolhida foi a que o professor pesquisador estava lecionando durante o ano de 2022. Desta forma, a turma escolhida foi devido ao fato de termos observado uma grande dificuldade dos alunos ao se trabalhar conteúdos como álgebra. Observamos que devido a pandemia os alunos estavam meio perdidos com relação aos

conteúdos e apresentando muita dificuldade. A partir daí, o professor pesquisador fez o convite à direção, solicitando a turma desejada para o desenvolvimento da pesquisa, e posteriormente conversou com a turma e explicou os trâmites.

4.3 Instrumentos de produção de dados

Como forma de coleta de dados, optamos por utilizar três instrumentos, que consideramos essenciais para o bom andamento da pesquisa, dentre eles: o gravador de voz, as notas de campo do professor pesquisador e o registro das tarefas realizadas pelos alunos.

Para Belei et al. (2008, p. 186), o uso do gravador de voz aumenta a precisão dos dados coletados, registrando “palavras, silêncios, vacilações e mudanças no tom de voz”. Ao nosso ver o gravador de voz também possui a vantagem de se poder ouvir a gravação quantas vezes forem necessárias, o que facilita a transcrição das falas dos alunos. Será posicionado um gravador para cada grupo de alunos durante o andamento da pesquisa. A transcrição será feita de forma concisa, respeitando as normas e privacidade de cada aluno; serão transcritas as falas que forem gravadas durante a exposição oral do professor pesquisador e dos alunos durante as aulas e durante a aplicação da unidade didática, onde será transcrito apenas o que for relevante para a pesquisa, de acordo a necessidade do professor pesquisador.

Com relação às notas de campo, Bogdan; Biklen (1994, p. 150) nos dizem o seguinte:

Depois de voltar de cada observação, entrevista, ou qualquer outra sessão de investigação, é típico que o investigador escreva de preferência num processador de texto ou computador, o que aconteceu. Ele ou ela dão uma descrição das pessoas, objetos, lugares, acontecimentos, atividades e conversas. Em adição e como parte dessas notas, o investigador registrará ideias, estratégias, reflexões e palpites, bem como os padrões que emergem. Isto são as notas de campo: o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo.

Diante disso, as notas de campo foram elaboradas de acordo com as percepções do professor pesquisador durante a pesquisa em sala de aula, onde foram transcritas as reflexões do professor pesquisador acerca do que foi presenciado.

Com relação ao registro das tarefas feitas pelos estudantes, foram tarefas que estão presentes na unidade didática (produto educacional), que são as situações desencadeadoras de aprendizagem e serviram como método de análise posteriormente.

Antes de iniciarmos a coleta de dados submetemos o projeto de pesquisa ao Comitê de

Ética da UFLA e somente após ser liberado iniciamos a coleta de dados. Pró-Reitoria de Pesquisa, aliada ao Comitê de Ética/UFLA. Também colhemos as assinaturas dos pais e responsáveis pelos alunos através do Termo de Consentimento Livre Esclarecido e a assinatura dos alunos, mediante assinatura do Termo de Assentimento, como participantes da pesquisa.

4.4 Núcleos de significação como método para a análise dos dados

Uma vez que só conseguimos analisar o nosso objeto de estudos quando nos aproximamos das disposições históricas e sociais desse objeto, optamos por utilizar como método de análise de dados os núcleos de significação, onde foram analisados o registro feito pelo professor pesquisador com o gravador de voz e o registro escrito das tarefas feitas pelos alunos.

A utilização dos núcleos de significação como método de análise de dados possibilita ao pesquisador ir além do empírico, permitindo passar da aparência das palavras (significados) para a dimensão concreta (sentidos). (Aguir; Soares; Machado, 2015).

Aguir, Soares e Machado (2015, p. 63) ainda se referindo aos núcleos de significação nos dizem que “a palavra com significado é o mais importante material de análise e interpretação utilizado pelo pesquisador para apreender as significações constituídas pelo sujeito frente à realidade” e continuam:

Como síntese do pensamento e da fala, a palavra é um sistema complexo constituído de função tanto semântica quanto psicológica. Para compreendê-la, temos que nos apropriar não apenas da palavra em si, mas das condições materiais (objetivas e subjetivas) em que ela é produzida, mesmo que isso se faça no nível mais elementar. Por isso, ela é o elemento mais importante para se tomar como ponto de partida na análise das significações da realidade. (Aguir; Soares; Machado, 2015, p. 63).

Como vimos mais acima, a palavra é o elemento mais importante desse método de análise, e para darmos o primeiro passo nessa análise, precisamos enunciar os passos a serem seguidos. Para construir esse processo de análise, os núcleos de significação contemplam os seguintes tópicos, dialeticamente articulados:

- a) diversas leituras das transcrições (recorrente e flutuante);
- b) identificação das palavras com significado, que serão chamadas de pré- indicadores;
- c) junção dos pré-indicadores em indicadores; e
- d) junção dos indicadores em núcleos de significação.

O primeiro passo é o levantamento de pré-indicadores, que consiste em leituras sistemáticas do material verbal, que no nosso caso é a fala do sujeito. O que se deve ser observado nesse passo são a ênfase, a frequência das expressões e palavras, bem como insinuações e a emoção do sujeito.

Partindo para a segunda etapa de análise, podemos citar sistematização dos indicadores. Essa parte da pesquisa consiste em múltiplas leituras do material analisado, que foi produzido na etapa um, etapa dos pré-indicadores. É importante salientarmos que essa etapa não consiste em destacar os significados das palavras, mas sim percorrê-los, “abstraindo a complexidade das relações contraditórias e históricas que o constituem” (Aguilar; Soares; Machado, 2015, p. 67). Ainda segundo os autores, essa etapa tem como objetivo a negação do discurso, sendo necessário explicar as relações incoerentes presentes nos pré-indicadores.

Seguindo para a terceira e última etapa, podemos citar a construção dos núcleos de significação. Essa etapa é mais voltada para a síntese, um processo de articulação, onde os núcleos serão nomeados e organizados. Nessa etapa se faz necessária a

Articulação de conteúdos semelhantes, complementares ou contraditórios –, é possível verificar as transformações e contradições que ocorrem no processo de construção dos sentidos e dos significados, o que possibilitará uma análise mais consistente que nos permita ir além do aparente e considerar tanto as condições subjetivas quanto as contextuais e históricas. (Aguilar; Ozella, 2016, p. 231)

É a partir daí que se inicia a análise e podemos avançar do empírico para o interpretativo. A seguir relatamos como fizemos esse processo passo a passo:

4.4.1 A leitura flutuante

Diante das transcrições em mãos, foram feitas várias leituras do material, que foi gravado durante as aulas de Matemática. Isso é o que chamamos de leitura flutuante. Nessa primeira etapa, foi realizada a leitura minuciosamente sem o intuito de categorizar, mas com o objetivo de se aprofundar o conhecimento do material. Na segunda etapa, foi feita uma nova leitura com o objetivo de marcar conceitos que chamaram a atenção, que tiveram a ver com o objetivo da pesquisa e pela frequência que apareceram na pesquisa.

4.4.2 Seleção dos pré-indicadores

Ao lermos e relermos várias vezes as transcrições, fomos atrás dos pré-indicadores. Os pré-indicadores mostram o empírico da pesquisa, que irão constituir uma unidade de significação, ou seja, a palavra inserida em uma conjunção que a qualifica.

Para construir os pré-indicadores foram feitas e refeitas várias leituras, depois foram selecionados e organizados. Neste momento alguns pré-indicadores podem ser suprimidos e outros acrescentados, uma vez que são teses, que a qualquer momento podem ser negadas, a depender do avanço analítico-interpretativo da pesquisa.

4.4.3 Construção dos indicadores

Depois de construirmos os pré-indicadores agrupamos os mesmos em indicadores. Nesse momento foi possível avançar nas articulações, mostrando uma totalidade maior dos conceitos, e avançando nas particularidades historicamente que constituíram o sujeito. Neste momento já é possível identificar um movimento interpretação, de modo a observarmos uma totalidade maior do sujeito.

4.4.4 Construção dos núcleos de significação

Primeiramente, observamos as possibilidades dos núcleos que contemplassem os indicadores com as falas de todos os estudantes do grupo, e assim procedemos. A partir desse movimento, construímos três núcleos:

- a) núcleo 1: A linguagem algébrica, a figura e a ideia de fluência;
- b) núcleo 2: O termo desconhecido e as grandezas como generalização da variável.
- c) núcleo 3: Campo de variação e sua relação com a realidade.

Posteriormente, após as análises desses núcleos, constituímos os internúcleos, com o intuito de compreender as descobertas realizadas nesse processo.

A seguir, apresentamos como tratamos os dados coletados, desde as leituras flutuantes até a definição dos núcleos.

Quadro 2 - Construção dos núcleos de significação (continua)

Pré-indicadores	Indicadores	Núcleos de significação
<i>Tarefa 1: Dia 1 - Aula 1</i> D: Escreve o nome do produto, a quantidade vezes o preço. Aí o resultado é o quanto nós gastamos, né? G: Podemos escrever dois (pacotes) de arroz mais quatro (pacotes) de feijão... e o total.	A utilização da álgebra retórica e suas implicações ao resolver as tarefas	A linguagem algébrica, a figura e a ideia de fluência
<i>Tarefa 1: Dia 1 - Aula 1:</i> G: A gente pode colocar a inicial deles (produtos) para abreviar. D: Podemos abreviar os produtos.	A utilização da álgebra sincopada e suas implicações ao resolver as tarefas	
<i>Tarefa 4 – Dia 3</i> G: Sim, no aplicativo (GeoGebra) H: Sim, porque a imagem é mais limpa e não tem os quadradinhos.	A figura (representação geométrica) e suas implicações ao resolver as tarefas	
<i>Tarefa 5: Dia 4 - aula 2</i> D: Que o (3,4) é o ponto de interseção. Ou seja, a junta dos dois. (Utilização do GeoGebra para resolver o sistema)		
<i>Tarefa 6: Dia 4 - aula 2</i> H: Resolver o sistema pelo GeoGebra é mais fácil, com certeza. D: É mais rápido		
<i>Tarefa 6: Dia 4 - aula 2</i> H: Resolver o sistema pelo GeoGebra é mais fácil, com certeza. D: É mais rápido		

Quadro 2 - Construção dos núcleos de significação (continuação)

<i>Tarefa 6: Dia 4 - aula 2</i> H: Resolver o sistema pelo GeoGebra é mais fácil, com certeza. D: É mais rápido		
<i>Tarefa 1: Dia 1 - Aula 1</i> D: O que cada símbolo representa de acordo com a tabela? A quantidade. G: O quê? O símbolo representa o produto. <i>Tarefa 1: Dia 1 - Aula 2</i> R: Aqui Manoel, vem cá. As duas formas mais rápidas foi colocar as iniciais. G: A gente tem que somar o valor de cada número, por exemplo, 2x é 2 arroz, aí é 16,80 vezes 2.	A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas.	
<i>Tarefa 2: Dia 1 – Aula 2</i> D: Podemos atribuir o símbolo para o cubo?		
<i>Tarefa 4 – Dia 3</i> D: Ela comprou x de pães franceses e y de pães de Leite		
D: $x + y = 10$.		
<i>Tarefa 6: Dia 4 – aula 2</i> Gilvan: $3x + 4y = 19,00$		
<i>Tarefa 1 – aula 2</i> G e D: Como o cubo não tem peso... D: x, então o valor do cubo é x.	A relação entre incógnita e o termo desconhecido	
<i>Tarefa 5: Dia 4 – aula 2</i> D: $x + y = 7$ e $2x + 4y = 22$.		
<i>Tarefa 7: Dia 5 – aula 2</i> D: x vai ser a idade de Marina e y vai ser a idade do pai. G: Oh Manoel, a idade da Maria não está aqui, é x. Então, pode ser x mais...		
<i>Tarefa 8: Dia 6</i> D: x vai ser as varetas amarelas e y as varetas verdes		

Quadro 2 - Construção dos núcleos de significação (conclusão)

<i>Tarefa 3: Dia 2 - aula 2</i> D: Quais são as grandezas desse movimento? G: Os pontos. D: das jogadoras.	Grandezas: a quantificação dos objetos	O termo desconhecido e as grandezas como generalização da variável
<i>Tarefa 4: Dia 3</i> D: As grandezas são os pães! É... As quantidades! D e G: As grandezas são os pães franceses e os pães de leite!		
<i>Tarefa 5: Dia 4 – aula 1</i> D e Gui: São os cachorros e as galinhas. (se referindo às grandezas)		
<i>Tarefa 7: Dia 5 – aula 1</i> D: Quais as grandezas? São as idades. G: A idade do pai e da Maria.		
<i>Tarefa 3: Dia 2 – aula 2</i> D: uma pode ter marcado 3 e a outra 2. Uma pode ter marcado 4 e a outra 1. D: ah, possibilidades.	Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas	Campo de variação e sua relação com a realidade
<i>Tarefa 4 – Dia 3</i> D: Ela tem que comprar dez pães , mas na tabela, pelo menos ela comprou um de cada. Então, se ela comprou um pão francês, ela comprou nove de leite. Se ela comprou dois pães franceses, ela comprou oito de leite.		
<i>Tarefa 3: Dia 2 – aula 2</i> D: Dependendo de alguns jogos dá para marcar pontos negativos.	Criação dos campos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais, etc.)	
<i>Tarefa 4 – Dia 3</i> G: Porque ela vai comprar pão, uai. Não tem como comprar menos um pão.		

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A utilização dos núcleos de significação como método de análise possibilitou a organização e interpretação dos dados de maneira mais estruturada, favorecendo a identificação de padrões e relações importantes para a pesquisa. No próximo capítulo analisamos e discutimos esses resultados.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Organizamos este capítulo com o intuito de analisar e discutir o que foi colhido durante as gravações das aulas de Matemática.

Antes de iniciarmos a análise precisamos estabelecer “categorias” que nos ajudaram em nossa análise. Essas categorias são entendidas como elementos que constituem os processos sociais e abstrações que são constituídos da realidade e que conduzem a investigação do processo (Aguiar & Ozella, 2016). Utilizaremos algumas categorias presentes no nosso referencial teórico: mediação, contradição, sentidos, significados, pensamento, linguagem e generalização.

Retornando agora a nossa análise, nosso objetivo geral era observar o desenvolvimento do pensamento teórico em SDA durante o ensino da álgebra. Os objetivos específicos foram analisar as significações produzidas pelos estudantes e a mediação. Abaixo, apresentamos os 3 núcleos que constituem a nossa pesquisa:

- a) núcleo 1: a linguagem algébrica, a figura e a ideia de fluência;
- b) núcleo 2: o termo desconhecido e as grandezas como generalização da variável;
- c) núcleo 3: campo de variação e sua relação com a realidade.

Iniciaremos nossa análise pelo Núcleo 1:

Núcleo de significação 1: A relação entre o movimento da linguagem algébrica e a ideia de fluência.

A ideia principal deste núcleo é mostrar as significações que os estudantes atribuem ao movimento da linguagem algébrica, relacionadas pelos diversos tipos de álgebras. Partimos do pressuposto que essas significações decorrem da mediação realizada pelo professor durante as aulas de Matemática.

O que conduz este núcleo são as falas do grupo 1, composto por 3, podendo ser considerado algumas trocas com outros grupos no decorrer da análise, visto que em sala de aula trabalha-se com o coletivo. Ressaltamos que embora o grupo 1 seja o nosso foco de análise, não descartamos a interação com os outros grupos, não só por abordarem conteúdos relevantes para nossa pesquisa, mas porque os grupos são afetados pelas significações produzidas uns pelos outros.

O núcleo 1 é composto pelos seguintes indicadores: 1) A utilização da álgebra retórica e suas implicações ao resolver as tarefas; 2) A utilização da álgebra sincopada e suas implicações ao resolver as tarefas; 3) A utilização da álgebra geométrica e suas implicações ao resolver as tarefas; 4) A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas. Começaremos analisando os indicadores inseridos no núcleo 1 e analisaremos as falas compostas nesse núcleo através de recortes.

Recorte 1 - Indicador: A utilização da álgebra retórica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 1
 Professor: Como que a gente pode registrar os **itens comprados** e o **total gasto**? E aí, o que vocês acham? Como que a gente pode **escrever isso**?
 D: **Somando tudo**? G: É.
 Professor: Isso, somando tudo. Mas você tem que escrever o quê? D:
 Com o **R\$**.
 Professor: Não. Você tem que colocar o quê? Você tem que colocar o nome do...? G: Do **produto**.
 Professor: O nome do produto e mais o quê? G: O **preço**.
 D: O **preço do produto... Não entendi ainda**, Manoel.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Observamos aqui que o grupo entendeu que para calcular o total gasto basta somar, mas quando observamos a forma de registro dos produtos o professor teve intervir durante a situação.

O professor dá a dica para colocarem o nome e os alunos percebem que tem que colocar o nome do produto, mas esqueceram de citar a quantidade do produto que fica evidente no recorte 2 a seguir. Aqui podemos perceber que o professor atua como mediador, criando condições para que os alunos construam o saber, utilizando signos e instrumentos.

Recorte 2 - Indicador: A utilização da álgebra retórica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 1

Professor: Qual que é a primeira coisa que vocês vão ter que comprar?

Todos: Arroz.

Professor: Aí cada grupo vai comprar uma certa **quantidade**. Seu grupo vai comprar quanto de arroz?

Gil: Três

Professor: Então você vai ter que escrever como?

D: Escreve **o nome do produto, a quantidade vezes o preço**.

Professor: Depois você vai o quê?

Todos: Somando

D: Aí o resultado é o quanto nós gastamos, né?

Professor: Isso.

D: Ah, é para escrever como é que vai fazer as contas?

Professor: Isso. Ele fez certo. Ele está escrevendo como é que vocês vão... Escrever, tá? Como que vocês pensaram? Como que vocês pensaram isso daí?

Gil: É a quantidade de produto, pegar o valor, **pegar a quantidade de produto e multiplicar pelo valor**.

Professor: E fazer o quê? Fazer o que depois?

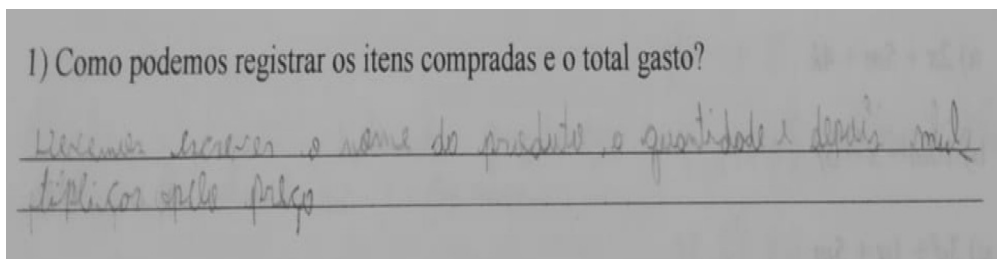
Gil: Tem que **somar para achar o valor do total gasto**.

Professor: Isso.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Aqui podemos observar quando o integrante do grupo 1 fala “D: ah, é para escrever como é que vai fazer as contas?”, o integrante do grupo 2 fala “Gil: É a quantidade de produto, pegar o valor, pegar a quantidade de produto e multiplicar pelo valor”. Davidov (1988, p. 45) nos diz que “a atividade consciente do homem está mediatizada pelo coletivo; durante sua realização o homem leva em consideração as posições de outros membros do coletivo”. Desta forma, a divisão em equipes se torna crucial para o processo de ensino e aprendizagem, pois através do coletivo os grupos passam a se interagir de forma a construir o conhecimento. Também podemos observar que após o professor intervir os alunos perceberam que era para escrever como eles fariam as contas: “D: Ah, é para escrever como é que vai fazer as contas?”. Nesse sentido, podemos estabelecer a relação de desenvolvimento proposta por Vigotski (2009), uma vez que o sujeito se desenvolve à medida em que o mundo passa a ser significado por ele, ou seja, a partir das relações estabelecidas com o outro o sujeito torna-se um ser cultural.

Figura 6 – Registro do aluno D



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Registro de D: “Devemos escrever o nome do produto e quantidade, depois multiplicar pelo preço.”

Recorte 3 - Indicador: A utilização da álgebra retórica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 1

Professor: Olha só, aqui (questão 2) vocês vão colocar a forma que vocês pensaram de acordo com a lista recebida. Essa é a forma que você pensou de acordo com a lista. Como vocês escreveriam isso sem colocar os preços dos produtos? Qual é a quantidade de arroz que vocês têm?

D: Dois.

Professor: Dois, então seria dois o

quê? G: Dois vezes o preço.

Professor: Dois vezes o quê? Qual é o produto?

D: Dois. Dois arroz.

Professor: Sem colocar o preço. Aí depois o que mais?

D: Dois arroz, quatro feijão, sete óleo.

Professor: O que a gente vai fazer agora? Para eu achar o valor do total gasto, o que eu tenho que fazer?

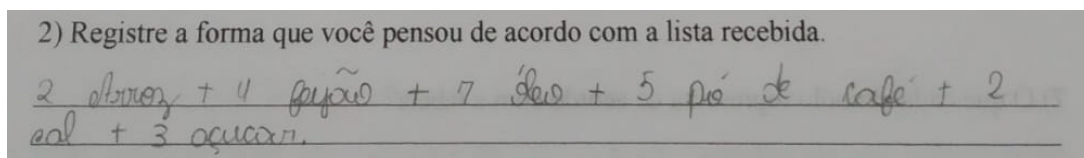
D: Somar os preços.

G: Aí é só fazer dois arroz mais quatro feijão.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

O objetivo desse exercício era que os alunos escrevessem o nome dos produtos a fim de remeter a álgebra retórica, ou seja, escrever a expressão por extenso, apenas com o uso de palavras. Podemos observar na foto abaixo como o aluno G escreveu:

Figura 7- Registro do aluno G



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Notamos que nesta fala: “G: *Dois vezes o preço*” o aluno ainda não havia entendido o objetivo da atividade. Após a fala do professor “*Dois vezes o quê? Qual é o produto?*”, o outro aluno logo diz: “D: *Dois. Dois arroz*”. Aí podemos observar que a significação produzida começa a fazer efeito para o desenrolar do exercício. Isso nos remete ao fato de que a significação se dá pelas interações verbais, através dos sentidos e significados. Para Vigotski (2009), uma palavra que não tem significado é só um som vazio, sendo assim, o significado da palavra é um amálgama do pensamento e da fala dos sujeitos.

Recorte 4 - Indicador: A utilização da álgebra sincopada e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 1

Professor: Olha só, número 3.

D: A número 3 acho que é **só escrever os nomes, né?**

Professor: Olha, a gente pode escrever isso aí de uma forma mais simples, mais fácil? Todos: Sim.

D: Comprar arroz, feijão...

Professor: Não, de modo que não fique tão grande esses nomes dos produtos. O que vocês acham?

G: A gente pode **colocar a inicial deles** (produtos) para **abreviar**. D: Podemos **abreviar os produtos**.

Professor: Isso. Todo mundo concorda?

Todos: Sim.

Professor: Então vamos lá, vamos fazer.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

O objetivo deste exercício era fazer com que os alunos abreviassem o nome dos produtos, a fim de tornar a escrita menos trabalhosa, ou seja, era trabalhar a ideia da álgebra sincopada.

Nessa fala “D: *A número 3 acho que é só escrever os nomes, né?*”, o aluno atribui o sentido de escrever de maneira mais fácil ao conceito de escrever os nomes dos produtos. Isso nos remete a ideia de sentido para Vigotski (2009), sendo eles pessoais e carregados pelo sujeito a partir de suas histórias e experiências de vida. A partir do momento que o professor diz “*Não, de modo que não fique tão grande esses nomes dos produtos. O que vocês acham?*”

o outro aluno responde: “G: *A gente pode colocar a inicial deles (produtos) para abreviar*” e o outro concorda. A partir do momento em que o professor intervém observa-se que a mediação se fez necessária para o entendimento do objetivo proposto. Também já podemos notar o início da generalização de começar a abreviar palavras, nos dando indícios à linguagem sincopada.

Recorte 5 - Indicador: A utilização da álgebra sincopada e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 2

Professor: Vamos lá para o número quatro agora. Tente abreviar os itens comprados e escreva novamente o total gasto. Utilize a tabela abaixo. Então, está aí a tabela. Você vai colocar o quê? Quantidade. Qual é a quantidade de cada produto? Você vai olhar na sua lista aí que eu entreguei. Então, você vai colocar quanto de arroz você tem na sua lista aí.

Gil: Três de cada.

Professor: Três vezes o quê? Como é que você abrevia aqui o arroz? Gil:

A

Professor: Então, três vezes A mais... Mais o quê? D:

Mais quatro vezes F

Professor: Isso, certinho. Qual das duas formas vocês acharam mais rápida? A primeira (álgebra retórica) ou a que vocês abreviaram?

D: **A forma que eu achei mais rápida foi a que eu abreviei.**

Professor: Por quê?

D: Porque **demorou menos tempo para escrever.**

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

O objetivo deste exercício era fazer com que os alunos comesçassem a abreviar as palavras. Aqui podemos notar que o aluno atribui o sentido de abreviar as palavras levar menos

tempo para escrever o total gasto. Ao ser indagado pelo professor: “Qual das duas formas vocês acharam mais rápida? A primeira (álgebra retórica) ou a que vocês abreviaram?” o aluno responde: “D: *A forma que eu achei mais rápida foi a que eu abreviei*”, devido ao fato de ter levado menos tempo para escrever. Isso nos remete ao movimento de escrita da linguagem algébrica no decorrer dos anos, ou seja, o movimento de fluência.

Figura 8- Registro do aluno D

$$2 \times A + 4 \times F + 7 \times O + 5 \times PC + 2 \times S + 3 \times AG \quad R\$ 238,94$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Recorte 6 - Indicador: A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas. (continua)

D: O que cada símbolo representa de acordo com a tabela? **A quantidade. G:**

O quê? O símbolo representa o produto.

D: É a quantidade.

G: Que quantidade, D!

D: Já tá aqui ó, é a quantidade.

G: D, eu vou fazer. O x ele representa o produto, cara. Como é que vai representar o valor? Não faz sentido, ué.

D: Não, o valor não, é a quantidade. Volta na tabela antiga. **O símbolo significa a quantidade. Eu acho que é a quantidade.**

G: Oh, Manoel, o símbolo é quantidade? D:

O símbolo significa a quantidade, né?

Professor: O símbolo?

D: É, ou não? Professor: O que você acha?

D: Eu acho que significa quantidade. G: Eu

Recorte 6 - Indicador: A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas. (conclusão)

é aqui, já tá aqui.

Professor: Por exemplo, vamos no número 6 letra A, o 2 aí significa o quê? H:

A quantidade?

Professor: O 2 é a quantidade. O x vai ser o que então? G: O

produto.

D: O valor.

Professor: O produto, gente. G:

Viu? Falei para vocês

Professor: Então o que representa cada símbolo?

Todos: O produto

Professor: O produto que no caso é o arroz, ou o feijão ou óleo, vai depender de cada símbolo.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Este recorte traz uma breve discussão do que representava o x no exercício em questão. Podemos observar durante as falas dos estudantes o conceito de dialética, que é a arte do diálogo, de debater. Nesse momento podemos notar que uns caracterizam o símbolo como o produto e o outro como quantidade. Em um segundo momento encontramos uma contradição nas falas de D. De acordo com Leontiev (1978, p. 58),

Nossas imagens sensoriais generalizadas, assim como os conceitos, contém movimento e, por conseguinte, contradições; elas refletem o objeto em seus vínculos e mediações diversas. Isto significa que nenhum conhecimento sensorial é uma marca (pegada) petrificada.

Em um momento ele caracteriza o símbolo como a quantidade e outro momento como o valor, como podemos observar: “D: Eu acho que **significa quantidade**” “Professor: O 2 é a quantidade. O x vai ser o que então?” “D: o **valor**”. Aqui podemos notar uma subjetividade em relação a palavra “valor”. A subjetividade é entendida

Como a organização dos processos de sentido e de significação que aparecem e se organizam de diferentes formas e em diferentes níveis no sujeito e na personalidade, assim como nos diferentes espaços sociais em

que o sujeito atua (González Rey, 2007, p. 108).

Assim, falar de subjetividade nos remete falar dos sentidos, ou seja, o aluno atribuiu sentidos diferentes a palavra “valor” após a intervenção do professor. Ele pode ter entendido a palavra no sentido de valor do produto ou como valor numérico. No entanto, o símbolo estava representando o produto alimentício.

Recorte 7 – Indicador: A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 2

Professor: Tá todo mundo na 8, gente? Você acha que poderíamos mudar os símbolos (letras) atribuídos a cada produto?

Todos: Sim

Professor: Sim ou

não? D: Eu acho

que sim.

Professor: Aí vem a próxima pergunta: Se mudássemos todos os símbolos, o resultado final a ser pago em cada produto mudaria?

Todos: Não.

G: Porque **não influencia o valor. Porque não muda o valor.**

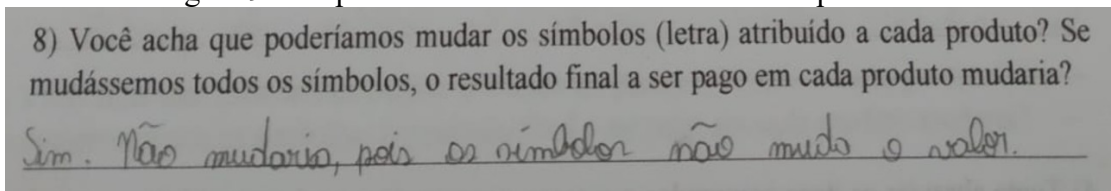
Professor: Isso.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Este recorte é interessante, pois observarmos que os alunos perceberam que ao trocarmos as letras não é alterado o valor final do resultado. Esse é um indício de generalização. De acordo com Vigotski (2009, p. 398).

[...] do ponto de vista psicológico o significado da palavra não é senão uma generalização ou conceito. Generalização e significado da palavra são sinônimos. Toda generalização, toda formação de conceitos é o ato mais específico, mais autêntico e mais indiscutível de pensamento. Conseqüentemente, estamos autorizados a considerar o significado da palavra como um fenômeno de pensamento.

Figura 9- Resposta de G ao relacionar letras a cada produto



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Recorte 8 - Indicador: A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 1: Dia 1 – aula 2

Professor: Tem outra tabela aí. Só que aí, o que está acontecendo aí? Cada produto foi atribuído a um símbolo diferente. Por exemplo, o arroz foi atribuído ao símbolo X, feijão a letra I, o óleo a letra F [...] Aí depois é a pergunta: qual o valor gasto de acordo com cada item? O que vocês acham que a gente tem que fazer?

G: A gente tem que **somar o valor de cada número**, por exemplo, **$2x$ é 2 arroz, aí é 16,80 vezes 2**.

Professor: Isso.

G: Aí a gente faz a mesma coisa com 5M, que é 5 feijões... Gilvan: E aí você vai **ficar multiplicando todas**.

G: Aí depois faz com o açúcar, que é 4 vezes 5,06, aí depois soma. [...]

Gilvan: Porque aí você vai **pegar o valor do produto e vai multiplicar todo o número, por exemplo, 10M. Vai pegar 10,39 vezes 10**.

Professor: Isso, certinho. Agora vocês podem calcular aí. Só substituir os valores.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Neste recorte podemos observar a seguinte fala: “G: A gente tem que **somar o valor de cada número, por exemplo, $2x$ é 2 arroz, aí é 16,80 vezes 2**”, onde o aluno fala em somar o valor de cada número, ou seja, podemos interpretar que o aluno atribuiu a palavra errada, mas se expressou certo.

Recorte 9 - A utilização da álgebra simbólica e suas implicações ao resolver as tarefas.

Tarefa 2: Dia 2 – aula 1

D: Podemos **atribuir um símbolo** ao cubo? Qual? Sim, podemos.

Professor: Tem um valor aí?

G e D: Não.

D: **x** , então **o valor do cubo é x** ?

R: **O valor da massa é x , né?**

Professor: Eu poderia colocar outra letra no lugar do x ?

Todos: Sim

Professor: Se eu trocar essa letra, ia mudar o valor da massa do cubo?

Alguns: Não

Professor: Poderia trocar a letra, poderia colocar A, B. Então vocês vão chamar de quê? Vocês vão chamar de x ?

G: Sim, mas **podemos chamar de qualquer letra, tipo, cadeira, mesa, quadrado...**

Professor: Então, podemos atribuir um símbolo ao cubo?

D: Sim

Professor: Qual vocês vão atribuir?

G: **Qualquer letra.**

D: Qualquer símbolo, né?

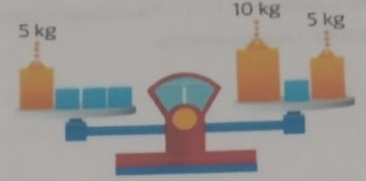
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Aqui podemos notar que os alunos atribuem um símbolo ao peso do cubo, que é desconhecido. Isso fica evidenciado nas seguintes falas: “*Professor: Tem um valor aí? G e D: Não*”. Como o cubo não tem um valor aparente eles decidem chamá-lo x : “*D: **x** , então **o valor do cubo é x** ? R: **O valor da massa é x , né?***” Nesse momento fica evidenciado que um aluno chama o cubo de “massa”.

No segundo momento fica evidenciado que o aluno percebeu que podemos atribuir qualquer símbolo (letra) e até mesmo palavras para representar valores desconhecidos: “*G: Sim, mas **podemos chamar de qualquer letra, tipo, cadeira, mesa, quadrado...***” Vigotski (2009) diz que das generalizações primitivas, o pensamento verbal vai-se elevando ao nível de conceitos mais abstratos. Não é apenas o conteúdo de uma palavra que se altera, mas a forma como a realidade é generalizada e refletida numa palavra.

Figura 10 - Tarefa 2

Observe a balança abaixo e responda as questões:



- 1) Qual o valor de cada peso pintado de amarelo?
5 kg, 10 kg e 5 kg.
- 2) Qual o valor da massa do cubo?
2 valor x.
- 3) Podemos atribuir um símbolo ao cubo? Qual?
Sim, qualquer letra ou símbolo.
- 4) Qual sinal matemático podemos utilizar para determinar que a balança está em equilíbrio? Por quê?
"=" porque do está com a mesma quantidade de peso em ambos os lados.
- 5) Tente escrever uma equação do lado direito e outra do lado esquerdo da equação.
Esquerdo: $5 + 3x$
Direito: $5 + 10 + x$
- 6) Iguale as equações e apresente uma equação do 1º grau utilizando a álgebra simbólica.

$$5 + 3x = 5 + 10 + x$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Recorte 10 - A figura (representação geométrica) e suas implicações ao resolver as tarefas
(Continua)

Tarefa 4: Dia 3

Professor: Agora vocês vão reproduzir esse gráfico no GeoGebra.

G: Como é que faz a equação?

Professor: Qual é a equação? $x + y$ igual a...

G: Igual a 10... Que doido, hein.

D e Gui: **Caraca, certinho.**

Professor: Agora a gente vai responder a pergunta. Vamos lá! **O que podemos perceber entre a figura que vocês representaram no plano cartesiano (folha impressa) e no GeoGebra? O que vocês acham?**

D: Elas **são iguais.**

H: **Está igual.**

Tarefa 5: Dia 4 - aula 2

Professor: O que a gente pode afirmar sobre o ponto de interseção dessas duas retas? Qual o ponto de interseção que essas retas vão se cruzar?

D: **(6, 4).**

Professor: Hã?

D: **No (3,4). Ou no (4,3). O y...**

Professor: Não, aumenta aí (zoom) e olha.

D: **Não, aqui ó. (3,4), a interseção.**

Professor: Isso, (3,4). Então, o que significa esses pontos aí que elas vão se cruzar?

D: **Que o (3,4) é o ponto de interseção. Ou seja, a junta dos dois.**

Professor: Aí, substitui esses valores aí nas duas equações e vê se vai dar certo.

D: 3 galinhas e 4 cachorros.

Professor: Substitui o 3 no x e o 4 no y. Vê se vai dar certo.

D: Vai dar 7 patas e vai dar 22 cabeças.

Professor: O que que a gente pode falar desse par ordenado aí? Vai ser a única, o quê?

D: **A única possibilidade, a única solução para o número de animais.**

Recorte 10 - A figura (representação geométrica) e suas implicações ao resolver as tarefas
(Conclusão)

Tarefa 6: Dia 4 - aula 2

Professor: Agora a letra D. Vocês vão usar o GeoGebra e vão colocar as duas equações no GeoGebra. E aí gente, todo mundo está colocando no GeoGebra?

G: Calma, Manoel. Manoel, então vai ser a primeira $3x + 4y = 19$?

D: Qual que coloca no GeoGebra?

Professor: A primeira equação. A primeira e a segunda.

[...]

Todo mundo colocou? E aí, qual que vai ser o **ponto de interseção no GeoGebra?**

Gil: (1,4)

Professor: Então, o que ele representa?

D: Que é a **única soma que satisfaz o sistema.**

Professor: Solução, né? Ele deu o mesmo resultado de cima que vocês fizeram essas contas grandes?

D: Sim.

Professor: Deu igual?

D: Sim.

Professor: Aí vamos para a letra E. Você encontrou a mesma resposta?

D: Sim.

Professor: Qual a maneira mais fácil? Pelo GeoGebra ou fazendo a conta à mão?

H: **GeoGebra, com certeza.**

Professor: Por quê?

Hyan: Porque é **fácil.**

D: É **mais rápido.**

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Através deste recorte é possível notar que durante a realização da “*Tarefa 4*”, os alunos acharam mais fácil utilizar o GeoGebra para a construção do gráfico do que construí-lo em uma folha de papel quadriculado. Também acharam que o mesmo gráfico (figura) em ambas as resoluções.

Durante a realização da “*Tarefa 5: Dia 4 - aula 2*” também foi utilizado o GeoGebra para que os alunos pudessem observar o ponto de interseção para resolver o sistema da situação-problema. É possível observar aí que o aluno entra em **contradição** ao encontrar par

ordenado, mas que durante a **mediação** do professor o mesmo consegue dar o zoom e observar a interseção.

A realização da “*Tarefa 6: Dia 4 - aula 2*” nos permite observar a preferência dos alunos pela utilização da tecnologia digital do que pelo método tradicional, pois segundo eles é mais rápido e mais fácil.

Podemos fim, destacamos a importância do GeoGebra ao se realizar as tarefas, uma vez que para Vigotski (2009) a mediação se dá por meio de instrumentos, nesse caso o GeoGebra, orientado externamente. Diante disso, esse instrumento foi utilizado a fim de facilitar e ampliar o campo de resolução das tarefas. Ao ser utilizado, os alunos puderam trabalhar e investigar diversos conceitos matemáticos de uma maneira mais lúdica.

Figura 11 - Alunos utilizando o GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Núcleo de significação 2: O termo desconhecido e as grandezas como generalização da variável.

Este núcleo também é composto pelo mesmo grupo apresentado no núcleo anterior. Optamos por manter o mesmo grupo por ser o grupo que mais participou das tarefas, produzindo um material mais rico para ser analisado, tornando assim nossa pesquisa mais rica e nos mostrando os sujeitos em sua totalidade. As falas foram produzidas durante as aulas de Matemática do professor pesquisador durante o ano de 2022. Os indicadores estão ligados pelos pré-indicadores não seguindo uma ordem cronológica. Articulamos esses indicadores através da dialética, onde foi permitido compreender o conceito de termo desconhecido, bem como o conceito de grandezas e como ambos estão ligados ao conceito de variável.

Este núcleo está composto pelos seguintes indicadores: 1) A relação entre incógnita e o termo desconhecido; 2) Grandezas: a quantificação dos objetos.

Começaremos destacando as falas relacionadas ao indicador 1, uma vez que elas nos mostram a necessidade de se estabelecer uma incógnita para ser atribuída ao termo desconhecido.

Recorte 1 - Indicador: *A relação entre incógnita e o termo desconhecido (continua)*

Tarefa 1 – Dia 1 – aula 2

G e D: “Como o cubo não tem peso...” D: “x, então o valor do cubo é x.”

Tarefa 5 – Dia 4 – aula 1

G: “Imagine a seguinte situação: Em um quintal há galinhas e cachorros. Há sete cabeças e vinte e duas patas. Quantas são as galinhas? E os cachorros?
Dica: cada galinha tem duas patas e cada cachorro tem quatro patas.”

Recorte 1 - Indicador: *A relação entre incógnita e o termo desconhecido (continuação)*

Professor: Como que a gente pode escrever esse problema de forma simbólica?

Utilizando...

D: " $x + y = 7 + 7...$ "

Professor: Não, é uma equação, né? $x + y = 7$. x vai ser o quê? Representa o quê?

D: " x vai representar o número de galinhas e y o número de cachorros." [...]

Professor: Tá, a primeira tá certa, mas a segunda tem uma coisa que vai mudar. Você tem que lembrar do número de patas. As galinhas têm quantas patas?

D: "Duas."

Professor: Então vai ser 2 vezes o quê? $2x$, né? Porque são duas patas.

D: " $2x + 4x$?"

Professor: Isso, na segunda equação. Mas por que é $4x$?

D: "Porque o cachorro tem 4 patas."

[...]

D: "É $x + y = 7$ e $2x + 4y = 22$."

Recorte 1 - Indicador: *A relação entre incógnita e o termo desconhecido (conclusão)*

Tarefa 7 – Dia 5 – aula 1

D: “x vai ser a idade de Marina e y vai ser a idade do pai.”

[...]

G: Oh Manoel, **a idade da Maria não está aqui, é x**. Manoel, essas horas minha cabeça não funciona não.

Tarefa 8: Dia 6

Professor: x vai ser o quê?

G: As varetas?

D: O número de varetas.

Professor: Não, mas qual cor de vareta? x vai ser que cor de vareta? Quais cores de varetas que eles pegaram aí?

D: Amarela, verde...

Professor: Amarela e verde, né? Então o x vai ser o quê?

[...]

D: x vai ser as varetas amarelas e y as varetas verdes.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na **Tarefa 1**, podemos observar, nas significações produzidas, indícios de generalização ao atribuir uma letra a um valor desconhecido, ou seja, eles desconheciam o peso do cubo. Nesse sentido, Davidov (1988, p. XX) afirma que:

“Quanto más alto o nível de generalização, quer dizer, quanto maior o conjunto de diferentes objetos que entoam na classe dada, mais abstrato e ‘teórico’ será o pensamento.”

Na **Tarefa 5**, podemos observar um avanço, uma vez que, na tarefa 1, os alunos estavam trabalhando com a resolução de uma equação do primeiro grau e, nesta, com a resolução de um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas, o que permite um grau de abstração maior devido à situação-problema. Podemos observar que o papel do professor foi crucial:

“Tá, a primeira tá certa, mas a segunda tem uma coisa que vai mudar. Você tem que lembrar do número de patas. As galinhas têm quantas patas?”

Ao mediar a situação, o professor, durante sua atividade de ensino, obteve o resultado esperado e o aluno conseguiu atingir o objetivo proposto.

Na **Tarefa 8**, fica evidente, pelas significações, que os alunos não conseguiram associar as incógnitas x e y às cores das varetas sem ajuda do professor: *D: “O número de varetas.”* O aluno D atribuiu x ao valor total de varetas, referindo-se a x como se as duas cores fossem uma só, ignorando a incógnita y .

Figura 12 - Aplicação do jogo de pega varetas durante a tarefa 8



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Recorte 2 - Indicador: Grandezas: a quantificação dos objetos (continua)

Tarefa 3: Dia 2 – aula 2

D: “Quais são as grandezas desse movimento?”

G: “O que é que é isso, grandeza?”

Professor: “O que está envolvida

ai?” G: “A partida de vôlei?”

Professor: “Não, não é a partida não. É tudo aquilo que a gente pode quantificar.”

G: “Os pontos.”

D: “Das jogadoras.”

Tarefa 4: Dia 3

D: “As grandezas são os pães! É... As quantidades!”

D e G: “As grandezas são os pães franceses e os pães de leite!”

Tarefa 5: Dia 4 – aula 1

D e G: “São os cachorros e as galinhas.” (referindo-se às grandezas)

Tarefa 7: Dia 5 – aula 1

D: “Quais as grandezas? São as idades.”

G: “A idade do pai e da Maria.”

D: “É, Marina e o pai.”

G: “Então é a idade ou o nome? Cada um falou uma coisa.”

D: “É a idade ou o nome das pessoas?”

Professor: “Pode colocar os

dois.” D: “É o nome e a idade.”

Professor: “É o quê?”

D: “É o nome de Maria e o pai dela, mais a idade, né não?”

Professor: “Nome não.”

D: “Eu não entendi esse, Manoel.”

Professor: “Tem certeza que é o nome?”

Recorte 2 - Indicador: Grandezas: a quantificação dos objetos (conclusão)

G: “Eu coloquei a idade de Maria e seu pai.”

Professor: “Vocês acham que o nome é uma grandeza ou não? Podemos quantificá-lo?”

D: “Não, não.”

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na *Tarefa 3* o conceito de grandeza ainda não está muito bem formado e o aluno recorre ao professor para solicitar ajuda. A partir do momento em que o professor define grandeza as falas dos alunos se complementam: “**G: Os pontos. D: Das jogadoras.**”

Porém, na *Tarefa 7* podemos observar que o aluno D entra em **contradição**. Para Leontiev (1978, p. 58), “nossas imagens sensoriais generalizadas, assim como os conceitos, contêm movimento e, por conseguinte, contradições; elas refletem o objeto em seus vínculos e mediações diversas”. No primeiro momento ele diz: “D: *Quais as grandezas? São as idades*”; já no segundo momento, ele se coloca em dúvida: “D: *É a idade ou o nome das pessoas?*”. Talvez tenha se colocado em dúvida quando o professor responde: “Pode colocar os dois”. Aqui o professor se refere a idade do pai e a idade de Maria. Após a fala do professor ele diz: “D: *É o nome e a idade*”, gerando uma certa confusão.

Núcleo de significação 3: Campo de variação e sua relação com a realidade.

Este núcleo se deu das articulações dos seguintes indicadores: 1) Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas; 2) Os campos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais, etc.) e sua influência nas tarefas.

O núcleo 3 se faz necessário e nos ajuda a ter uma visão mais ampla do conceito de campo de variação pelas significações dos sujeitos do grupo. Os pré-indicadores e indicadores deste núcleo reproduzem as falas do mesmo grupo dos núcleos anteriores. As falas gravadas deste núcleo se deram na mesma turma e escola dos núcleos 1 e 2, durante o ano de 2022. Iniciaremos pelo indicador: Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas.

Recorte 1 - Indicador: Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas (continua)

Tarefa 3: Dia 2 – aula 2

Professor: Represente os pontos marcados por Maria e Joana na tabela a seguir. Quais

Recorte 1 - Indicador: Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas
(continuação)

são as possibilidades de pontos que a gente tem aí? O que vocês acham?

Alguns:

Muitos. H:

Muitos pontos.

Professor: Não, a gente quer saber quanto que cada uma marcou. Como que a gente faz para saber isso?

H: 5

Professor: Não, 5 é o

quê? D: Total de pontos.

Professor: Então no total de pontos você vai colocar o 5. Então como que eu posso saber quantos pontos cada uma marcou?

G: dividindo?

Professor: Não, o que vocês acham? Preencham a tabela aí pra gente ver. H: Como?

Professor: Se uma marcou tantos pontos a outra vai ter marcado quanto num total de 5?

G: Repete, espera.

D: Uma pode ter marcado **3 e a outra 2**. Uma pode ter **marcado 4 e a outra**

1. D: Ah, possibilidades.

Professor: Quais possibilidades vocês colocaram aí?

Gui: Maria 4, Joana 1, Maria 1, Joana 4, Maria 3, Joana 2, Maria 2 e Joana 3.

Professor: Tem mais alguma possibilidade?

H: Eu coloquei Maria 2, Joana 3.

G: O mesmo que eu, só mudou a ordem.

Professor: Qual o campo de variação dessas grandezas?

D: O jogo?

P: Não, são os valores que as grandezas podem assumir. Então quais valores que os pontos podem assumir?

Recorte 1 - Indicador: Os valores que a variável pode assumir na resolução das tarefas (conclusão)

D: 1, 2, 3, 4, que elas podem assumir para dar os 5 pontos.

H: 2, 3, 4, não é?

Professor: Vocês vão olhar na tabela

D: 4, 3, 2, 1 e 1, 2, 3, 4

Professor: Isso. Por que esse campo de variação não pode variar até 5?

D: Porque cada uma fez pelo menos um ponto.

D: Através da construção da tabela é possível dizer com clareza quantos pontos cada uma marcou?

D: Não, porque foi só nos dito que cada uma marcou 1 ponto pelo menos, e não o total de pontos que cada uma marcou certamente.

Tarefa 4 – Dia 3

D: Ela tem que comprar **dez pães**, mas na tabela, pelo menos ela comprou um de cada. Então, **se ela comprou um pão francês, ela comprou nove de leite. Se ela comprou dois pães franceses, ela comprou oito de leite.**

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

O objetivo da *Tarefa 3* era descobrir o número de pontos que cada jogador poderia ter marcado de acordo com a situação-problema apresentada, ou seja, o campo de variação. No primeiro momento observamos que as respostas dadas ficaram meio vagas: “**H: Muitos pontos**”. A partir do momento que o professor media a situação o aluno observa o conceito de campo de variação: “**D: Uma pode ter marcado 3 e a outra 2. Uma pode ter marcado 4 e a outra 1. D: Ah, possibilidades**”. Fica claro que após a construção da tabela os alunos conseguiram observar o campo de variação das grandezas: “**D: Porque cada uma fez pelo menos um ponto**”.

A *Tarefa 4* também trabalha o conceito de campo de variação e fica evidente nas significações que o aluno produziu que o aluno se apropriou do conceito: “**D: Então, se ela comprou um pão francês, ela comprou nove de leite. Se ela comprou dois pães franceses, ela comprou oito de leite.**” A construção da tabela pode ser observada na figura abaixo:

Figura 13 - Construção da tabela pelo aluno G

b) Represente os possíveis resultados em uma tabela a seguir.

Quantidade de pães franceses	Quantidade de pães de leite	Total de pães
1	9	10
2	8	10
3	7	10
4	6	10
5	5	10
6	4	10
7	3	10
8	2	10
9	1	10

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Recorte 2 - Indicador: Os campos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais, etc.) e sua influência nas tarefas

Tarefa 3: Dia 2 – aula 2

Professor: E agora vamos para a 2. E se y for

16? D: O x é -11.

Professor: Achamos que o x vale -11. Tem como ela ter marcado -11 pontos na partida?

G: Não.

Professor: Não né, por quê?

D: Dependendo de alguns jogos dá para marcar **pontos negativos**. G: **É uma partida de vôlei.**

Tarefa 4 – Dia 3

Professor: Por que, nesse caso, devemos trabalhar apenas com valores inteiros e positivos? Olha aí na tabela. Por que a gente só tá trabalhando com valores positivos?

G: Porque ela vai comprar pão, uai. Não tem como comprar **menos um pão**.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O campo de variação depende da realidade tratada, em que se insere o problema, e do conjunto numérico em que se está trabalhando, podendo ser limitado ou não. Isso fica evidente na **Tarefa 3**, quando o professor indaga: “*Achamos que o x vale -11. Tem como ela ter marcado -11 pontos na partida?*”, ao que o aluno responde: “*G: Não*”. Nesse momento, o estudante consegue perceber que, na situação dada (partida de vôlei), não é possível trabalhar com “pontos negativos”. Entretanto, outro aluno ressalta: “*D: Dependendo de alguns jogos, dá para marcar pontos negativos*”.

Na **Tarefa 4**, também é explorado o conceito de campo de variação. Ao questionar a necessidade de se trabalhar com valores inteiros positivos, o professor ouve a seguinte resposta do aluno: “*G: Porque ela vai comprar pão, uai. Não tem como comprar menos um pão*”. Panossian (2014) relaciona a criação dos campos numéricos ou campo de variação devido as necessidades das diferentes civilizações de cada época, remetendo à ideia de fluência em relação ao movimento de controle das quantidades, uma vez que

Consideramos que a qualidade desses campos numéricos se alterava em um movimento de evolução, no sentido em que sua essência não se modificava, mas se modificavam outras qualidades. É o que acontece, por exemplo, com a necessidade da criação de números que podem ser representados na forma de razão, os quais avançam de forma gradativa modificando a qualidade do número. Ou ainda com a organização de um campo de números inteiros, em que a quantidade negativa adquire significado (Panossian, 2014, p. 91-92).

Ou seja, o campo de variação representa as possibilidades (valores) que a variável poderá assumir dentro do contexto (conjunto) trabalhado como ficam evidentes nas *Tarefas 3 e 4*.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral desta dissertação foi analisar o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos em situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) mediadas pelo professor e por uma tecnologia digital durante o ensino de álgebra. Partindo desse pressuposto, os objetivos específicos foram: analisar as potencialidades e os limites dos instrumentos de mediação utilizados e verificar se as significações produzidas pelos estudantes nas situações desencadeadoras de aprendizagem corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Utilizando o princípio do materialismo histórico-dialético como base, a articulação (dialética) dos núcleos de significação gera possibilidades para a interpretação internúcleos, permitindo compreender elementos que se articulam entre si e constroem um movimento totalizante. Esse movimento aponta para novas compreensões, uma vez que a realidade a ser assimilada é compreendida dialeticamente como elemento de eventos contraditórios.

Dessa forma, foi necessário, a partir de um esforço interpretativo apoiado pelos núcleos de significação, buscar o processo de constituição das significações produzidas em situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), a fim de observar o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, considerando a mediação do professor e da tecnologia digital. Para a análise dos núcleos, recorreremos às categorias: mediação, contradição, sentidos, significados, pensamento, linguagem e generalização.

Entendemos que os significados são o resultado da interação entre subjetividade e objetividade, e que as significações produzidas pelos sujeitos são únicas, revelando seus modos de pensar, sua história e sua inserção social. Assim, é por meio da análise que podemos compreender o objeto estudado.

A partir da análise feita, pudemos apreender vários temas que percorrem os núcleos, adquirindo similaridades específicas em cada um, mediados pelas subjetividades e objetividades, e representando as significações produzidas pelos estudantes.

No núcleo 1, observamos que os sujeitos percorreram todo o caminho histórico da linguagem algébrica, vivenciando a relação com a ideia de fluência e movimento. Os estudantes sentiram a necessidade de escrever a situação por extenso, depois utilizar abreviações, até chegar à representação simbólica. Também puderam observar conceitos matemáticos por meio de figuras, representando equações no GeoGebra. As significações produzidas evidenciaram a rapidez e facilidade de representar o gráfico de uma reta utilizando

a tecnologia digital.

No núcleo 2, destacamos a necessidade do uso da letra para representar o valor desconhecido e de reconhecer as grandezas envolvidas. Foi possível observar a importância do pensar matematicamente para resolver situações-problema, em que, por meio da mediação do professor, o conhecimento foi sendo construído.

No núcleo 3, identificamos que o campo de variação depende da realidade em que o problema está inserido. Essa análise internúcleos nos permitiu compreender que, para entender o conceito de equações, é necessário compreender os nexos conceituais que as constituem. Ou seja, todos os nexos estão interligados, e só assim é possível alcançar as particularidades do pensamento algébrico.

Pela análise realizada, ressaltamos a importância do convívio social na escola, uma vez que os alunos se comprometeram com a proposta, confiaram no professor para esclarecer dúvidas e confirmar suas percepções. Assim, acreditamos que os estudantes conseguiram se apropriar dos conceitos relacionados às equações do 1º grau e aos sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Eles atribuíram sentido ao movimento da linguagem algébrica, ao conceito de variável, relacionando o valor desconhecido e as grandezas e também ao conceito de campo de variação.

Os diálogos apresentados no decorrer da análise evidenciam como o papel do professor é essencial em sua atividade de ensino, ao instigar seus alunos a promover questionamentos e ao intervir quando necessário, possibilitando a construção do conhecimento.

Sendo assim, a partir de nossa análise, observamos que a unidade didática possibilitou aos sujeitos assimilar conceitos e avançar no desenvolvimento do pensamento teórico. Isso não significa que todos os estudantes tenham alcançado plenamente esse pensamento, mas indica que, ao menos, houve a iminência de tal desenvolvimento. Diante disso, finalizamos nossa interpretação internúcleos.

REFERÊNCIAS

- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade. **Revista Brasileira de Educação [online]**. 2005, n. 29, pp. 108-118.
- BAUMGART, John K. **História da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula; vol. 4).
- BELEI, R. A.; GIMENIZ-PASCHOAL, S. R.; NASCIMENTO, E. N.; MATSUMONO, P. H. V. R. O uso de entrevista, observação e videogravação em pesquisa qualitativa. **Cadernos de Educação**, n. 30, 11.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951.
- COSTAS, F. A. T.; FERREIRA, L. S. **Sentido, significado e mediação em Vygotsky: implicações para a constituição do processo de leitura**. Revista Iberoamericana de Educación. nº 55, 2011, pp. 205-223 (ISSN: 1022-6508)
- DAVIDOV, V. V. **PROBLEMAS DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL: A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**. 1988
- DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988b.
- DAVÍDOV, V. V., (1987). Analisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro proximo. In: SHUARE, Marta. La Psicología evolutiva y pedagogía en la URSS. Antología. Moscu: Editorial Progreso, p. 143-154.
- DAVYDOV, V. **Tipos de generalizacion en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educacion, 1982.
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pró-Posições**, v.4, n.1[10], p.78-91, mar. 1993.
- GÓES, Maria Cecília Rafael de; CRUZ, Maria Nazaré da. (2016). **Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski**. Pro-Posições, v. 17, n. 2 (50) - maio/ago. 2006, 31-45.
- GONÇALVES, P. G. F; NÚÑEZ, I. B. (2021). O controle na resolução de problemas matemáticos: uma experiência na formação de professores. *Bolema: Boletim De Educação Matemática*, 35(69), 459–478.

GONZÁLEZ REY, F. L. **Psicoterapia, subjetividade e pós-modernidade: uma aproximação histórico- cultural.** Trad. de Guillermo Matias Gamucio. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2007.

HOGBEN, Lancelot. **As Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos.** 2. ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção.** 9ª ed. São Paulo: Editora Globo, 1988.

KUZMINA, N. **Ensayo sobre la psicología de la actividad del maestro.** Tradução de Rosário Bilbao Crespo. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987.

LEFEBVRE, Henri. **Marxismo.** Tradução de William Lagos. Porto Alegre: L&PM, 2011.

LENIN, V. I. *As três fontes e as três partes constitutivas do marxismo.* São Paulo: Global Editora, 1979 (Coleção Bases n.09)

LEONTIEV, A. N. **Atividade Consciência Personalidade.** Buenos Aires: Editora Miraveja, 2021.

LEONTIEV, A. N. Os Princípios Psicológicos da Brincadeira Pré-escolar. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.** Trad. Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010. p. 119-142.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.** Trad. Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010. p. 59-83.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** 2- ed. -- São Paulo: Centauro, 2004.

LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação [online].** 2004, n. 27, pp. 5-24.

MARTINS, Lígia Márcia. O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da Psicologia Histórico-cultural e da Pedagogia Histórico-crítica. 2011. 250 f. Tese (Dourado em Psicologia da Educação) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.

MARTINS, Lígia Márcia; CARVALHO, Bruna. (2017). **A atividade humana como unidade afetivo-cognitiva: um enfoque histórico-cultural.** Psicologia Em Estudo, 21(4), 699-710. <https://doi.org/10.4025/psicoestud.v21i4.32431>

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **O Capital: Crítica de Economia Política, volume I.** São Paulo: Abril Cultural, 1983. v. 1.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo e ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo: São Paulo, 2008.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de, ARAÚJO, Elaine Sampaio, MORETTI, Vanessa Dias, PANOSSIAN, Maria Lúcia, & RIBEIRO, Flávia Dias. (2010, jan./abr.). **Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem**. Revista Diálogo Educacional, 10(29), 205-229.

MOURA, M. O. de; LANNER de MOURA, A.R. **Escola: Um Espaço Cultural. Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re) criar - Um modo de lidar com as dimensões do mundo**. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

NOGUEIRA, Makeliny Oliveira Gomes, LEAL, Daniela. **Teorias da Aprendizagem: um encontro entre os pensamentos filosóficos, pedagógico e psicológico**. 3. ed. rev., ampl. e atual. Curitiba: InterSaberes, 2018. (Série Construção Histórica da Educação)

NÚÑEZ, Isauro Beltran. Capítulo 2: A formação de conceitos científicos a escola e a teoria da atividade de A. N. Leontiev. In: **Vygotsky Leontiev Galperin: Formação de conceitos e princípios didáticos**. p. 63-89. Brasília: Liber Livro, 2009.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

OLIVEIRA, Marta Regina Furlan de. **A lógica do consumo na sociedade contemporânea e sua influência na mediação do professor no processo de formação do pensamento infantil**. 293 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Orientador: Prof. Dr. João Luiz Gasparin. Maringá, 2011.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

PEREIRA, João Junior Bonfim Joia; FRANCIOLI, Fatima Aparecida de Souza. Materialismo Histórico-Dialético: contribuições para a Teoria Histórico-Cultural e a Pedagogia Histórico-Crítica. **Germinal: Marxismo e Educação em Debate**, Londrina, v. 3, n. 2, p. 93-101, dez. 2011.

PIRES, Marília Freitas de Campos. O materialismo histórico-dialético e a Educação. **Interface — Comunicação, Saúde, Educação**, v.1, n.1, 1997.

PRESTES, Zoia Ribeiro. **Quando Não é Quase a Mesma Coisa: Análise de Traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil Repercussões no Campo Educacional**. Tese (Doutorado) — Unb, Brasília, 2010.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. et al. (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SANTOS FILHO, José C. Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. In: SANTOS FILHO, José Camilo; GAMBOA, Sílvia Sanchez (Org.). **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 1995.

SANTOS, Marília Alves dos; ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. A TEORIA DA ATIVIDADE DE A. N. LEONTIEV: uma síntese a partir de suas principais obras. **Revista Brasileira da Pesquisa Sócio-Histórico-Cultural e da Atividade**, [S. L.], v. 2, n. 2, p. 1-23, 30 nov. 2020. Semestral. Disponível em: <https://www.revistashc.org/index.php/shc/article/view/75/33>. Acesso em: 02 jul. 2022.

SANTOS, Rogério de Souza. **O Desenvolvimento do Pensamento Teórico no Ensino da Termodinâmica em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem**. 2018. 234 f. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2018.

SFORNI, Marta Sueli de Faria. Aprendizagem e desenvolvimento: o papel da mediação. In: CAPELLINI, V. L. F.; MANZONI, R. (Orgs.). **Políticas públicas, práticas pedagógicas e ensino-aprendizagem: diferentes olhares sobre o processo educacional**. 1ª ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008

SOUSA, Maria do Carmo de. **O ensino de álgebra numa perspectiva logico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, 2004.

SOUSA, Maria do Carmo de; PANOSSIAN, Maria Lucia; CEDRO, Wellington Lima. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos**. 1. ed. Campinas: Mercado das Letras, 2014.

SOUZA, Vera Lúcia Trevisan de; ANDRADA, Paula Costa de. Contribuições de Vigotski para a compreensão do psiquismo. **Estudos de Psicologia**, Campinas, v. 30, n. 3, p. 355-365, julho – setembro. 2013.

TALÍZINA, N. F. **Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la educación superior**. La Habana: Universidad de la Habana, 1985.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKII, L. S. **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar**. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010, pp, 103-117.