



SARAH MARTINS REZENDE

**ESTIMAÇÃO DOS PONTOS CRÍTICOS DO CRESCIMENTO
DE FRUTOS DE CAFÉ CONILON: INTERVALOS DE
CONFIANÇA VIA BOOTSTRAP**

LAVRAS – MG

2025

SARAH MARTINS REZENDE

**ESTIMAÇÃO DOS PONTOS CRÍTICOS DO CRESCIMENTO DE FRUTOS DE CAFÉ
CONILON: INTERVALOS DE CONFIANÇA VIA BOOTSTRAP**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

Dr. Tales Jesus Fernandes
Orientador

Dr. João Felipe de Brites Senra
Coorientador

**LAVRAS – MG
2025**

**Ficha Catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração
de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Rezende, Sarah Martins.

Estimação dos pontos críticos do crescimento de frutos de café conilon : Intervalos de confiança via bootstrap / Sarah Martins Rezende. - 2025.

62 p. : il.

Orientador: Tales Jesus Fernandes

Coorientador: João Felipe de Brites Senra

Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Federal de Lavras, 2025.

Bibliografia.

1. Regressão. 2. Modelo Logístico. 3. Maturação. 4. Desenvolvimento de frutos. 5. Massa seca. I. Fernandes, Tales Jesus. II. Senra, João Felipe de Brites . III. Universidade Federal de Lavras. IV. Título.

SARAH MARTINS REZENDE

**ESTIMAÇÃO DOS PONTOS CRÍTICOS DO CRESCIMENTO DE FRUTOS DE CAFÉ
CONILON: INTERVALOS DE CONFIANÇA VIA BOOTSTRAP**

**ESTIMATION OF CRITICAL POINTS FOR CONILON COFFEE FRUITS
GROWTH: CONFIDENCE INTERVALS USING BOOTSTRAP**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 17 de junho de 2025.

Dr. Joel Augusto Muniz UFLA

Dr. Helbert Rezende de Oliveira EPAMIG

Dr. Tales Jesus Fernandes
Orientador

Dr. João Felipe de Brites Senra
Coorientador

**LAVRAS – MG
2025**

Este trabalho é inteiramente dedicado à minha família, os maiores incentivadores das realizações dos meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela saúde, força e coragem concedidas para enfrentar os desafios e alcançar os objetivos propostos.

Aos meus pais, Darlei e Sandra, e ao meu irmão, Darlan, agradeço profundamente pela compreensão durante as ausências, pelo carinho constante, paciência e amor incondicional em cada etapa dessa caminhada.

À minha avó, Natália, e à minha madrinha, Solange, agradeço pela atenção, apoio e generosidade sempre presentes.

Ao meu noivo, Fernando, por ser meu alicerce ao longo de toda a trajetória, oferecendo amor, incentivo, apoio e companhia nos momentos mais difíceis e nos mais felizes.

Ao meu querido orientador, professor Tales, pela confiança depositada em meu trabalho, pelo incentivo constante e por compartilhar ensinamentos que foram essenciais para meu crescimento acadêmico e pessoal.

Aos amigos da pós-graduação, em especial Vanessa, Lucas, Melissa, Gean, Gisela, Louiziane, Rafael, Marcela, Davi, João, Yasmin, Vitória e Viviane, pela parceria, apoio mútuo e por tornarem os momentos desafiadores mais leves e cheios de aprendizado.

Aos colegas do Núcleo de Estudos em Regressão Não Linear Aplicada (NLIN), pela valiosa troca de conhecimentos, colaboração e convivência construtiva.

Ao Programa de Pós Graduação do departamento de Estatística, por cada contribuição significativa à minha formação acadêmica e científica.

À UFLA, Universidade Federal de Lavras, pelo ensino de excelência e por estar presente em boa parte da minha vida.

E, por fim, a todos que, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização deste percurso: meu sincero e profundo agradecimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

O café conilon (*Coffea canephora*) é uma cultura agrícola de grande relevância econômica, especialmente em regiões tropicais, devido à sua resistência a condições adversas e seu papel estratégico na produção nacional. Nesse contexto, o conhecimento aprofundado sobre o crescimento e desenvolvimento dos frutos é fundamental para aprimorar as práticas de manejo, elevar a produtividade e garantir a qualidade do produto final. Diante disso, este estudo teve como objetivo descrever o acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon, utilizando o modelo Logístico, dos clones P1, 204 e 407, com ênfase na obtenção dos pontos críticos das curvas de crescimento e dos respectivos intervalos de confiança. Os dados utilizados foram obtidos a partir do estudo de Senra et al. (2022). A estimação dos pontos críticos das curvas e das raízes das derivadas foi realizada por meio do método de Newton–Raphson, enquanto os intervalos de confiança desses pontos foram estimados via técnica de reamostragem *bootstrap*. A qualidade do ajuste do modelo foi avaliada pelo coeficiente de determinação (R^2). Os valores estimados para o parâmetro b , que representa o momento de acúmulo máximo de massa seca, foram de 117, 84 e 59 dias após a florada para os clones P1, 204 e 407, respectivamente, com massas secas máximas (parâmetro a) correspondentes de 21,66 g, 21,12 g e 14,53 g. Esses resultados corroboram a classificação dos clones em relação ao desenvolvimento dos frutos como tardio (P1), intermediário (204) e precoce (407). Dentre os pontos críticos, destacam-se os valores estimados para o ponto de desaceleração máxima (PDM), obtidos em 198, 160 e 125 dias após a florada, e para o ponto de desaceleração assintótica (PDA), em 259, 216 e 174 dias, respectivamente. Essa diferenciação entre os ciclos de crescimento é especialmente relevante para o planejamento das práticas de manejo, além do escalonamento da colheita. A caracterização dos pontos críticos contribui para estratégias de uso eficiente de insumos e para a maximização do potencial produtivo. Além disso, o intervalo entre o PDM e o PDA define o estágio fisiológico ideal para a aplicação de maturadores, favorecendo a uniformização da maturação e a otimização da colheita. Dessa forma, os resultados obtidos fortalecem a base científica para o manejo mais eficiente e sustentável do café conilon.

Palavras-chave: regressão; modelo Logístico; maturação; desenvolvimento de frutos; massa seca.

ABSTRACT

Conilon coffee (*Coffea canephora*) is an agricultural crop of great economic importance, especially in tropical regions, due to its resistance to adverse conditions and its strategic role in national production. In this context, an in-depth understanding of fruit growth and development is essential to improve management practices, increase productivity, and ensure the quality of the final product. Therefore, this study aimed to describe the dry matter accumulation in conilon coffee fruits using the Logistic model for clones P1, 204, and 407, with emphasis on the estimation of critical points of the growth curves and their respective confidence intervals. The data used were obtained from the study by Senra et al. (2022). The estimation of the critical points and the roots of the model's derivatives was carried out using the Newton–Raphson method, while the confidence intervals for these points were estimated using the bootstrap resampling technique. The quality of model fit was evaluated using the coefficient of determination (R^2). The estimated values for parameter b , which represents the moment of maximum dry matter accumulation, were 117, 84, and 59 days after flowering for clones P1, 204, and 407, respectively, with corresponding maximum dry masses (parameter a) of 21.66 g, 21.12 g, and 14.53 g. These results support the classification of the clones in terms of fruit development as late (P1), intermediate (204), and early (407). Among the critical points, noteworthy are the estimated values for the point of maximum deceleration (PDM), obtained at 198, 160, and 125 days after flowering, and for the point of asymptotic deceleration (PDA), at 259, 216, and 174 days, respectively. This differentiation in growth cycles is particularly relevant for planning management practices and harvest scheduling. The characterization of these critical points contributes to strategies for efficient input use and maximization of productive potential. Moreover, the interval between the PDM and PDA defines the ideal physiological stage for the application of ripening agents, promoting maturation uniformity and optimizing harvesting. Thus, the results obtained strengthen the scientific foundation for more efficient and sustainable conilon coffee management.

Keywords: regression; Logistic model; ripening; fruit development; dry matter.

INDICADORES DE IMPACTO

O presente estudo traz importantes contribuições científicas e metodológicas ao aplicar o modelo Logístico combinado com a técnica *bootstrap* para a estimação dos parâmetros do acúmulo da massa seca dos frutos de café conilon juntamente com os intervalos de confiança para os pontos críticos deste modelo. Essa abordagem proporciona maior segurança estatística nas inferências, oferecendo novos referenciais para a compreensão da dinâmica fisiológica dos frutos ao longo do tempo. No âmbito agrônomo, os resultados obtidos permitem ajustar práticas de manejo nutricional e irrigação de forma mais precisa, ao identificar os períodos de maior atividade metabólica dos frutos. Essa informação é essencial para maximizar a eficiência do uso de insumos e otimizar a produtividade. Além disso, a distinção entre clones de desenvolvimento precoce, intermediário e tardio possibilita um planejamento escalonado da colheita, com melhor aproveitamento da mão de obra e da infraestrutura, contribuindo para a redução de perdas e melhoria na qualidade do produto final. Para programas de melhoramento genético, os parâmetros e pontos críticos estimados funcionam como critérios auxiliares valiosos para a seleção de genótipos com características desejáveis, como ciclos de desenvolvimento mais curtos ou maior eficiência fisiológica. Esses aspectos são particularmente relevantes diante das mudanças climáticas, que exigem maior adaptabilidade dos cultivares para garantir a sustentabilidade da produção. Por fim, economicamente, a aplicação dos conhecimentos gerados pode resultar em redução de custos e aumento da produtividade, beneficiando diretamente os produtores ao permitir um manejo mais eficiente e colheitas no ponto ideal de maturação.

IMPACT INDICATORS

This study provides important scientific and methodological contributions by applying the Logistic model combined with the bootstrap technique to estimate the parameters of dry mass accumulation in Conilon coffee fruits, along with confidence intervals for the critical points of this model. This approach offers greater statistical reliability in the inferences, providing new benchmarks for understanding the physiological dynamics of the fruits over time. From an agronomic perspective, the obtained results allow for more precise adjustment of nutritional management and irrigation practices by identifying periods of highest metabolic activity in the fruits. This information is essential to maximize input-use efficiency and optimize productivity. Moreover, distinguishing between early, intermediate, and late development clones enables a staggered harvest planning, improving labor and infrastructure utilization, thereby contributing to loss reduction and enhancement of final product quality. For breeding programs, the estimated parameters and critical points serve as valuable auxiliary criteria for selecting genotypes with desirable traits, such as shorter development cycles or greater physiological efficiency. These aspects are particularly relevant in the context of climate change, which demands greater cultivar adaptability to ensure production sustainability. Finally, from an economic standpoint, applying the generated knowledge can lead to cost reduction and productivity increase, directly benefiting producers by enabling more efficient management and harvests at the optimal maturation point.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Comparação entre os cafeeiros <i>Coffea canephora</i> (A) e <i>Coffea arabica</i> (B).	22
Figura 2.2 – Fluxograma do melhoramento genético do café conilon.	24
Figura 2.3 – Interpretação geométrica do método de Newton-Raphson.	33
Figura 4.1 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone P1.	45
Figura 4.2 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone 204.	46
Figura 4.3 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone 407.	46
Figura 4.4 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone P1 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).	49
Figura 4.5 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone 204 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).	50
Figura 4.6 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone 407 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).	50
Figura 4.7 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone P1.	53
Figura 4.8 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone 204.	54
Figura 4.9 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone 407.	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Calendário de coletas e estimação do acúmulo de matéria seca nos frutos de <i>Coffea canephora</i>	39
Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados aos resíduos do modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de massa seca nos clones P1, 204 e 407.	42
Tabela 4.2 – Estimativas e intervalos de confiança via <i>bootstrap</i> para os parâmetros do modelo Logístico ajustados aos dados de acúmulo de massa seca para os clones P1, 204 e 407.	43
Tabela 4.3 – Estimativas dos pontos críticos do modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de massa seca dos clones P1, 204 e 407 obtidas com base nas derivadas do modelo, sendo a abscissa o tempo (em dias após a floração) em que ocorrem os pontos críticos, e a ordenada sendo a massa seca acumulada no respectivo ponto.	47
Tabela 4.4 – Intervalo de confiança para a abscissa dos pontos críticos do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca dos clones P1, 204 e 407 obtidos via <i>bootstrap</i> com base nas derivadas do modelo.	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	A cultura do café	16
2.1.1	Maturadores na cultura do café	17
2.2	O cafeeiro conilon	19
2.2.1	Reprodução e Propagação	21
2.2.2	Variedades clonais	23
2.3	Curvas de crescimento	25
2.3.1	Massa seca - indicador do crescimento dos frutos	26
2.4	Modelos de Regressão	27
2.4.1	Estimação dos parâmetros	28
2.4.2	Análise de resíduos	30
2.4.3	Modelo Logístico	31
2.5	Pontos críticos	32
2.5.1	Método de Newton-Raphson	33
2.6	Intervalos de confiança via <i>Bootstrap</i>	34
3	MATERIAL E MÉTODOS	38
3.1	Dados analisados	38
3.2	Ajuste e estimação dos parâmetros	39
3.2.1	Intervalos de confiança para os parâmetros	40
3.3	Análise de resíduos	40
3.4	Estimação dos pontos críticos	40
3.4.1	Intervalos de confiança para os pontos críticos	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
4.1	Estimação dos parâmetros e análise de resíduo	42
4.1.1	Representação gráfica e qualidade do ajuste	45
4.2	Estimativas e interpretação dos pontos críticos	47
4.2.1	Análise das derivadas do modelo Logístico	49
4.2.2	Intervalos de confiança <i>bootstrap</i> para os pontos críticos	51
4.2.3	Modelagem final do acúmulo de massa seca com os pontos críticos da curva	53
5	CONCLUSÕES	55

REFERÊNCIAS 57

1 INTRODUÇÃO

O café é uma das bebidas naturais mais consumidas no mundo, com crescente aceitação em diversas formas de preparo. Sua disseminação histórica consolidou-o como um produto de relevância econômica e sociocultural, com demanda crescente. Segundo a Organização Internacional do Café (OIC), diante de um crescimento no consumo de 1,5% a 2,5% ao ano, acredita-se que, em 2025, o mundo demandará cerca de 25 a 35 milhões de sacas de café a mais do que em 2015 (Carvalho *et al.*, 2015). Essa tendência impulsiona não apenas a produção, mas também a busca por inovação tecnológica no setor cafeeiro.

O Brasil é o maior produtor e exportador mundial de café. Com 96% da área do café já colhida no final de agosto, a safra de 2025 do grão está estimada em 55,2 milhões de sacas beneficiadas. Mesmo sendo caracterizado por ser um ciclo de baixa bienalidade, o volume estimado aponta um crescimento de 1,8% em comparação com o resultado obtido em 2024.

Dentre as principais espécies cultivadas, o *Coffea canephora* com variedades conhecidas como robusta e conilon, destaca-se por sua alta produtividade, rusticidade, tolerância ao calor e resistência a doenças, sendo uma alternativa estratégica diante dos desafios impostos pelas mudanças climáticas. Esta importância econômica e a expansão contínua da produção de café conilon destacam a necessidade de uma compreensão mais profunda de seus aspectos fisiológicos e fenológicos, especialmente no que diz respeito ao desenvolvimento dos frutos.

A cadeia produtiva do café conilon do Brasil melhorou seu perfil de produção e qualidade na última década em virtude de substanciais investimentos no desenvolvimento de diferentes tecnologias, sobretudo nas áreas de melhoramento genético, manejo dos cafezais e aperfeiçoamento dos processos de irrigação, nutrição de plantas, colheita, pós-colheita e beneficiamento (Ferrão *et al.*, 2017). Em 2024, pela primeira vez em sete anos, o preço do café robusta superou o da variedade arábica, reflexo das condições climáticas adversas que impactaram os principais países produtores (G1, 2024).

O desenvolvimento dos frutos de café conilon apresenta variações fisiológicas relevantes ao longo do ciclo, afetando diretamente a qualidade e o rendimento da colheita, além da eficiência das práticas de manejo e as decisões sobre a colheita (Cunha *et al.*, 2007; Melo; Bonini; Mucoucah, 2022). Métodos fenológicos, visuais e físicos são comumente utilizados para avaliar a maturação dos frutos (Gurjão *et al.*, 2006), porém seus resultados podem variar em função de fatores ambientais, genéticos e de manejo.

Entre as estratégias utilizadas para melhorar a uniformidade da maturação e facilitar a colheita dos frutos do café, destaca-se o uso de maturadores químicos. Segundo Rehagro (2022), esses produtos atuam na regulação do desenvolvimento fisiológico dos frutos, promovendo a maturação mais homogênea, uma colheita escalonada e reduzindo perdas associadas a grãos verdes que ainda não se desenvolveram totalmente. Seu uso tem se mostrado uma alternativa, especialmente em lavouras comerciais com grande variabilidade no estágio de maturação dos frutos, contribuindo para o aumento da eficiência da colheita e para a padronização da qualidade do produto final (Revista Cultivar, 2015).

Com isso, os modelos de regressão têm sido amplamente utilizados para descrever o crescimento dos frutos, fornecendo uma base para a formulação de estratégias agronômicas. Com o avanço das ferramentas computacionais, tornou-se possível ajustar modelos não lineares, como Gompertz, Logístico e von Bertalanffy, de forma mais eficiente, mesmo em grandes conjuntos de dados, permitindo uma descrição precisa do comportamento das variáveis de interesse. Tais modelos descrevem padrões sigmóides de crescimento, caracterizados por fases distintas: crescimento inicial lento, fase exponencial e estabilização. Dessa forma, fornecem informações para o manejo agrícola, programas de melhoramento genético e otimização de recursos.

O modelo Logístico é um dos modelos não lineares mais utilizados na literatura para a modelagem de curvas de crescimento. Originalmente, foi proposto por Verhulst no século XIX para o crescimento populacional e tem-se mostrado eficaz na modelagem de processos biológicos, como o crescimento de frutos, pois apresenta facilidade de interpretação de seus parâmetros. Desde então, sua aplicação foi expandida para diferentes áreas, como na descrição do comportamento produtivo do tomateiro (Sari *et al.*, 2018), no acúmulo de massa seca de plantas daninhas (Azarias *et al.*, 2023b), na análise de clientes para a concessão de crédito bancário (Beserra *et al.*, 2022), dentre outros.

Além de descrever o padrão geral de crescimento, os modelos não lineares, assim como o modelo Logístico, permitem a estimativa de pontos críticos de sua curva de crescimento, que são eles: Ponto de Aceleração Máxima (PAM), Ponto de Inflexão (PI), Ponto de Desaceleração Máxima (PDM) e Ponto de Desaceleração Assintótica (PDA). Esses pontos são fundamentais para a compreensão do desenvolvimento das culturas ao longo do tempo e aparecem em diferentes estudos na literatura, como na produção de pimenta biquinho (Diel *et al.*, 2020), na

caracterização do ciclo de produção dos genótipos de abobrinha italiana (Lúcio *et al.*, 2021), na descrição dos pontos críticos da COVID-19 (ALLAMAN; JELIHOVSCHI, 2022) etc.

A técnica de reamostragem *bootstrap*, proposta por Efron em 1979, tem-se consolidado como uma ferramenta estatística robusta para avaliar a incerteza de estimativas em modelos não lineares. No contexto da modelagem do acúmulo de massa seca dos frutos de café conilon, o *bootstrap* permite obter intervalos de confiança para parâmetros e pontos críticos do modelo Logístico sem depender de fortes pressupostos sobre a distribuição dos erros. Dessa forma, a técnica amplia a confiabilidade das inferências, oferecendo suporte à interpretação biológica dos resultados e contribuindo para a tomada de decisões no manejo agrícola.

Diante disso, o presente estudo tem como objetivo descrever o acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon, utilizando o modelo Logístico, dos clones P1, 204 e 407, com ênfase na obtenção dos pontos críticos das curvas de crescimento e dos respectivos intervalos de confiança. Com isso, busca-se compreender o desenvolvimento dos frutos e fornecer informações que possam contribuir para a otimização das práticas agrícolas e o aumento da produtividade desta cultura.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, é apresentada uma revisão da literatura relacionada à cultura do café conilon, com ênfase nos aspectos agronômicos, fisiológicos e estatísticos que embasam este estudo. São abordados temas como a reprodução e propagação do cafeeiro, a importância das variedades clonais, o uso de modelos de regressão para descrever o crescimento dos frutos, os métodos de estimação de parâmetros, análise de resíduos e identificação de pontos críticos por meio do modelo Logístico, além da aplicação do método *Bootstrap* para os intervalos de confiança dos pontos influentes.

2.1 A cultura do café

O café se destaca como um produto agrícola pelo seu grande papel econômico e social. De origem africana, as primeiras mudas e sementes do café chegaram ao Brasil pela Guiana Francesa. Segundo Taunay (1939), o Sargento-Mor Francisco de Mello Palheta foi enviado à capital da Guiana Francesa com a missão de trazer o café para o Brasil, que já possuía grande valor no comércio internacional, voltando ao Brasil em maio de 1727 com pouco mais de 30 sementes e 5 mudas de café. Ainda sobre o mesmo autor, o aumento da cultura do café no Brasil foi tão acentuado que, em meados do século XIX, o país já respondia por metade da produção mundial, tendo aumentado ainda mais a participação nos 50 anos seguintes.

O Brasil é o maior exportador mundial de café e o segundo maior consumidor. Segundo Cardoso *et al.* (2024), até julho de 2024, o Brasil exportou US\$ 5,7 bilhões em café verde (denominação utilizada para o grão cru beneficiado, já seco e preparado para exportação, mas ainda não torrado), representando um aumento de 50% em relação ao período anterior. Essa relevância econômica se reflete também no mercado interno e no número de empregos gerados em toda a cadeia produtiva, desde o cultivo até a comercialização. Deste modo, com expressiva participação na balança comercial agrícola, o cultivo do café é responsável por cerca de 8 milhões de empregos para a população nos campos cafeeiros (BRASIL, 2023; Brasileiro, 2025).

Além disso, segundo a Conab (2025), a segunda estimativa de produção para a safra brasileira de café em 2025, em seu ciclo de baixa bienalidade, indica uma produção de 55,7 milhões de sacas beneficiadas, incluindo as espécies arábica e conilon. Essa produção é 2,7% ou 1,5 milhão de sacas acima do volume produzido em 2024, se configurando como a maior da série de

baixa bienalidade. O ciclo bienal é uma característica do cafeeiro, e consiste na alternância de um ano com grande florada, seguido por outro com florada menos intensa. Essa característica natural permite que a planta se recupere para produzir melhor na safra subsequente. Contudo, uma adversidade climática pode alterar o ciclo bienal.

De acordo com Davis *et al.* (2011), apesar de já terem sido identificadas mais de 120 espécies do gênero *Coffea*, a produção mundial de café advém, quase que exclusivamente, do cultivo de duas delas: *Coffea arabica*, com variedades como arábica, mundo novo e catuaí; e *Coffea canephora*, com variedades como conilon, robusta e guarini. A espécie *C. arabica* predomina em regiões de altitudes elevadas e clima ameno, sendo conhecida por sua qualidade sensorial superior. Já *C. canephora* é amplamente cultivada em regiões de menor altitude, com clima mais quente, apresentando maior rusticidade, resistência e alta produtividade.

Nesse contexto, é necessária uma diferenciação entre os termos "espécie", "variedade" e "cultivar". As espécies correspondem a grupos de indivíduos que compartilham características em comum, mas apresentam diferenças genéticas naturais em relação a outros grupos. As variedades são subdivisões dentro de uma mesma espécie, também resultantes de variação natural, que se mantêm estáveis e distinguíveis. Já as cultivares (do inglês *cultivated variety*) correspondem a grupos obtidos por seleção artificial, voltada ao aprimoramento de características de interesse agrícola, como porte reduzido, ciclo de maturação ou tolerância a estresses.

Contudo, a cafeicultura brasileira enfrenta desafios impostos pelas mudanças climáticas. Segundo a Revista Cafeicultura (2024), a elevação das temperaturas médias, a irregularidade das chuvas e a ocorrência de eventos extremos, como geadas e secas prolongadas, têm impactado tanto a produtividade quanto a geografia do cultivo. Áreas tradicionalmente propícias ao cultivo do café arábica vêm apresentando riscos, ao passo que regiões antes marginais tornam-se potencialmente produtivas para o conilon, dada sua maior resistência ao estresse hídrico e térmico. Isso tem incentivado pesquisas para o melhoramento genético de materiais mais adaptados e investimentos em irrigação e sombreamento.

2.1.1 Maturadores na cultura do café

Dentre os diversos fatores que influenciam a qualidade do café, destaca-se o estágio de maturação dos frutos no momento da colheita, por ser um aspecto determinante para a obtenção de um produto final de excelência. A desuniformidade na maturação é um dos principais

desafios enfrentados pela cafeicultura atual, resultado, sobretudo, das sucessivas floradas e da variabilidade climática. Essa condição compromete os processos de colheita — tanto manuais quanto mecanizados —, reduz o desempenho operacional, impacta negativamente o rendimento em etapas como o “descascamento” e interfere diretamente na qualidade sensorial do café, conforme destacado pela Revista Cultivar (2015).

Uma das soluções apontadas para esse problema é o desenvolvimento de cultivares com floração mais uniforme e, conseqüentemente, com maturação concentrada. No Brasil, há avanços significativos nessa área, tanto por meio do melhoramento genético convencional quanto por técnicas modernas de biotecnologia. Paralelamente, outra estratégia agrônômica consiste na utilização de substâncias reguladoras do crescimento vegetal que promovem ou sincronizam a maturação dos frutos. O etileno, reconhecido há quase um século como o principal “hormônio da maturação”, desempenha papel central em diversos processos fisiológicos em plantas, incluindo a abscisão e o amadurecimento.

Contudo, seu uso prático era inicialmente limitado pelo fato de ser um gás, o que dificultava sua aplicação em campo. Essa limitação foi superada em 1967, quando a Amchem lançou no mercado o ácido 2-cloroetilfosfônico (CEPA), conhecido comercialmente como Ethrel ou Etephon. Essa substância, precursora do etileno, é estável em meio ácido e, ao ser absorvida pela planta, decompõe-se liberando etileno diretamente nas células-alvo, o que potencializa a resposta fisiológica desejada. Estudos como o de Monaco & Söndahl (1974) já demonstravam que a aplicação de Ethrel pode acelerar a maturação dos frutos de café, especialmente quando os ramos contêm frutos nos estágios mais avançados de desenvolvimento. Os autores observaram que a aplicação do regulador de crescimento pode acelerar a maturação quando os frutos já apresentam endosperma totalmente desenvolvido. No entanto, aplicações precoces podem resultar em queda de frutos e folhas e secamento de ramos, especialmente em concentrações mais elevadas (Rehagro, 2022).

Resultados recentes reforçam a importância do manejo adequado com maturadores. Em estudo conduzido por Silva *et al.* (2009), a aplicação de Ethrel elevou a proporção de frutos cereja de 36% para 60%, o que correspondeu a um incremento de 66% no volume. De forma complementar, Carvalho *et al.* (2022) verificaram que os maturadores antecipam a colheita e promovem maior uniformidade de maturação dos frutos, sem, entretanto, alterar os atributos de qualidade da bebida. Em conjunto, esses achados evidenciam que a eficácia do uso de maturadores está intimamente relacionada ao momento correto de aplicação. Segundo Matiello

(2024), a eficácia do Ethrel está relacionada ao estágio fenológico dos ramos no momento da aplicação. Quando utilizado em ramos com predominância de frutos verdes, observa-se uma antecipação da maturação e maior uniformidade, facilitando a colheita e reduzindo perdas. No entanto, a aplicação em estádios inadequados pode comprometer a eficácia do tratamento ou até gerar efeitos indesejáveis, razão pela qual a definição precisa do momento da aplicação é essencial para o sucesso da técnica.

Segundo Rehagro (2022), o maturador possui ação externa ao fruto, ou seja, ele tem poder de maturação na casca do café. Assim, o maturador não acelera o desenvolvimento fisiológico do fruto/semente. Dessa forma, suas vantagens estão ligadas aos benefícios de se antecipar e/ou escalonar a colheita na propriedade, possibilitando um melhor dimensionamento e processamento da pós-colheita do café.

Portanto, o uso de maturadores na cultura do café representa uma ferramenta complementar para a gestão da maturação dos frutos, contribuindo para a eficiência da colheita, a melhoria da qualidade do produto e a redução de custos operacionais. A conclusão, idêntica à maioria das pesquisas realizadas no mundo, é que o Ethrel pode ser usado para uniformizar a maturação do fruto de café, sem prejudicar a qualidade da bebida, desde que aplicado quando os frutos estiverem completamente desenvolvidos, ou seja, com o endosperma maduro (Revista Cultivar, 2015). Ou seja, seu uso deve ser criterioso, baseado em orientações técnicas específicas para cada sistema produtivo e, nesse sentido, a época adequada para sua aplicação é um dos pontos mais essenciais a ser considerado para garantir os efeitos desejados na uniformização da maturação, evitando perdas na produtividade e na qualidade final do café.

2.2 O cafeeiro conilon

O *Coffea canephora*, originário da África Central, é amplamente cultivado em regiões tropicais, incluindo países da África, Ásia e América Latina (Ferrão *et al.*, 2015). No Brasil, é particularmente importante no estado do Espírito Santo, sendo o maior produtor nacional dessa variedade. Segundo a Conab (2025), no Espírito Santo se encontra a maior área destinada ao café conilon do país, com 286,7 mil hectares, seguido pela Bahia, com 50,2 mil hectares e Rondônia, com 47,4 mil hectares. Esta espécie é conhecida por sua rusticidade e capacidade de adaptação a condições ambientais adversas, como altas temperaturas e baixa precipitação, além de ser mais resistente a pragas e doenças.

Além de seu papel agrônômico, o café conilon apresenta significativa importância econômica e sociocultural em diversas regiões produtoras. As melhorias nas práticas de cultivo e processamento, aliadas a um mercado consumidor em expansão, indicam um cenário de crescimento saudável para essa variedade de café. Segundo o instituto de pesquisa Incaper (2024), seu cultivo tem-se expandido devido à adoção de tecnologias agrícolas, como o melhoramento genético, sistemas de irrigação eficientes e práticas de manejo adequadas. Ainda, segundo a Conab (2025), muitos produtores estão investindo na mecanização da colheita. Já é comum ver associações com máquinas de uso coletivo ou até mesmo produtores maiores com colhedoras próprias.

Essas inovações, associadas ao crescimento do mercado consumidor, tornam o conilon uma alternativa viável e promissora, principalmente em regiões de baixa altitude (Fassio; Silva, 2015). Segundo a Conab (2025), a produção de café conilon para 2025 está estimada em 18,7 milhões de sacas, o que representa um aumento de 27,9% em relação à safra de 2024 — o maior volume já registrado pela Conab. Esse crescimento é atribuído, principalmente, às condições climáticas favoráveis nas fases mais sensíveis da lavoura, que proporcionaram boas floradas e um número elevado de frutos por roseta.

O aumento global no consumo de café tem sido impulsionado, em parte, pela diversificação nos métodos de preparo e pelo crescimento do mercado de café solúvel, no qual o conilon exerce papel central. De acordo com EMBRAPA (2024), o Brasil exportou o equivalente a 1,91 milhão de sacas de 60 kg de café solúvel no primeiro semestre de 2024, um aumento de 3,3% em relação ao mesmo período do ano anterior. Segundo Ferrão *et al.* (2017), a demanda mundial pelo café conilon, tanto comercializado na forma de grãos verdes como na forma de solúvel, tem crescido de forma constante. O produto se consolida como porta de entrada para o consumo de café em países emergentes, devido ao seu custo competitivo e à sua adaptabilidade industrial.

A Associação Brasileira da Indústria de Café Solúvel (Abics) destaca, ainda, a importância do café conilon para suprir a demanda interna das indústrias de torrefação e de café solúvel, que abastecem mais de 130 países. Esse cenário reforça a relevância estratégica do conilon no contexto da cafeicultura nacional e internacional.

O cafeeiro conilon apresenta características fisiológicas que o tornam particularmente adaptado a regiões de clima quente e seco. Uma de suas principais vantagens é o sistema radicular mais profundo e robusto, que confere maior tolerância ao estresse hídrico. Segundo

Incaper (2022), essa espécie apresenta maior eficiência no uso da água e possui uma fisiologia foliar mais resistente à perda de água por transpiração, o que garante maior estabilidade produtiva em ambientes de baixa disponibilidade hídrica.

Agronomicamente, o conilon apresenta floração múltipla, com frutificações escalonadas ao longo do ano, o que pode ser vantajoso para a colheita escalonada, mas também exige maior atenção no manejo nutricional e hídrico para garantir a uniformidade dos frutos (Souza *et al.*, 2017a). Nesse contexto, o estudo da dinâmica de crescimento dos frutos permite estabelecer janelas ideais para a colheita, otimizando o rendimento e a qualidade do produto final. Além disso, o conhecimento sobre a curva de crescimento fornece suporte para intervenções agrônomicas, como o escalonamento da irrigação, aplicação de fertilizantes e ajustes no calendário agrícola, tornando-se um conhecimento essencial para esta cultura.

2.2.1 Reprodução e Propagação

A reprodução e a forma de propagação do cafeeiro conilon exercem papel central na uniformidade e produtividade das lavouras, sendo temas essenciais para o entendimento do seu comportamento agrônomico. O *Coffea canephora* é uma espécie perene, de porte arbustivo e caule lenhoso, com folhas maiores e de coloração verde menos intensa que as do *Coffea arabica*. As flores são brancas, em grande número por inflorescência e por axila foliar. Os frutos apresentam formato e número variável em decorrência do material genético. São mais resistentes às condições adversas e apresentam maior teor de cafeína e sólidos solúveis nos grãos.

De acordo com Ferrão *et al.* (2017), os materiais genéticos do tipo conilon apresentam plantas multicaules (Figura 2.1), crescimento arbustivo, caules mais ramificados, folhas menores e mais alongadas, com coloração verde claro, frutos de menor tamanho com menos mucilagem e de maturação mais precoce, alto potencial de produção, maior susceptibilidade à ferrugem e maior tolerância à seca.

Segundo Ferrão *et al.* (2015), o cafeeiro conilon é originário das florestas tropicais úmidas, de baixas altitudes, e são plantas obtidas por meio de reprodução por alogamia, devido à autoincompatibilidade gametofítica, que inviabiliza a autofecundação ou o cruzamento entre plantas que apresentam a mesma constituição genética nos gametas reprodutivos. Isto é, a planta possui um mecanismo que impede a fertilização de óvulos por pólen da mesma planta.

Figura 2.1 – Comparação entre os cafeeiros *Coffea canephora* (A) e *Coffea arabica* (B).



Fonte: AgroAdvance (2023)

De acordo com Bragança *et al.* (2001), devido à alogamia da espécie, observa-se grande heterogeneidade entre plantas de uma mesma lavoura, pois as sementes obtidas não reproduzem necessariamente as características da planta-matriz.

Esta variabilidade, que dificulta os tratos culturais e reduz a produtividade e a qualidade do café conilon, pode ser diminuída com a utilização da propagação assexuada de plantas-matrizes selecionadas. Sendo assim, a reprodução natural dessa espécie por propagação sexuada, constitui-se num fator que leva à formação de lavouras heterogêneas e com grande expressão de desuniformidade nas características: altura, vigor, época e uniformidade de maturação dos frutos, formato, tamanho e peso dos grãos, suscetibilidade a pragas e doenças, tolerância à seca e, especialmente, potencial produtivo (Ferrão *et al.*, 2015; Carvalho *et al.*, 1991; Bragança *et al.*, 2001).

Como alternativa para a desuniformidade apresentada por lavouras oriundas de sementes, aconselha-se utilizar mudas produzidas por propagação vegetativa (clonagem) a partir de clones de plantas matrizes selecionados com bom desempenho agrônomico. As primeiras variedades clonais de café conilon para o Espírito Santo foram lançadas em 1993 (Incaper, 2022). A utilização dessas variedades possibilita o escalonamento da colheita, bem como das estrutu-

ras físicas para a secagem dos frutos e beneficiamento dos grãos. Assim, o uso de variedades clonais representa não apenas um avanço técnico, mas também promove maior padronização da lavoura.

2.2.2 Variedades clonais

As variedades clonais de *Coffea canephora*, propagadas por estaquias, são compostas por conjuntos de clones geneticamente superiores e compatíveis entre si. Por manterem a constituição genética das plantas matrizes, essas variedades garantem maior homogeneidade da lavoura, além de serem adaptadas a diferentes condições climáticas e de solo.

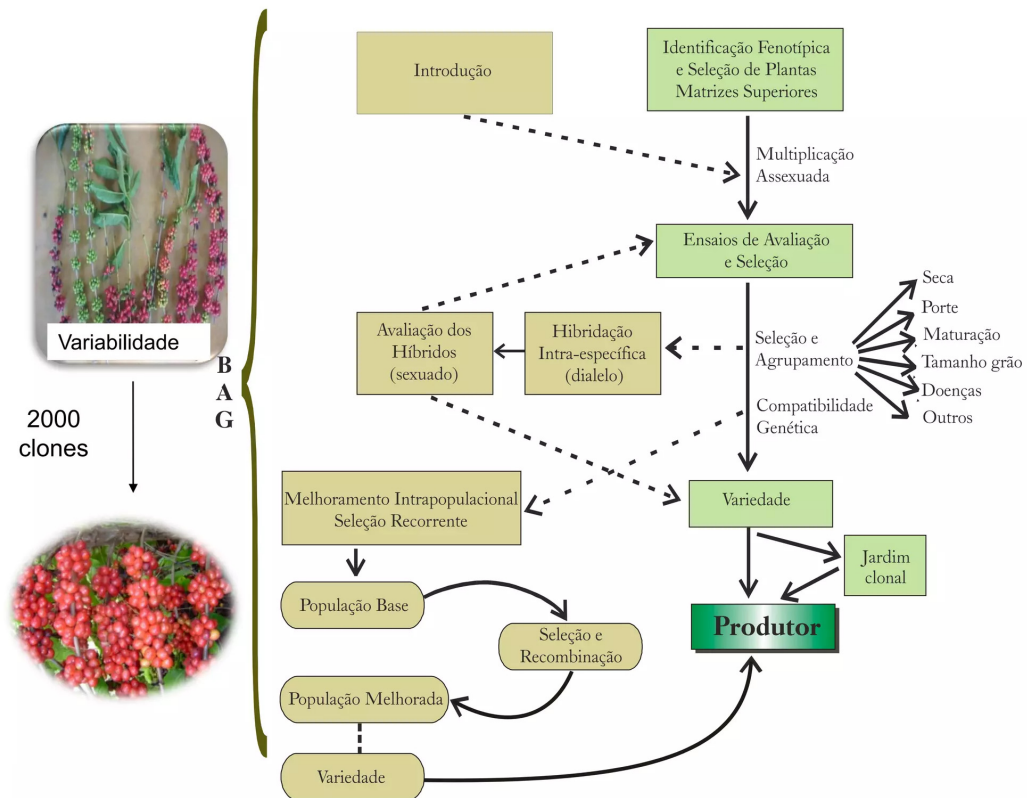
Para a produção sustentável de uma lavoura, a escolha da variedade melhorada que reúna adaptação, características agronômicas superiores e variabilidade genética é o passo de maior importância. Ou seja, as lavouras formadas de variedades clonais tendem a ser mais uniformes, com maior potencial produtivo e qualidade superior dos grãos. Com isso, é possível obter altas produtividades, maior tamanho e uniformidade de maturação dos grãos, além de escalonamento da colheita usando clones de ciclo precoce, médio e tardio (Bragança *et al.*, 2001; Fonseca *et al.*, 2008). Além disso, em lavouras clonais, principalmente nos plantios em linha, há maior facilidade na realização dos tratos culturais, como adubação, poda e aplicação de defensivos agrícolas.

As variedades clonais melhoradas são constituídas pelo agrupamento de clones selecionados por suas características superiores desejadas e foram definidos após uma série de procedimentos experimentais e análises biométricas utilizadas na pesquisa científica (Figura 2.2). Essas variedades devem ser, portanto, cultivadas sob determinadas técnicas e condições de cultivo para que expressem seu potencial (Ferrão *et al.*, 2015).

Dentre as formas de propagação vegetativa, a mais comumente utilizada é a técnica de estaquia de ramos ortotrópicos, com porcentagem de enraizamento de 95 a 100%. Essa técnica de propagação de plantas possibilita a manutenção das características genéticas das plantas matrizes de conilon, garantindo a homogeneidade da lavoura cafeeira (Bragança *et al.*, 2001).

O objetivo principal de programas de genética e melhoramento do café conilon é o desenvolvimento de variedades superiores, clonais e as propagadas por sementes que reúnam uma série de características de interesse, propiciem concomitantemente a obtenção de elevados valores em produtividade com menor custo de produção unitário, adaptabilidade a diferentes

Figura 2.2 – Fluxograma do melhoramento genético do café conilon.



Fonte: INCAPER (2022).

ambientes, estabilidade de produção e qualidade do produto compatível com as exigências do mercado consumidor. Tais condições são imprescindíveis para que o café, no caso, torne-se cada vez mais competitivo, conferindo maior estabilidade econômica e melhoria de vida aos cafeicultores, que, em sua quase totalidade no Estado, conduzem esta atividade em sistema de base familiar (Ferrão *et al.*, 2015).

Atualmente, diversas cultivares clonais de café conilon estão registradas no Ministério da Agricultura, resultado direto dos programas de melhoramento genético. Segundo Ferrão *et al.* (2021), foram registradas 30 cultivares de *coffea canephora* no Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (Mapa), resultado de pesquisas conduzidas por instituições como Incaper, Embrapa e EPAMIG. Essas cultivares apresentam ampla diversidade genética e características agrônomicas que atendem a diferentes regiões produtoras do Brasil.

2.3 Curvas de crescimento

O café conilon é uma cultura de grande relevância agropecuária, especialmente no contexto das práticas agrícolas. Ainda são necessários estudos mais aprofundados sobre a caracterização do seu crescimento, os quais são essenciais para embasar decisões técnicas relacionadas ao manejo sustentável da cultura.

Nesse contexto, Ságio (2009) descreve que o desenvolvimento do fruto do cafeeiro pode ser dividido em cinco estágios distintos: chumbinho, crescimento acelerado, crescimento lento, granação e maturação. No primeiro estágio, o crescimento é quase imperceptível; em seguida, há uma rápida expansão em tamanho e massa; posteriormente, ocorre uma desaceleração até que o fruto atinja seu volume final.

Do ponto de vista agrônomo, fisiológico e biológico, a análise de crescimento é uma ferramenta importante para identificar diferenças funcionais e estruturais entre cultivares de uma mesma espécie, facilitando a seleção de genótipos superiores em programas de melhoramento genético. Tais estudos são viabilizados por meio do acompanhamento das curvas de crescimento, que são medições repetidas de características como peso, comprimento e altura ao longo do tempo (Fernandes *et al.*, 2014).

O estudo de curvas de crescimento é fundamental em diversas áreas do conhecimento, pois permite compreender os padrões e fatores que influenciam o desenvolvimento de organismos, populações e sistemas ao longo do tempo. Entre suas aplicações, destacam-se: identificação das fases de desenvolvimento, tomada de decisão no manejo e planejamento, modelagem e predição, comparação entre tratamentos e genótipos, além do monitoramento de respostas ao ambiente.

Sob uma perspectiva física e observacional, as medições ao longo das fases de desenvolvimento dos frutos de café revelam um padrão de crescimento sigmoide (curvas em forma de "S"). Esse padrão expressa um crescimento inicial acelerado, seguido da desaceleração e posterior estabilização no crescimento, comportamento típico de frutos como o do café (Fernandes *et al.*, 2023).

Entender esse padrão é de suma importância para o manejo da cultura, pois permite identificar as fases fenológicas, o período de maior acúmulo de massa e o momento ideal para a adubação. Também contribui para a definição do ponto ideal de colheita, muitas vezes avaliado apenas de forma subjetiva.

As curvas de crescimento são amplamente utilizadas em diversos contextos, como o crescimento de frutos, como pêsego (Fernandes *et al.*, 2023) e café (Senra *et al.*, 2022); crescimento animal, como ovelhas (Borges *et al.*, 2023), codornas de corte (Ton *et al.*, 2021) e potros (Martins *et al.*, 2022); e até mesmo em áreas como saúde pública, como a pandemia da COVID-19 (Vitória; Campos, 2020; ALLAMAN; JELIHOVSCHI, 2022) e o desenvolvimento infantil (Santos; Franceschini; Priore, 2006). Assim, compreender as curvas de crescimento é um passo para o avanço de práticas agronômicas, contribuindo para a sustentabilidade da produção e a melhoria da qualidade final do produto.

2.3.1 Massa seca - indicador do crescimento dos frutos

O estudo da massa seca dos frutos ao longo do tempo é um dos métodos mais eficientes para caracterizar as curvas de crescimento do café conilon, pois reflete diretamente o acúmulo de fotoassimilados e a eficiência fisiológica da planta durante os diferentes estágios fenológicos. Essa abordagem permite identificar o período de maior atividade metabólica do fruto e, conseqüentemente, o ponto de máxima demanda por nutrientes, o que auxilia na definição de estratégias de manejo eficientes e no rendimento final da produção (Reckel, 2024).

Segundo Bragança *et al.* (2010), a curva de crescimento da massa seca geralmente apresenta comportamento sigmoide, também dividida em três fases distintas. O conhecimento desses padrões é essencial para determinar fatores como o melhor momento para práticas como a adubação de cobertura e o início da colheita, especialmente em cultivares com ciclos diferenciados (Mottin *et al.*, 2022).

Segundo Garcia (2015), o acompanhamento da massa seca de frutos ao longo dos estágios de desenvolvimento tem sido amplamente utilizado em diferentes culturas como forma de compreender a dinâmica do crescimento e da maturação. No caso do café, essa variável está fortemente relacionada à qualidade dos grãos e ao rendimento da lavoura, sendo também um parâmetro útil na seleção de genótipos em programas de melhoramento (Mota *et al.*, 2024; Souza, 2018).

A análise integrada da massa seca permite otimizar práticas agrícolas e selecionar cultivares com maior potencial produtivo e qualitativo. Gurjão *et al.* (2006) analisaram a matéria seca dos frutos e sementes de tamarindo. Santos (2023) utilizou o mesmo critério para analisar atributos físico-químicos de frutos de tomates-cereja produzidos na região do alto sertão

sergipano. SILVA *et al.* (2022) avaliaram aspectos como a massa seca dos frutos de mamão formosa. Esses estudos fornecem uma base metodológica que pode ser adaptada para o café conilon, permitindo o desenvolvimento de estudos que atendam às necessidades particulares dessa variedade de café.

2.4 Modelos de Regressão

Para descrever curvas de crescimento, um método quantitativo eficiente é o uso de modelos de regressão, sejam lineares ou não lineares. De acordo com Draper (1998), os modelos de regressão podem ser classificados, em relação a seus parâmetros, da seguinte forma:

- a) modelos lineares: todas as derivadas parciais em relação aos parâmetros do modelo não dependem de nenhum parâmetro;
- b) modelos não lineares: são modelos em que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro do modelo e não existe transformação capaz de torná-lo linear;
- c) modelos linearizáveis: estes não são lineares em sua forma inicial, mas podem se tornar lineares a partir de alguma transformação.

Os modelos de regressão integram um conjunto de ferramentas estatísticas voltadas, principalmente, para a realização de inferências e previsões, permitindo investigar relações entre variáveis e dinâmicas de crescimento. Em particular, os modelos não lineares se destacam por capturar padrões mais realistas de crescimento, como os observados em frutos e plantas, além de fornecerem parâmetros com interpretação biológica direta, o que facilita a tomada de decisão agrônoma (Fernandes *et al.*, 2015; Azarias *et al.*, 2023a; Terra; Muniz; Savian, 2010).

Dentre os principais modelos de regressão, que são amplamente utilizados na literatura, encontram-se modelos como Richards, Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy. Esses modelos têm sido utilizados em diversos estudos, como crescimento de diferentes tipos de frutos (SANTOS *et al.*, 2024); curvas de lactação (Rosa *et al.*, 2022); crescimento de plantas (N'Dafá *et al.*, 2022); animais (Silva *et al.*, 2024); dentre outros.

A aplicação de modelos não lineares para a descrição de curvas de crescimento, bem como de seus pontos críticos, proporciona maior conhecimento da cultura. Isto é, além do melhor ajuste aos dados biológicos, os modelos não lineares oferecem parâmetros diretamente interpretáveis, como taxa de crescimento, ponto de inflexão e valor máximo esperado, o que fa-

vorece aplicações práticas no manejo da lavoura. Sua estrutura relativamente simples, com poucos parâmetros, torna esses modelos parcimoniosos e eficientes na descrição do crescimento.

2.4.1 Estimação dos parâmetros

A estimação dos parâmetros em modelos não lineares é uma etapa fundamental na análise, pois influencia diretamente a qualidade do ajuste do modelo aos dados observados. Diferentemente dos modelos lineares, cujos parâmetros podem ser estimados analiticamente por meio do método dos mínimos quadrados ordinários (MQO), os modelos não lineares exigem abordagens numéricas devido à complexidade de suas equações normais, que são não lineares (Draper, 1998).

A soma de quadrados dos erros (SQE), definida como a soma das diferenças ao quadrado entre os valores observados e os previstos pelo modelo, é o critério utilizado para obter as estimativas dos parâmetros. A minimização dessa função de perda leva à formulação de um sistema de equações normais não lineares, que não admite solução analítica. Para resolvê-lo, são empregados métodos iterativos, como os algoritmos de Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt e Gradiente.

Nos modelos lineares, o sistema de equações normais pode ser resolvido de forma direta e analítica. Isso significa que é possível representar o problema em termos de álgebra matricial, com uma solução explícita dada pela fórmula:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (2.1)$$

No caso de modelos não lineares, as equações normais resultantes da minimização da soma de quadrados não podem ser resolvidas de forma analítica. Em vez disso, o sistema de equações é composto por funções não lineares dos parâmetros, como:

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \left(\sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i; \beta)]^2 \right) = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i; \beta)] \frac{\partial f(X_i; \beta)}{\partial \beta_i} \quad (2.2)$$

onde: X_i é o i -ésimo valor observado; $f(X_i; \beta)$ é o valor previsto pelo modelo para o i -ésimo ponto, dado o vetor de parâmetros β ; e n é o número de observações (tamanho da amostra).

Cada derivada parcial gera uma equação, formando um sistema com o mesmo número de equações que de parâmetros. Esse conjunto de equações não lineares forma o sistema de

equações normais não lineares. Como não há solução explícita, métodos numéricos iterativos são empregados para resolvê-lo. Esses métodos aproximam uma solução por meio de sucessivas iterações, ajustando gradualmente os parâmetros para minimizar a soma dos quadrados dos erros.

No caso do método de Gauss-Newton, o modelo não linear é linearizado em torno de um conjunto inicial de valores para os parâmetros, utilizando a expansão de Taylor. Isso transforma o problema em um sistema de equações lineares aproximado, que é resolvido a cada iteração ($\beta_{\text{nova}} = \beta_{\text{atual}} + \Delta\beta$) e leva à seguinte equação matricial:

$$\mathbf{J}^\top \mathbf{J} \Delta\beta = \mathbf{J}^\top \mathbf{r} \quad (2.3)$$

onde: \mathbf{J} é a matriz jacobiana, contendo as derivadas parciais $\partial f(x_i; \beta) / \partial \beta_j$; $\Delta\beta$ é o vetor de ajustes nos parâmetros; $\mathbf{r} = \mathbf{Y} - f(x_i; \hat{\beta})$ é o vetor de resíduos entre os valores observados e os previstos; $\mathbf{J}^\top \mathbf{J}$ representa uma aproximação da matriz Hessiana, relacionada à curvatura da função de erro; e $\mathbf{J}^\top \mathbf{r}$ corresponde ao gradiente da soma de quadrados dos erros em relação aos parâmetros. Sendo \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1; \beta)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(x_1; \beta)}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_1; \beta)}{\partial \beta_p} \\ \frac{\partial f(x_2; \beta)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(x_2; \beta)}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_2; \beta)}{\partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n; \beta)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(x_n; \beta)}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_n; \beta)}{\partial \beta_p} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A solução do sistema de equações normais é a base para a estimação dos parâmetros em modelos não lineares. Embora a matemática por trás possa ser complexa, a implementação em softwares estatísticos modernos, como o R, simplifica sua aplicação.

Por fim, os valores iniciais para os parâmetros são de suma importância para o processo iterativo, pois afetam diretamente a convergência do método. A escolha adequada desses valores reduz o risco de convergência para mínimos locais indesejados ou falhas no ajuste do modelo. Com isso, a estimação de parâmetros em modelos não lineares possibilita a obtenção de estimativas com interpretação prática.

2.4.2 Análise de resíduos

A análise de resíduos é uma etapa fundamental na avaliação da qualidade e adequação de um modelo estatístico de regressão, sejam eles lineares ou não lineares, pois valida o ajuste do modelo aos dados observados. A análise de resíduos também contribui para avaliar o poder preditivo do modelo. Resíduos grandes ou sistematicamente enviesados indicam que o modelo pode ter dificuldade em generalizar para novos dados.

Essa análise consiste em examinar os resíduos, verificar se os pressupostos do modelo foram atendidos e identificar possíveis problemas e/ou melhorias, fornecendo informações sobre o comportamento dos dados e a adequação do modelo proposto (Pereira *et al.*, 2014).

Em modelos não lineares, a análise de resíduos é especialmente relevante devido às relações entre as variáveis e à possibilidade de padrões não lineares (Medeiros, 2023). Dessa forma, os resíduos devem ser avaliados para verificar a presença de tendências sistemáticas, heterocedasticidade, autocorrelação e outros desvios que possam indicar problemas no modelo ajustado.

Para verificar se os pressupostos, citados anteriormente, de normalidade, homogeneidade e independência do modelo são atendidos, os testes mais utilizados são os de Shapiro-Wilk (Shapiro; Wilk, 1965), Breusch-Pagan (Breusch; Pagan, 1979) e Durbin-Watson (Durbin; Watson, 1992), respectivamente. A estatística de Durbin-Watson é frequentemente usada para verificar a autocorrelação dos resíduos, enquanto testes como o de Breusch-Pagan ajudam a identificar heterocedasticidade. Outro aspecto importante é verificar a normalidade dos resíduos, uma vez que muitos métodos inferenciais assumem que eles seguem uma distribuição normal. Testes como Shapiro-Wilk ou Anderson-Darling podem ser aplicados para esse propósito.

A inspeção gráfica dos resíduos é uma das ferramentas mais úteis para essa análise. Ainda de acordo com Medeiros (2023), um gráfico dos resíduos em função dos valores preditos ou das variáveis independentes pode ajudar a identificar tendências ou padrões que sugerem que o modelo não está capturando completamente a estrutura dos dados. Resíduos aleatórios, distribuídos de forma uniforme em torno de zero, indicam um bom ajuste, enquanto padrões sistemáticos podem indicar que o modelo precisa ser revisado ou que há variáveis importantes ausentes.

Na modelagem não linear, a qualidade dos resíduos também pode ser impactada pelos valores iniciais utilizados nos processos iterativos de estimação dos parâmetros. Valores iniciais inadequados podem levar a ajustes ruins ou até mesmo a mínimos locais indesejados, o que será refletido nos resíduos. Dessa forma, a análise de resíduos representa uma etapa essencial não apenas para validar o modelo ajustado, mas também para orientar modificações estruturais que melhorem sua capacidade descritiva e preditiva.

2.4.3 Modelo Logístico

O modelo Logístico é uma das funções não lineares mais conhecidas e amplamente aplicadas para descrever o crescimento de organismos. Segundo Fernandes (2012), a função Logística foi proposta, inicialmente, por Verhulst em 1838 para o estudo de crescimento de populações humanas; porém, posteriormente, adaptada para representar o crescimento de frutos, animais e plantas.

Seu comportamento sigmoidal, caracterizado por uma fase inicial lenta, seguida por crescimento acelerado e posterior estabilização, torna-o adequado para descrever o acúmulo de massa seca em frutos — como observado no café conilon. Diversos estudos confirmam sua aplicabilidade: no crescimento de frutos de coqueiro anão verde (PRADO *et al.*, 2013), tamariteira anã (Terra; Muniz; Savian, 2010), cajueiro (Muianga *et al.*, 2016) e, mais recentemente, café conilon (Senra *et al.*, 2022).

A forma do modelo Logístico pode ser escrita como:

$$Y_i = \frac{a}{1 + e^{k(b-DAF_i)}} + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

em que Y_i é a i -ésima observação, sendo $i = 1, 2, \dots, n$; a é a assíntota superior; b é o ponto de inflexão; k é a taxa de crescimento; DAF_i é dias após a florada de acúmulo de massa seca e ε_i é o erro aleatório associado à i -ésima observação, o qual se supõe que seja independente e identicamente distribuído segundo uma normal de média zero e variância constante, $\varepsilon \sim N(0, I\sigma^2)$.

Além disso, tem-se que a representa o valor máximo esperado da variável resposta à maturidade (como massa ou tamanho do fruto); b indica o tempo (daf_i) em que a taxa de crescimento é máxima; e k reflete a velocidade com que o valor observado se aproxima do valor assintótico (a) - quanto maior for o valor de k , maior a precocidade.

A interpretação direta dos parâmetros biológicos torna o modelo Logístico especialmente útil para identificar os pontos críticos do crescimento dos frutos, orientando momentos ideais para cada etapa da plantação e colheita.

2.5 Pontos críticos

Modelos de regressão não linear, como o Logístico, permitem identificar pontos críticos da curva de crescimento por meio da análise de derivadas sucessivas. Segundo Mischan & Pinho (2014), esses pontos correspondem a mudanças relevantes na taxa de crescimento e são essenciais para descrever diferentes estágios do desenvolvimento de organismos. Esses pontos críticos são:

- a) Ponto de Aceleração Máxima (PAM): marca o início da fase de crescimento acelerado, onde a aceleração é máxima;
- b) Ponto de Inflexão (PI): representa o momento de maior taxa de crescimento (ponto central da curva logística);
- c) Ponto de Desaceleração Máxima (PDM): indica o início da desaceleração mais intensa no crescimento;
- d) Ponto de Desaceleração Assintótica (PDA): representa o estágio final de crescimento, próximo à assíntota superior do modelo, indicando a maturação do fruto.

Estes valores correspondem a valores específicos de uma variável preditora (ou de uma combinação de variáveis) e exercem papel central na interpretação do modelo. Sua definição depende do contexto biológico e das propriedades matemáticas da função utilizada. Segundo Passos *et al.* (2012), há diferentes métodos para obtenção destes pontos, tais como: regressão segmentada, diferença não significativa por simulação dentre outros.

Ainda segundo Mischan & Pinho (2014), os pontos críticos são os valores em que a taxa de variação da função (derivada) é máxima, mínima ou igual a zero. De forma prática, o PI é o ponto que anula a segunda derivada; os pontos que anulam a terceira derivada são os pontos extremos da função aceleração (PAM e PDM); e os pontos que anulam a quarta derivada são os pontos de inflexão da aceleração, sendo o último deles o PDA.

A identificação desses pontos críticos permite uma compreensão mais detalhada da dinâmica de crescimento, oferecendo suporte para o entendimento do ciclo de desenvolvimento. Eles foram estudados no crescimento de frutos, como coco (Silva *et al.*, 2021); na germinação

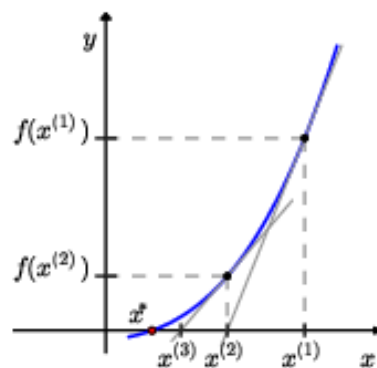
de sementes de *Brachiaria brizantha* (Machado *et al.*, 2023); no crescimento de animais, como cavalos da raça campolina (Teixeira *et al.*, 2021); e até mesmo em estudos como na severidade da ferrugem asiática da soja (Escobar *et al.*, 2023).

2.5.1 Método de Newton-Raphson

A busca por raízes de funções, ou seja, valores de x tais que $f(x)=0$, é uma tarefa fundamental em diversas áreas da matemática. Contudo, para muitas funções, encontrar soluções exatas analiticamente pode ser inviável ou impossível. Nesse contexto, métodos numéricos, como o método de Newton-Raphson, surgem como ferramentas poderosas para obter aproximações precisas de raízes, mediante processos iterativos baseados em propriedades locais da função (Morais *et al.*, 2025).

De acordo com Burden, Faires & Burden (2016), o método de Newton-Raphson foi desenvolvido por Isaac Newton (1643-1727) e Joseph Raphson (1648-1715) e tem o objetivo de estimar as raízes de uma função. Este utiliza a aproximação local da função por retas tangentes para encontrar raízes. A partir de uma aproximação inicial, constrói-se a reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto $x = x_0$. A interseção dessa reta com o eixo x fornece uma nova aproximação x_1 , mais próxima da raiz desejada. Esse processo se repete iterativamente, aproximando cada vez mais o valor para o qual $f(x)=0$ (Figura 2.3).

Figura 2.3 – Interpretação geométrica do método de Newton-Raphson.



Fonte: UFRGS (2020).

O método parte da ideia de que, em torno de uma solução x , uma função $f(x)$ pode ser aproximada linearmente por sua expansão em série de Taylor de primeira ordem:

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (2.6)$$

onde x_0 é a aproximação inicial e $f'(x_0)$ é a derivada da função no ponto x_0 .

Rearranjando a equação para encontrar o próximo valor x_1 , temos:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (2.7)$$

Quando o ponto inicial está suficientemente próximo da raiz, o método apresenta convergência quadrática, ou seja, o erro na aproximação diminui aproximadamente ao quadrado a cada iteração, garantindo rapidez na obtenção da solução. Contudo, se o valor inicial estiver muito distante ou se $f'(x)$ for zero ou muito pequeno próximo à raiz, o método pode falhar em convergir ou convergir para raízes não esperadas.

O método de Gauss-Newton e o de Newton-Raphson são algoritmos iterativos usados em otimização, mas com diferenças significativas. O método de Newton-Raphson calcula a matriz Hessiana completa e pode ser aplicado a diversos tipos de problemas, incluindo sistemas de equações não lineares e otimização geral (Ralston; Rabinowitz, 2001). Por outro lado, o método de Gauss-Newton é uma simplificação especialmente projetada para problemas de mínimos quadrados não lineares, aproximando a Hessiana pela matriz $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ e ignorando termos de segunda ordem, o que reduz o custo computacional (Nocedal, 2006).

Embora o Newton-Raphson apresente convergência quadrática, sua aplicação exige Hessianas definidas positivas e pode ser sensível à escolha do ponto inicial. O método de Gauss-Newton, mais robusto em ajustes de mínimos quadrados, pode ter desempenho limitado caso os resíduos não sejam aproximadamente lineares em relação aos parâmetros.

2.6 Intervalos de confiança via *Bootstrap*

Os métodos de reamostragem são abordagens estatísticas que consistem em gerar múltiplas amostras a partir de um conjunto de dados original, com o objetivo de realizar inferências ou estimar a variabilidade de estatísticas. Segundo Ferreira (2013), tais métodos são particularmente úteis quando o tamanho da amostra é pequeno, quando a distribuição da população é desconhecida, quando os pressupostos do modelo estatístico tradicional (como a normalidade

dos resíduos) não são satisfeitos, ou ainda quando se busca uma alternativa empírica para estimativas de erro padrão e intervalos de confiança.

Dentre os métodos mais comuns de reamostragem, destacam-se: o *bootstrap*, no qual são geradas amostras com reposição a partir dos dados originais; o *jackknife*, que consiste na exclusão sucessiva de uma observação por vez, com o intuito de avaliar a sensibilidade da estatística; e o método da permutação, que reorganiza os dados sob hipótese nula, permitindo avaliar significância estatística (Ferreira, 2013).

Segundo Santos (2022), o *bootstrap* é um dos métodos de reamostragem mais amplamente utilizados e foi introduzido por Bradley Efron (Efron, 1992). Esse procedimento envolve a geração de amostras com reposição a partir da amostra observada, sendo cada nova amostra denominada amostra *bootstrap*. A partir dessas amostras, calcula-se a estatística de interesse (como média, mediana ou coeficientes de regressão), formando-se uma distribuição empírica da estatística, que pode ser utilizada para estimar variabilidade, viés e intervalos de confiança (Santos, 2022).

A principal justificativa teórica do método *bootstrap* reside na premissa de que a amostra disponível contém todas as informações acessíveis sobre a população. Portanto, ela pode ser tratada como uma aproximação da população verdadeira, permitindo gerar novas amostras com características semelhantes, ainda que sem pressupor distribuições teóricas específicas. Esse procedimento é denominado *bootstrap* não paramétrico (Ferreira, 2013).

Formalmente, considere um conjunto de dados $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ com n observações. O método *bootstrap* consiste em gerar B amostras com reposição, cada uma com n observações, retiradas de X . Para cada amostra, calcula-se a estatística de interesse ($\hat{\theta}^*$), formando-se uma distribuição *bootstrap* dessa estatística. A partir dessa distribuição, é possível obter estimativas empíricas da variância, do viés do estimador e de intervalos de confiança.

No contexto do modelo Logístico, os pontos críticos (PI, PAM, PDM e PDA) são calculados com base nos parâmetros do modelo (a, b, k) ajustados aos dados. Embora esses pontos possuam interpretações relevantes do ponto de vista biológico, é fundamental quantificar a incerteza associada às suas estimativas. O método *bootstrap* fornece uma maneira prática de estimar essa incerteza por meio da construção de intervalos de confiança empíricos.

De acordo com Santos (2022), uma forma simples de obter esses intervalos é por meio dos percentis da distribuição *bootstrap*. Dado um nível de significância α , o intervalo de confiança para o parâmetro da estatística ($\hat{\theta}$) pode ser definido como:

$$IC = \left[P_{\frac{\alpha}{2}}, P_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] \quad (2.8)$$

onde, $P_{\frac{\alpha}{2}}$ e $P_{1-\frac{\alpha}{2}}$ são os percentis inferiores e superiores, respectivamente, da distribuição *bootstrap*. Contudo, segundo Ferreira (2013), esse tipo de intervalo de confiança pode apresentar viés, e a principal propriedade desejável em um intervalo é que ele apresente uma probabilidade de cobertura próxima ao nível de confiança nominal ($1-\alpha$); no entanto, essa propriedade nem sempre é garantida, especialmente em situações com amostras pequenas ou distribuições assimétricas.

Com o objetivo de corrigir tais limitações, pode-se utilizar o intervalo *bootstrap* corrigido para viés e aceleração (BCa — bias-corrected and accelerated), disponível na biblioteca *boot* do software R (Canty Angelo e Ripley, 2021).

Segundo Ferreira (2013), este IC corrige tanto o viés (z_0) quanto a variação da estatística por meio de um fator de aceleração (a), ou seja, o método BCa é um dos mais robustos, pois reduz os problemas de viés e heterogeneidade da estatística.

O intervalo de confiança BCa é dado por:

$$IC = \left[\hat{\theta}^{*(z_1)}, \hat{\theta}^{*(z_2)} \right] \quad (2.9)$$

onde os limites z_1 e z_2 são obtidos por transformações na escala da distribuição normal padrão, levando em conta os valores de z_0 e α :

$$z_1 = \Phi^{-1} \left(\hat{F}^{-1}(\alpha_1) \right), \quad z_2 = \Phi^{-1} \left(\hat{F}^{-1}(\alpha_2) \right) \quad (2.10)$$

com

$$\alpha_1 = \Phi \left(z_0 + \frac{z_0 + z_{\alpha/2}}{1 - a(z_0 + z_{\alpha/2})} \right), \quad \alpha_2 = \Phi \left(z_0 + \frac{z_0 + z_{1-\alpha/2}}{1 - a(z_0 + z_{1-\alpha/2})} \right) \quad (2.11)$$

O fator de correção de viés z_0 é calculado pela proporção de amostras *bootstrap* com estatísticas inferiores ao valor observado:

$$z_0 = \Phi^{-1} \left(\frac{\text{número de amostras bootstrap com } \hat{\theta}^* < \hat{\theta}}{B} \right) \quad (2.12)$$

Já o fator de aceleração a é dado por:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_{(i)} - \bar{\theta})^3}{6 [\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_{(i)} - \bar{\theta})^2]^{3/2}} \quad (2.13)$$

em que: Φ^{-1} é a função quantil da normal padrão; \hat{F}^{-1} são os quantis da distribuição *bootstrap*; z_0 ajusta o viés; a é o fator de aceleração, em que $\hat{\theta}_{(i)}$ representa a estatística calculada com a exclusão da i -ésima observação (jackknife), e $\bar{\theta}$ é a média dessas estatísticas.

Em síntese, o método BCa aprimora a técnica de *bootstrap* ao incorporar correções para o viés e para a assimetria da distribuição da estatística de interesse, proporcionando intervalos de confiança mais precisos e com melhor cobertura nominal, mesmo em amostras pequenas ou em distribuições assimétricas.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Esta seção descreve os dados analisados, bem como os procedimentos metodológicos adotados para ajuste do modelo logístico, estimação dos parâmetros, determinação dos pontos críticos da curva de crescimento e a construção dos respectivos intervalos de confiança.

3.1 Dados analisados

Os dados analisados para o presente trabalho foram extraídos do estudo de Senra *et al.* (2022). O experimento foi conduzido na Fazenda Experimental Bananal do Norte (FEBN), vinculada ao Centro de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação Sul (CPDI Sul) do Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural (INCAPER), localizada no distrito de Pacotuba, no município de Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo. A FEBN situa-se a uma altitude de 140 metros, nas coordenadas 20°45' de latitude sul e 41°17' de longitude oeste. A região apresenta solo classificado como Latossolo Vermelho-Amarelo distrófico, clima Cwa segundo Köppen, caracterizado por verões chuvosos e invernos secos, precipitação média anual de 1.200 mm, temperatura média anual de 23 °C e relevo ondulado.

Foram realizadas onze coletas ao longo do desenvolvimento dos frutos dos clones estudados, iniciando na fase de chumbinho, abrangendo o período de novembro de 2019 a julho de 2020 (Tabela 3.1). Além disso, no estudo original, foram avaliados nove clones, sendo utilizadas 30 plantas de cada material genético. Em cada planta, 50 frutos foram coletados em três posições distintas da copa dos cafeeiros: terços superior, médio e inferior, sempre na posição central dos ramos plagiotrópicos. Para a determinação da massa da matéria seca (MS), os frutos foram secos em estufa com circulação de ar forçada, à temperatura de 65°C, até alcançarem peso constante, seguido da pesagem em balança analítica.

Senra *et al.* (2022) concluíram que não houve diferenças significativas entre as posições na copa do cafeeiro e que os clones P1 (clone 10 da variedade ES8143 “Marilândia”), 204 (clone 4 da variedade ES8122 “Jequitibá”) e 407 (clone 7 da variedade ES8143 “Marilândia”) proporcionaram curvas com maior qualidade em relação aos parâmetros avaliados. Dessa forma, o presente trabalho optou por utilizar esses três clones como foco da análise, uma vez que foram considerados superiores pelos autores, justificando sua seleção para estudos mais aprofundados sobre o acúmulo de massa seca dos frutos.

Tabela 3.1 – Calendário de coletas e estimação do acúmulo de matéria seca nos frutos de *Coffea canephora*.

Coleta	Data	Dias após a florada (DAF)
1	14/11/2019	0
2	28/11/2019	14
3	17/12/2019	33
4	09/01/2020	56
5	06/02/2020	84
6	20/02/2020	98
7	10/03/2020	117
8	15/04/2020	153
9	28/05/2020	196
10	24/06/2020	223
11	15/07/2020	244

Fonte: Senra et al. (2022).

3.2 Ajuste e estimação dos parâmetros

Para modelar a curva de crescimento dos frutos, foi utilizado o modelo Logístico de regressão não linear.

A estimação dos parâmetros foi realizada utilizando o método de mínimos quadrados, implementado via função *nls* do pacote *nlme* do software estatístico R (R Core Team, 2024) de acesso livre. Esse método utiliza o algoritmo iterativo de Gauss-Newton, cuja eficiência depende da escolha adequada dos valores iniciais dos parâmetros. Para tal, foram consideradas informações e a inspeção visual dos dados.

Ainda, para avaliar a significância dos parâmetros, foi utilizado o teste t de Student, considerando como hipótese nula (H_0) que o parâmetro é igual a zero, e como hipótese alternativa (H_1) que o parâmetro é diferente de zero.

Para avaliar a qualidade do ajuste do modelo, foi utilizado o coeficiente de determinação (R^2), que representa a proporção da variabilidade total dos dados explicada pelo modelo ajustado.

3.2.1 Intervalos de confiança para os parâmetros

Para avaliar a variabilidade das estimativas e construir intervalos de confiança robustos, foi empregada a técnica de reamostragem *bootstrap* com 10.000 reamostragens, utilizando a função *boot()* do pacote *boot* (Canty; Ripley, 2021). O erro padrão *bootstrap* para cada parâmetro θ foi calculado pela expressão:

$$ep(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\hat{\theta}^{*(i)} - \bar{\theta}^*)^2} \quad (3.1)$$

onde: $ep(\hat{\theta})$ representa o erro padrão *bootstrap* da estimativa; $\hat{\theta}^{*(i)}$ é a estimativa do parâmetro na i -ésima reamostragem; $\bar{\theta}^*$ é a média das estimativas *bootstrap*; e B é o número total de reamostragens realizadas. Se esse intervalo não contiver o zero, o parâmetro pode ser considerado significativo. Esses intervalos *bootstrap* apresentam maior flexibilidade e precisão em relação aos métodos clássicos,

3.3 Análise de resíduos

Após o ajuste do modelo, para validar os pressupostos, foram analisados os resíduos por meio dos testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson, considerando um nível de significância de 5%, com o objetivo de verificar os pressupostos de normalidade, homogeneidade e independência do modelo, respectivamente. Adicionalmente, foram examinados os gráficos dos resíduos e as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP).

3.4 Estimação dos pontos críticos

A determinação dos pontos críticos foi conduzida individualmente para cada clone, possibilitando a comparação entre genótipos quanto à precocidade e à intensidade do acúmulo de massa seca. Para a estimação e interpretação prática desses pontos da curva do modelo Logístico, foram calculadas as quatro primeiras derivadas parciais em relação ao tempo (dias após a florada - DAF).

As raízes das derivadas foram obtidas numericamente por meio do método de Newton-Raphson, utilizando funções iterativas implementadas em R. Segundo (Mischan; Pinho, 2014), o ponto de inflexão (PI) da curva é determinado ao igualar a segunda derivada a zero.

$$\frac{\partial Y_i}{\partial da f_i} = \frac{ake^{k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^2} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 Y_i}{\partial da f_i^2} = -\frac{ak^2 e^{k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^2} + \frac{2ak^2 e^{2k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^3} \quad (3.3)$$

Já a terceira derivada, quando igualada a zero, permite identificar o ponto de máxima aceleração (PAM) e o ponto de máxima desaceleração (PDM).

$$\frac{\partial^3 Y_i}{\partial da f_i^3} = \frac{ak^3 e^{k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^2} - \frac{6ak^3 e^{2k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^3} + \frac{6ak^3 e^{3k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^4} \quad (3.4)$$

Por fim, a quarta derivada fornece a localização do ponto de desaceleração assintótica (PDA).

$$\frac{\partial^4 Y_i}{\partial da f_i^4} = -\frac{ak^4 e^{k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^2} + \frac{14ak^4 e^{2k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^3} - \frac{36ak^4 e^{3k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^4} + \frac{24ak^4 e^{4k(b-daf_i)}}{(1 + e^{k(b-daf_i)})^5} \quad (3.5)$$

3.4.1 Intervalos de confiança para os pontos críticos

Por fim, foi aplicado o método de reamostragem *Bootstrap* para a estimação dos intervalos de confiança BCa para cada ponto crítico estudado. A técnica foi implementada utilizando a função *boot()* do pacote R *boot* (Canty; Ripley, 2021), que permite a reamostragem dos dados e a obtenção de estimativas para os intervalos de confiança dos parâmetros do modelo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir do ajuste do modelo logístico ao acúmulo de massa seca dos frutos dos clones de café conilon, com ênfase na interpretação dos parâmetros do modelo, análise dos pontos críticos, obtenção dos intervalos de confiança para cada ponto crítico e suas implicações práticas no manejo da cultura.

4.1 Estimação dos parâmetros e análise de resíduo

Inicialmente, foram estimados os parâmetros do modelo Logístico para os dados de acúmulo de massa seca em frutos de café conilon dos clones P1, 204 e 407. De acordo com os dados apresentados na Tabela 4.1, as pressuposições de normalidade, independência e homocedasticidade dos resíduos foram atendidas, ao nível de 5% de significância, testadas pelos testes de Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan, respectivamente. Ou seja, os resíduos são independentes e identicamente distribuídos, seguindo uma normal de média zero e variância constante. Estes testes têm sido utilizados com frequência na literatura para avaliar as pressuposições residuais, como por exemplo em Silva *et al.* (2021) para descrever o crescimento de frutos de coqueiro anão-verde; no estudo de Machado *et al.* (2023) para descrever a germinação de sementes de *Brachiaria*; no estudo de Fernandes *et al.* (2023) no crescimento do fruto de pessegueiro 'Aurora 1', dentre outros.

Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) aplicados aos resíduos do modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de massa seca nos clones P1, 204 e 407.

Clone	SW	BP	DW
P1	0,2346	0,0619	0,5900
204	0,3583	0,0616	0,8200
407	0,3916	0,2070	0,8900

Fonte: Da autora (2025).

Adiante, na Tabela 4.2, são apresentadas as estimativas pontuais dos parâmetros (a , b , k) do modelo Logístico, juntamente com os respectivos intervalos de confiança via *bootstrap* (LI - Limite Inferior; LS - Limite Superior) para cada clone estudado. Os resultados nos indicam o valor da massa seca máxima esperada para o fruto (a), o dia em que este acúmulo atinge sua

taxa máxima em DAF, dias após a florada, (b) e a inclinação da curva ao redor do ponto de inflexão (k) (Yin *et al.*, 2003), onde valores mais baixos do parâmetro indicam um crescimento mais gradual, enquanto valores mais altos indicam um crescimento mais rápido. As estimativas divergem um pouco das obtidas no estudo de Senra *et al.* (2022), podendo ser justificadas devido ao uso de uma parametrização distinta deste trabalho.

Tabela 4.2 – Estimativas e intervalos de confiança via *bootstrap* para os parâmetros do modelo Logístico ajustados aos dados de acúmulo de massa seca para os clones P1, 204 e 407.

Clone	Parâmetro	LI	Estimativa	LS
P1	a	19,540	21,660	23,230
	b	105,100	116,729	126,700
	k	0,014	0,016	0,021
204	a	17,470	21,120	23,050
	b	75,520	84,566	119,740
	k	0,010	0,017	0,023
407	a	13,860	14,529	15,490
	b	50,020	58,758	63,280
	k	0,017	0,020	0,026

Fonte: Da autora (2025).

Em relação à significância estatística, observa-se que nenhum dos intervalos de confiança obtidos via *bootstrap* incluiu o valor zero, tanto para os parâmetros a , b quanto para k , em nenhum dos clones avaliados. Isso indica que todas as estimativas são estatisticamente significativas ao nível de 5%, ou seja, há evidência suficiente para afirmar que esses parâmetros diferem de zero com base nos dados amostrados.

A análise dos intervalos de confiança demonstra que os parâmetros estão bem definidos e que o modelo é capaz de capturar as características principais do processo de crescimento. No entanto, a amplitude do intervalo de confiança do parâmetro b é relativamente maior em comparação com a e k , também observada por Senra *et al.* (2022). Isso pode ser atribuído à variabilidade nos dados observados, à complexidade da curva logística nesse ponto e, até mesmo, ao próprio valor da estimativa do parâmetro, que possui um valor elevado.

As estimativas apresentadas revelam diferenças entre os clones quanto ao acúmulo de massa seca ao longo do tempo. O parâmetro a , que representa o valor assintótico da massa seca (isto é, o valor máximo esperado), foi mais elevado para o clone P1 (21,66 g), seguido pelos clones 204 (21,12 g) e 407 (14,53 g). Entretanto, como os ICs dos clones P1 e 204 possuem interseção, tem-se a igualdade entre eles. Isso indica que os clones P1 e 204 possuem maior potencial produtivo em termos de acúmulo de massa seca nos frutos do que o clone 407.

O parâmetro b , que indica o ponto de inflexão da curva, também variou substancialmente entre os genótipos. O clone 407 apresentou o menor valor (58,76), sugerindo que seu desenvolvimento é mais precoce. Em contrapartida, os clones P1 e 204 atingiram a máxima taxa de crescimento mais tardiamente (116,73 e 84,57, respectivamente), o que está associado a um ciclo mais longo de enchimento dos frutos. Desse modo, como os ICs de P1 e 204 para o parâmetro b se cruzaram, pode-se concluir que os clones P1 e 204 são genótipos que se desenvolvem de forma tardia, enquanto o clone 407 possui um período precoce de desenvolvimento.

Por fim, os valores estimados de k mostraram-se uma uniformidade entre os três clones estudados. Analisando a interseção entre os ICs, conclui-se que os genótipos possuem uma curva de crescimento gradual dentro do período estudado (DAF).

Desse modo, o clone 407 pode ser escolhido quando há interesse em uma colheita precoce (parâmetro b), apesar da menor produtividade devido ao menor peso estimado para o grão (parâmetro a). Os clones P1 e 204 podem ser interessantes em regiões ou sistemas que favoreçam a maior produção, mesmo que mais tardia. E, ainda, podem ser cultivados simultaneamente, a fim de promover o escalonamento da colheita, otimizando o uso da mão de obra e dos recursos operacionais durante o período de safra. Segundo Souza *et al.* (2017b), além de auxiliar na colheita mecanizada, o cultivo de diferentes materiais genéticos em uma mesma lavoura permite a fecundação cruzada, devido à alogamia da espécie,

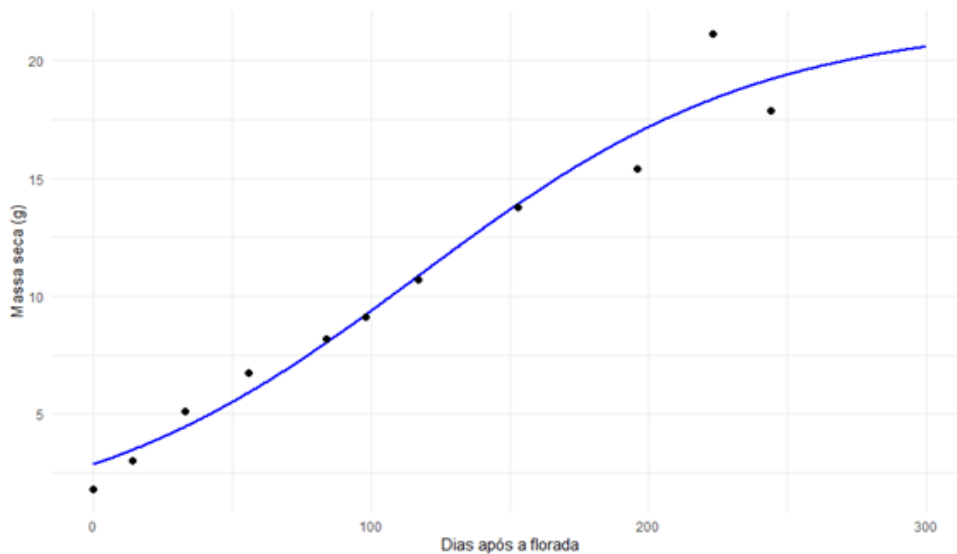
Os intervalos de confiança obtidos via *bootstrap* mostraram-se, em sua maioria, compactos, o que confere maior precisão às estimativas e sugere boa estabilidade dos ajustes realizados pelo método utilizado.

4.1.1 Representação gráfica e qualidade do ajuste

Nos gráficos das Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 dos clones P1, 204 e 407, respectivamente, é possível observar os ajustes dos modelos (linha azul) aos dados observados (pontos pretos), representando o acúmulo da massa seca (em gramas) ao longo dos dias após a florada.

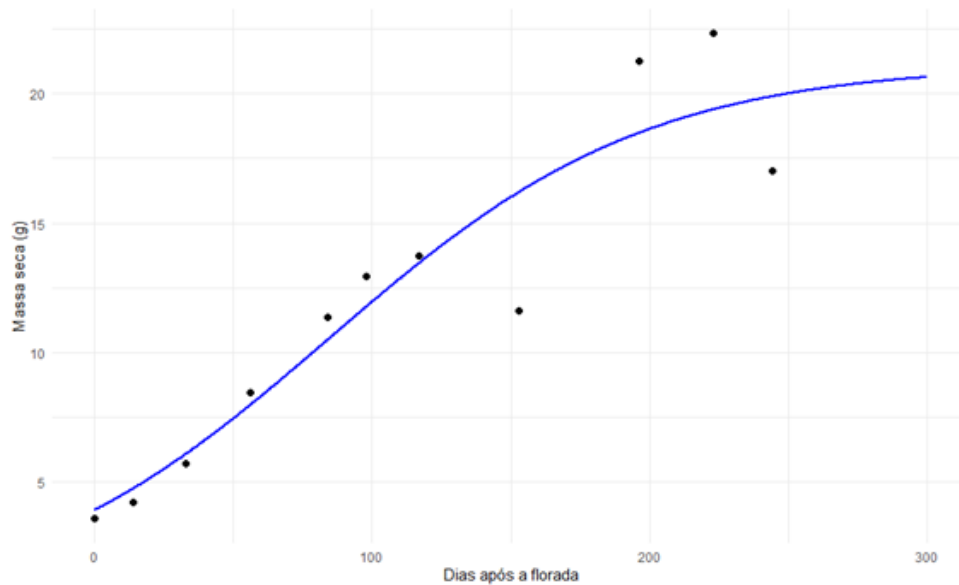
Os modelos descrevem de forma adequada o padrão sigmoidal esperado para esse tipo de fenômeno biológico, caracterizado por um crescimento inicial lento, seguido por uma fase de crescimento exponencial e, finalmente, uma estabilização próxima de um valor assintótico. No entanto, algumas discrepâncias são perceptíveis nas extremidades das curvas. Estes resultados podem ser atribuídos à variabilidade dos dados, onde Gurjão *et al.* (2006) percebeu que o acúmulo de massa seca em uma semente aumenta com o avanço da maturação, podendo, no final, sofrer pequeno decréscimo, como resultado de perdas pela respiração.

Figura 4.1 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone P1.



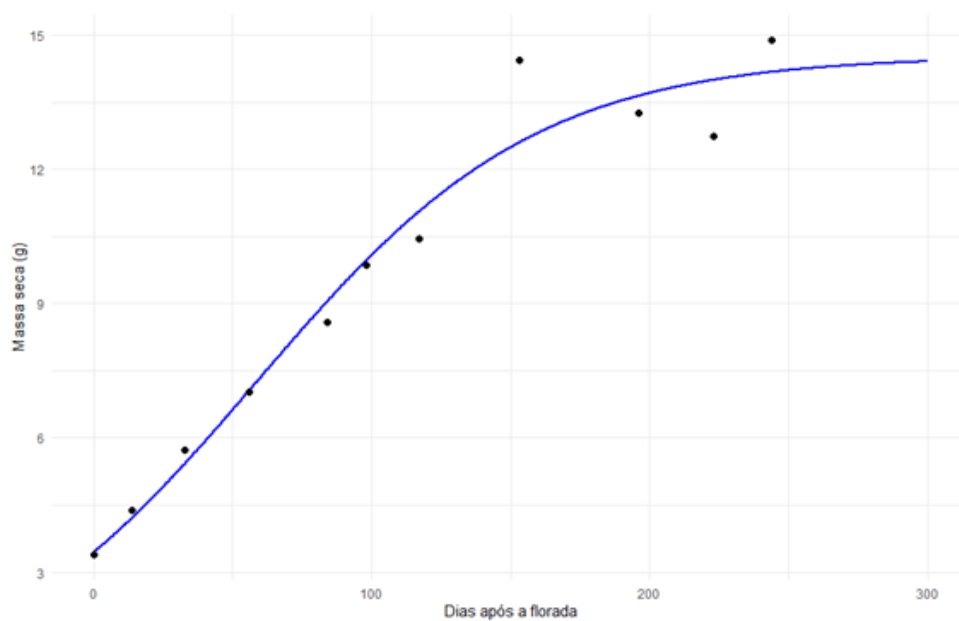
Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.2 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone 204.



Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.3 – Modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de matéria seca em frutos de café conilon do clone 407.



Fonte: Da autora (2025).

Os resultados do avaliador de qualidade de ajuste do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café conilon dos clones P1, 204 e 407, respectivamente, foram 0,9622 (96%), 0,8799 (88%) e 0,9611 (96%) em relação ao coeficiente de determinação

Tabela 4.3 – Estimativas dos pontos críticos do modelo Logístico ajustado aos dados de acúmulo de massa seca dos clones P1, 204 e 407 obtidas com base nas derivadas do modelo, sendo a abscissa o tempo (em dias após a floração) em que ocorrem os pontos críticos, e a ordenada sendo a massa seca acumulada no respectivo ponto.

Clone	Ponto	PAM	PI	PDM	PDA
P1	Abscissa	35,205	116,729	198,195	258,558
	Ordenada	4,577	10,830	17,083	19,673
204	Abscissa	9,182	84,566	159,950	215,787
	Ordenada	4,463	10,560	16,657	19,182
407	Abscissa		58,758	124,953	173,984
	Ordenada		7,265	11,459	13,197

Fonte: Da autora (2025).

(R^2), indicando bom ajuste. Senra *et al.* (2022) encontraram um valor próximo a este em relação ao coeficiente de determinação ajustado (R_a^2).

4.2 Estimativas e interpretação dos pontos críticos

A Tabela 4.3 apresenta as estimativas para os pontos críticos das curvas de acúmulo de massa seca dos frutos dos clones de café conilon P1, 204 e 407, calculados com base nas derivadas do modelo Logístico ajustado. Esses pontos compreendem a fase de aceleração máxima do crescimento (PAM), o ponto de inflexão (PI), a desaceleração máxima (PDM) e a aproximação assintótica ao platô final (PDA), sendo apresentados tanto em termos da abscissa (dias após a floração) quanto da ordenada (massa seca acumulada).

Os pontos críticos, obtidos a partir do estudo das derivadas do modelo Logístico, fornecem uma visão sobre a dinâmica de crescimento dos frutos dos clones P1, 204 e 407 ao longo do tempo. Esses pontos permitem identificar as fases fenológicas mais relevantes do desenvolvimento dos frutos, sendo utilizados para o planejamento de práticas de manejo, como mencionado por Lúcio *et al.* (2021), que caracterizou o ciclo de produção dos genótipos de abobrinha italiana em diferentes épocas de cultivo; Silva *et al.* (2021), que objetivou o momento adequado para a colheita dos frutos de coco-anão-verde, considerando os mais diversos usos desse tipo de cultura; Sari *et al.* (2018), que descreveu o comportamento produtivo do toma-

teiro; Diel *et al.* (2020), que caracterizou a produção de pimenta biquinho em diferentes épocas de cultivo; dentre outros.

Estes resultados indicam que, para os clones P1 e 204, observa-se valores coerentes aos encontrados nos ICs dos parâmetros, onde estes apresentam ciclos produtivos mais tardios e, assim, possível de encontrar o PAM. Já no clone 407, a estimativa para o dia em que ocorre o PAM não foi encontrada pelo método escolhido, evidenciando um desenvolvimento precoce.

Da mesma forma, para o acúmulo de massa seca final (PDA), os frutos dos clones P1 e 204 apresentaram resultados semelhantes com, aproximadamente, 19 g. E para o clone 407, o acúmulo final de massa seca ficou com, aproximadamente, 13 g.

Por meio das abscissas e ordenadas dos pontos, é possível identificar as fases fenológicas mais relevantes do desenvolvimento dos frutos, subsidiando o planejamento de práticas de manejo. Destaca-se, ainda, a obtenção dos intervalos de confiança para esses pontos críticos por meio do método *bootstrap* — procedimento que ainda é pouco explorado na literatura relacionada à modelagem do crescimento de frutos de café conilon — o que permite quantificar a incerteza associada a essas estimativas e confere maior robustez à interpretação dos resultados.

Tais diferenças entre os genótipos indicam que o momento ideal para a aplicação de maturadores, como o Ethrel, deve ser ajustado para cada material genético, considerando seu ciclo de desenvolvimento. Segundo a Bayer (2022), o momento certo para a aplicação de produtos para uniformidade da lavoura é com os frutos ainda verdes, mas, para isso, é preciso ter certeza de que eles já estão granados, ou seja, com a sua formação completa. Desse modo, com base nos pontos críticos dos modelos ajustados em cada clone, nos resultados obtidos na Tabela 4.3 e nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6, é possível verificar que os frutos atingem seu ponto de maturação após o PDM, onde há a desaceleração máxima de seu crescimento e acúmulo de massa seca.

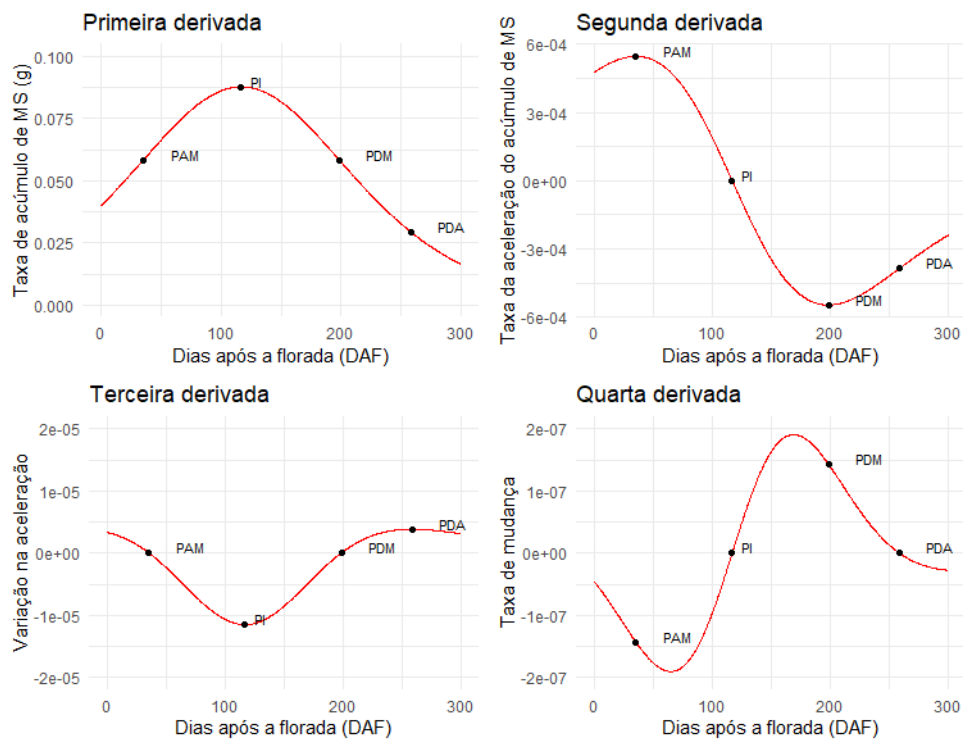
Até o momento, não foram identificados estudos que correlacionem diretamente os pontos críticos da curva de crescimento dos frutos de café, como o PDM (Ponto de desaceleração máxima), com a aplicação de maturadores, como o Ethrel. A maioria das pesquisas e recomendações práticas baseia-se em critérios fenológicos, como a observação visual da maturação dos frutos, para determinar o momento ideal de aplicação desses reguladores (Monaco; Söndahl, 1974; Rehagro, 2022). Dessa forma, o conhecimento destes pontos pode ser uma informação a mais para auxiliar os pesquisadores/produtores da área na determinação da época ideal para esta aplicação, uma vez que tal definição tem sido feita apenas por critérios subjetivos de observação da lavoura. Portanto, com base nos resultados do presente estudo, sugere-se que o período

ideal para a aplicação de maturadores, como o Ethrel, se situe no intervalo compreendido entre o PDM (ponto de desaceleração máxima) e o PDA (ponto de desaceleração assintótica), momento em que os frutos já atingiram seu máximo potencial de crescimento, mas ainda não iniciaram a fase final de maturação.

4.2.1 Análise das derivadas do modelo Logístico

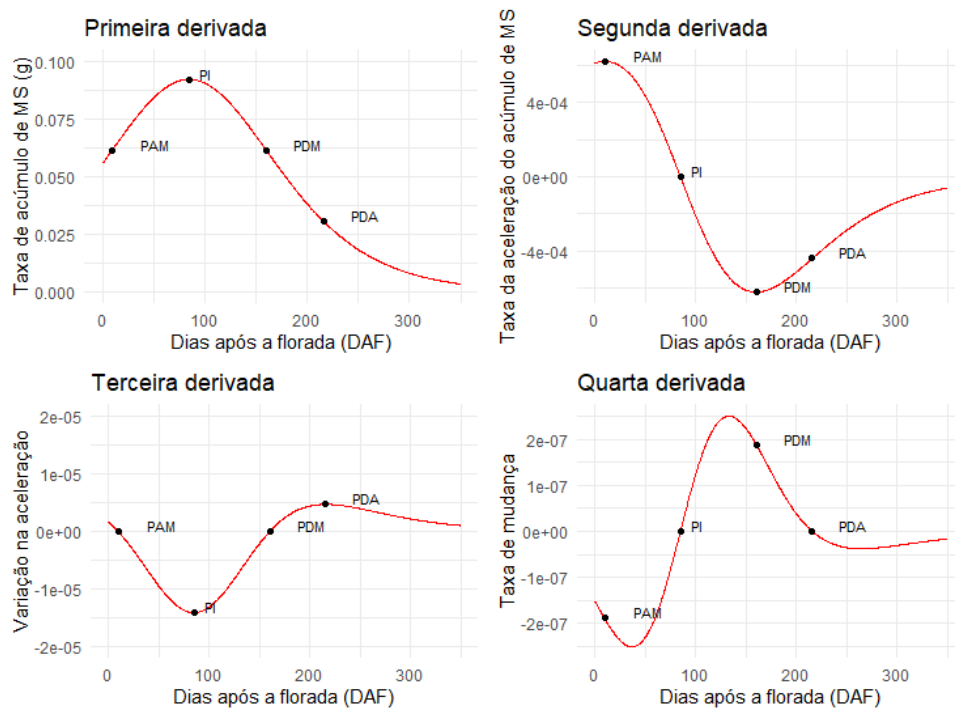
As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 representam as derivadas de cada modelo Logístico ajustado aos dados e os pontos críticos em relação ao DAF dos clones P1, 204 e 407, respectivamente. A análise das derivadas sucessivas permite compreender as diferentes dinâmicas de crescimento e acúmulo de massa seca ao longo do tempo. A partir da análise das curvas de crescimento e suas derivadas para os clones P1, 204 e 407, é possível estabelecer uma fundamentação fisiológica para o uso de maturadores como o Ethrel (ácido 2-cloroetilfosfônico) com base em pontos críticos da curva de acúmulo de massa seca dos frutos.

Figura 4.4 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone P1 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).



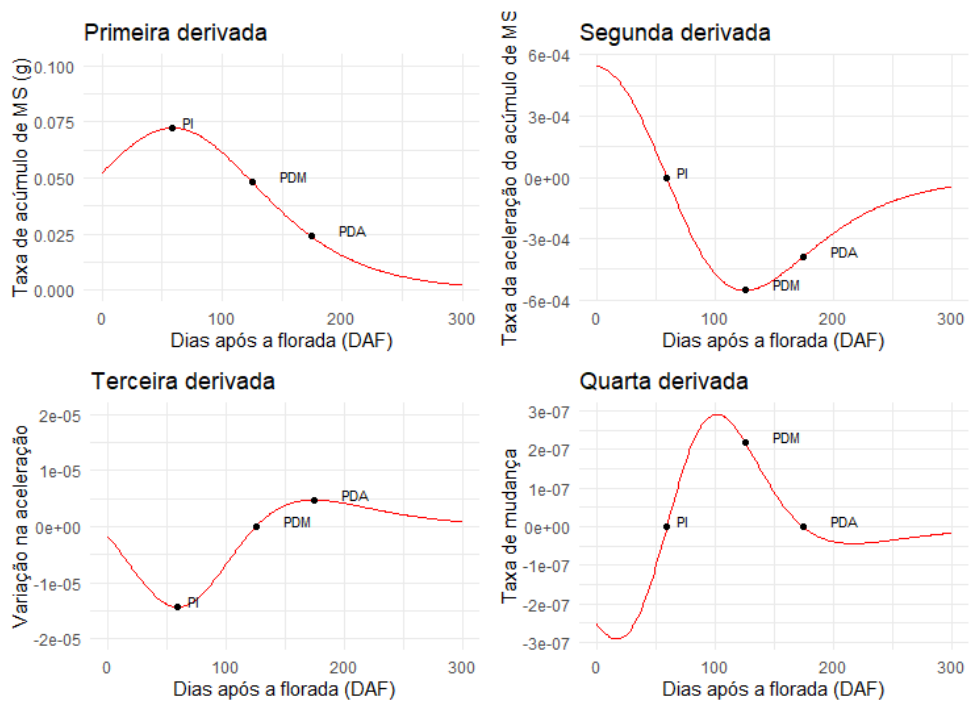
Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.5 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone 204 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).



Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.6 – Derivadas parciais do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca do clone 407 e seus pontos críticos em relação aos dias após a florada (DAF).



Fonte: Da autora (2025).

As curvas da primeira, segunda, terceira e quarta derivadas da função logística ajustada à massa seca dos frutos permitem visualizar transições fisiológicas importantes no desenvolvimento dos frutos, como a precocidade do clone 407. O PDM, marcado pelo início da desaceleração acentuada no acúmulo de massa seca, ocorre após o pico de taxa de crescimento (PAM) e representa o ponto no qual os frutos atingem um estado fisiológico avançado de desenvolvimento, próximo ao início do processo natural de maturação.

Conforme se observa nos gráficos: na primeira derivada, o PDM está posicionado após o ponto de crescimento máximo, indicando o início do esgotamento da capacidade de síntese de matéria seca; na segunda derivada, ele coincide com uma inflexão negativa mais acentuada, sugerindo redução contínua da aceleração do crescimento, o que caracteriza a proximidade da fase de maturação; a terceira derivada reforça esse padrão ao indicar a inflexão no ritmo de desaceleração, enquanto a quarta derivada mostra estabilidade, refletindo a iminência da maturação plena.

Esse comportamento fisiológico dos frutos indica que, no PDM, a maior parte do acúmulo de massa já está completa, e os frutos estão metabolicamente prontos para entrar na fase final de maturação. Portanto, acredita-se que a aplicação do Ethrel nesse momento favorece: a indução da maturação de frutos verdes ainda pendentes; a uniformização do estágio de colheita dos frutos; e a redução da incidência de frutos em diferentes estádios fisiológicos, que prejudica a qualidade final do lote colhido. Diferente da aplicação empírica baseada apenas em observações visuais de coloração ou consistência, a adoção do PDM como ponto-alvo baseia-se em critérios fisiológicos e quantitativos, que são específicos para cada clone, como visto nas diferentes posições dos pontos nas figuras. Essa abordagem permite ajustar a aplicação do maturador ao desenvolvimento real do fruto, considerando as variações específicas para cada clone, além de condições climáticas e de manejo.

4.2.2 Intervalos de confiança *bootstrap* para os pontos críticos

A Tabela 4.4 apresenta os intervalos de confiança dos pontos críticos estimados via *bootstrap* em cada clone. De forma geral, o clone P1 apresentou intervalos de confiança mais estreitos, especialmente para o PI e para o PAM, o que indica maior precisão na delimitação dos períodos fisiológicos-chave para este material. Isso sugere que o crescimento do fruto do clone P1 ocorre de forma mais previsível, com menor variabilidade entre repetições ou indivíduos.

Tabela 4.4 – Intervalo de confiança para a abscissa dos pontos críticos do modelo Logístico ajustado aos dados de massa seca dos clones P1, 204 e 407 obtidos via *bootstrap* com base nas derivadas do modelo.

Clone	Ponto crítico	LI	Estimativa	LS
P1	PAM	21,5	35,2	55,9
	PI	105,1	116,7	126,7
	PDM	159,7	198,2	275,4
	PDA	215,2	258,5	379,6
204	PAM	-13,3	9,2	27,2
	PI	75,5	84,6	119,7
	PDM	113,7	159,9	276,8
	PDA	151,7	215,8	401,1
407	PAM	-15,5		1,2
	PI	50,0	58,7	63,3
	PDM	106,4	124,9	149,8
	PDA	149,1	173,9	211,3

Fonte: Da autora (2025).

Para o clone 204, observa-se maior incerteza associada ao ponto PAM, cujo intervalo inclui valores negativos, o que pode indicar que a estimativa deste parâmetro pode ser igual a zero, logo, o PAM ocorre muito no início da curva. Isso pode estar relacionado a uma curva de crescimento mais irregular, sensibilidade a fatores ambientais ou, ainda, distância significativa entre as coletas de dados nos dias iniciais. Nesse sentido, é possível concluir que, como o PAM está no início da curva, caracteriza que a cultivar 204 é um pouco mais precoce que a P1.

Já o clone 407 apresentou os intervalos mais amplos para todos os pontos críticos, com destaque para o PDM e PDA, o que revela elevada incerteza nas estimativas. Esses resultados sugerem alta variabilidade ou instabilidade no processo de acúmulo de massa seca e, ainda, estão associados à simetria mais acentuada da curva de crescimento observada anteriormente nas derivadas, a qual pode dificultar a identificação exata dos momentos de transição entre as fases fisiológicas.

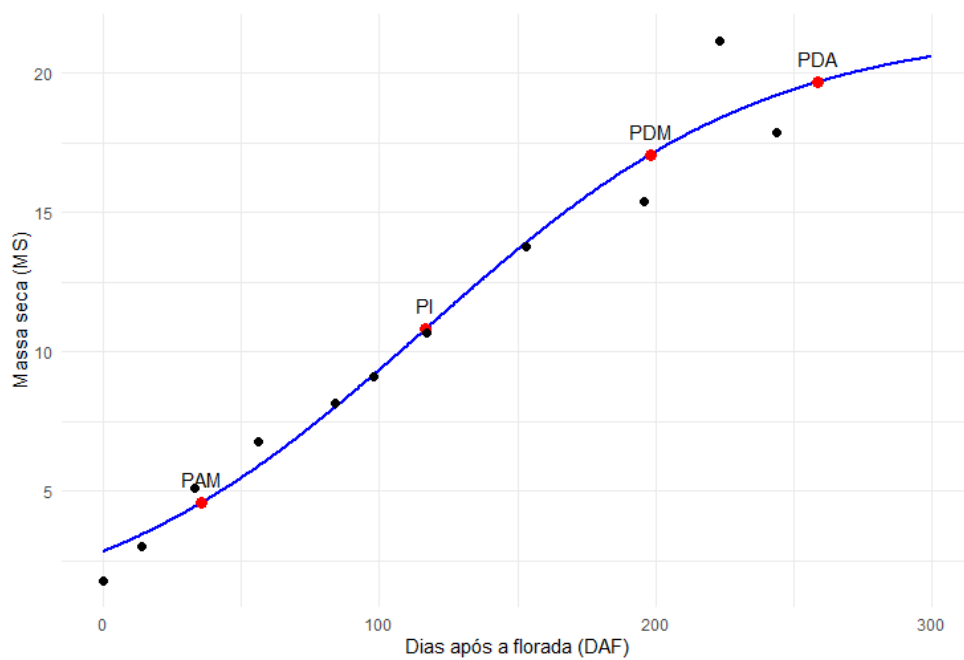
Além disso, convém destacar que os intervalos de confiança obtidos para todos os pontos críticos do clone 407 não se sobrepõem aos correspondentes do clone P1, o que reforça a

existência de diferenças significativas entre esses dois materiais genéticos em termos da dinâmica de acúmulo de massa seca. Por outro lado, ao comparar os clones P1 e 204, observa-se que há sobreposição parcial entre alguns pontos críticos, como o PDM e o PDA, enquanto outros, como o PAM e o PI, apresentam intervalos distintos. Situação semelhante ocorre entre os clones 204 e 407. Essa configuração dos intervalos sugere que o clone 204 apresenta comportamento intermediário entre P1 e 407 no que se refere ao tempo em que ocorrem os principais marcos fisiológicos, sendo possível classificá-lo como um material de maturação média em relação aos demais.

4.2.3 Modelagem final do acúmulo de massa seca com os pontos críticos da curva

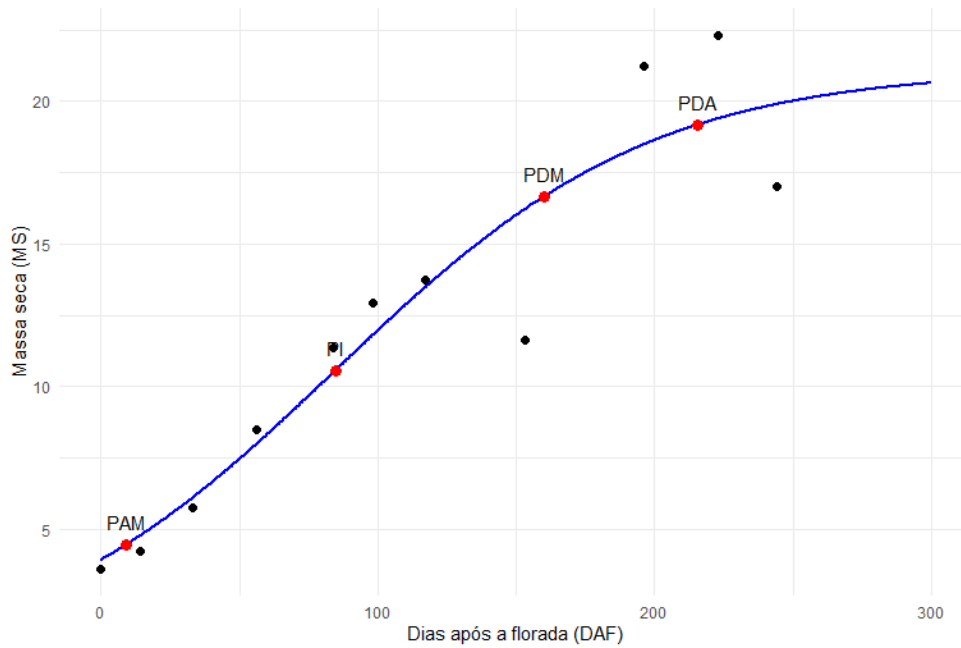
Por fim, nas figuras 4.7, 4.8 e 4.9, tem-se o modelo Logístico ajustado para os dados de matéria seca para os clones P1, 204 e 407, respectivamente, bem como seus pontos críticos. A curva ajustada mostra um padrão sigmoidal característico, refletindo o comportamento biológico do fruto durante o desenvolvimento. Os pontos críticos destacados (PAM, PI, PDM e PDA) fornecem informações importantes sobre os períodos de aceleração e desaceleração no acúmulo de massa seca.

Figura 4.7 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone P1.



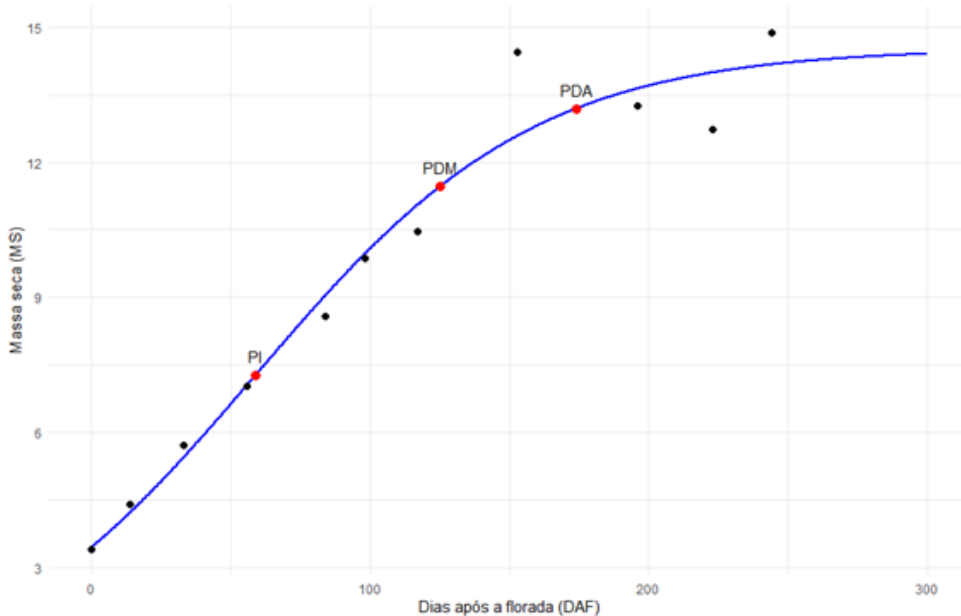
Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.8 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone 204.



Fonte: Da autora (2025).

Figura 4.9 – Ajuste final do modelo Logístico aos dados de acúmulo de massa seca de frutos de café Conilon com seus pontos críticos para o clone 407.



Fonte: Da autora (2025).

O PI, em particular, corresponde ao momento de máxima taxa de acúmulo, enquanto o PDA indica a estabilização do processo de crescimento. O modelo ajustado descreveu ade-

quadamente os dados observados, representando com precisão o padrão de acúmulo de massa seca dos frutos ao longo do tempo. Esses resultados contribuem significativamente para o entendimento do desenvolvimento do fruto, fornecendo informações práticas que podem embasar estratégias de manejo, como a definição de períodos ideais para intervenções nutricionais e a otimização do momento da colheita. Desse modo, os pontos críticos ajudam a definir estratégias de manejo agrícola, como: o melhor momento para fertilização e irrigação (PAM); o período ideal para colheita (PDA); e a identificação do momento mais produtivo (PI).

5 CONCLUSÕES

O estudo dos pontos críticos permitiu caracterizar o comportamento de crescimento dos frutos entre os diferentes clones analisados. Os valores estimados para o parâmetro b , que representa o momento de acúmulo máximo de massa seca, foram de 117, 84 e 59 dias após a florada para os clones P1, 204 e 407, respectivamente, com massas secas máximas (parâmetro a) correspondentes de 21,66 g, 21,12 g e 14,53 g. Dentre os pontos críticos, destacam-se os valores estimados para o ponto de desaceleração máxima (PDM), obtidos em 198, 160 e 125 dias após a florada, e para o ponto de desaceleração assintótica (PDA), em 259, 216 e 174 dias, respectivamente.

Desse modo, esses resultados corroboram a classificação dos clones em relação ao desenvolvimento dos frutos. O clone P1 apresentou desenvolvimento mais tardio, sendo indicado para sistemas produtivos que favoreçam maior produtividade, ainda que com colheita mais tardia. O clone 204 demonstrou comportamento intermediário, revelando-se uma opção versátil para lavouras que buscam conciliar precocidade e produtividade. Já o clone 407 mostrou-se mais precoce, sendo adequado para sistemas que priorizam colheitas antecipadas, embora com menor produtividade associada ao menor tamanho dos grãos. Nesse contexto, a adoção conjunta desses materiais em uma mesma lavoura pode beneficiar o escalonamento da colheita, otimizando o uso de mão de obra e recursos operacionais, uma vez que os diferentes ciclos de maturação permitem distribuir a colheita ao longo do tempo.

A utilização do método *bootstrap* para a estimação dos intervalos de confiança mostrou-se eficiente no contexto deste estudo, especialmente por sua flexibilidade e independência de pressupostos estritos sobre a distribuição dos erros. Essa abordagem permitiu obter intervalos de confiança não apenas para os parâmetros do modelo logístico, mas também para os pontos críticos derivados da função ajustada — como o PAM, PI, PDM e PDA — o que representa um avanço metodológico em relação à literatura existente, ainda sendo encontrados poucos estudos que tenham explorado a incerteza associada a esses pontos críticos do café conilon. Portanto, o uso do *bootstrap* ampliou a compreensão sobre a variabilidade desses estimadores e forneceu uma ferramenta para análises mais confiáveis em estudos de crescimento e desenvolvimento de frutos dessa cultura.

Em especial, destaca-se a relevância do ponto de desaceleração máxima (PDM) como referência fisiológica para a aplicação de maturadores. Esse ponto marca o início do declínio na

taxa de crescimento dos frutos, refletindo uma fase avançada de desenvolvimento e antecedendo o processo natural de maturação.

Ainda assim, são necessárias mais investigações para caracterizar com maior precisão o intervalo entre o PDM e o PDA em diferentes clones de café conilon, com o objetivo de aprimorar a definição do ponto ideal de maturação completa. Estudos futuros devem incluir um maior número de genótipos e cenários produtivos, visando subsidiar decisões agronômicas mais específicas e embasadas para o manejo e o uso de reguladores de crescimento.

REFERÊNCIAS

- ALLAMAN, I. B.; JELIHOVSCHI, E. G. Estimation of the critical points of an epidemic by means of a logistic growth model. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 40, n. 2, Jun. 2022. Disponível em: <<https://biometria.ufba.br/index.php/BBJ/article/view/576>>.
- AZARIAS, E. *et al.* Descrição das curvas de germinação de plantas daninhas em diferentes temperaturas por modelos não lineares. **Sigmae**, v. 12, n. 3, p. 1–9, 2023.
- AZARIAS, E. C. P. *et al.* Uso dos modelos von bertalanffy e logístico na descrição do acúmulo de massa seca das plantas daninhas *amaranthus retroflexus* e *amaranthus hybridus*. **Revista Foco**, v. 16, n. 7, p. e2342–e2342, 2023.
- BAYER, A. **Uniformidade de maturação do café: por que é importante para sua lavoura?** 2022. Disponível em: <<https://www.agro.bayer.com.br/conteudos-impulso-bayer/uniformidade-de-maturacao-do-caffe>>.
- BESERRA, R. S. *et al.* Modelagem com regressão logística para análise de concessão de crédito. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 7, p. e15211729761–e15211729761, 2022.
- BORGES, M. C. R. *et al.* Uso de modelos não lineares para avaliar a curva de crescimento de ovinos. **Caderno de Ciências Agrárias**, v. 15, p. 1–6, 2023.
- BRAGANÇA, S. M. *et al.* Variedades clonais de café conilon para o estado do espírito santo. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, SciELO Brasil, v. 36, p. 765–770, 2001.
- BRAGANÇA, S. M. *et al.* Acumulação de matéria seca pelo cafeeiro conilon. **Revista Ceres**, v. 57, n. 1, p. 48–52, 2010. Disponível em: <<https://sbicafe.ufv.br/items/9c780124-f7ee-4ba4-891d-a6e3e086e751>>.
- BRASIL. **Brasil é o maior produtor mundial e o segundo maior consumidor de café.** 2023. Acesso em: 11 set. 2024. Disponível em: <<https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/noticias/brasil-e-o-maior-produtor-mundial-e-o-segundo-maior-consumidor-de-caffe>>.
- BRASILEIRO, S. Vbp: café gera r\$116bilhões para a economia brasileira e protagoniza um avanço de 46% em um ano. **Hub do Café (Cooxupé)**, fev. 2025. Baseado no Valor Bruto da Produção (VBP) de janeiro de 2025, publicado em 3 de fevereiro de 2025. Disponível em: <<https://hubdocafe.cooxupe.com.br/caffe-gera-r-116-bi-para-a-economia-brasileira/>>.
- BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica, Rio de Janeiro**, v. 47, p. 1287–1294, 1979.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; BURDEN, A. M. **Análise numérica**. [S.l.]: Cengage Learning, 2016.
- CANTY, A.; RIPLEY, B. D. **boot: Bootstrap R (S-Plus) Functions**. [S.l.], 2021. R package version 1.3-28. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/boot/index.html>>.
- CANTY ANGELO E RIPLEY, B. D. **boot: Funções do Bootstrap R (S-Plus)**. 2021.

- CARDOSO, V. M. *et al.* Perspectivas para as exportações do agronegócio brasileiro em 2024. **Agro Global-Comércio Internacional**, 2024.
- CARVALHO, A. *et al.* Aspectos genéticos do cafeeiro. **Revista Brasileira de Genética**, v. 14, n. 1, p. 135–183, 1991.
- Anuário brasileiro do café 2015: Uma conta estreita. In: CARVALHO, C. d. *et al.* (Ed.). **Anuário Brasileiro do Café 2015**. Santa Cruz do Sul, RS: Gazeta, 2015. p. 26. 104 p.
- CARVALHO, L. F. *et al.* Effects of coffee maturation regulators. **Brazilian Journal of Biosystems Engineering**, v. 16, p. e1060, 2022. Acesso em: 6 jun. 2025. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/360665367_Effects_of_coffee_maturation_regulators>.
- CONAB. **Conab**. Brasília, 2025. v. 12, n. 2, 1–56 p. ISSN 2318-7913. Disponível em: <<https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/cafe>>.
- CUNHA, R. L. *et al.* Variações no crescimento vegetativo e reprodutivo em resposta à manipulação da razão fonte: dreno, em coffea arabica l. sob condições de campo. 2007.
- DAVIS, A. P. *et al.* Growing coffee: Psilanthus (rubiaceae) subsumed on the basis of molecular and morphological data; implications for the size, morphology, distribution and evolutionary history of coffea. **Botanical journal of the Linnean Society**, Oxford University Press, v. 167, n. 4, p. 357–377, 2011.
- DIEL, M. I. *et al.* Produção de pimenta biquinho em diferentes épocas de cultivo caracterizadas pelo modelo logístico e seus pontos críticos. **Ciência Rural**, SciELO Brasil, v. 50, p. e20190477, 2020.
- DRAPER, N. **Applied regression analysis**. [S.l.]: McGraw-Hill. Inc, 1998.
- DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression. ii. In: **Breakthroughs in Statistics: Methodology and Distribution**. [S.l.]: Springer, 1992. p. 260–266.
- EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. In: **Breakthroughs in statistics: Methodology and distribution**. [S.l.]: Springer, 1992. p. 569–593.
- EMBRAPA. **Exportação brasileira de café solúvel atinge volume físico equivalente a 1,91 milhão de sacas no primeiro semestre de 2024**. 2024. Acesso em: 13 ago. 2024. Disponível em: <<https://abrir.link/Evryc>>.
- ESCOBAR, O. *et al.* Severidade de phakopsora pachyrhizi em soja estimada por modelos de crescimento não lineares. **Agrometeoros**, v. 31, 2023.
- FASSIO, L. H.; SILVA, A. da. Importância econômica e social o café conilon. In: FERRÃO, RG; FONSECA, AFA da.; BRAGANÇA, SM; FERRÃO, MAG; DE MUNER, LH . . . , 2015.
- FERNANDES, J. G. *et al.* Avaliação de modelos não lineares na descrição da curva de crescimento do fruto de pessegueiro “aurora 1”. **Revista Foco**, v. 16, n. 9, p. e2993–e2993, 2023.

FERNANDES, T. J. **Curva de crescimento do fruto do cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares**. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)) — Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012. 80 p.

FERNANDES, T. J. *et al.* Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum. Technology**, Universidade Estadual de Maringa, v. 37, n. 4, p. 397–402, 2015.

FERNANDES, T. J. *et al.* Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. Editora UFLA, 2014.

FERRÃO, R. G. *et al.* **Café conilon**. [S.l.]: Instituto Capixaba de Pesquisa Assistência Técnica e Extensão Rural–INCAPER, 2017.

FERRÃO, R. G. *et al.* Cultivares de cafés conilon e robusta. Informe Agropecuário, Belo Horizonte, v. 41, n. 309, p. 17-25, 2020., 2021.

FERRÃO, R. G. *et al.* Cultivares de café conilon. In: FERRÃO, RG; FONSECA, AFA da.; BRAGANÇA, SM; FERRÃO, MAG; DE MUNER, LH . . . , 2015.

FERREIRA, D. F. **Estatística computacional em Java**. 1. ed. Lavras, MG: Ed. UFLA, 2013. 695 p. (broch.). ISBN 9788581270135.

FONSECA, A. d. *et al.* Cultivares de café robusta. **Cultivares de café: origem, características e recomendações**. Embrapa Café, Brasília, p. 255–280, 2008.

G1. **Entenda por que preço do café robusta supera cotação do arábica pela 1ª vez em sete anos**. 2024. Acesso em: 14 dez. 2024. Disponível em: <<https://g1.globo.com/sp/piracicaba-regiao/noticia/2024/09/02/entenda-por-que-preco-do-cafe-robusta-supera-cotacao-do-arabica-pela-1o-vez-em-sete-anos.ghtml>>.

GARCIA, V. A. **Desenvolvimento e maturação de frutos e sementes de espécies de Areaceae (Bactris gasipaes Kunth., Euterpe edulis Mart. e Syagrus romanzoffiana (Cham.) Glassman)**. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado em Biodiversidade Vegetal e Meio Ambiente), Instituto de . . . , 2015.

GURJÃO, K. C. d. O. *et al.* Desenvolvimento de frutos e sementes de tamarindo. **Revista Brasileira de Fruticultura**, SciELO Brasil, v. 28, p. 351–354, 2006.

INCAPER. **Incaper**. 2022. Accessed on Julho 31, 2024. Disponível em: <<https://incaper.es.gov.br/cafeicultura-tecnologias>>.

INCAPER. **Cafeicultura - Café Conilon**. 2024. Disponível em: <<https://incaper.es.gov.br/cafeicultura-conilon>>.

LÚCIO, A. D. *et al.* Ciclo de produção e caracterização de genótipos de abobrinha italiana pelo modelo logístico. **Horticultura Brasileira**, SciELO Brasil, v. 39, p. 264–271, 2021.

MACHADO, L. E. de M. *et al.* Ajuste de modelos não lineares para descrever a germinação de sementes de brachiaria brizantha cv. marandu. **Revista Foco**, v. 16, n. 6, p. e2221–e2221, 2023.

- MARTINS, M. C. *et al.* Estimação da curva de crescimento de potros da raça crioula utilizando modelos não lineares. UFPel, 2022.
- MEDEIROS, I. C. S. d. Resíduos no modelo de regressão bell-touchard. 2023.
- MELO, A. M. de M.; BONINI, L. M. D. M.; MUCOUCAH, M. F. S. Características da variação bienal na produção de café arábica no brasil. **South American Development Society Journal**, v. 8, n. 24, p. 93, 2022.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. d. Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento. **São Paulo: Cultura Acadêmica**, 2014.
- MONACO, L. C.; SöNDAHL, M. R. Emprego do etileno na maturação de frutos de café. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 9, n. 10, p. 135–137, 1974. Acesso em: 6 jun. 2025. Disponível em: <<https://seer.sct.embrapa.br/index.php/pab/article/view/17274>>.
- MORAIS, A. C. d. S. *et al.* Comparativo entre os métodos de newton-rhaphson e schröder: para obtenção de zeros de funções com raízes múltiplas. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 11, n. 1, p. 1–2, 2025.
- MOTA, D. H. da *et al.* Influência de fontes e doses de nutrientes na uniformidade de maturação e produtividade do cafeeiro. **CONTRIBUCIONES A LAS CIENCIAS SOCIALES**, v. 17, n. 1, p. 9280–9298, 2024.
- MOTTIN, M. C. *et al.* Efeito do cultivo de milho consorciado com plantas de cobertura na produção de massa seca e nas propriedades físicas do solo. **Conjecturas**, v. 22, n. 9, p. 70–91, 2022.
- MUIANGA, C. A. *et al.* Por descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura**, 2016.
- N'DAFÁ, G. *et al.* Crescimento inicial de mudas de cacaueteiro fertilizado com doses de esterco bovino. **ENCICLOPEDIA BIOSFERA**, v. 19, n. 42, 2022.
- NOCEDAL, J. **Stephen J Wright**. [S.l.]: Springer Numerical optimization. New York, 2006.
- PASSOS, J. R. d. S. *et al.* Critical points in logistic growth curves and treatment comparisons. **Scientia Agricola**, SciELO Brasil, v. 69, p. 308–312, 2012.
- PEREIRA, A. A. *et al.* Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar rubi mg 1192, utilizando modelos de regressão. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 236–271, 2014.
- PRADO, T. d. *et al.* Ajuste do modelo logístico na descrição do crescimento de frutos de coqueiro anão por meio de algoritmos iterativos mcmc. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 31, n. 2, p. 216–232, 2013.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2024. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- RALSTON, A.; RABINOWITZ, P. **A first course in numerical analysis**. [S.l.]: Courier Corporation, 2001.

RECKEL, D. S. B. Desempenho inicial de mudas de café conilon mediante aplicação de fosfito de potássio. Santa Teresa, 2024.

REHAGRO. **Maturadores na cultura do café: saiba mais sobre a utilização**. 2022. Acesso em: 6 jun. 2025. Disponível em: <<https://rehagro.com.br/blog/maturadores-na-cultura-do-cafe/>>.

Revista Cafeicultura. **Mudanças climáticas e seus impactos na cafeicultura brasileira**. 2024. Disponível em: <<https://revistacafeicultura.com.br/mudancas-climaticas-e-seus-impactos-na-cafeicultura-brasileira/>>.

Revista Cultivar. **Maturação uniforme**. 2015. Disponível em: <<https://revistacultivar.com.br/artigos/maturacao-uniforme>>.

ROSA, M. *et al.* Modelos lineares e não lineares para a descrição da curva de lactação da raça girolando. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 57, n. Z, p. 02678, 2022.

SÁGIO, S. A. Características fisiológicas e bioquímicas de frutos de duas cultivares de café de ciclos de maturação precoce e tardio. Universidade Federal de Lavras, 2009.

SANTOS, J. A.; FRANCESCHINI, S. d. C. C.; PRIORE, S. E. Curvas de crescimento para crianças com síndrome de down. **Rev Bras Nutr Clin**, v. 21, n. 2, p. 144–8, 2006.

SANTOS, K. dos *et al.* Modelos de regressão para estimativa do crescimento de frutos de macieira pouco exigentes em frio. **REVISTA OBSERVATORIO DE LA ECONOMIA LATINOAMERICANA**, Curitiba, v. 22, n. 4 ... , 2024.

SANTOS, M. d. Atributos físico-químicos de frutos de tomate cereja produzidos no alto sertão sergipano. NEAS-Núcleo de Graduação de Agronomia-Engenharia Agrônômica–Nossa Senhora da ... , 2023.

SANTOS, T. P. Intervalos de confiança bootstrap para algumas estatísticas não paramétricas em dados censurados. 2022.

SARI, B. G. *et al.* **Parâmetros biológicos da produção de tomateiro via modelo logístico**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2018.

SENRA, J. F. de B. *et al.* Seleção de modelos não lineares e o estudo do crescimento dos frutos de café conilon. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 4, p. e21511427093–e21511427093, 2022.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, Oxford University Press, v. 52, n. 3-4, p. 591–611, 1965.

SILVA, É. M. d. *et al.* Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of ‘green dwarf’ coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, SciELO Brasil, v. 43, p. e–726, 2021.

SILVA, F. M. *et al.* Uso de ethrel na colheita mecanizada e seletiva de café arábica (*coffea arabica* l.). **Coffee Science**, v. 4, n. 2, p. 178–182, 2009. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/277761231_Uso_de_ethrel_na_colheita_mecanizada_e_seletiva_de_cafe_arabica_Coffea_arabica_L>.

SILVA, I. *et al.* Correlações e modelos de regressão para estimativa indireta de massa de fruto de mamoeiro. In: SIMPÓSIO DO PAPAYA BRASILEIRO, 8., Linhares, ES. Papaya Brasil: produção . . . , 2022.

SILVA, L. *et al.* Modelos não lineares para curva de crescimento de coelhos nova zelândia. Instituto Federal Goiano, 2024.

SOUZA, C. A. d. *et al.* Componentes genéticos do desenvolvimento e maturação de frutos de coffea canephora pierre ex a. froehner. **Coffee Science**, v. 12, n. 3, p. 355–364, 2017. Disponível em: <<https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1087187/1/Componentes-geneticos-do-desenvolvimento-e-maturacao.pdf>>.

SOUZA, G. d. *et al.* Colheita mecanizada do café conilon. **FERRÃO et. al., Café Conilon**, v. 2, 2017.

SOUZA, T. d. S. d. Qualidade da bebida do café conilon orgânico consorciado com diferentes espécies arbóreas e frutíferas. 2018.

TAUNAY, A. d. **História do café no Brasil...** [S.l.]: Departamento nacional do café, 1939. v. 15.

TEIXEIRA, G. L. *et al.* Growth curves of campolina horses using nonlinear models. **Livestock Science**, Elsevier, v. 251, p. 104631, 2021.

TERRA, M.; MUNIZ, J.; SAVIAN, T. Ajuste dos modelos logístico e gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (phoenix roebelenii o'brien). **Magistra, Cruz das Almas**, v. 22, n. 1, p. 1–7, 2010.

TON, A. P. S. *et al.* Ajuste de curvas de crescimento em codornas de corte por inferência bayesiana. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 6, p. e8910615530–e8910615530, 2021.

VITÓRIA, A.; CAMPOS, G. d. S. **Só com APS forte o sistema pode ser capaz de achar a curva de crescimento da pandemia e garantir suficiência de leitos UTI.** 2020.

YIN, X. *et al.* A flexible sigmoid function of determinate growth. **Annals of Botany**, Oxford University Press, v. 91, n. 3, p. 361–371, 2003.