



ADRIANA DIAS

**SELEÇÃO MULTIVARIADA E IDENTIDADE
DE MODELOS NÃO LINEARES PARA O
CRESCIMENTO E ACÚMULO DE
NUTRIENTES EM FRUTOS DE
MANGUEIRA**

LAVRAS - MG

2014

ADRIANA DIAS

**SELEÇÃO MULTIVARIADA E IDENTIDADE DE MODELOS NÃO
LINEARES PARA O CRESCIMENTO E ACÚMULO DE NUTRIENTES
EM FRUTOS DE MANGUEIRA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

Orientador

Dr. Joel Augusto Muniz

Coorientador

Dr. Fabyano Fonseca e Silva

Coorientadora

Dra. Taciana Villela Savian

LAVRAS - MG

2014

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e
Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA**

Dias, Adriana.

Seleção multivariada e identidade de modelos não lineares para
o crescimento e acúmulo de nutrientes em frutos de mangueira /
Adriana Dias. – Lavras : UFLA, 2014.

138 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2014.

Orientador: Joel Augusto Muniz.

Bibliografia.

1. Modelos não lineares - Classificação. 2. Análise de
agrupamento. 3. Modelos não lineares - Qualidade de ajuste. 4.
Mangifera indica L. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.536

ADRIANA DIAS

**SELEÇÃO MULTIVARIADA E IDENTIDADE DE MODELOS NÃO
LINEARES PARA O CRESCIMENTO E ACÚMULO DE NUTRIENTES
EM FRUTOS DE MANGUEIRA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 13 de junho de 2014.

Dr. Ângelo Albérico Alvarenga	EPAMIG
Dr. Augusto Ramalho de Moraes	UFLA
Dr. Denismar Alves Nogueira	UNIFAL - MG
Dr. Fabyano Fonseca e Silva	UFV
Dr. João Domingos Scalon	UFLA

Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

**LAVRAS - MG
2014**

Dedico à minha família:

meus pais,

Maria José e Antônio,

aos meus irmãos,

Alexandra, e

Rodrigo

e ao meu companheiro,

Flávio.

AGRADECIMENTOS

A Deus e à Nossa Senhora Aparecida, por todas as bênçãos concedidas.

Ao professor Joel, pela orientação e agradável convivência.

Aos professores Fabyano e Taciana, pela coorientação, ensinamentos e disponibilidade em ajudar.

A todos os membros da banca, pelas críticas e sugestões, em especial Ângelo e Denismar, pela atenção e disponibilidade.

Aos meus pais, Maria José e Antônio, e aos meus irmãos Alexandra e Rodrigo, pelas orações e torcida em todos os momentos!

Ao Flávio, por todo apoio, incentivo e por estar sempre ao meu lado!

À Universidade Federal de Lavras e ao Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, pela oportunidade de continuar os meus estudos.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas (DEX) pelo empenho em compartilhar o conhecimento.

A todos os funcionários do DEX, em especial à Josi (pós-graduação), que sempre esteve pronta a ajudar.

A todos os colegas de mestrado e doutorado em Estatística, em especial a Ana Lúcia, Augusto, Leandro e Liliane, pela amizade, convivência, aprendizado, momentos de alegria e por estarem sempre presentes quando precisei.

Ao Paulinho (Esmeralda) pelo template do Latex.

A Patrícia e ao Lincoln, por fazerem de Alfenas um lugar muito mais feliz!

A Karen, pelo exemplo, incentivo e por acreditar em mim!

A Loló, pelas orações e momentos de descontração.

À Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG, pela oportunidade de continuar meus estudos enquanto docente da Instituição. Em particular, a todos

os professores e funcionários do Núcleo de Estatística do Instituto de Ciências Exatas.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro.

A todos, que direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho!

“Although this may seem a paradox, all exact science is dominated by the idea of approximation.”

Bertrand Russel

RESUMO

Este trabalho teve como principal objetivo utilizar a análise de agrupamento para seleção de modelos não lineares de crescimento, aplicados aos dados médios de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes de frutos de manga das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, considerando os resultados de diferentes avaliadores de qualidade de ajuste. Com este estudo, objetivo-se, também, avaliar o uso do teste de identidade de modelos na comparação das curvas provenientes do ajuste do modelo comum adequado às três cultivares. Foram ajustados dez modelos não lineares, cuja qualidade de ajuste foi medida pelo coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), critério de informação de Akaike (AIC), critério de informação Bayesiano (BIC), desvio padrão residual (DPR), desvio médio absoluto (DMA), erro percentual médio absoluto (MAPE) e erro de predição médio (EPM). O modelo Gompertz foi o que apresentou os melhores resultados para descrever o acúmulo de massa fresca, boro, zinco, nitrogênio, fósforo e magnésio. O modelo von Bertalanffy foi indicado como o melhor, para descrever o acúmulo de cálcio e potássio. Para descrever o acúmulo de massa seca, foi indicado o modelo Richards. A utilização de uma única curva para descrever o acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga não é adequada. Para massa fresca, massa seca, nitrogênio, potássio e magnésio, as curvas de crescimento apresentam taxas de acúmulo em comum nas cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

Palavras-chave: Classificação de modelos. Análise de agrupamento. Qualidade de ajuste. *Mangifera indica* L.

OVERVIEW

This study aimed to use the cluster analysis for the selecting nonlinear growth models, using data of mean accumulation of fresh mass, dry mass and nutrients of mango fruits of cultivars Haden, Palmer and Tommy Atkins, considering the results of different quality fit evaluators. The study also aimed to assess the use of tests of model identity in comparing curves obtained from the adjust of common model suitable for to these three cultivars. Were adjusted ten nonlinear models, for wich the adjust quality was measured using the adjusted coefficient of determination (R_{adj}^2), Akaike information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC), residual standard deviation (RSD), mean absolute deviation (MAD) , mean absolute percentage error (MAPE) and mean prediction error (MPE). The Gompertz model was found to be the best in showing better results for describing the accumulation of fresh mass, boron, zinc, nitrogen, phosphorus and magnesium. The von Bertalanffy model was found to be the best in describing the accumulation of calcium and potassium, and for describing the accumulation of dry mass, Richards model was found to be the best. The use of a single curve to describe the accumulation of fresh mass, dry mass and nutrients of the three mango cultivars was not suitable. The growth curves showed common accumulation rate in cultivars Haden, Palmer and Tommy Atkins for fresh mass, dry mass, nitrogen, potassium and magnesium.

Keywords: Models classification. Cluster analysis. Goodness of fit. *Mangifera indica* L.

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2	51
Figura 1 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	85
Figura 2 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	86
Figura 3 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa seca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	88
Figura 4 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa seca para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	89
Figura 5 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de boro das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	91
Figura 6 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de boro para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	92
Figura 7 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de zinco das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	94
Figura 8 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de zinco para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	95
Figura 9 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de nitrogênio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	98
Figura 10 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de de nitrogênio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	99
Figura 11 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de fósforo das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	101

Figura 12	Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de fósforo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	102
Figura 13	Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	104
Figura 14	Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	105
Figura 15	Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio das cultivares Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	107
Figura 16	Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio para as cultivares Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	108
Figura 17	Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	110
Figura 18	Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.	111
Capítulo 3		118
Figura 1	Valores observados e curvas de acúmulo de massa fresca ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz	125
Figura 2	Valores observados e curvas de acúmulo de massa seca ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Richards . .	126
Figura 3	Valores observados e curvas de acúmulo de boro ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz	128
Figura 4	Valores observados e curvas de acúmulo de zinco ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz	130
Figura 5	Valores observados e curvas de acúmulo de nitrogênio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz .	132
Figura 6	Valores observados e curvas de acúmulo de fósforo ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz .	133
Figura 7	Valores observados e curvas de acúmulo de potássio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - von Bertalanffy	135
Figura 8	Valores observados e curvas de acúmulo de cálcio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - von Bertalanffy .	136

Figura 9 Valores observados e curvas de acúmulo de magnésio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz . 137

LISTA DE TABELAS

Capítulo 1	19
Tabela 1	Expressões matemáticas dos modelos para descrição de curvas de crescimento. 32
Capítulo 2	51
Tabela 1	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Haden, considerando os dados de acúmulo de massa fresca 70
Tabela 2	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Palmer, considerando os dados de acúmulo de massa fresca 70
Tabela 3	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de massa fresca 71
Tabela 4	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de massa seca 71
Tabela 5	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de massa seca 72
Tabela 6	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de massa seca 72
Tabela 7	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de boro . . . 73
Tabela 8	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de boro . . . 73
Tabela 9	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de boro 74
Tabela 10	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de zinco . . . 74
Tabela 11	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de zinco . . 75
Tabela 12	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de zinco 75
Tabela 13	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio 76

Tabela 14	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio	76
Tabela 15	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio	77
Tabela 16	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de fósforo . .	77
Tabela 17	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de fósforo . .	78
Tabela 18	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de fósforo	78
Tabela 19	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de potássio .	79
Tabela 20	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de potássio .	79
Tabela 21	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de potássio	80
Tabela 22	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de cálcio . .	80
Tabela 23	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de cálcio . .	81
Tabela 24	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de cálcio	81
Tabela 25	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de magnésio	82
Tabela 26	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de magnésio	82
Tabela 27	Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de magnésio	83
Tabela 28	Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de massa fresca e massa seca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins	84

Tabela 29	Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de micronutrientes das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins	90
Tabela 30	Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de macronutrientes das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins	97
Capítulo 3		118
Tabela 1	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de massa fresca	124
Tabela 2	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Richards que apresentam interpretação biológica para acúmulo de massa seca	126
Tabela 3	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de boro	127
Tabela 4	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de zinco	129
Tabela 5	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de nitrogênio	131
Tabela 6	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de fósforo	132
Tabela 7	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo von Bertalanffy que apresentam interpretação biológica para acúmulo de potássio	134
Tabela 8	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo von Bertalanffy que apresentam interpretação biológica para acúmulo de cálcio	135
Tabela 9	Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de magnésio	137

SUMÁRIO

	CAPÍTULO 1 Introdução geral	19
1	INTRODUÇÃO	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1	Aspectos gerais da cultura da mangueira	22
2.2	Curvas de crescimento	26
2.3	Modelos de regressão não linear	31
2.4	Avaliadores da qualidade de ajuste	34
2.5	Análise de agrupamento	36
2.6	Determinação do número ótimo de grupos	38
2.7	Identidade de Modelos	39
	REFERÊNCIAS	41
	CAPÍTULO 2 Comparação de modelos não lineares utilizados na descrição do crescimento e acúmulo de nutrientes em frutos de mangueira	51
1	INTRODUÇÃO	53
2	METODOLOGIA	54
2.1	Dados	54
2.2	Estimação dos parâmetros dos modelos não lineares	55
2.2.1	Método dos mínimos quadrados ordinários	55
2.2.2	Método de Gauss-Newton	57
2.3	Avaliadores da qualidade de ajuste	59
2.3.1	Coeficiente de determinação ajustado - R_{aj}^2	59
2.3.2	Critério de informação de Akaike - AIC	59
2.3.3	Critério de informação bayesiano - BIC	60
2.3.4	Desvio padrão residual - DPR	60
2.3.5	Desvio médio absoluto - MAD	61
2.3.6	Erro percentual absoluto médio - MAPE	61
2.3.7	Erro de predição médio - EPM	61
2.4	Análise de agrupamento	62
2.4.1	Método de Ward	62
2.5	Determinação do número ótimo de grupos	66
2.6	Escolha do melhor modelo	66
2.7	Aspectos computacionais	67
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO	69
3.1	Estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento	69
3.1.1	Massa fresca e massa seca	69

3.1.2	Micronutrientes	72
3.1.3	Macronutrientes	75
3.2	Avaliadores da qualidade de ajuste	83
3.3	Análise de agrupamento	83
3.3.1	Massa fresca e massa seca	84
3.3.2	Micronutrientes	90
3.3.3	Macronutrientes	96
4	CONCLUSÕES	113
	REFERÊNCIAS	114
	CAPÍTULO 3 Identidade de modelos não lineares utilizados na descrição do crescimento e acúmulo de nutrientes em frutos de mangueira	118
1	INTRODUÇÃO	120
2	METODOLOGIA	121
2.1	Teste da identidade de modelos	121
2.2	Dados	123
2.3	Aspectos computacionais	123
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO	124
3.1	Massa fresca e massa seca	124
3.2	Micronutrientes	127
3.3	Macronutrientes	130
4	CONCLUSÕES	139
	REFERÊNCIAS	140

1 INTRODUÇÃO

A mangueira (*Mangifera indica* L.) é uma espécie frutífera e originária do leste da Índia, rica em minerais e vitaminas A, B, C e antioxidantes, além de apresentar alta concentração de ferro, magnésio, cálcio e potássio. A fruta é consumida, principalmente, “in natura”, como fruta fresca, mas é processada também em pedaços, em caldas, sucos, néctar, geleias e sorvetes.

O maior produtor mundial de mangas é a Índia, o Brasil ocupa a oitava posição e, em 2012, produziu mais de 1 milhão de toneladas do fruto, 2,8% do total produzido no mundo (FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS - FAO, 2014).

O estudo do crescimento dos frutos e das alterações nas concentrações de nutrientes, durante o desenvolvimento, fornecem indicações da época de maior ou menor absorção de nutrientes pela planta, contribuem para o estabelecimento de estádios de maturação mais adequados à colheita e possibilitam a detecção de problemas no desenvolvimento da cultura, ao longo do ciclo produtivo, como a incidência de desordens nutricionais.

Assim, o estudo de curvas de crescimento e acúmulo de nutrientes por folhas e frutos pode ser utilizado, para facilitar a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal e determinar as exigências nutricionais

dentro do ciclo produtivo.

O estudo dessas curvas por meio do ajuste de modelos de regressão não lineares, que possuem parâmetros com interpretação biológica, como taxas de crescimento e acúmulo máximo de biomassa, tem se mostrado adequado. Na literatura, são apresentados diferentes modelos não lineares para descrever curvas de crescimento vegetal e, ao se deparar com dois (ou mais modelos), é natural se questionar qual, dentre esses modelos, é o mais adequado.

Burnham e Anderson (2004) enfatizam a importância de selecionar modelos baseando-se em princípios científicos, como os avaliadores de qualidade de ajuste, que permitem indicar estatisticamente o melhor modelo. Porém, na presença de diferentes populações, que na área vegetal geralmente são designadas por diferentes cultivares, muitas vezes o modelo que melhor representou o crescimento de uma população pode não ser o melhor para as demais, isto é, os resultados dos avaliadores podem variar de acordo com a população considerada.

A utilização de métodos de seleção multivariados, como a análise de agrupamento, permite formar grupos homogêneos, de acordo com a avaliação simultânea de várias características de interesse. Para a situação apresentada, essa metodologia seria útil para agrupar modelos, cujos resultados dos avaliadores são concordantes dentro de cada população. Assim, seria mais fácil identificar modelos comuns aos grupos considerados como melhores, de acordo com a classificação conjunta dos avaliadores.

O pesquisador pode, ainda, ter interesse em comparar os parâmetros das curvas entre as diferentes populações e tais comparações podem ser realizadas por meio da utilização de testes de identidade de modelos.

Para aplicar a identidade de modelos, deve ser ajustado um mesmo modelo de regressão para todas as populações, ou seja, é necessário selecionar um modelo

por meio da utilização de métodos que permitam indicar, simultaneamente para todas as populações em estudos, qual o modelo pode ser adotado tendo em vista os resultados dos avaliadores considerados.

Nesta perspectiva, conduziu-se, este trabalho, com o principal objetivo de utilizar a análise de agrupamento para selecionar modelos de crescimento não lineares, tendo em vista os resultados de diferentes avaliadores de qualidade de ajuste, considerando dados de três cultivares de manga. Após a indicação do modelo comum, adequado às três cultivares, o estudo teve também como objetivo aplicar a identidade de modelos para comparar as curvas provenientes do ajuste desse modelo. A metodologia apresentada foi aplicada aos dados médios de acúmulo de massa seca, massa fresca e nutrientes de três cultivares de manga: Haden, Palmer e Tommy Atkins.

O trabalho está dividido em três capítulos e é organizado da seguinte forma: no capítulo 1, é apresentado o referencial teórico com conceitos básicos necessários para desenvolvimento dos capítulos 2 e 3. Esse capítulo consiste de uma revisão sobre o ajuste e a seleção de modelos de crescimento não lineares em que são apresentadas a utilização e a importância dos mesmos. No capítulo 2, foi utilizada a análise de agrupamento para a seleção do melhor modelo ajustado aos dados de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga consideradas no estudo, tendo em vista o resultado de diferentes avaliadores da qualidade de ajuste em cada uma das cultivares. No capítulo 3, trata-se da aplicação do teste de identidade de modelos para testar as hipóteses referentes à igualdade dos parâmetros dos modelos selecionados no capítulo 2 e identificar qual cultivar apresenta maior eficiência de crescimento.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Aspectos gerais da cultura da mangueira

A mangueira (*Mangifera indica* L.) é uma espécie frutífera, dicotiledônea, pertencente à família *Anacardiaceae* e originária do leste da Índia (DUVAL et al., 2005), maior produtor mundial de mangas (FAO, 2014). É uma árvore frondosa, de porte médio a grande, com copa simétrica, de forma arredondada baixa a piramidal alta, variando de baixa e densa à ereta e aberta, e com folhas sempre verdes. O sistema radicular é caracterizado por uma raiz pivotante e por raízes de superfície, as quais apresentam ramificações compostas por raízes finas e fibrosas (SANTOS-SEREJO, 2005).

O Brasil é o oitavo maior produtor mundial de mangas e em 2012 produziu mais de 1 milhão de toneladas do fruto, 2,8% do total produzido (FAO, 2014). Embora a mangueira seja cultivada em todas as regiões do Brasil, o Nordeste e o Sudeste representam 98% da produção nacional. Os principais estados produtores, Bahia e São Paulo, são responsáveis por, aproximadamente, 53% da área colhida e 56% do total produzido. A Bahia é o maior produtor, com 36% da produção e uma área colhida de, aproximadamente, 26 mil hectares (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE, 2012).

As cultivares locais do tipo Bourbon, Rosa, Espada, Coqueiro, Ouro, entre outras, ainda são predominantes no Brasil, mas a implantação de grandes áreas com novas cultivares de manga de comprovada aceitação no mercado externo têm modificado esse quadro. O cultivo da manga chamada “tipo exportação” tem como base as cultivares Haden, Palmer, Tommy Atkins, Keitt, Van Dyke, Kent, entre outras (SILVA; COELHO, 2010).

A cultivar Haden, originária da Flórida, foi introduzida, no Brasil, em 1931

mas passou a ser plantada, comercialmente, a partir da década de 60 (DONADIO, 1996). Essa variedade é de porte alto, é precoce, suscetível à antracnose, à má formação floral, à deterioração após a colheita, ao transporte, ao manuseio e ao colapso interno. Os frutos podem pesar, aproximadamente, 700 gramas, com atrativa coloração avermelhada, laivos amarelos, lenticelas grandes, polpa consistente, suave e moderada quantidade de fibras e 21º Brix. Em decorrência da baixa produção e de seu sabor, alcança elevados preços no mercado interno (LIMA NETO; SANTOS; COSTA, 2010).

A cultivar Palmer, originada na Flórida, em 1945, apresenta porte considerado intermediário e hábito de crescimento aberto, é monoembriônica, muito produtiva, tardia em relação à 'Tommy Atkins' e à 'Haden' e suscetível à antracnose, entretanto, apresenta uma vulnerabilidade ao colapso interno inferior àquela constatada nas outras variedades cultivadas em larga escala nas propriedades do Vale do São Francisco, sobretudo a 'Tommy Atkins'. A cultivar também apresenta um vigor moderado e regularidade na produção. Além de ser uma consagrada variedade aceita, normalmente no mercado interno para o consumo direto, ela é também aproveitada pelas indústrias de processamento para o beneficiamento, o que, certamente, tem proporcionado um expressivo aumento na área cultivada. Os frutos são, além de grandes, podendo pesar até 900 gramas, bastante aromáticos, compridos, firmes e, praticamente, desprovidos de fibras, esverdeados ou arroxeados quando imaturos e muito vermelhos quando já totalmente maduros, apresentando polpa bem amarelada e 19º Brix (LIMA; SANTOS; COSTA, 2010).

A cultivar Tommy Atkins foi originada na Flórida, na década de 1920 e introduzida no Brasil, em 1970, com outras cultivares que foram testadas e algumas recomendadas para as condições brasileiras. É uma variedade monoembriônica, vigorosa e precoce, com frutos de tamanho médio a grande, 400 a 700 gramas,

com superfície lisa, casca espessa, cor alaranjada, amarelada, avermelhada ou púrpura, polpa amarela-escura, consistente, firme e succulenta, possui teor médio de fibra, 17° Brix e sabor inferior, quando comparada à ‘Palmer’ e à ‘Haden’. O fruto é parcialmente resistente à antracnose, porém, apresenta problemas de colapso interno, alta suscetibilidade ao oídio e má formação floral. A variedade apresenta elevada produtividade, regularidade na produção e resistência considerável tanto aos impactos mecânicos, podendo então ser facilmente transportada, como à deterioração, após a colheita, além de amadurecer bem se colhida imatura, propiciando, assim, uma maior vida útil pós-colheita sendo, portanto, muito menos perecível que as demais variedades cultivadas para os mercados internacionais (LIMA NETO; SANTOS; COSTA, 2010; LUCENA, 2006). É uma das variedades de manga mais cultivada mundialmente para exportação, representando 50 e 80% das exportações de manga no México e no Brasil, respectivamente (LUCENA, 2006). Cerca de 80% da plantação brasileira de manga dedica-se a essa variedade e em seguida à Haden, que ocupa cerca de 10% das culturas de manga (BUAINAIN; BATALHA, 2007).

Segundo Kader (2002 citado por SOUZA, 2007), a qualidade do fruto não depende apenas dos processos fisiológicos que ocorrem durante o amadurecimento, mas, também, dos que acontecem durante todo o seu desenvolvimento. Lee e Kader (2000) afirmam que as condições climáticas, como luz e temperatura, as práticas culturais, como poda e desbaste, o uso de produtos químicos agrícolas, como pesticidas e reguladores de crescimento, podem influenciar a composição química, o tamanho e a composição nutricional dos frutos.

Uma melhor qualidade dos frutos da mangueira depende, além do fator genético, do ponto ideal de colheita e de aspectos ligados ao estado nutricional das plantas (PRADO, 2004). De acordo com Salomão et al. (2004), a dinâmica do

acúmulo de nutrientes em frutos é de grande importância, em razão dos processos do desenvolvimento a que estão associados, como amadurecimento, senescência e desordens fisiológicas.

Singh (1960) divide o desenvolvimento de frutos de mangueira em 4 fases: fase juvenil, até 21 dias após a antese (DAA); fase de crescimento, de 21 a 49 DAA; maturação dos frutos, de 49 DAA até o ponto de colheita e senescência.

Os nutrientes mais importantes para a cultura da mangueira são nitrogênio, fósforo, potássio, cálcio, magnésio, boro e zinco (SANTOS-SEREJO, 2005). A absorção dos nutrientes varia com a idade e o estágio fisiológico da planta.

O nitrogênio (N) exerce um importante papel na produção e na qualidade dos frutos. Mangueiras adequadamente nutridas com nitrogênio poderão emitir regularmente brotações que, ao atingirem a maturidade, resultarão em panículas responsáveis pela frutificação. O fósforo (P) é necessário na divisão e crescimento celular da planta, é, especialmente importante no desenvolvimento radicular, comprimento da inflorescência, duração da floração, tamanho da folha e maturação do fruto, além de influenciar, positivamente, na coloração da casca, uma característica de grande importância para o mercado consumidor (SILVA; FARIA, 2010).

O potássio (K) é o nutriente mais importante em termos de produção e qualidade de frutos, em particular cor da casca, aroma, tamanho e brix; exerce um importante papel na fotossíntese e na produção de amido, na atividade das enzimas e na resistência da planta a doenças. O cálcio (Ca), juntamente com o nitrogênio, é um nutriente exigido em grandes quantidades pela mangueira, participa no desenvolvimento celular da planta e dos frutos, influencia na firmeza e na vida de prateleira dos frutos. A deficiência de magnésio (Mg) pode provocar redução no desenvolvimento, desfolha prematura e, assim, diminuição da produção (SILVA; FARIA, 2010).

O boro (B) é importante para a polinização e desenvolvimento de frutos e essencial para a absorção e uso do cálcio. Plantas deficientes em zinco (Zn) apresentam encurtamento dos entrenós, além do limbo foliar aumentar sua espessura e ficar quebradiço. O ferro (Fe) participa da formação da molécula de clorofila, é componente dos citocromos, atua nos processos de oxidação que liberam energia de açúcares e amidos, de reações de conversão de nitrato em amônio na planta e da síntese de proteínas, é um ativador de enzimas, como o cobre (Cu) e o enxofre (S) que são exigidos em pequenas quantidades. O enxofre faz parte de alguns aminoácidos essenciais como metionina, cistina e cisteína, de certas vitaminas e da coenzima A. O manganês (Mn) é essencial para a formação da clorofila e para a formação, multiplicação e funcionamento do cloroplasto. Sua deficiência causa redução no crescimento, semelhante às deficiências de fósforo e magnésio (SILVA; FARIA, 2010).

O desenvolvimento e a produtividade da mangueira são afetados pela prática de adubação inadequada que ocorre, principalmente, em razão do desconhecimento da exigência nutricional da planta. O estudo do crescimento dos frutos e das alterações nas concentrações de nutrientes durante o desenvolvimento fornecem indicações da época de maior ou menor absorção de nutrientes pela planta, contribuem para o estabelecimento de estádios de maturação mais adequados à colheita e possibilitam a detecção de problemas no desenvolvimento da cultura ao longo do ciclo produtivo, como a incidência de desordens nutricionais.

2.2 Curvas de crescimento

Segundo Fitzhugh Junior (1976), uma sequência de medidas de tamanho, frequentemente peso corporal, descrita por uma curva sigmoide caracteriza o termo curvas de crescimento ou curvas tamanho-idade e afirma que a compara-

ção dos métodos de ajuste dessas curvas deve considerar a interpretação biológica dos parâmetros, a qualidade de ajuste e a dificuldade computacional.

O desenvolvimento do fruto da mangueira segue um padrão de crescimento sigmoidal, inicialmente rápido, evoluindo para um mais lento. No início, ocorrem sucessivas divisões celulares, alargamento celular, seguidos de maturação, amadurecimento e, finalmente, senescência (CHITARRA; CHITARRA, 1990).

Os processos que envolvem curvas de crescimento com formato sigmoidal são comuns na biologia, agricultura, engenharia e economia. Tais curvas iniciam em algum ponto fixo e sua taxa de crescimento aumenta monotonicamente até atingir o ponto de inflexão, a partir deste ponto a taxa de crescimento diminui e a curva se aproxima assintoticamente de um valor final (RATKOWSKY, 1983).

Segundo Medlicott et al. (1988), a determinação ideal do ponto de colheita de frutos da mangueira é dificultada, pois eles atingem seu completo desenvolvimento em tempos diferentes. O estágio de maturação no qual o fruto é colhido determina sua qualidade e potencial de armazenamento. Segundo Medina (1996), o grau de maturidade ideal para a colheita depende do tempo que a manga levará para ser consumida ou industrializada. Para utilização imediata, colhem-se frutos completamente maduros e para transporte ou armazenagem por períodos longos, no estágio “de vez”, a fim de chegarem ao mercado varejista em bom estado de conservação e maturação.

Alves et al. (2002) relataram que os frutos colhidos prematuramente não amadurecem ou o fazem de forma irregular. Quanto mais imaturo o fruto, maior a sensibilidade à baixa temperatura, e maior a perda de água por transpiração. As deficiências no amadurecimento da manga colhida prematuramente manifestam-se, entre outros aspectos, na cor, na firmeza, no conteúdo de açúcares e na acidez. Por sua vez, uma colheita tardia reduz a vida útil e torna o fruto mais sensível a

danos mecânicos e ao ataque de microrganismos.

Muitos critérios têm sido utilizados na determinação da maturidade de frutos, baseados no aspecto aparente (tamanho, diâmetro, cor etc) e na composição química (sólidos solúveis, acidez titulável etc) do produto à época da colheita. Entretanto, pode haver variações desses índices de acordo com o local de cultivo, cultivares e condições climáticas do ano de crescimento.

A análise de crescimento de comunidades vegetais é de grande importância, pois pode ser utilizada para conhecer a adaptação ecológica das plantas a novos ambientes, a competição entre espécies, o efeito de sistemas de manejo e a capacidade produtiva de diferentes genótipos e se caracteriza como o elo entre o registro de rendimento das culturas e a análise destas por meio de métodos fisiológicos (KVET et al., 1971).

Em experimentos com animais, os modelos não lineares são amplamente utilizados no ajuste e avaliação genética de curvas de crescimento (BROW; FITZHUGH; CARTWRIGHT, 1976; BUDIMULYATI et al., 2012; CARNEIRO et al., 2014; FITZHUGH JUNIOR, 1976; GUEDES et al., 2005; MAZZINI et al., 2003, 2005; MENDES et al., 2008, 2009; SILVA et al., 2010; SILVEIRA et al., 2011, 2012), na descrição de cinética de digestão de animais ruminantes (SAVIAN et al., 2007a, 2007b, 2009; SAVIAN; MUNIZ, 2007), nas curvas de lactação de animais (MUNIZ et al., 2007; SILVA et al., 2005; VARGAS et al., 2000), entre outros. O uso destes modelos é devido, principalmente, à interpretação biológica de seus parâmetros e funções dos mesmos. Dentre os parâmetros estão o peso à maturidade e a taxa de maturidade, que representa a velocidade de crescimento e quanto maior o seu valor, mais precoce é o animal (SILVA et al., 2004).

Braccini Neto et al. (1996) consideram que, embora os modelos lineares proporcionem ajuste satisfatório, seu uso não é justificado, pois seus parâmetros

não possuem interpretação biológica, porém, vários autores: Godoy e Cardoso (2003), Lima, Peixoto e Ledo (2007), Maciel et al. (2008), Martins et al. (2003), Miguel et al. (2013), Pezzutti, Scnumacher e Hoppe (1999), Siqueira (2007), Souza et al. (2008), Vale et al. (2009) e Yorinori (2003), ainda utilizam esses modelos em diversas situações experimentais, para descrever fenômenos na área de produção vegetal.

Em se tratando do uso dos modelos não-lineares na área vegetal, Vieira Júnior et al. (1999) utilizaram modelos não-lineares para obter as estimativas do potencial total de água em sementes; Pereira et al. (2000) estudaram o comportamento da bananeira (*Musa* spp.) ‘Prata Anã’, no primeiro ciclo de produção e ajustaram o modelo logístico à circunferência do pseudocaule e à altura das plantas; Corrêa, Araújo e Afonso Júnior (2003) com o objetivo de determinar as curvas de secagem de sementes de milho doce em camada delgada, concluíram que essas curvas podem ser adequadamente descritas pelos modelos de Thompson e Page; Castro Neto e Reinhardt (2003) concluíram que o padrão de crescimento observado para volume, massa fresca e massa seca de frutos de manga Haden é sigmoidal; Toralles et al. (2004) em um estudo sobre o escurecimento enzimático *in vitro*, em pêssegos utilizaram o modelo de Michaelis-Menten e encontraram uma relação crescente do coeficiente de especificidade, função dos parâmetros do modelo, sendo um bom indicador cinético do estudo *in vitro* e, portanto, pode ser utilizado como indicador de escurecimento em polpa; Carlesso et al. (2007) compararam cinco modelos não-lineares com o objetivo de determinar o modelo que melhor descreve a secagem por convecção em camada fina de sementes de maracujá-amarelo; Martins Filho et al. (2008) utilizaram a metodologia bayesiana para ajustar o modelo logístico aos dados de crescimento de duas cultivares de feijoeiro, ‘Neguinho’ e ‘Carioca’; Maia et al. (2009) compararam a qualidade do

ajuste dos modelos Brody, Gompertz, logístico e von Bertalanffy, na descrição do crescimento de duas variedades de bananeiras submetidas a cinco doses de um regulador de crescimento e compararam as curvas do melhor modelo, logístico, em relação aos diferentes tratamentos, por meio da análise de agrupamento. Pereira, Muniz e Silva (2005) e Zeviani et al. (2012) e ajustaram modelos não lineares para descrever a dinâmica do potássio e do nitrogênio em solos.

Ainda em relação à utilização de modelos não lineares na descrição de crescimento de frutos, Terra, Muniz e Savian (2010) ajustaram os modelos logístico e Gompertz aos dados de crescimento, diâmetro e comprimento, dos frutos de tamareira-anã; Mendes (2011) estudou as curvas de crescimento referentes ao diâmetro longitudinal de tomates por meio dos modelos logístico e Gompertz e apresentou um procedimento bayesiano para analisar e comparar esses modelos; Prado, Savian e Muniz (2013) avaliaram as propriedades dos estimadores dos parâmetros dos modelos logístico e Gompertz na descrição do crescimento de frutos de coqueiro anão, considerando a estrutura de erros independentes e autocorrelacionados.

De acordo com o exposto, o estudo de curvas de crescimento e acúmulo de nutrientes por folhas e frutos, por meio do ajuste de modelos de regressão não lineares, que possuem parâmetros com interpretação biológica, como taxas de crescimento e acúmulo máximo de biomassa, pode ser utilizado para facilitar a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal e determinar as exigências nutricionais dentro do ciclo produtivo e representa um importante campo de pesquisa na experimentação agropecuária.

2.3 Modelos de regressão não linear

Os modelos de regressão permitem avaliar a possível relação entre uma variável dependente, com uma ou mais variáveis independentes. Os modelos não lineares, na maioria das vezes, são baseados em considerações teóricas inerentes ao fenômeno que se tem interesse modelar (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

Segundo Bates e Watts (1988), um modelo de regressão não linear pode ser escrito como:

$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

y_i representa a observação da variável dependente; sendo que $i = 1, \dots, n$; $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$ é a função esperança ou função resposta conhecida; $\mathbf{x}_i$ é um vetor n dimensional formado por observações em variáveis exógenas; $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T$ é um vetor de parâmetros p dimensional desconhecido e ε_i representa o efeito do erro aleatório.

Um modelo de regressão não linear é aquele, no qual, pelo menos um de seus parâmetros possui não-linearidade, ou seja, para os modelos não-lineares pelo menos uma das derivadas parciais da função esperança com relação aos parâmetros dependem de pelo menos um dos parâmetros:

$$\frac{\partial f_i(X; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} = h(X; \boldsymbol{\theta}),$$

pelo menos para algum i e j .

Na Tabela 1, apresentam-se as funções dos principais modelos não-lineares utilizados para descrever as curvas de crescimento animal e constituem modelos com amplo potencial de uso para descrever o crescimento de vegetais. Segundo Silveira (2010), de forma geral, esses modelos têm por objetivo descrever uma trajetória assintótica da variável dependente peso, em função da variável indepen-

dente tempo. A diferença entre tais modelos, geralmente é dada pela definição do ponto de inflexão da curva, que confere uma forma sigmóide a mesma, porém para alguns modelos esse ponto pode não existir.

Tabela 1 Expressões matemáticas dos modelos para descrição de curvas de crescimento

Modelo	Equação	Referência
A	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + \beta_2(\exp(-\beta_3 x_i)))^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon$	Richards (RATKOWSKY, 1983)
B	$y_i = \frac{\beta_2 \exp(\beta_3) + \beta_1 x_i^{\beta_4}}{\exp(\beta_3) + x_i^{\beta_4}} + \varepsilon$	Morgan-Mercer-Flodin (RATKOWSKY, 1983)
C	$y_i = \beta_1 \exp(-\exp(\beta_2 - \beta_3 x_i)) + \varepsilon$	Gompertz (RATKOWSKY, 1983)
D	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + \exp(\beta_2 - \beta_3 x_i))} + \varepsilon$	Logístico (RATKOWSKY, 1983)
E	$y_i = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{1 + \exp\left(\frac{\beta_3 - x_i}{\beta_4}\right)} + \varepsilon$	Logístico com 4 parâmetros (PINHEIRO; BATES, 2009)
F	$y_i = \beta_1 (1 - \beta_2 \exp(-\beta_3 x_i))^3 + \varepsilon$	Bertalanffy (1957)
G	$y_i = \frac{\beta_2 \beta_3^{\beta_4} + \beta_1 x_i^{\beta_4}}{\beta_3^{\beta_4} + x_i^{\beta_4}} + \varepsilon$	Michaelis-Menten Modificado (LOPEZ et al., 2000)
H	$y_i = \beta_1 - \beta_2 \exp(-\exp \beta_3 x_i^{\beta_4}) + \varepsilon$	Weibull (RATKOWSKY, 1983)
I	$y_i = \beta_1 + \frac{\beta_4}{1 + \exp\left(\frac{x_i - \beta_2}{\beta_3}\right)} + \varepsilon$	Boltzman (FLORENTINO; BISCARO; PASSOS, 2010)
J	$y_i = \beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \exp\left(-\beta_3 x_i^{\beta_4}\right) + \varepsilon$	Janoschek (1957)

Para os modelos apresentados na Tabela 1, β_1 é o parâmetro assintótico, representa a quantidade de massa seca, massa fresca ou nutrientes à maturação, com exceção do modelo logístico com quatro parâmetros, em que o parâmetro assintótico é representado por β_2 . Para o modelo Michaelis-Menten Modificado,

β_2 representa o teor de massa seca, massa fresca ou nutrientes no tempo inicial e, para os demais modelos, esse parâmetro não apresenta interpretação prática, sendo uma constante de integração. O parâmetro β_3 representa a taxa de acúmulo de massa seca, massa fresca ou nutrientes no fruto, exceto para o modelo Weibull, no qual esse parâmetro representa o logaritmo natural dessa taxa e, para o modelo Michaelis-Menten Modificado, esse parâmetro não apresenta interpretação prática. O parâmetro β_4 está presente nos modelos com quatro parâmetros e fornece um aumento na flexibilidade de ajuste dos modelos aos dados quando comparados aos modelos com três parâmetros.

Braccini Neto et al. (1996) relatam que os modelos Brody, logístico, Gompertz e von Bertalanffy são casos especiais da curva Richards e, de acordo com Mendes (2011), estes são os principais modelos não-lineares utilizados na área vegetal. O modelo Richards, por ter o parâmetro β_4 flexível, o qual determina o ponto de inflexão, pode assumir a forma dos outros quatro modelos em questão. Em decorrência do fato de apresentar um parâmetro a mais, o modelo Richards, geralmente, apresenta excelentes ajustes, porém é de difícil convergência.

Lopez et al. (2000) apresentaram uma generalização do modelo original de Michaelis-Menten com o objetivo de descrever curvas de crescimento sigmóides, uma vez que o modelo original não apresenta ponto de inflexão, e concluíram que o modelo proposto ajustou-se muito bem a dados de peso-idade de várias espécies animais, apresentando resultados similares aos modelos Gompertz e Richards.

Os modelos logístico, Gompertz, Richards, Morgan-Mercer-Flodin, Weibull e Boltzman foram utilizados por Florentino, Biscaro e Passos (2010) para determinar a taxa máxima de absorção de metano, por meio da estimativa do ponto de inflexão das curvas obtidas. De acordo com o critério de seleção utilizado, soma de quadrados dos resíduos, o modelo Boltzman foi o que melhor se ajustou

aos dados.

2.4 Avaliadores da qualidade de ajuste

Segundo Emiliano (2013), um mesmo fenômeno pode ser descrito por mais de um modelo, pois existem diversas metodologias e o pesquisador utilizará aquela que julgar mais adequada.

Mazerolle (2004) afirma que um bom modelo deve conseguir equilibrar a qualidade do ajuste e a complexidade, que em geral, é medida pelo número de parâmetros. Dessa forma, quanto maior o número de parâmetros, mais complexo será o modelo e mais difícil será explicá-lo.

Os avaliadores da qualidade de ajuste são metodologias estatísticas utilizadas para comparar os diferentes modelos de regressão não linear existentes e indicar o melhor modelo, quando ajustados a um mesmo conjunto de dados.

A importância de selecionar modelos baseados em princípios científicos é destacada por Burnham e Anderson (2004) e a utilização de vários avaliadores com o intuito de selecionar os melhores modelos de regressão não-linear é crescente, pois quanto maior o número de avaliadores considerados, mais adequada é a indicação dos melhores modelos.

Vargas et al. (2000), que embora tenham trabalhado com curvas de lactação de vacas leiteiras, apresentam uma revisão sobre alguns avaliadores da qualidade de ajuste. Neste trabalho foram utilizados o coeficiente de determinação ajustado, o coeficiente de Durbin-Watson, o desvio padrão residual e o desvio médio absoluto dos resíduos.

Dionello et al. (2009), estudando modelos que descrevem as curvas de secagem de abacaxis, utilizaram como critérios de seleção do melhor modelo, o coeficiente de determinação, desvio padrão residual e o erro percentual absoluto

médio.

Maia et al. (2009) compararam a qualidade do ajuste dos modelos Brody, Gompertz, logístico e von Bertalanffy na descrição do crescimento de duas variedades de bananeiras submetidas a cinco doses de um regulador de crescimento, utilizando como avaliadores da qualidade de ajuste: quadrado médio do resíduo, porcentagem de convergência, critério de informação bayesiano e coeficiente de determinação.

Terra, Muniz e Savian (2010), ao compararem os modelos logístico e Gompertz quando ajustados aos dados de diâmetro e comprimento dos frutos de tamareira-anã, utilizaram como avaliadores da qualidade de ajuste, o coeficiente de determinação ajustado, o desvio padrão residual, o teste de Durbin-Watson e o critério de informação de Akaike.

Prado, Savian e Muniz (2013), ao estudarem o crescimento de frutos de coqueiro anão, considerando a estrutura de erros independentes e autocorrelacionados, compararam os modelos logístico e Gompertz, de acordo com os seguintes critérios de ajuste: o coeficiente de determinação ajustado, o desvio padrão residual e peso de Akaike.

Quando se utiliza um grande número de avaliadores, a escolha dos modelos se transforma em um processo complexo, visto que cada avaliador preconiza determinada característica, como, por exemplo, a minimização dos erros de ajuste e a habilidade de predição. Dessa forma, um mesmo modelo pode apresentar alto desempenho para um avaliador e baixo para outros (SILVEIRA et al., 2011). Além disso, na presença de diferentes populações, os resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste podem variar, de acordo com a população considerada.

A utilização de métodos multivariados de classificação, como análise de agrupamento, permite agrupar modelos cujos resultados são semelhantes, simul-

taneamente, em relação a todos os avaliadores considerados e, ao estudar mais de uma cultivar, seria possível, indicar um modelo que se encontra dentro dos grupos que apresentaram melhores ajustes para todas as cultivares ou para a maioria delas.

2.5 Análise de agrupamento

A análise de agrupamento tem por finalidade classificar um conjunto de n objetos, medidos de acordo com p variáveis, em g grupos, conforme suas semelhanças.

Segundo Ferreira (2011), a semelhança entre os objetos é quantificada por uma medida de proximidade, que engloba tanto as medidas de similaridades quanto as de dissimilaridades. Quanto maior for o valor mensurado nas medidas de similaridades, mais semelhantes são os objetos, enquanto que para medidas de dissimilaridades, quanto maior o valor mensurado, menos semelhantes, ou mais divergentes, são os objetos (JOHNSON; WICHERN, 1998).

Os dados observados em n objetos e relativos a p variáveis são representados em uma matriz de dados de dimensões $(n \times p)$. As medidas de proximidade são calculadas a partir da matriz de dados e representadas em uma matriz de dimensões $(n \times n)$ que contém os coeficientes de proximidades entre os objetos.

As medidas de dissimilaridade são as distâncias e na literatura são apresentadas várias medidas como: a distância euclidiana quadrática, distância euclidiana padronizada quadrática, distância generalizada de Mahalanobis, métricas de Minkowski e de Canberra e o coeficiente de Czekanowski (FERREIRA, 2011; JOHNSON; WICHERN, 1998).

Os métodos de agrupamento são classificados, de forma geral, em métodos hierárquicos e não-hierárquicos. Nos métodos não-hierárquicos, o processo é aplicado à matriz de dados e não à matriz de dissimilaridades e o método de partição

das k —médias é o mais utilizado (JOHNSON; WICHERN, 1998).

Nos métodos hierárquicos, os objetos são classificados em grupos em diferentes passos, de forma hierárquica, até produzir uma árvore de classificação, os dendrogramas (BUSSAB; MIAZAKI; ANDRADE, 1990). Nos dendrogramas, são apresentados os objetos e os respectivos pontos de junção ou divisão dos grupos formados em cada passo.

Ainda em relação aos métodos hierárquicos, estes são subdivididos em métodos aglomerativos e divisivos. Nos métodos aglomerativos, inicialmente cada objeto é considerado um grupo, assim tem-se n grupos e, em cada passo os dois grupos de menor distância são aglomerados e o processo é repetido até reunir todos os n objetos em um único grupo. Dentre os métodos aglomerativos, estão os métodos de ligação simples (vizinho mais próximo), ligação completa (vizinho mais distante), ligação média (distância média), mediana, centroide e o de Ward, proposto por Ward (1963). Nos métodos divisivos, considera-se um único grupo inicial com n objetos e são realizadas divisões sucessivas em dois grupos de cada vez, até obter n grupos, com cada um contendo um único objeto.

Os métodos de agrupamento têm sido muito utilizados na experimentação agropecuária, seja em estudos da diversidade genética que pode ser avaliada de forma simultânea em relação a várias características ou para seleção de modelos. Silveira et al. (2012) utilizaram o método centroide para classificar modelos de crescimento não-lineares aplicados aos dados de ovinos de corte, tendo em vista os resultados de diferentes avaliadores de qualidade de ajuste. Puiatti et al. (2013) utilizaram o método de Ward para comparar e classificar modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca de plantas de alho, considerando os resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste como variáveis.

2.6 Determinação do número ótimo de grupos

A seleção do número ótimo de grupos na etapa final dos estudos que utilizam os métodos hierárquicos de agrupamento é uma tarefa difícil para os pesquisadores, que, muitas vezes, baseiam-se em inspeções gráficas ou em pontos de alta mudança de nível dos dendrogramas.

Vários autores (CALINSKI; HARABASZ, 1974; DUDA; HART, 1973; HUBERT; LEVIN, 1976; MOJENA, 1977) têm sugerido diversos índices para facilitar essa decisão.

De acordo com Milligan e Cooper (1985), ao aplicar um índice para determinar o número de grupos podem ocorrer dois tipos de erros de decisão: o primeiro tipo de erro ocorre quando o índice indica g grupos e, na verdade, há menos que g grupos no conjunto de dados. O segundo tipo de erro ocorre quando o índice indica menos grupos no conjunto de dados do que o real. Apesar de que a severidade dos dois tipos de erros pode mudar, dependendo do contexto do problema, o segundo tipo de erro pode ser considerado mais sério na maioria das análises, pois será perdida informação por fundir grupos distintos. Os autores destacaram que embora houvesse muitos índices para determinar o número correto de grupos, poucos métodos de comparação do desempenho desses índices foram apresentados. Assim, conduziram um estudo de simulação para comparar 30 índices na determinação do número de grupos, por meio da utilização de dados artificiais com número conhecido de grupos. Dentre os índices avaliados, os que apresentaram melhor desempenho foram: índice de Calinski e Harabasz (CALINSKI; HARABASZ, 1974), índice de Duda e Hart (DUDA; HART, 1973), índice C (*c-index*) (HUBERT; LEVIN, 1976), índice gamma (BAKER; HUBERT, 1975) e o índice de Beale (BEALE, 1969).

O pacote *NbClust* (CHARRAD et al., 2013) do programa *R* (R DEVE-

LOPMENT CORE TEAM, 2013) fornece os 30 índices presentes no estudo de simulação de Milligan e Cooper (1985) para determinar o número de grupos. A proposta do pacote é permitir ao pesquisador modificar simultaneamente o número de grupos, o método de agrupamento, a distância e os índices para decidir a melhor forma de agrupar as observações do seu conjunto de dados ou para comparar todos os índices ou métodos de agrupamento.

Para decidir o número de grupos adequado para a situação em estudo, o pesquisador pode selecionar o número de grupos indicado pela maioria dos índices ou considerar apenas os índices que obtiveram melhor desempenho no estudo de simulação de Milligan e Cooper (1985).

2.7 Identidade de Modelos

Segundo Regazzi e Silva (2004), em análise de regressão, frequentemente há interesse em saber se um conjunto de equações ajustadas são idênticas, ou seja, se o fenômeno em estudo pode ser representado por uma única equação. Na literatura, são propostos vários métodos para testar hipóteses relativas à identidade de modelos, dentre estes, estão o teste de razão de verossimilhança e a análise de agrupamento.

Em se tratando do estudo de identidade de modelos de regressão não-linear, Regazzi (2003) apresentou um teste de razão de verossimilhança com aproximação dada pela estatística de qui-quadrado e concluiu que se trata de uma metodologia geral que pode ser usada em qualquer modelo de regressão não-linear. Porém cabe ressaltar que o autor admitiu apenas um valor observado da variável dependente para cada valor da variável independente, ou seja, não havia repetições.

Como complemento deste trabalho, Regazzi e Silva (2004) avaliaram o teste proposto na presença de dados provenientes de um delineamento inteiramente

casualizado e realizaram comparações entre as estatísticas F (BATES; WATTS, 1988) e χ^2 (RAO, 1973). Os autores concluíram que a hipótese de identidade de modelos envolvendo repetições pode ser testada pelo teste da razão de verossimilhança utilizando as aproximações F ou χ^2 , porém julgaram necessário testar, anteriormente, a falta de ajuste e a heterogeneidade de variâncias. Em 2010, esses autores testaram as hipóteses de igualdade de parâmetros e de identidade de modelos para dados com repetições provenientes de um experimento com delineamento em blocos casualizados, (REGAZZI; SILVA, 2010) e concluíram que ambas as aproximações podem ser utilizadas, mas a aproximação pela estatística F deve ser preferida, principalmente para pequenas amostras.

Silveira et al. (2012) aplicaram o teste da razão de verossimilhança com a aproximação qui-quadrado, apresentado por Regazzi e Silva (2004), para identificar diferenças nos parâmetros do modelo von Bertalanffy ajustado aos dados de peso de três grupos de ovinos avaliados no estudo. Puiatti et al. (2013) em um estudo sobre a descrição do acúmulo de matéria seca de dois grupos de plantas de alho, em que o modelo logístico foi indicado como o mais adequado, utilizaram a metodologia apresentada por Regazzi e Silva (2010) para aplicar o teste de identidade de modelos e verificaram que os modelos dos dois grupos são estatisticamente iguais e, portanto, uma única curva pôde ser adotada para os dois grupos. Carneiro et al. (2014) também utilizaram essa metodologia, após ajustarem o modelo Brody aos dados de peso de bovinos da raça Tabapuã, para avaliar a igualdade de parâmetros das curvas de crescimento de cinco regiões de produção do Nordeste do Brasil. Os autores concluíram que a utilização de uma única curva não é adequada para descrever o crescimento de bovinos da raça Tabapuã nas regiões estudadas.

REFERÊNCIAS

ALVES, R. E. et al. Colheita e pós-colheita. In: GENUÍ, P. J. C.; PINTO, A. C. Q. (Ed.). **A cultura da mangueira**. Brasília: EMBRAPA Informação Tecnológica, 2002. p. 381-405.

BAKER, F. B.; HUBERT, L. J. Measuring the power of hierarchical cluster analysis. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 70, p. 31-38, 1975.

BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: J. Wiley, 1988. 365 p.

BEALE, E. M. L. **Cluster analysis**. London: Scientific Control Systems, 1969. 18 p.

BERTALANFFY, L. von Quantitative laws in metabolism and growth. **The Quarterly Review of Biology**, Chicago, v. 32, p. 217-231, 1957.

BRACCINI NETO, J. et al. Análise de curvas de crescimento de aves de postura. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 25, n. 6, p. 1062-1073, nov./dez. 1996.

BROWN, J. E.; FITZHUGH JUNIOR, H. A.; CARTWRIGHT, T. C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 810-818, 1976.

BUAINAIN, A. M.; BATALHA, M. (Coord.). **Cadeia produtiva de frutas**. Brasília: MAPA/SPA, 2007. 102 p. (Série Agronegócios, 7).

BUDIMULYATI, L. S. et al. Comparison on accuracy of logistic, Gompertz e von Bertalanffy models in predicting growth of new born calf until first mating of holstein friesian heifers. **Journal of the Indonesian Tropical Animal Agriculture**, Jakarta, v. 37, n. 3, p. 454-461, 2012.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel inference: understanding aic and bic in model selection. **Sociological Methods and Research**, Beverly Hills, v. 33, n. 2, p. 261-304, 2004.

BUSSAB, W. O.; MIAZAKI, É. S.; ANDRADE, D. F. **Introdução à análise de agrupamentos**. São Paulo: ABE, 1990. 105 p.

CALINSKI, R.; HARABASZ, J. A. A dendrite method for cluster analysis. **Communications in Statistics**, New York, v. 3, p. 1-27, 1974.

CARLESSO, V. O. et al. Avaliação de modelos de secagem em camada fina de sementes de maracujá amarelo. **Revista Brasileira de Sementes**, Brasília, v. 29, n. 2, p. 28-37, 2007.

CARNEIRO, A. P. S. et al. Identidade de modelos não lineares para comparar curvas de crescimento de bovinos da raça Tabapuã. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 49, n. 1, p. 57-62, jan. 2014.

CASTRO NETO, M. T.; REINHARDT, D. H. Relações entre parâmetros de crescimento do fruto da manga cv. Haden. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 25, n. 1, p. 36-38, 2003.

CHARRAD, M. et al. **NbClust**: an examination of indices for determining the number of clusters: NbClust Package. Version 1.4. Vienna, 2013. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/packages=NbClust>>. Acesso em: 10 fev. 2014.

CHITARRA, A. B.; CHITARRA, M. I. F. **Fisiologia pós-colheita de frutos e hortaliças**. Lavras: FAEPE, 1990. 320 p.

CORRÊA, P. C.; ARAÚJO, E. F.; AFONSO JÚNIOR, P. C. Determinação dos parâmetros de secagem em camada delgada de sementes de milho doce (*Zea mays L.*). **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, Sete Lagoas, v. 2, n. 2, p. 110-119, 2003.

DIONELLO, R. G. et al. Secagem de fatias de abacaxi in natura e pré-desidratadas por imersão-impregnação: cinética e avaliação de modelos. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v. 29, n. 1, p. 232-240, 2009.

DONADIO, L. C. Variedades de mangueira. In: SÃO JOSÉ, A. R. et al. (Coord.). **Manga: tecnologia de produção e mercado**. Vitória da Conquista: DFZ/UESB, 1996. p. 32-56.

DUDA, R. O.; HART, P. E. **Pattern classification and scene analysis**. New York: J. Wiley, 1973. 482 p.

DUVAL, M. F. et al. Development of microsatellite markers for mango (*Mangifera indica* L.). **Molecular Ecology Notes**, Oxford, v. 5, n. 4, p. 824-826, Dec. 2005.

EMILIANO, P. C. **Critérios de informação: como eles se comportam em diferentes modelos**. 2013. 193 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

FERREIRA, D. F. **Estatística multivariada**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2011. 676 p.

FITZHUGH JUNIOR, H. A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 1036-1051, 1976.

FLORENTINO, H. O.; BISCARO, A. F. V.; PASSOS, J. R. S. Funções sigmoidais aplicadas na determinação da atividade metanogênica específica - AME. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 1, p. 141-150, 2010.

FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. **Faostat data-base**. Rome, 2014. Disponível em: <<http://faostat.fao.org/site/339/default.aspx>>. Acesso em: 13 fev. 2014.

GODOY, A. R.; CARDOSO, A. I. I. Curva de crescimento e qualidade de frutos do melão rendilhado sob cultivo protegido. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 50, n. 289, p. 302-314, 2003.

GUEDES, M. H. P. et al. Análise Bayesiana da curva de crescimento de cordeiros da raça Santa Inês. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 57, n. 3, p. 415-417, 2005.

HUBERT, L. J.; LEVIN, J. R. A. A general statistical framework for assessing categorical clustering in free recall. **Psychological Bulletin**, Washington, v. 83, n. 4, p. 1072-1080, 1976.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Produção agrícola municipal**: culturas temporárias e permanentes. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em:
<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa_resultados.php?id_pesquisa=44>. Acesso em: 10 maio 2014.

JANOSCHEK, A. Das reaktionskinetische Grundgesetz und seine Beziehungen zum Wachstums-und Ertragsgesetz. **Statistische Vierteljahresschrift**, Stanford, v. 10, p. 25-37, 1957.

JOHNSON, R.; WICHERN, D. **Applied multivariate statistical analysis**. 4th ed. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 817 p.

KVET, J. et al. Methods of growth analysis: manual of methods. In: SESTÁK, Z.; CATSKÝ, J.; JARVIS, P. G. (Ed.). **Plant photosynthetic production**. The Hague University: W. Junk, 1971. p. 343-391.

LEE, S. K.; KADER, A. A. Preharvest and postharvest factors influencing vitamin C content of horticultural crops. **Postharvest Biology and Technology**, Amsterdam, v. 20, p. 207-220, Nov. 2000.

LIMA, J. F.; PEIXOTO, C. P.; LEDO, C. A. S. Índices fisiológicos e crescimento inicial de mamoeiro (*Carica papaya* L.) em casa de vegetação. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 5, p. 1358-1363, set./out. 2007.

LIMA NETO, F. P.; SANTOS, C. A. F.; COSTA, J. F. **Cultivo da mangueira**. 2. ed. Petrolina: EMBRAPA Semiárido, 2010. (Sistemas de Produção, 2). Disponível em:
<http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Manga/CultivodaMangueira_2ed/cultivares.htm>. Acesso em: 03 out. 2013.

LOPEZ, S. et al. A generalized Michaelis-Menten equation for the analysis of growth. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 78, n. 5, p. 1816-1828, May 2000.

LUCENA, E. M. P. **Desenvolvimento e maturidade fisiológica de manga “Tommy Atkins” no vale do São Francisco**. 2006. 152 f. Tese (Doutorado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

MACIEL, M. I. S. et al. Modificações pós-colheita em frutos de 16 genótipos de aceroleira armazenados sob refrigeração. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, Recife, v. 3, n. 2, p. 157-163, 2008.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, maio 2009.

MARTINS, L. P. et al. Desenvolvimento de frutos de cirigueira *Spondias purpurea* L. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 25, n. 1, p. 11-14, 2003.

MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem Bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 6, p. 1516-1521, nov./dez. 2008.

MAZEROLLE, M. J. **Mouvements et reproduction des amphibiens en tourbières perturbées**. 2004. 205 p. Thesis (Doctorat en Sciences Forestières) - Université Laval, Québec, 2004.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MAZZINI, A. R. A. et al. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, 2003.

MAZZINI, A. R. A. et al. Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autorregressivos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, mar./abr. 2005.

MEDINA, V. M. Fisiologia e pós-colheita. In: SÃO JOSÉ, A. R. et al. (Coord.). **Manga: tecnologia de produção e mercado**. Vitória da Conquista: DFZ/UESB, 1996. p. 202-222.

MEDLICOTT, A. P. et al. Harvest maturity effects on mango fruit ripening. **Tropical Agriculture**, Trinidad, v. 65, n. 2, p. 153-157, 1988.

MENDES, P. N. **Ajuste dos modelos Gompertz e logístico na descrição das curvas de crescimento de tomates: uma abordagem bayesiana**. 2011. 82 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

MENDES, P. N. et al. Ajuste da curva de crescimento difásica de fêmeas Hereford por meio da função não linear de Gompertz. **Ciência Animal Brasileira**, Goiânia, v. 10, n. 2, p. 454-461, 2009.

MENDES, P. N. et al. Modelo logístico difásico no estudo do crescimento de fêmeas da raça Hereford. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 7, p. 1984-1990, out. 2008.

MIGUEL, A. C. A. et al. Qualidade de mangas cv. Palmer após armazenamento sob baixas temperaturas. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 35, n. 2, p. 398-408, 2013.

MILLIGAN, G. W.; COOPER, M. C. An examination of procedures for determining the number of clusters in a data set. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 50, n. 2, p. 159-179, 1985.

MOJENA, R. Hierarchical grouping methods and stopping rules: an evaluation. **The Computer Journal**, London, v. 20, p. 359-363, 1977.

MUNIZ, J. A. et al. Evaluation of lactation curve of low-yielding gir cows: a Bayesian approach. **Acta Scientiarum Animal Sciences**, Maringá, v. 29, n. 1, p. 79-83, 2007.

PEREIRA, J. M.; MUNIZ, J. A.; SILVA, C. A. Nonlinear models to predict nitrogen mineralization in an Oxisol. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 62, n. 4, p. 395-400, jul./ago. 2005.

PEREIRA, M. C. T. et al. Crescimento e produção de primeiro ciclo da bananeira “Prata Anã” (AAB) em sete espaçamentos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 7, p. 1377-1387, jul. 2000.

PEZZUTTI, R. V.; SCUMACHER, M. V.; HOPPE, J. M. Crescimento de mudas de *Eucalyptus globulus* em resposta à fertilização NPK. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 117-125, 1999.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-Plus**. 2nd ed. New York: Springer, 2009. 321 p.

PRADO, R. M. Nutrição e desordens fisiológicas na cultura da manga. In: ROZANE, D. E. et al. (Ed.). **Manga**: produção integrada, industrialização e comercialização. Viçosa, MG: UFV, 2004. p. 199-231.

PRADO T. K. L.; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. Ajuste dos modelos Gompertz e logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 43, n. 5, p. 803-809, maio 2013.

PUIATTI, G. A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 337-351, 2013.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 11 maio 2013.

RAO, C. **Linear statistical inference and its application**. New York: J. Willey, 1973. 522 p.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling**: a unified practical approach. New York: M. Dekker, 1983. 276 p.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 50, n. 287, p. 9-26, 2003.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear: I. dados no delineamento inteiramente casualizado. **Revista de Matemática e Estatística**, Marília, v. 22, n. 3, p. 33-45, 2004.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimentos com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 57, n. 3, p. 313-320, 2010.

SALOMÃO, L. C. C. et al. Acúmulo e distribuição de nutrientes em banana 'Mysore' em desenvolvimento. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 26, n. 2, p. 290-294, 2004.

SANTOS-SEREJO, J. A. dos. Classificação e descrição botânica. In: PEREIRA, M. E.; FONSECA, N.; SOUZA, F. V. D. (Ed.). **Manga: o produtor pergunta, a Embrapa responde**. Brasília: EMBRAPA Informação Tecnológica, 2005. p. 15-17. (Coleção 500 perguntas, 500 respostas).

SAVIAN, T. V. et al. Análise bayesiana para modelos de degradabilidade ruminal. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 7, p. 2169-2177, jul. 2009.

SAVIAN, T. V. et al. Comparison of two mathematical models in the description of in situ degradability. **Revista Brasileira de Ciência Veterinária**, Seropédica, v. 14, n. 2, p. 72-78, 2007.

SAVIAN, T. V. et al. Degradability study of neutral detergent fiber of coast cross *Cynodon dactylon* x *Cynodon nlemfunensis*. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 4, p. 1184-1190, jul./ago. 2007.

SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. A study of in situ degradability: heterogeneity of variances and correlated errors. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 64, n. 5, p. 548-554, 2007.

SILVA, D. J.; FARIA, C. M. B. **Cultivo da Mangueira**. 2. ed. Petrolina: EMBRAPA Semiárido, 2010. (Sistemas de Produção, 2). Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Manga/CultivodaMangueira_2ed/adubacao.htm>. Acesso em: 03 out. 2013.

SILVA, F. F. et al. Abordagem bayesiana da curva de lactação de cabras Saanen de primeira e segunda ordem de parto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 40, n. 1, p. 27-33, jan. 2005.

SILVA, N. A. M. et al. Curvas de crescimento e influência de fatores não-genéticos sobre as taxas de crescimento de bovinos da raça Nelore. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 3, p. 647-654, maio/jun. 2004.

SILVA, N. A. M. et al. Modelo hierárquico bayesiano aplicado na avaliação genética de curvas de crescimento de bovinos de corte. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 62, n. 2, p. 409-418, 2010.

SILVA, P. C. G.; COELHO, R. C. **Cultivo da mangueira**. 2. ed. Petrolina: EMBRAPA Semiárido, 2010. (Sistemas de Produção, 2). Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Manga/CultivodaMangueira_2ed/socioeconomia.htm>. Acesso em: 03 out. 2013.

SILVEIRA, F. G. **Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte**. 2010. 59 p. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2010.

SILVEIRA, F. G. et al. Análise de agrupamento na seleção de modelos de regressão não-lineares para curvas de crescimento de ovinos cruzados. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 41, n. 4, p. 692-698, 2011.

SILVEIRA, F. G. et al. Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Salvador, v. 13, n. 1, p. 62-73, 2012.

SINGH, R. N. **The mango**. London: Leonard-Hill, 1960. 438 p.

SIQUEIRA, R. G. **Crescimento e acúmulo de nutrientes em bucha vegetal *Luffa cylindrica***. 2007. 48 f. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2007.

SOUZA, F. V. **Curva de crescimento e exportação de nutrientes e sódio em frutos de mangueira Palmer, Haden e Tommy Atkins**. 2007. 54 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 2007.

SOUZA, L. T. et al. Caracterização física e química de cúbio (*Solanum sessiliflorum* Dunal) durante o seu desenvolvimento. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 39, n. 3, p. 449-454, 2008.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

TORALLES, R. P. et al. Caracterização parcial do escurecimento enzimático pela polifenoloxidase em pêssegos das cv. Granada, Jade, Esmeralda e Maciel. **Revista Brasileira de Agrociência**, Pelotas, v. 10, n. 1, p. 244-244, 2004.

VALE, D. W. et al. Curva de crescimento e marcha de absorção de macronutrientes em três cultivares de amoreira (*Morus alba* L.). **Revista de la Ciencia del Suelo y Nutrición Vegetal**, Temuco, v. 9, n. 1, p. 1-13, 2009.

VARGAS, B. et al. Modeling extendend lactations of dairy cows. **Journal of Dairy Science**, Champaign, v. 83, n. 3, p. 1371-1380, Mar. 2000.

VIEIRA JÚNIOR, P. A. et al. Estimativas do potencial total de água em sementes, usando modelos não-lineares. **Revista Brasileira de Sementes**, Brasília, v. 21, n. 1, p. 87-92, 1999.

WARD, J. H. Hierarquical grouping to optimize an objective function. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 58, p. 236-244, 1963.

YORINORI, G. T. **Curva de crescimento e acúmulo de nutrientes pela cultura da batata cv. 'Atlantic'**. 2003. 66 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2003.

ZEVIANI, W. M. et al. Modelos não-lineares para liberação de esterco de animais em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 10, p. 1789-1796, out. 2012.

RESUMO

As curvas de crescimento na área vegetal são de fundamental importância na interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção e determinação de exigências nutricionais dentro do ciclo produtivo. Os modelos não lineares resumem uma grande quantidade de informações em poucos parâmetros que são biologicamente interpretáveis. Uma das formas de se selecionar o melhor modelo para curvas de crescimento é por meio dos avaliadores de qualidade de ajuste. Porém, na presença de diferentes populações pode não haver conformidade entre os resultados desses avaliadores. A utilização de métodos de seleção multivariados permite obter grupos homogêneos de modelos cujos resultados dos avaliadores de ajuste são semelhantes. Dessa forma, objetivou-se, neste capítulo, identificar, por meio da análise de agrupamento, um modelo de crescimento comum, dentre os dez ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes de três cultivares de manga, considerando o resultado de oito diferentes avaliadores da qualidade de ajuste em cada uma das cultivares. O modelo Gompertz foi o que apresentou os melhores resultados para descrever o acúmulo de massa fresca, boro, zinco, nitrogênio, fósforo e magnésio. O modelo von Bertalanffy foi indicado como o melhor para descrever o acúmulo de cálcio e potássio. E para descrever o acúmulo de massa seca foi indicado o modelo Richards.

Palavras-chave: Regressão não linear. Nutriente. Método Ward. *Mangifera indica* L.

ABSTRACT

The growth curves in plant area are of the essential importance in the interpretation of the processes involved in the production system and determination of nutritional requirements within the production cycle. The nonlinear models summarize a great quantity of information in few parameters which are biologically interpretable. One of ways of selecting the best model for growth curves is using quality fit evaluators. However, in the presence of different populations, it may be no conformity among results of these evaluators. The use of multivariate selection methods allows obtaining homogeneous groups of models, of which results of quality fit evaluators are similar. Then, the purpose of this chapter was to identify, by means cluster analysis, a common growth model among ten nonlinear models adjusted to data of accumulation of fresh mass, dry mass and nutrients of three mango cultivars, considering result of eight different quality fit evaluators for each cultivar. The Gompertz model showed the best results for describing the accumulation of fresh mass, boron, zinc, phosphorus and magnesium. The von Bertalanffy model was found to be the best in describing the accumulation of calcium and potassium, and the Richards model was found to be the best in describing the accumulation of dry mass.

Keywords: Nonlinear regression. Nutrient. Ward method. *Mangifera indica* L.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento dos frutos da mangueira apresenta um padrão de crescimento sigmoidal, inicialmente rápido, evoluindo para um mais lento. O estudo do crescimento dos frutos e das alterações nas concentrações de nutrientes nas diferentes fases do ciclo produtivo fornecem indicações que contribuem para o estabelecimento de estádios de maturação mais adequados à colheita e facilitam a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal.

Na literatura, estão presentes vários modelos não lineares, com parâmetros biologicamente interpretáveis que podem ser utilizados para descrever curvas de crescimento.

A seleção de um melhor modelo dentre os ajustados deve ser baseada em princípios científicos, como os avaliadores de qualidade de ajuste. É importante considerar o desempenho dos modelos em relação a diferentes avaliadores, para que a indicação do melhor modelo seja mais precisa. Entretanto, essa indicação pode ser dificultada, pois diferentes avaliadores podem selecionar diferentes modelos, de acordo com as características priorizadas por esses avaliadores.

A utilização de métodos multivariados de seleção permite agrupar modelos cujos resultados são semelhantes simultaneamente em relação a todos os avaliadores considerados e, ao estudar mais de uma cultivar, seria possível indicar um modelo que se encontra dentro dos grupos que apresentaram melhores ajustes para todas as cultivares ou para a maioria.

Dessa forma, objetivou-se, neste capítulo, identificar, por meio da análise de agrupamento, um modelo de crescimento comum, dentre os dez ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes de três cultivares de manga considerando o resultado de oito diferentes avaliadores da qualidade de ajuste em cada uma das cultivares.

2 METODOLOGIA

2.1 Dados

Os dados utilizados neste estudo são provenientes de experimento (SOUZA, 2007) conduzido em área de produção comercial de mangas em Janaúba, norte de Minas Gerais, com coordenadas geográficas latitude 15° 52' 38" S, longitude 43° 20' 05" W e altitude de 533 m.

As cultivares de manga estudadas foram Haden, Palmer e Tommy Atkins, plantadas em espaçamento 8 x 4 m, 8 x 4 m e 8 x 8 m, com produtividade média de 60.000, 30.680 e 29.145 kg/ha, respectivamente.

O delineamento experimental utilizado foi o inteiramente casualizado com cinco repetições no esquema de parcelas subdivididas. Nas parcelas foram alocadas as cultivares de manga e, nas subparcelas, as épocas de amostragem, e cada unidade experimental foi composta por cinco plantas. As coletas das panículas foram iniciadas, quando os frutos atingiram o estágio chumbinho, aproximadamente cinco dias após a antese. Durante o pleno florescimento das mangueiras, que ocorreu em maio de 2005 para as cultivares Haden e Tommy Atkins, e setembro do mesmo ano para a variedade Palmer, foram selecionadas 25 plantas por cultivar e, demarcadas seis panículas por planta, padronizadas quanto ao tamanho e vigor. Adotou-se o procedimento de coletar todos os frutos da panícula, duas vezes por semana, até que estes atingissem quatro semanas de idade. A partir daí, as coletas foram efetuadas semanalmente, até os frutos atingirem o ponto de colheita comercial, totalizando 15, 19 e 19 épocas de amostragens, para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente. Após cada coleta, determinou-se a massa fresca dos frutos, com a utilização de uma balança eletrônica, e em seguida, os mesmos foram lavados, fatiados longitudinalmente, secos em estufa de venti-

lação de ar à 65° C até atingirem massa constante, pesados para determinação da massa seca e moídos em moinho tipo Wiley.

A cada época de coleta dos frutos foram coletadas também, amostras foliares das mangueiras. As amostras de frutos e folhas foram analisadas determinando-se os teores de macronutrientes (N, P, K, Ca, Mg e S) e micronutrientes (B, Mn, Zn, Fe e Cu).

A cultivar Haden atingiu o ponto de colheita aos 92 DAA, seguida pelas cultivares Tommy Atkins e Palmer, com 115 e 118 DAA, respectivamente.

Souza (2007) verificou que o acúmulo de massa fresca, massa seca, nutrientes e sódio dos frutos das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins apresenta comportamento sigmoidal e ajustou o modelo logístico a estes dados.

2.2 Estimação dos parâmetros dos modelos não lineares

Para ajustar os modelos de regressão não linear apresentados na Tabela 1 da seção 2.3 do capítulo 1 aos dados de crescimento e acúmulo de nutrientes dos frutos de mangueira apresentados na seção anterior, utilizou-se o método dos quadrados mínimos ordinários, cujas soluções foram obtidas por meio do processo iterativo de Gauss-Newton.

2.2.1 Método dos mínimos quadrados ordinários

Representando o modelo (1) da seção 2.3 do capítulo 1 na forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon},$$

em que:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}^0) = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}, \theta_1) \\ f(\mathbf{x}, \theta_2) \\ \vdots \\ f(\mathbf{x}, \theta_n) \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

A soma dos quadrados dos erros aleatórios (SQR) deverá ser minimizada por θ , portanto, a função de mínimos quadrados para um modelo não-linear é dada por:

$$SQE(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \boldsymbol{\theta})]^2,$$

a qual pode ser representada matricialmente por:

$$SQE(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})]^T [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})].$$

Segundo Souza (1998), em modelos não lineares não se pode fazer afirmações gerais acerca das propriedades dos estimadores de mínimos quadrados, tais como não tendenciosidade e variância mínima, exceto para grandes amostras, que são os chamados resultados assintóticos. Para uma melhor compreensão do processo de obtenção destes estimadores, considere a seguinte notação de diferenciação matricial:

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{\theta}) \\ f_2(\boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f_n(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \end{bmatrix},$$

em que:

$f(\boldsymbol{\theta})$ é uma função vetor coluna, de dimensões $n \times 1$ de um argumento p dimensional $\boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})$ é a matriz Jacobiana de $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ de dimensões $n \times p$. Dessa forma,

o estimador de mínimos quadrados, $\hat{\theta}$, satisfaz a equação $\left| \frac{\partial SQE(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0$, a qual representa a minimização de interesse. Sendo,

$$\frac{\partial SQE(\theta)}{\partial \theta'} = \frac{\partial}{\partial \theta'} [y - f(\theta)]^T [y - f(\theta)] = -2 [y - f(\theta)]^T F(\theta),$$

obtem-se:

$$F(\hat{\theta})^T [y - f(\hat{\theta})] = 0.$$

Portanto, o sistema de equações normais (SEN) é dado por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} \\ \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} & \dots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(\hat{\theta}) \\ f_2(\hat{\theta}) \\ \vdots \\ f_n(\hat{\theta}) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

2.2.2 Método de Gauss-Newton

Para o SEN não-linear (equação 1) não existe uma solução explícita, sendo assim, a solução para o sistema deve ser obtida por meio de processos iterativos. Um dos métodos iterativos é a linearização da função não-linear, chamado método de Gauss-Newton.

De acordo com Gallant (1987), o método de Gauss-Newton na forma original, consiste no desenvolvimento em série de Taylor, até o termo de primeira ordem da função $f(X_i; \theta)$, em torno do ponto θ^0 .

Considere o modelo não-linear $y_i = f(x_i, \theta) + \varepsilon_i$, e $\hat{\theta}_0$ um valor tal que $F(\hat{\theta}_0)^T [y - f(\hat{\theta}_0)] \approx 0$. Aproximando $f(\hat{\theta})$ pelo ponto

$\hat{\theta}_0$ por uma série de Taylor de primeira ordem, tem-se:

$$f(\hat{\theta}) \approx f(\hat{\theta}_0) + F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \quad (2)$$

$$F(\hat{\theta})^T [y - f(\hat{\theta})] \approx 0 \quad (3)$$

Aplicando (2) em (3): $F(\hat{\theta})^T [y - f(\hat{\theta}_0) - F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0)] \approx 0$, e multiplicando à esquerda, ambos os lados da igualdade, por $[F(\hat{\theta})^T]^{-1}$, chega-se a:

$$y - f(\hat{\theta}_0) - F(\hat{\theta}_0)\hat{\theta} + F(\hat{\theta}_0)\hat{\theta}_0 \approx 0.$$

Logo, $F(\hat{\theta}_0)\hat{\theta} \approx F(\hat{\theta}_0)\hat{\theta}_0 + [y - f(\hat{\theta}_0)]$. Multiplicando novamente à esquerda ambos os lados da igualdade, por $[F(\hat{\theta}_0)]^{-1}$, verifica-se que:

$$\hat{\theta} \approx \hat{\theta}_0 + [F(\hat{\theta}_0)]^{-1} [y - f(\hat{\theta}_0)].$$

Fazendo $\hat{\theta} = \hat{\theta}_{k+1}$ e $\hat{\theta}_0 = \hat{\theta}_k$, tem-se para a k -ésima iteração a expressão (4), a qual representa o processo iterativo conhecido como Gauss-Newton:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + [F(\hat{\theta}_k)]^{-1} [y - f(\hat{\theta}_k)]. \quad (4)$$

Esse processo iterativo prossegue até que algum critério adotado para convergência seja atingido. Neste trabalho, adotou-se o seguinte critério: quando o máximo de $d_j < \delta$, sendo $d_j = \left| \frac{(\hat{\theta}_{j,k+1} - \hat{\theta}_{jk})}{\hat{\theta}_{jk}} \right|$, para $j = 1, 2, \dots, p$, interrompe-se o processo. O valor de δ foi especificado de acordo com a facilidade de convergência de cada modelo estudado.

2.3 Avaliadores da qualidade de ajuste

Os avaliadores da qualidade de ajuste de modelos de regressão não lineares utilizados neste trabalho são apresentados a seguir.

2.3.1 Coeficiente de determinação ajustado - R_{aj}^2

É utilizado para comparar a qualidade do ajuste de modelos com diferentes números de parâmetros (p). Sua fórmula é dada por:

$$R_{aj}^2 = R^2 - \left(\frac{p-1}{n-p} \right) (1 - R^2),$$

em que:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT};$$

$SQR = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ é a soma de quadrados do resíduo;

$$\hat{y}_i = f(x_i, \hat{\theta}),$$

$SQT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ é a soma de quadrados total;

n é o número de observações utilizadas para ajustar a curva e p é o número de parâmetros na função, incluindo o intercepto.

O R_{aj}^2 pode variar entre 0 e 1 (ou entre 0 e 100%) e quanto mais próximo de 1 (ou 100%), melhor será o ajuste do modelo.

2.3.2 Critério de informação de Akaike - AIC

Permite utilizar o princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo, ou seja, de acordo com esse critério, nem sempre o modelo mais parametrizado é

melhor (BURNHAM; ANDERSON, 2004). Menores valores de AIC refletem um melhor ajuste (AKAIKE, 1974). Sua expressão é dada por:

$$AIC = -2 \ln L \left(\hat{\theta} \right) + 2p,$$

em que:

p é o número de parâmetros e $\ln L \left(\hat{\theta} \right)$ é o valor do logaritmo natural do máximo da função de verossimilhança, considerando as estimativas dos parâmetros.

2.3.3 Critério de informação bayesiano - BIC

O BIC proposto por Schwarz (1978), assim como o AIC, também considera o grau de parametrização do modelo, e, da mesma forma, quanto menor for o valor de BIC melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$BIC = -2 \ln L \left(\hat{\theta} \right) + p \log (n),$$

em que:

n é o número de observações utilizadas para ajustar o modelo.

2.3.4 Desvio padrão residual - DPR

Mede a variabilidade dos dados. É dado pela raiz quadrada do quadrado médio do resíduo:

$$DPR = \sqrt{QMR},$$

em que:

$$QMR = \frac{SQR}{n - p}$$

2.3.5 Desvio médio absoluto - MAD

É a média da diferença absoluta entre os valores observados e estimados (VARGAS et al., 2000). Quanto menor o valor de MAD, melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$MAD_j = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}, j = 1, 2$$

Foram considerados os cálculos de MAD_1 e MAD_2 , que corresponderam à média da diferença absoluta entre os valores observados e estimados, considerando diferentes épocas do crescimento e acúmulo de nutrientes. Para o cálculo de MAD_1 foram utilizados os dados de crescimento do início até a metade das épocas de amostragem e para o cálculo de MAD_2 , foram considerados os dados de crescimento, a partir da metade das épocas de amostragem até o final.

2.3.6 Erro percentual absoluto médio - MAPE

É uma medida de erro relativa que informa a porcentagem média absoluta de erro em relação aos valores observados. Quanto menor o valor de MAPE, melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|}{n} \cdot 100,$$

2.3.7 Erro de predição médio - EPM

O erro de predição médio é dado pela expressão:

$$EPM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n EP_i,$$

em que:

EP_i é o erro percentual para a i -ésima observação, designando se a função subestimou (+) ou superestimou (-) o valor observado. Sua expressão é:

$$EP_i = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \cdot 100.$$

Sua magnitude mensura a aderência dos dados estimados aos dados observados (GOONEWARDENE; BERG; HARDIN, 1981).

2.4 Análise de agrupamento

Após o cálculo dos avaliadores apresentados para cada um dos modelos estudados, formou-se um conjunto de dados multivariados, no qual os modelos representam os objetos, e os avaliadores representam as variáveis. Assim, torna-se possível empregar a análise de agrupamento na tentativa de identificar modelos cujos avaliadores são semelhantes. Para a análise de agrupamento, foi utilizado o método de Ward (1963) com o número ótimo de grupos definido pelo índice de Duda e Hart (1973). A medida de dissimilaridade adotada foi a distância euclidiana quadrática.

2.4.1 Método de Ward

O método de Ward (1963), também conhecido como método da variância mínima ou método do incremento das somas de quadrados, é baseado na análise de variância. Nesse método, as somas de quadrados entre e dentro dos grupos

em relação aos p avaliadores, são utilizadas como critério de agrupamento. Essas somas de quadrados são distâncias quadráticas. A ideia desse método é aglomerar os grupos R e S que minimizam o incremento na soma de quadrados dentro dos grupos, ou seja, a soma de quadrados dos erros entre todos os possíveis pares. Ao aglomerar os grupos que atendem à função objetivo, deve-se atualizar a matriz de dissimilaridades e, então repetir o processo (FERREIRA, 2011).

Inicialmente, há n grupos com 1 modelo cada. Para formação do primeiro grupo, deve-se considerar os dois grupos, de um único modelo cada, que minimizam o incremento na soma de quadrados dos erros em relação ao estágio anterior. Em qualquer estágio, há perda de informações em razão do agrupamento realizado, assim, ao se aglomerarem dois grupos, a soma de quadrados dos erros irá aumentar.

A soma de quadrados dos desvios dentro do grupo é calculada, considerando apenas os modelos dentro do grupo em formação, já, a soma de quadrados dos erros, para o conjunto todo de grupos, é dada pela soma das somas de quadrados dos erros dos grupos individuais em relação a todos os grupos.

Em um dado estágio, considerando dois grupos quaisquer, R e S , pelo método de Ward (1963) aglomera-se o par que minimiza a troca na SQR , provocada pela junção dos grupos R e S , denominada ΔSQR . As somas de quadrados dos demais grupos, exceto R e S , permanecem inalteradas. Então, a troca em SQR provocada pela junção dos grupos R e S é dada por:

$$\Delta SQR = SQR_{rs} - SQR_r - SQR_s, \quad (5)$$

sendo

$$SQR_r = \sum_{i=1}^{n_r} \left(\mathbf{y}_i^{(r)} - \bar{\mathbf{y}}^{(r)} \right)^\top \left(\mathbf{y}_i^{(r)} - \bar{\mathbf{y}}^{(r)} \right),$$

em que n_r é o número de modelos no r -ésimo grupo, $\bar{\mathbf{y}}^{(r)}$ é o vetor de médias (centroide) do r -ésimo grupo, dado por

$$\bar{\mathbf{y}}^{(r)} = \frac{1}{n_r} \sum_{i=1}^{n_r} \mathbf{y}_i^{(r)}$$

$$SQR_s = \sum_{i=1}^{n_s} \left(\mathbf{y}_i^{(s)} - \bar{\mathbf{y}}^{(s)} \right)^\top \left(\mathbf{y}_i^{(s)} - \bar{\mathbf{y}}^{(s)} \right),$$

em que n_s é o número de modelos no s -ésimo grupo, $\bar{\mathbf{y}}^{(s)}$ é o vetor de médias (centroide) do s -ésimo grupo, dado por

$$\bar{\mathbf{y}}^{(s)} = \frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \mathbf{y}_i^{(s)}$$

$$SQR_{rs} = \sum_{i=1}^{n_{rs}} \left(\mathbf{y}_i^{(rs)} - \bar{\mathbf{y}}^{(rs)} \right)^\top \left(\mathbf{y}_i^{(rs)} - \bar{\mathbf{y}}^{(rs)} \right),$$

em que $n_{rs} = n_r + n_s$ e $\bar{\mathbf{y}}^{(rs)} = (n_r \bar{\mathbf{y}}^{(r)} + n_s \bar{\mathbf{y}}^{(s)}) / (n_r + n_s)$ são o tamanho e o centroide do novo grupo RS , respectivamente.

Assim, deve-se determinar os grupos R e S que ao serem aglomerados minimizam a expressão (5). Ward (1963) mostrou que a troca na soma de quadrados dos erros, provocadas pela junção dos grupos R e S , é diretamente proporcional à distância quadrática entre os centroides dos grupos correspondentes, que pode ser simplificada em

$$\Delta SQR = \frac{n_r n_s}{n_r + n_s} \left(\bar{\mathbf{y}}^{(r)} - \bar{\mathbf{y}}^{(s)} \right)^\top \left(\bar{\mathbf{y}}^{(r)} - \bar{\mathbf{y}}^{(s)} \right).$$

Dessa forma, Ward (1963) demonstrou que $\Delta SQE = 0,5d_{rs}^2$, ou seja, é a metade da distância quadrática entre os centroides dos dois grupos. Assim, minimizar ΔSQE é equivalente a minimizar uma quantidade proporcional às distâncias entre grupos. Por isso, pode-se utilizar como critério agrupar os dois grupos R e S para os quais a dissimilaridade é mínima entre todos os possíveis pares de grupos. Por essa razão, é possível aplicar o algoritmo geral dos métodos hierárquicos aglomerativos ao método de Ward. Por conveniência, as distâncias entre os grupos devem ser trocadas por uma matriz de proximidades, $\mathbf{P} = [p_{ij}]$. Com $g = n$ grupos, faz-se $\mathbf{P} = [0,5d_{ij}^2]$ e após a junção dos grupos R e S , a matriz de proximidades deve ser atualizada, recalculando as medidas de proximidade entre os grupos RS e os objetos remanescentes (FERREIRA, 2011).

Segundo Jain e Dubes (1988), a fórmula de atualização para calcular a medida de dissimilaridade do grupo RS com um grupo T qualquer é dada por

$$p_{(rs)t} = \frac{1}{n_t + n_{rs}} [(n_t + n_r) p_{rt} + (n_t + n_s) p_{st} - n_t p_{rs}].$$

Ao utilizar os métodos hierárquicos, forma-se um número máximo de grupos igual ao número de modelos e a construção do dendrograma possibilita a visualização de todos os possíveis grupos. A escolha do número adequado de grupos depende de algum critério utilizado pelo pesquisador, que muitas vezes, opta por métodos subjetivos de determinação. Para eliminar a subjetividade, neste trabalho, foi utilizado o índice de Duda e Hart (1973) na determinação do número ótimo de grupos.

2.5 Determinação do número ótimo de grupos

O índice de Duda e Hart (1973), testa a hipótese nula de que um grupo é homogêneo contra a hipótese alternativa de que ele deve ser subdividido em dois grupos. O teste é baseado na comparação da soma de quadrados dos erros do grupo não particionado ($Je(1)$), com a soma de quadrados dos erros quando o grupo é subdividido em dois, ($Je(2)$). A razão $\frac{Je(2)}{Je(1)}$, é dada por

$$\frac{Je(2)}{Je(1)} = \frac{SQE_r + SQE_s}{SQE_{rs}}$$

O número ótimo de grupos é o menor g para o qual a razão $\frac{Je(2)}{Je(1)}$ é maior que um valor crítico determinado,

$$\frac{Je(2)}{Je(1)} > 1 - \frac{2}{(\pi p)} - z \sqrt{\frac{2 \left(1 - \frac{8}{\pi^2 p}\right)}{n_{rs} p}}$$

em que: p é o número de avaliadores no conjunto de dados, z é o escore da distribuição normal padronizada.

Milligan e Cooper (1985) afirmam que vários valores para o escore padrão foram testados e os melhores resultados foram obtidos para $z = 3, 20$.

2.6 Escolha do melhor modelo

Após a obtenção dos grupos, calculou-se a média para os avaliadores dos modelos presentes dentro de cada um deles e confeccionaram-se gráficos para comparação. Os melhores grupos foram classificados quanto a maiores valores de R_{aj}^2 , menores valores de AIC, BIC, DPR, MAD_1 , MAD_2 , MAPE, valores de EPM próximos de zero e a facilidade de interpretação dos parâmetros.

A determinação do grupo com os melhores modelos, de acordo com a classificação multivariada dos avaliadores, foi efetuada individualmente para cada cultivar, considerando os dados de acúmulo de massa fresca, massa seca, micronutrientes e macronutrientes. Buscou-se identificar interseções entre os grupos, ou seja, objetivou-se encontrar modelos que estivessem presentes nos grupos com os melhores resultados dos avaliadores para as três cultivares de manga.

2.7 Aspectos computacionais

Os modelos não lineares apresentados na Tabela 1, do capítulo 1, foram ajustados aos dados médios de crescimento e acúmulo de nutrientes das cultivares de manga, por meio do procedimento PROC MODEL do SAS[®] (STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE - SAS INSTITUTE, 2002). Como descrito na seção 3.1, utilizou-se o método dos mínimos quadrados ordinários via método iterativo de Gauss-Newton.

Posteriormente, à obtenção dos avaliadores de qualidade de ajuste para cada modelo, conjuntos de dados multivariados foram confeccionados, conforme descrito na seção 3.3 e submetidos à análise de agrupamento no procedimento PROC CLUSTER do SAS[®] (SAS INSTITUTE, 2002), considerando o método de Ward (1963) e a distância euclidiana quadrática. Para determinar o número ótimo de grupos pelo índice de Duda e Hart (1973), utilizou-se a função *NbClust* do pacote *NbClust* (CHARRAD et al., 2013) do programa *R* (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013).

O procedimento PROC TREE do SAS[®] (SAS INSTITUTE, 2002) foi utilizado para construção dos dendrogramas e para verificar quais modelos pertencem aos diferentes grupos obtidos pela discriminação estatística em relação aos avaliadores de qualidade.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento

As estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento ajustados aos dados de massa fresca, massa seca, micronutrientes e macronutrientes serão apresentadas nas subseções a seguir.

3.1.1 Massa fresca e massa seca

A massa fresca está correlacionada com o tamanho do produto e constitui uma característica varietal. Ao atingirem o pleno desenvolvimento, as frutas devem apresentar massa variável dentro dos limites típicos da cultivar, os quais são bastante flexíveis (CHITARRA; CHITARRA, 2005).

De acordo com os resultados apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3, os frutos das cultivares Haden e Palmer acumularam maior quantidade de massa fresca, quando comparados aos frutos da cultivar Tommy Atkins, visto que as estimativas do parâmetro β_1 foram maiores para essas cultivares. As estimativas do parâmetro β_3 para os modelos em que esse parâmetro representa a taxa de acúmulo foram plausíveis, exceto para o modelo Janoschek que apresentou valores estimados muito baixos para todos os ajustes considerados neste estudo. Não se obteve a convergência do processo iterativo para o modelo Richards aos dados da cultivar Palmer. Segundo Braccini Neto et al. (1996), embora este modelo apresente maior flexibilidade, apresenta maiores dificuldades computacionais de convergência, em razão da presença do parâmetro β_4 .

Tabela 1 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Haden, considerando os dados de acúmulo de massa fresca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	516,0786	4,7539	0,0566	0,3122
Morgan-Mercer-Flodin	553,9303	9,5137	14,1199	3,5212
Gompertz	544,8410	2,0718	0,0449	—
Logístico	482,3974	4,2491	0,0829	—
Logístico com 4 parâmetros	-15,2269	493,5069	50,9619	13,4108
von Bertalanffy	590,1150	1,4070	0,0336	—
Michaelis-Menten Mod.	552,9314	9,5145	55,1441	3,5213
Weibull	488,7667	481,8041	-11,4534	2,8108
Boltzman	493,5256	50,9644	13,4114	-508,7470
Janoschek	486,7643	4,9598	0,00001	2,8108

Tabela 2 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Palmer, considerando os dados de acúmulo de massa fresca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Morgan-Mercer-Flodin	575,4058	-3,8068	11,2447	2,7629
Gompertz	524,5730	1,8986	0,0408	—
Logístico	489,6349	3,7474	0,0687	—
Logístico com 4 parâmetros	-67,2936	514,3236	50,8496	19,5927
von Bertalanffy	549,7691	1,2724	0,0319	—
Michaelis-Menten Mod.	575,3355	-3,7862	58,5401	2,7638
Weibull	508,9024	519,9856	-9,0131	2,1667
Boltzman	514,2801	50,8550	19,5841	-581,4740
Janoschek	508,9204	-11,0943	0,00012	2,1664

Tabela 3 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da variedade Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de massa fresca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	416,3846	3,8020	0,0537	0,2090
Morgan-Mercer-Flodin	431,2764	4,2527	16,7509	4,0796
Gompertz	425,6544	2,4541	0,0469	—
Logístico	394,8215	4,7478	0,0808	—
Logístico com 4 parâmetros	-12,5298	401,3296	58,2044	13,7327
von Bertalanffy	471,4075	1,5562	0,0315	—
Michaelis-Menten Mod.	431,2399	4,2575	60,6984	4,0805
Weibull	398,1469	399,3019	-12,5761	2,9966
Boltzman	401,3843	58,2093	13,7394	-413,9360
Janoschek	398,1481	-1,1537	0,000003	2,9966

De acordo com as estimativas do parâmetro β_1 apresentadas nas Tabelas 4, 5 e 6, a cultivar Palmer apresentou maior acúmulo de massa seca em relação às cultivares Haden e Tommy Atkins. O estudo do acúmulo de matéria seca do vegetal é importante, em decorrência das informações a respeito do manejo da adubação, pois a taxa de crescimento da planta varia durante seu desenvolvimento exigindo diferentes quantidades de nutrientes (PUIATTI et al., 2013) e normalmente está correlacionado com a massa fresca.

Tabela 4 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de massa seca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	107,1828	2,4842	0,0412	0,2364
Morgan-Mercer-Flodin	121,2914	1,8647	12,8854	3,0356
Gompertz	117,8756	1,8449	0,0325	—
Logístico	91,8804	4,0764	0,0695	—
Logístico com 4 parâmetros	-2,5580	95,8121	59,2070	16,1614
von Bertalanffy	146,4127	1,0780	0,0207	—
Michaelis-Menten Mod.	121,2949	1,8644	69,7364	3,0355
Weibull	97,0302	95,5740	-11,3374	2,6689
Boltzman	95,8039	59,2041	16,1589	-98,3602
Janoschek	97,0430	1,4557	0,00001	2,6687

Tabela 5 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de massa seca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	137,0470	-0,7595	0,0195	-0,1942
Morgan-Mercer-Flodin	154,8641	0,1865	11,0672	2,3952
Gompertz	122,6008	1,7446	0,0249	—
Logístico	96,7207	3,8501	0,0526	—
Logístico com 4 parâmetros	-7,5813	107,4417	74,6400	25,0164
von Bertalanffy	153,5439	1,001	0,0157	—
Michaelis-Menten Mod.	154,9097	0,1855	101,5786	2,3947
Weibull	111,9988	111,9886	-10,2165	2,2481
Boltzman	107,4181	74,6329	25,0058	-114,9900
Janoschek	112,0051	0,0100	0,00004	2,2479

Tabela 6 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de massa seca

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	81,9262	12,9138	0,0437	0,5118
Morgan-Mercer-Flodin	97,1006	1,1104	14,9373	3,3491
Gompertz	96,3943	2,0188	0,0278	—
Logístico	75,8989	4,4387	0,0588	—
Logístico com 4 parâmetros	-1,5154	78,1400	75,8439	18,5050
von Bertalanffy	120,0613	1,1974	0,0176	—
Michaelis-Menten Mod.	97,1219	1,1100	86,5105	3,3485
Weibull	75,7147	74,7057	-13,6141	3,0620
Boltzman	78,1391	75,8435	18,5046	-79,6543
Janoschek	75,7229	1,0088	0,000001	3,0617

3.1.2 Micronutrientes

Conforme as estimativas do parâmetro β_1 , apresentadas nas Tabelas 7, 8 e 9, a cultivar Tommy Atkins acumulou menor quantidade de boro que as cultivares Haden e Palmer. Além disso, para esta cultivar, as estimativas deste parâmetro são mais próximas entre todos os modelos ajustados. Apesar de o boro ser o nutriente exportado em menor quantidade, uma vez que se trata de um micronutriente, apre-

senta fundamental importância para a polinização e desenvolvimento dos frutos, além de ser essencial para a absorção e uso de cálcio (SILVA et al., 2004).

Tabela 7 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de boro

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	729,2221	-0,3350	0,0304	-0,0718
Morgan-Mercer-Flodin	832,7502	7,8879	10,4562	2,4537
Gompertz	707,0189	1,6742	0,0329	—
Logístico	576,1479	3,6488	0,0669	—
Logístico com 4 parâmetros	-47,1643	631,0578	54,9247	19,4772
von Bertalanffy	855,8851	0,9655	0,0213	—
Michaelis-Menten Mod.	832,7182	7,8894	70,9041	2,4538
Weibull	646,7307	641,6880	-9,3179	2,1971
Boltzman	631,0129	54,9202	19,4767	-678,1880
Janoschek	646,8898	5,0192	0,00009	2,1964

Tabela 8 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de boro

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	850,7550	-0,9590	0,0124	-0,3920
Morgan-Mercer-Flodin	979,8631	0,3531	9,4927	1,9545
Gompertz	617,8946	1,5822	0,0227	—
Logístico	479,0031	3,5045	0,0485	—
Logístico com 4 parâmetros	-58,0471	566,4683	75,2531	30,3567
von Bertalanffy	792,9335	0,9010	0,0139	—
Michaelis-Menten Mod.	980,8823	0,3372	128,7321	1,9536
Weibull	648,6466	648,6480	-8,8779	1,8938
Boltzman	566,4306	75,2505	30,3535	-624,4630
Janoschek	648,3175	0,0094	0,0001	1,8944

Tabela 9 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de boro

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	281,4578	2,1124	0,0442	0,1975
Morgan-Mercer-Flodin	302,8366	4,0893	13,4687	3,2466
Gompertz	290,6856	1,9748	0,0381	—
Logístico	261,3467	4,0830	0,0697	—
Logístico com 4 parâmetros	−12,1600	268,6697	57,7703	16,5976
von Bertalanffy	314,0065	1,2821	0,0283	—
Michaelis-Menten Mod.	302,8514	4,0871	63,3482	3,2462
Weibull	266,7026	265,4154	−10,8941	2,5815
Boltzman	268,6588	57,7687	16,5957	−280,8150
Janoschek	266,7164	1,2839	0,00002	2,5812

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 10, 11 e 12, verifica-se por meio das estimativas do parâmetro β_1 , que a cultivar Haden acumulou a maior quantidade de zinco, seguida pelas cultivares Palmer e Tommy Atkins que apresentaram estimativas deste parâmetro mais próximas entre todos os modelos ajustados.

Tabela 10 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de zinco

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	1243,3790	−0,9619	0,0096	−0,5613
Morgan-Mercer-Flodin	1548,1500	7,5904	7,7171	1,5401
Gompertz	648,8849	1,3595	0,0280	—
Logístico	498,9593	2,9974	0,0596	—
Logístico com 4 parâmetros	−169,692	798,8926	61,0038	38,2139
von Bertalanffy	840,9456	0,7877	0,0171	—
Michaelis-Menten Mod.	1547,4520	7,5946	149,9272	1,5403
Weibull	1046,2600	1040,1930	−7,1127	1,4769
Boltzman	798,7027	60,9962	38,2017	−968,2970
Janoschek	1045,9570	6,0721	0,00082	1,4770

Tabela 11 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de zinco

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	394,9274	1,2708	0,0486	0,1791
Morgan-Mercer-Flodin	417,6965	13,8797	11,4879	2,9494
Gompertz	401,4686	1,6645	0,0433	—
Logístico	377,6329	3,3979	0,0736	—
Logístico com 4 parâmetros	-28,3380	386,0086	44,1105	16,2359
von Bertalanffy	418,7005	1,0456	0,0337	—
Michaelis-Menten Mod.	417,7228	13,8739	49,1556	2,9489
Weibull	385,7589	379,8075	-8,5741	2,1364
Boltzman	386,0078	44,1104	16,2358	-414,1100
Janoschek	385,7904	5,9466	0,0002	2,1359

Tabela 12 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de zinco

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	267,7249	8,5845	0,0568	0,5907
Morgan-Mercer-Flodin	285,1658	15,0400	12,9966	3,2721
Gompertz	284,1826	1,6457	0,0392	—
Logístico	261,5807	3,4329	0,0693	—
Logístico com 4 parâmetros	-3,0098	262,8019	49,2329	14,9101
von Bertalanffy	301,5834	1,0137	0,0297	—
Michaelis-Menten Mod.	285,1609	15,0409	53,0865	3,2722
Weibull	261,8132	250,7155	-9,9542	2,4436
Boltzman	262,7658	49,2315	14,8999	-265,7390
Janoschek	261,8143	11,0987	0,00005	2,4436

3.1.3 Macronutrientes

A extração de nitrogênio pelos frutos foi maior para a cultivar Haden, seguida pelas cultivares Palmer e Tommy Atkins, como pode ser observado pelas estimativas de β_1 nas Tabelas 13, 14 e 15. O nitrogênio é o nutriente mais exigido pela planta e exerce importante papel na produção e qualidade dos frutos e mangueiras adequadamente nutridas com nitrogênio poderão emitir, regularmente,

brotações que, ao atingirem a maturidade, resultariam em panículas responsáveis pela frutificação (SILVA; FARIA, 2010).

Tabela 13 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	903,1735	0,8329	0,0323	0,1174
Morgan-Mercer-Flodin	1087,7690	12,9663	11,5422	2,6216
Gompertz	968,7994	1,7168	0,0280	—
Logístico	704,5451	3,8756	0,0637	—
Logístico com 4 parâmetros	-33,0955	768,4687	62,4484	19,0645
von Bertalanffy	1367,2670	0,9538	0,0157	—
Michaelis-Menten Mod.	1088,0150	12,9623	81,6868	2,6212
Weibull	811,4197	800,8703	-10,4760	2,4064
Boltzman	768,4197	62,4455	19,0632	-801,5130
Janoschek	811,4353	10,5475	0,00003	2,4063

Tabela 14 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	713,3513	-0,9467	0,0185	-0,3308
Morgan-Mercer-Flodin	809,9793	-0,9531	9,6229	2,1261
Gompertz	614,7064	1,6254	0,0273	—
Logístico	518,3665	3,5014	0,0532	—
Logístico com 4 parâmetros	-75,5694	585,8761	64,7452	27,5941
von Bertalanffy	714,4537	0,9499	0,0184	—
Michaelis-Menten Mod.	810,0123	-0,9541	92,3918	2,1261
Weibull	606,3867	609,5870	-8,7110	1,9483
Boltzman	585,9837	64,7482	27,6061	-661,6240
Janoschek	606,3692	-3,1995	0,0002	1,9484

Tabela 15 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de nitrogênio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	636,8678	-0,1875	0,0252	-0,0350
Morgan-Mercer-Flodin	725,0988	5,6014	11,6306	2,5823
Gompertz	626,0315	1,7487	0,0262	—
Logístico	495,3359	3,8629	0,0554	—
Logístico com 4 parâmetros	-34,7142	543,9200	70,9821	23,2540
von Bertalanffy	788,8001	0,9963	0,0163	—
Michaelis-Menten Mod.	725,2868	5,5958	90,3924	2,5818
Weibull	562,7876	559,8345	-10,3457	2,3069
Boltzman	543,8605	70,9760	23,2510	-578,5700
Janoschek	562,8831	2,9479	0,00003	2,3066

A mangueira, assim como outras árvores frutíferas, apresenta baixa exigência em fósforo, que é necessário na divisão e crescimento celular da planta, além de influenciar positivamente na coloração da casca de seus frutos, uma característica de grande importância para o mercado consumidor (SILVA et al., 2004).

As cultivares Haden e Tommy Atkins acumularam quantidades similares de fósforo e menores que a ‘Palmer’, como sugerem as estimativas do parâmetro β_1 dos modelos apresentados nas Tabelas 16, 17 e 18. O modelo Richards não apresentou convergência do processo iterativo aos dados da cultivar ‘Palmer’.

Tabela 16 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de fósforo

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	62,8035	2,2268	0,0462	0,2937
Morgan-Mercer-Flodin	71,5998	2,4133	10,4993	2,6094
Gompertz	66,8806	1,5266	0,0365	—
Logístico	58,0479	3,2817	0,0691	—
Logístico com 4 parâmetros	-3,5173	60,3436	46,6040	17,0911
von-bertalanffy	75,7684	0,8907	0,0252	—
Michaelis-Menten Mod.	71,6028	2,4129	55,9104	2,6092
Weibull	60,1829	58,2825	-8,9221	2,1953
Boltzman	60,3399	46,6024	17,0885	-63,8553
Janoschek	60,1825	1,9004	0,00013	2,1953

Tabela 17 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de fósforo

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Morgan-Mercer-Flodin	281,4521	-1,7528	8,0539	1,4532
Gompertz	89,2923	1,4939	0,0228	—
Logístico	71,2698	3,2449	0,0465	—
Logístico com 4 parâmetros	-39,9469	144,7695	94,8693	66,8997
von Bertalanffy	110,2816	0,8630	0,0146	—
Michaelis-Menten Mod.	281,3647	-1,7540	255,1905	1,4531
Weibull	188,5891	190,5631	-7,4637	1,4005
Boltzman	144,8960	94,9342	66,9533	-184,8800
Janoschek	188,7742	-1,9754	0,0006	1,4002

Tabela 18 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de fósforo

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	61,4451	0,00006	0,0302	0,00001
Morgan-Mercer-Flodin	75,5490	0,1121	9,9079	2,2661
Gompertz	61,4477	1,6528	0,0302	—
Logístico	52,9856	3,5221	0,0575	—
Logístico com 4 parâmetros	-7,5425	59,0004	59,7162	25,2138
von Bertalanffy	69,7614	0,9765	0,0209	—
Michaelis-Menten Mod.	75,5577	0,1119	79,2272	2,2659
Weibull	60,3832	60,7165	-8,6379	1,9733
Boltzman	58,9959	59,7078	25,2132	-66,5415
Janoschek	60,3805	-0,3321	0,00018	1,9735

O potássio é um nutriente exigido em grandes quantidades pelos frutos de manga e o mais importante em termos de produção e qualidade dos frutos (COSTA et al., 2011). As cultivares Palmer e Haden acumularam quantidades similares de potássio e superiores à ‘Tommy Atkins’, representadas pelas estimativas do parâmetro β_1 dos modelos apresentados nas Tabelas 19, 20 e 21.

Tabela 19 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de potássio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	1411,9950	-0,5522	0,0217	-0,1508
Morgan-Mercer-Flodin	1629,6450	19,0512	10,0265	2,2276
Gompertz	1262,1460	1,5715	0,0269	—
Logístico	934,2894	3,4997	0,0596	—
Logístico com 4 parâmetros	-82,4602	1091,9820	62,0125	23,1680
von Bertalanffy	1742,4590	0,8846	0,0155	—
Michaelis-Menten Mod.	1629,4940	19,0519	90,0974	2,2277
Weibull	1215,4930	1200,4490	-9,0712	2,0415
Boltzman	1092,2100	62,0164	23,1782	-1174,8100
Janoschek	1215,7700	15,0344	0,0001	2,0413

Tabela 20 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de potássio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	1183,3200	0,0001	0,0225	0,00001
Morgan-Mercer-Flodin	2330,1000	-3,5972	8,6468	1,7081
Gompertz	1183,1130	1,5060	0,0225	—
Logístico	933,0838	3,2814	0,0465	—
Logístico com 4 parâmetros	-261,3070	1374,2460	80,8190	44,3747
von Bertalanffy	1485,7130	0,8663	0,0142	—
Michaelis-Menten Mod.	2329,0460	-3,5946	157,8586	1,7083
Weibull	1651,6170	1659,1090	-7,9302	1,6065
Boltzman	1373,2580	80,7754	44,3419	-1634,3200
Janoschek	1651,7160	-7,4935	0,0004	1,6065

Tabela 21 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de potássio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	717,3746	-0,5099	0,0229	-0,1312
Morgan-Mercer-Flodin	782,6962	13,1291	10,6682	2,4100
Gompertz	676,8237	1,5887	0,0266	—
Logístico	554,0359	3,4585	0,0537	—
Logístico com 4 parâmetros	-52,0830	613,9587	65,0550	25,0309
von Bertalanffy	814,6795	0,9157	0,0173	—
Michaelis-Menten Mod.	782,9129	13,1273	83,6641	2,4096
Weibull	642,8070	634,7448	-9,1494	2,0544
Boltzman	614,2367	-666,4110	65,0740	25,0504
Janoschek	642,9152	8,0505	0,0001	2,0540

O cálcio possui função estrutural na planta, sendo constituinte de pectatos das membranas e paredes celulares, tornando os frutos mais resistentes ao manuseio e transporte (SANTOS-SEREJO, 2005). Baixos níveis de cálcio estão associados ao colapso interno dos frutos. Como apresentado nas Tabelas 22, 23 e 24, observa-se que os frutos da ‘Haden’ acumularam mais cálcio que as demais cultivares. Para a cultivar Haden, apenas os modelos Gompertz, logístico, logístico com 4 parâmetros e von Bertalanffy apresentaram convergência do processo iterativo. Tal fato pode ser explicado pela presença do parâmetro β_4 nos demais modelos, dificultando a convergência. O modelo Richards também não apresentou convergência do processo iterativo para a cultivar Palmer e para a cultivar Tommy Atkins todos os modelos foram ajustados.

Tabela 22 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de cálcio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Gompertz	443,9675	1,6245	0,0162	—
Logístico	205,2630	3,7099	0,0486	—
Logístico com 4 parâmetros	-37,0788	7309,8740	291,3370	54,1924
von Bertalanffy	1664,1400	0,9010	0,0052	—

Tabela 23 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de cálcio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Morgan-Mercer-Flodin	150,4891	-2,3499	7,9992	1,7964
Gompertz	105,4078	1,5436	0,0307	—
Logístico	93,9564	3,2141	0,0551	—
Logístico com 4 parâmetros	-35,7770	114,093	50,0453	35,3103
von Bertalanffy	115,6525	0,9272	0,0224	—
Michaelis-Menten Mod.	150,4464	-2,3447	85,8500	1,7970
Weibull	117,6903	121,0538	-6,9967	1,5760
Boltzman	114,0875	50,0455	35,3068	-149,8580
Janoschek	117,6785	-3,3617	0,0009	1,5762

Tabela 24 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de cálcio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	84,9163	-0,9454	0,0242	-0,2877
Morgan-Mercer-Flodin	91,9655	0,1297	10,1893	2,3763
Gompertz	77,6221	1,6940	0,0324	—
Logístico	67,9423	3,5947	0,0608	—
Logístico com 4 parâmetros	-9,1141	74,3532	57,1863	23,3375
von Bertalanffy	86,5381	1,0137	0,0229	—
Michaelis-Menten Mod.	91,9579	0,1301	72,8087	2,3765
Weibull	75,8105	76,4139	-8,6800	2,0090
Boltzman	74,3464	57,1886	23,3299	-83,4509
Janoschek	75,8272	-0,6064	0,0002	2,0083

Embora o magnésio não seja exigido em elevados níveis, compõe a clorofila, é indutor de enzimas e participa do transporte de fósforo na planta. A deficiência deste nutriente poderá provocar redução no desenvolvimento, desfolha prematura e, em decorrência, diminuição da produção. A cultivar Palmer apresentou maior acúmulo de magnésio, seguida pela ‘Haden’ e ‘Tommy Atkins’ como observado nas Tabelas 25, 26 e 27 pelas estimativas do parâmetro β_1 .

Tabela 25 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Haden, considerando os dados de acúmulo de magnésio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	78,7402	-0,5824	0,0254	-0,1616
Morgan-Mercer-Flodin	94,3302	0,8137	9,4407	2,1599
Gompertz	72,4938	1,5649	0,0308	—
Logístico	58,3531	3,4266	0,0632	—
Logístico com 4 parâmetros	-6,4121	65,9867	54,0162	22,0249
von Bertalanffy	89,5447	0,8960	0,0196	—
Michaelis-Menten Mod.	94,3132	0,8139	79,0974	2,1601
Weibull	69,2044	68,5829	-8,6101	2,0038
Boltzman	65,9920	54,9178	22,0282	-72,4070
Janoschek	69,2063	0,6212	0,0002	2,0038

Tabela 26 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Palmer, considerando os dados de acúmulo de magnésio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	100,5824	-1,0007	0,0153	-0,4110
Morgan-Mercer-Flodin	114,1393	-0,2486	9,2331	1,9929
Gompertz	80,3818	1,5866	0,0259	—
Logístico	66,9669	3,4299	0,0511	—
Logístico com 4 parâmetros	-10,4903	77,4109	66,8260	29,6699
von Bertalanffy	94,8040	0,9223	0,0173	—
Michaelis-Menten Mod.	114,1613	-0,2493	102,8339	1,9927
Weibull	81,9780	82,3993	-8,4802	1,8691
Boltzman	77,4348	66,8302	29,6902	-87,9434
Janoschek	81,9779	-0,4215	0,0002	1,8691

Tabela 27 Estimativas dos parâmetros para os modelos de crescimento da cultivar Tommy Atkins, considerando os dados de acúmulo de magnésio

Modelo	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Richards	93,9462	-0,9955	0,0129	-0,3623
Morgan-Mercer-Flodin	93,1664	0,1262	10,7774	2,2671
Gompertz	66,1956	1,7203	0,0236	—
Logístico	49,4826	3,8181	0,0518	—
Logístico com 4 parâmetros	-4,9338	60,6608	79,7649	28,4612
von Bertalanffy	90,0860	0,9676	0,0137	—
Michaelis-Menten Mod.	93,1576	0,1261	116,0151	2,2671
Weibull	69,5927	69,6640	-9,7806	2,0807
Boltzman	60,6916	79,7857	28,4823	-65,6349
Janoschek	69,6205	-0,0725	0,00006	2,0804

3.2 Avaliadores da qualidade de ajuste

Os resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste, apresentados na seção 2.3, aplicados aos modelos ajustados ao acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes de cada cultivar, foram utilizados para confeccionar conjuntos de dados multivariados, em que os avaliadores corresponderam às variáveis e os modelos aos objetos. Esses conjuntos foram utilizados para realização da análise de agrupamento em cada cultivar.

3.3 Análise de agrupamento

O número ótimo de grupos, determinado pelo índice de Duda e Hart (1973), foi obtido com a utilização da função *NbClust* do pacote *NbClust* (CHARRAD et al., 2013) do programa *R* (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013). Para todos os conjuntos de dados multivariados submetidos à análise, considerou-se o método hierárquico de agrupamento de Ward (1963), a distância euclidiana quadrática, o índice “*duda*”, número mínimo de grupos igual a 2 e máximo igual a $(n - 1)$, em

que n é o número de modelos presentes no conjunto de dados multivariados.

É importante ressaltar que com a utilização dessa metodologia foi possível indicar o número ótimo de grupos de forma objetiva, eliminando assim a subjetividade, geralmente observada em estudos com esse tipo de análise. Recentemente vários trabalhos na área de Estatística e Experimentação Agropecuária vêm utilizando metodologias específicas para identificar esse número ótimo, e dentre estes podem-se citar Faria et al. (2012), Maia et al. (2009), Puiatti et al. (2013) e Silveira et al. (2012).

3.3.1 Massa fresca e massa seca

O critério de Duda e Hart (1973) indicou que os modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca devem ser particionados em 2, 4 e 2 grupos, respectivamente para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins e para os dados de acúmulo de massa seca, o número ótimo de grupos foi 2, 2 e 3 respectivamente, para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins (Tabela 28).

Tabela 28 Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de massa fresca e massa seca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins

Massa acumulada	Cultivar	Número de grupos	$Je(2)/Je(1)$	Valor crítico
Fresca	Haden	2	0,4751	0,3471
	Palmer	4	35,7781	0,1620
	Tommy Atkins	2	5,2005	0,3471
Seca	Haden	2	0,5518	0,4148
	Palmer	2	0,4554	0,4148
	Tommy Atkins	3	41,1064	0,3842

Os grupos formados pelos modelos ajustados ao acúmulo de massa fresca das cultivares estudadas e os valores médios dos avaliadores para os modelos presentes em cada grupo podem ser visualizados nas Figuras 1 e 2.

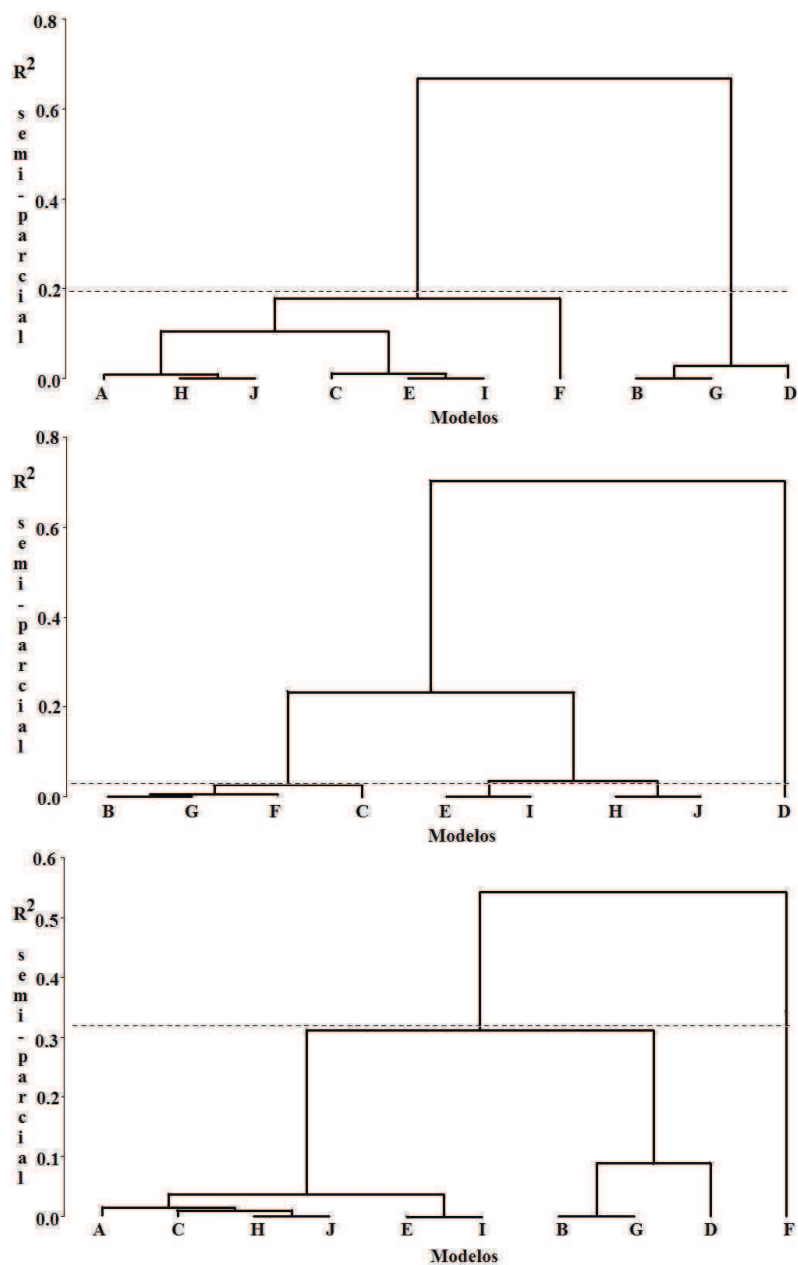


Figura 1 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.

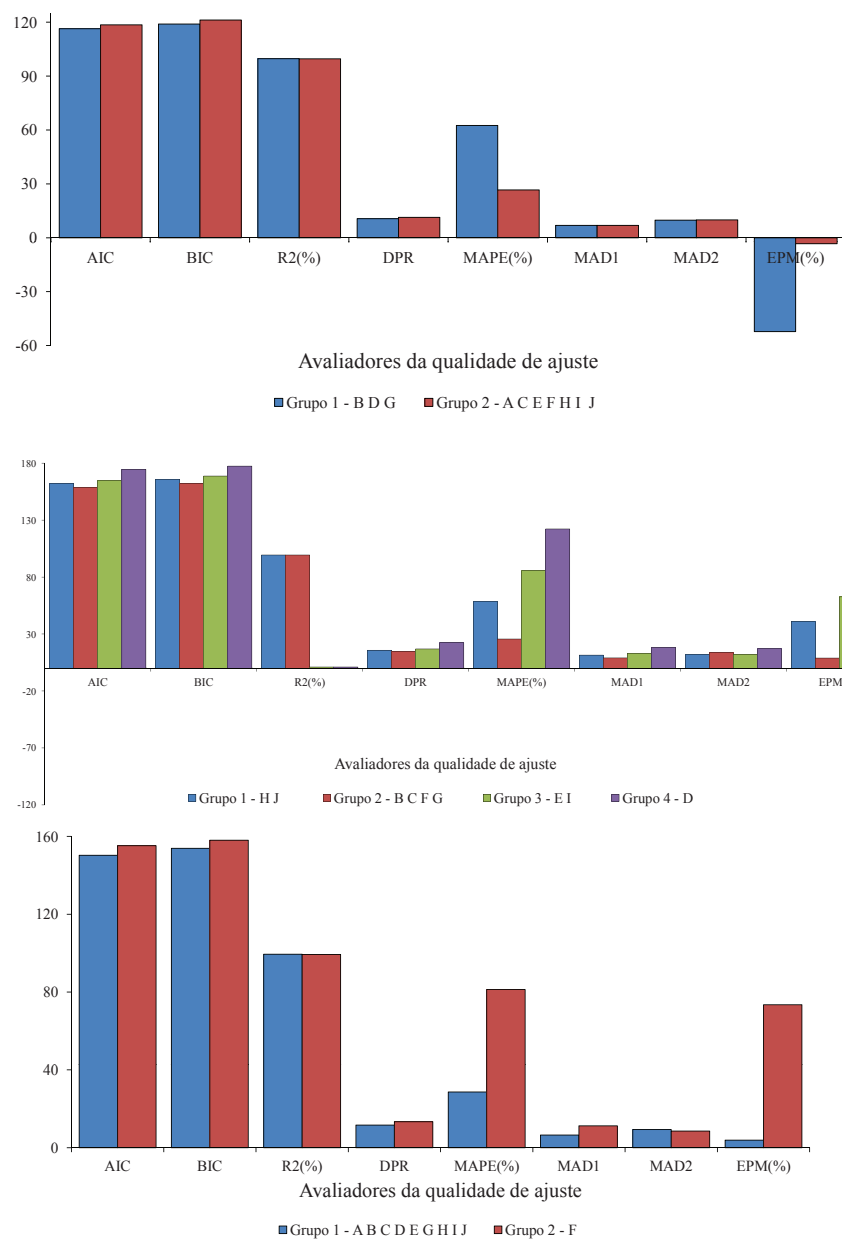


Figura 2 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente.

Ao verificar quais os modelos são pertencentes aos grupos 2, 2 e 1, respectivamente, os que contêm os melhores modelos para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, nota-se que o modelo C (Gompertz) é o único modelo para descrever o acúmulo de massa fresca comum às três cultivares.

Nas Figuras 3 e 4, apresentam-se, respectivamente, os grupos formados pelos modelos ajustados ao acúmulo de massa seca e os valores médios dos avaliadores para os modelos presentes em cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

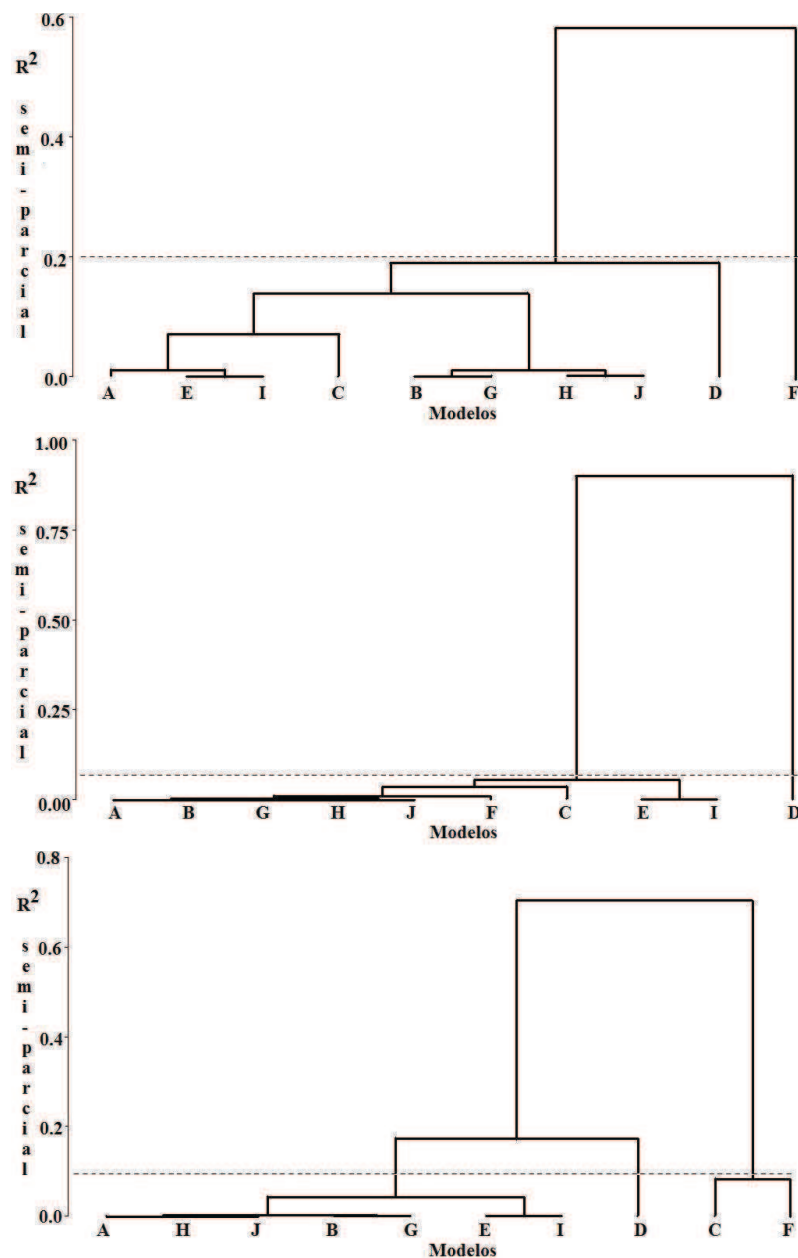


Figura 3 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa seca das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

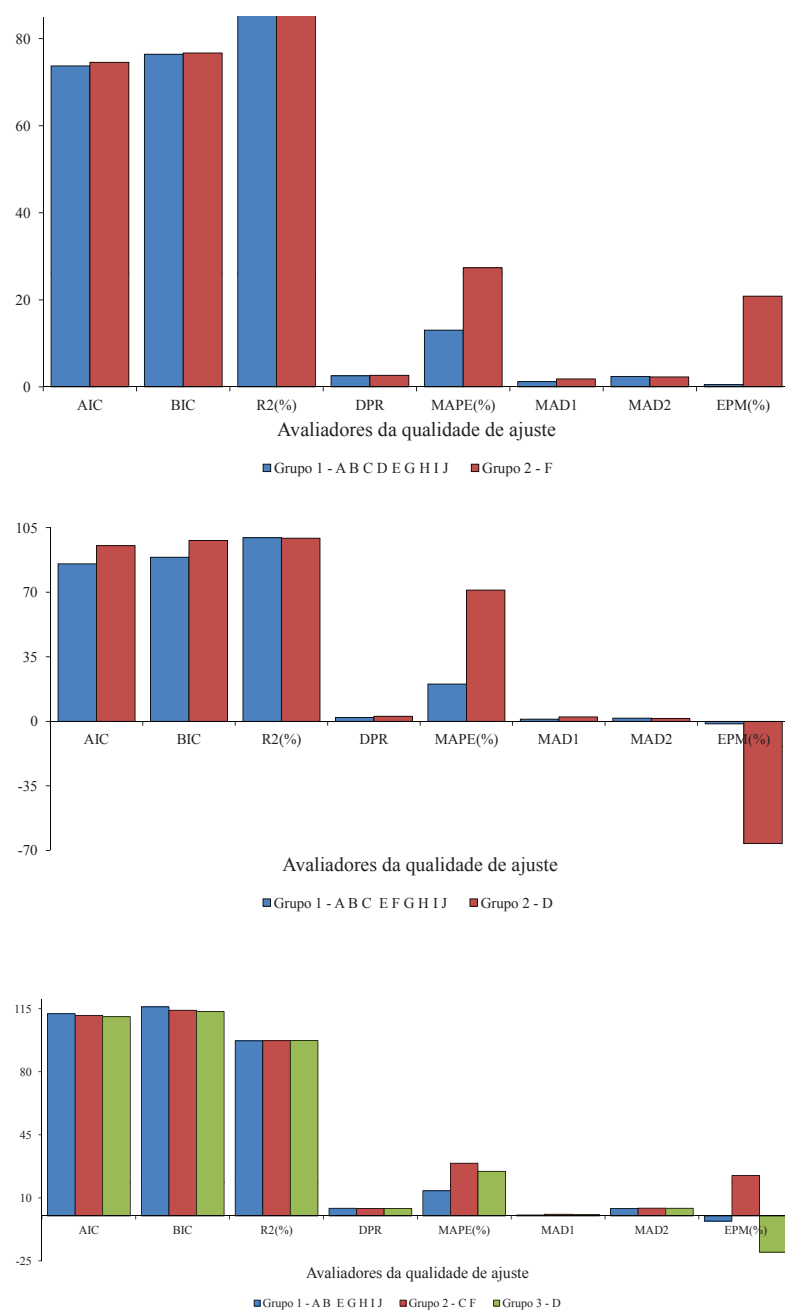


Figura 4 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa seca para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

Os grupos 1, 1 e 1 dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa seca para as três cultivares em estudo foram os que apresentaram os melhores resultados em relação aos avaliadores da qualidade de ajuste. Como interseção desses grupos estão os modelos: A (Richards), B (Morgan-Mercer Flodin), E (logístico com 4 parâmetros), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull), I (Boltzman) e J (Janoschek). Optou-se por indicar o modelo A (Richards), em razão da maior facilidade de interpretação de seus parâmetros em relação aos demais.

3.3.2 Micronutrientes

Em relação aos micronutrientes, o índice de Duda e Hart (1973) subdividiu os modelos ajustados aos dados de acúmulo de boro em 3, 2 e 2 grupos, respectivamente, para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins e para os dados de acúmulo de zinco, a partição foi de 2, 2 e 4 grupos, respectivamente, para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, como apresentado na Tabela 29.

Tabela 29 Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de micronutrientes das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins

Micronutriente	Cultivar	Número de grupos	$Je(2)/Je(1)$	Valor crítico
Boro	Haden	3	471,3350	0,0447
	Palmer	2	0,6047	0,4148
	Tommy Atkins	2	0,4324	0,4148
Zinco	Haden	2	0,6123	0,4148
	Palmer	2	73,1076	0,3012
	Tommy Atkins	3	630,8401	0,3842

O dendrograma, apresentado na Figura 5, permite visualizar os grupos formados e a Figura 6 apresenta os modelos ajustados ao acúmulo de boro, pertencentes a cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

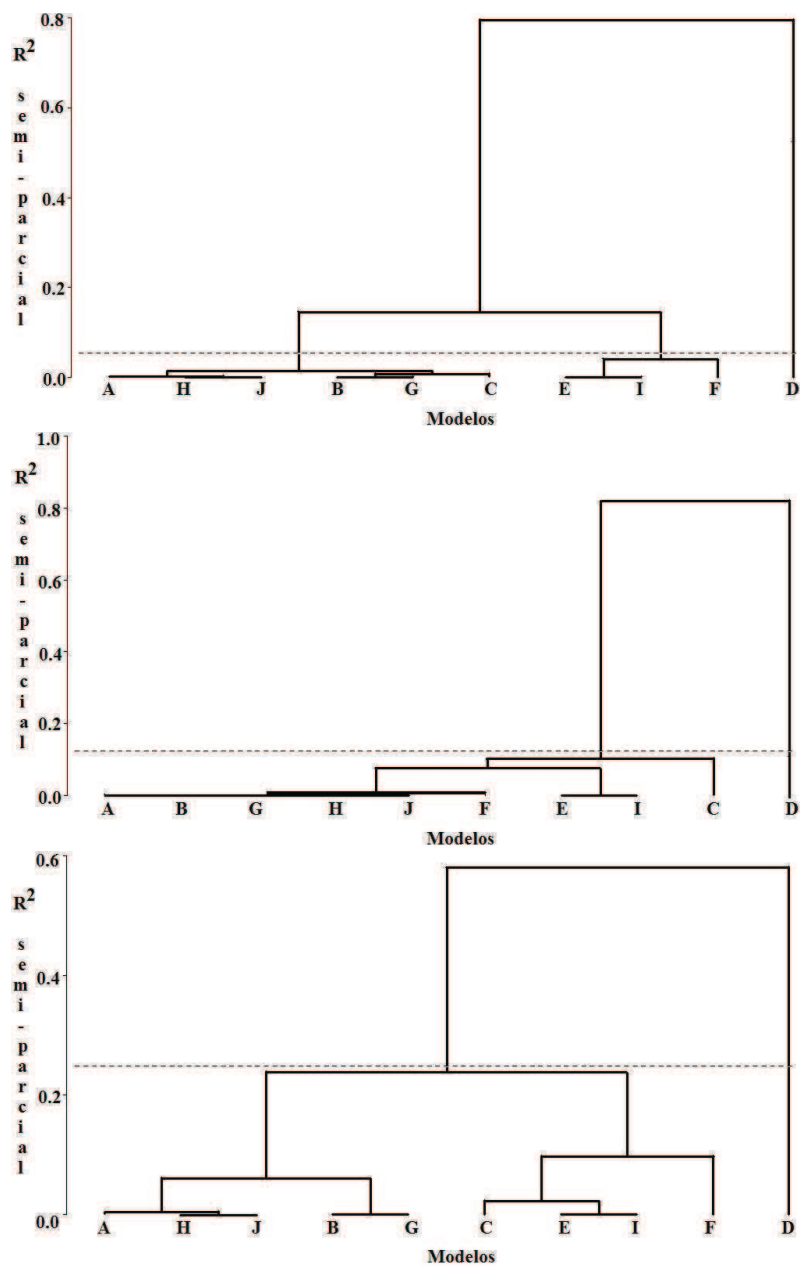


Figura 5 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de boro das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

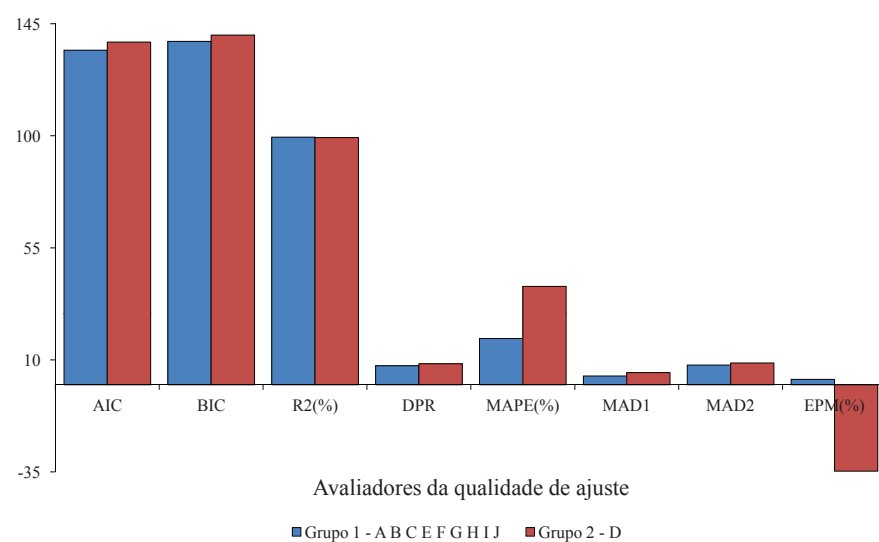
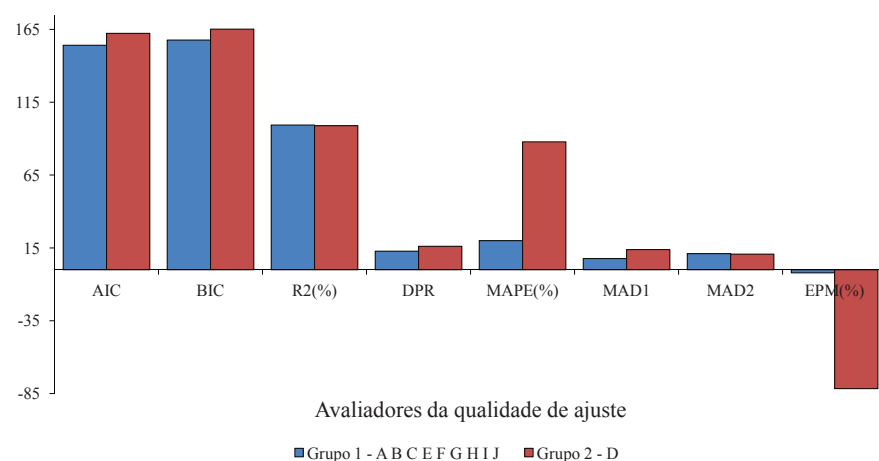
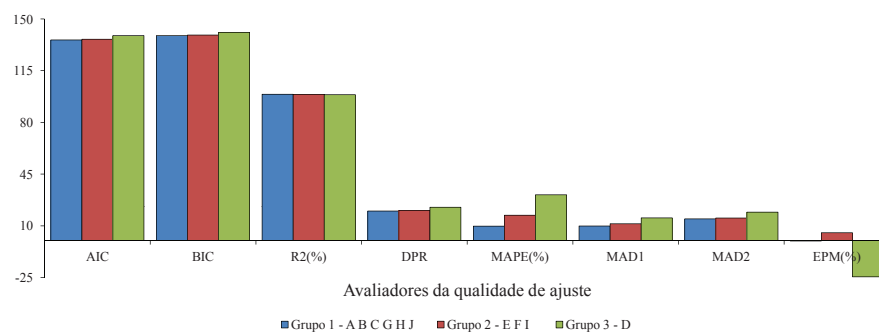


Figura 6 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de boro para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

Ao observar a Figura 6, é possível identificar os grupos 1, 1 e 1 como sendo os que apresentam os melhores modelos para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins. Os modelos A (Richards), B (Morgan-Mercer Flodin), C (Gompertz), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull) e J (Janoschek) encontram-se entre os melhores, para descrever o acúmulo de boro nos frutos das três cultivares. O modelo C (Gompertz) foi escolhido por apresentar parâmetros mais facilmente interpretáveis e por ser mais utilizado em estudos de crescimento e acúmulo de nutrientes em vegetais (MENDES, 2011; PRADO; SAVIAN; MUNIZ, 2013; PUIATTI et al., 2013; TERRA; MUNIZ; SAVIAN, 2010).

Nas Figuras 7 e 8, apresentam-se, respectivamente, os grupos formados pelos modelos ajustados ao acúmulo de zinco e os valores médios dos avaliadores para os modelos presentes em cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

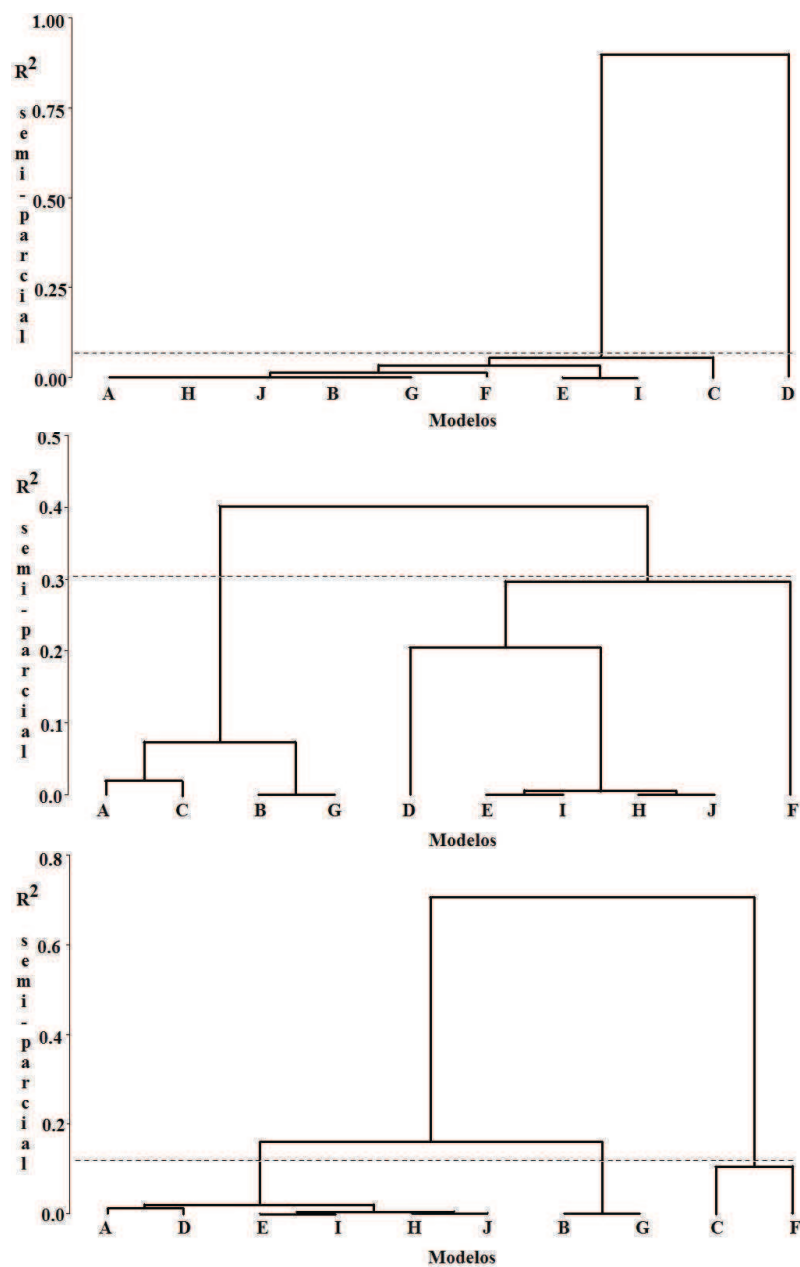


Figura 7 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de zinco das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

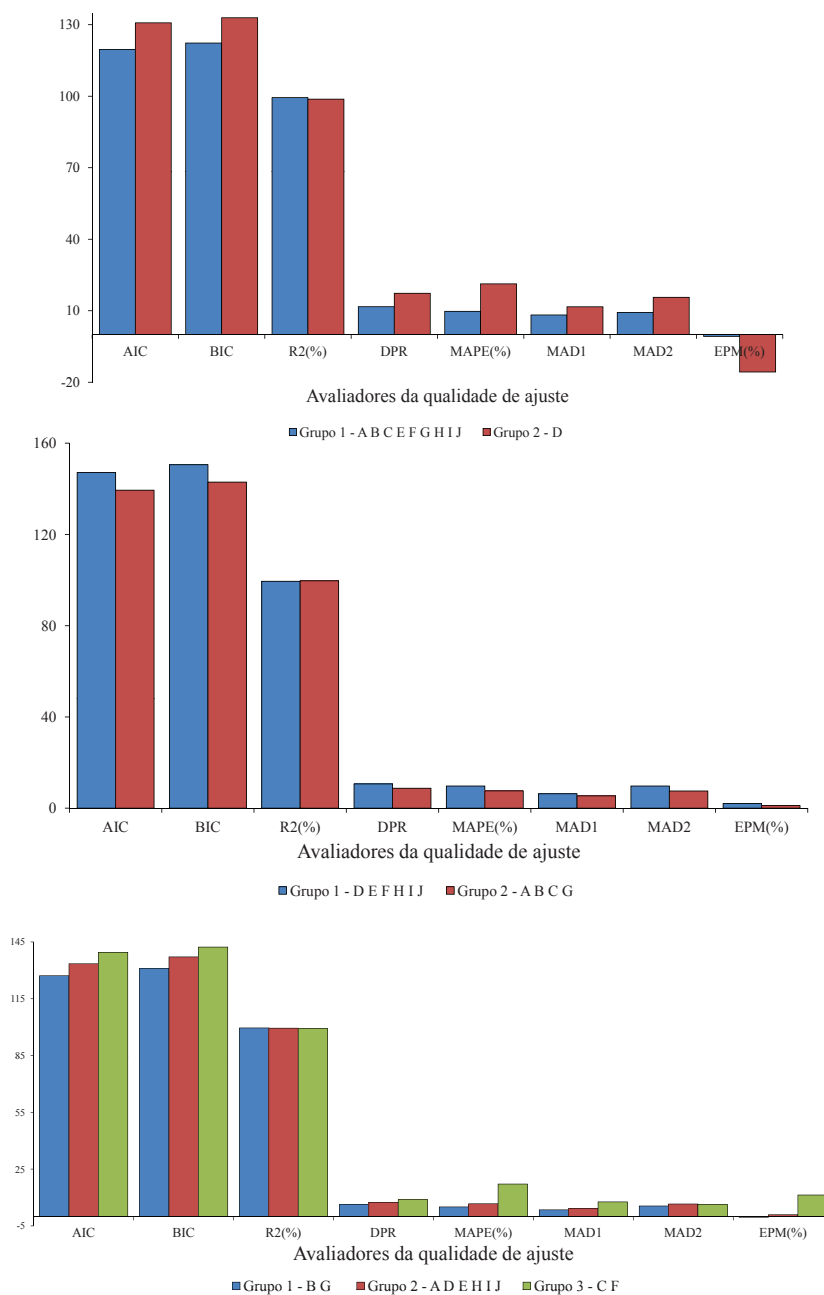


Figura 8 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de zinco para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

De acordo com os resultados apresentados na Figura 8, os melhores modelos para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins estão presentes, respectivamente, nos grupos 1, 2 e 1. Os melhores modelos comuns às três cultivares, foram B (Morgan-Mercer Flodin) e G (Michaelis-Mentem Modificado), entretanto, somente o parâmetro β_1 desses modelos possui interpretação prática direta. Como o modelo C (Gompertz) está presente entre os melhores para representar o acúmulo de zinco para as cultivares Haden e Palmer, optou-se por indicá-lo também para a cultivar Tommy Atkins, considerando, além disso, sua maior utilização como mencionado anteriormente.

3.3.3 Macronutrientes

Ao considerar os macronutrientes estudados (Tabela 30), o índice de Duda e Hart (1973) indicou que os modelos ajustados aos dados de acúmulo de nitrogênio e fósforo devem ser subdivididos em 2, 2 e 3 grupos, respectivamente, para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins. Para os modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio, o índice de Duda e Hart (1973) determinou como 2, 4 e 2 o número ótimo de grupos para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente. Como mencionado anteriormente, apenas quatro dentre os dez modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio para a cultivar Haden, obtiveram convergência do processo iterativo, portanto, como foram utilizados oito avaliadores de qualidade para classificar os modelos, não foi possível realizar a análise de agrupamento para essa cultivar, visto que o número de modelos foi menor que o número de avaliadores. Para esse nutriente, o número ótimo de grupos para as cultivares Palmer e Tommy Atkins foi 4 e 3, respectivamente. E, para os modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio, o índice de Duda e Hart (1973) sugeriu como ótimo, o número de 3, 2 e 3 grupos de modelos, respectivamente.

mente para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

Tabela 30 Estimativas do número ótimo de grupos via índice de Duda e Hart (1973) e valores críticos, considerando a classificação multivariada dos modelos ajustados ao acúmulo de macronutrientes das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins

Macronutriente	Cultivar	Número de grupos	$Je(2)/Je(1)$	Valor crítico
Nitrogênio	Haden	2	101,1277	0,4148
	Palmer	2	36,5137	0,4148
	Tommy Atkins	3	0,3287	0,3012
Fósforo	Haden	2	35,7338	0,4148
	Palmer	2	4,9846	0,0447
	Tommy Atkins	3	0,4296	0,4148
Potássio	Haden	2	0,4458	0,4148
	Palmer	4	980,0435	0,2421
	Tommy Atkins	2	327,7814	0,0447
Cálcio	Palmer	4	35,3192	-0,1521
	Tommy Atkins	3	0,5626	0,3471
Magnésio	Haden	3	96,6634	0,3012
	Palmer	2	7,2213	0,4148
	Tommy Atkins	3	0,3931	0,3471

Nas Figuras 9 e 10, apresentam-se, respectivamente, os grupos formados pelos modelos ajustados ao acúmulo de nitrogênio e os valores médios dos avaliadores para os modelos presentes em cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

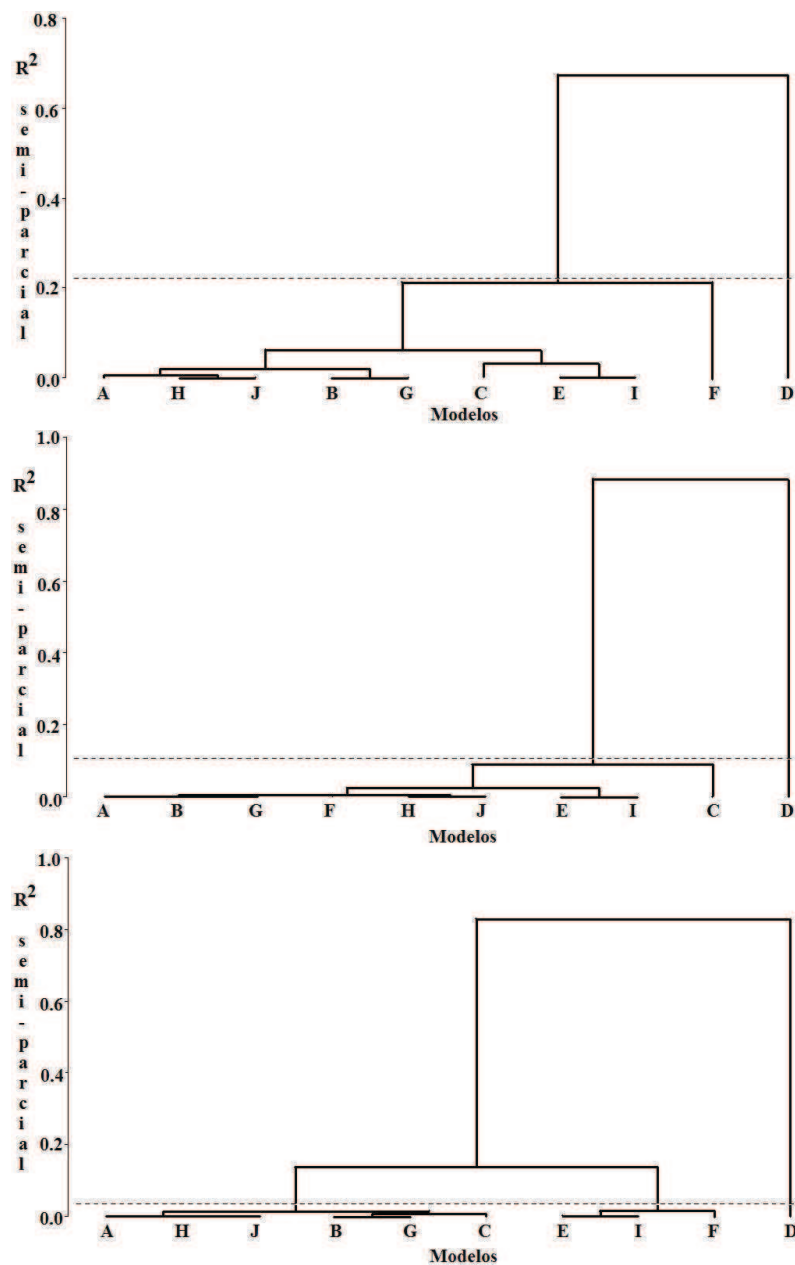


Figura 9 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de nitrogênio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

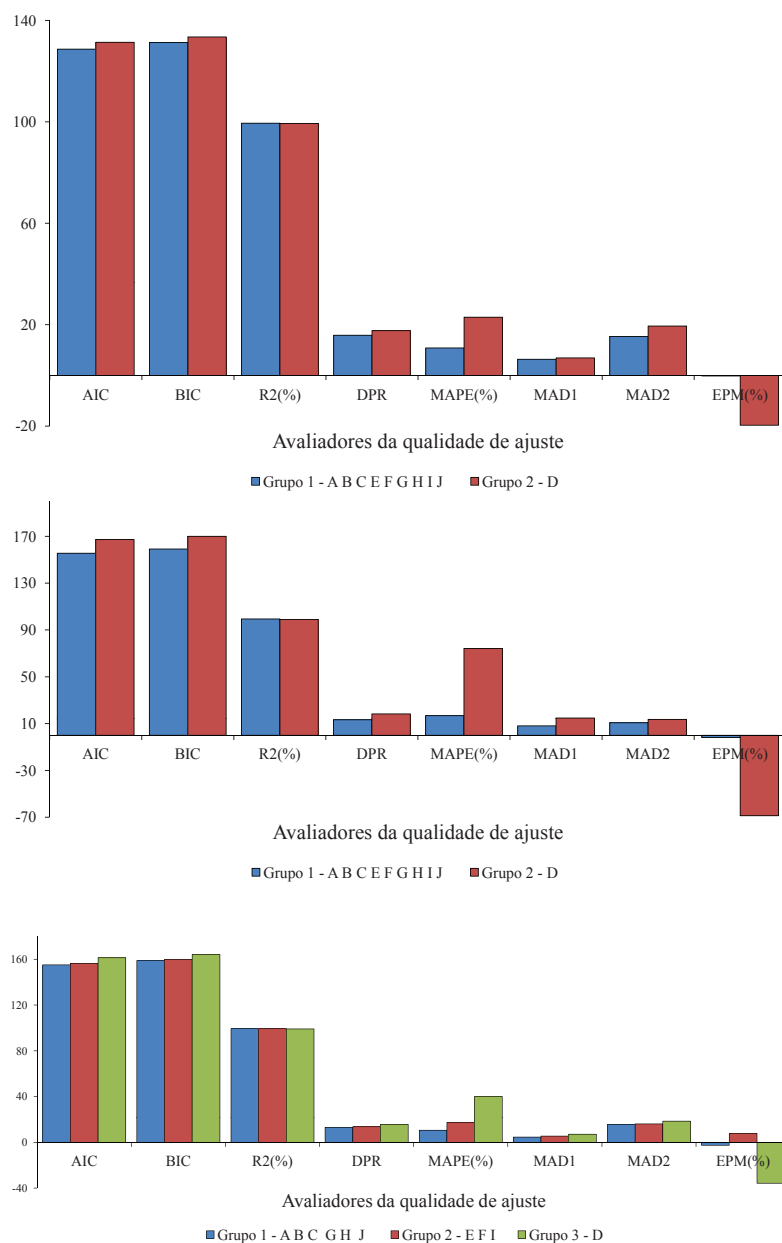


Figura 10 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de de nitrogênio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

De acordo com a Figura 10, os grupos 1, 1 e 1 dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de nitrogênio foram os que apresentaram os melhores resultados em relação aos avaliadores da qualidade de ajuste para as três cultivares em estudo. Presentes nestes grupos estão os modelos: A (Richards), B (Morgan-Mercer Flodin), C (Gompertz), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull) e J (Janoschek). Optou-se por indicar o modelo C (Gompertz) por sua maior utilização em estudos de crescimento vegetal.

Nas Figuras 11 e Figura 12, são apresentados, respectivamente, o dendrograma com os grupos formados e os modelos ajustados ao acúmulo de fósforo pertencentes a cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

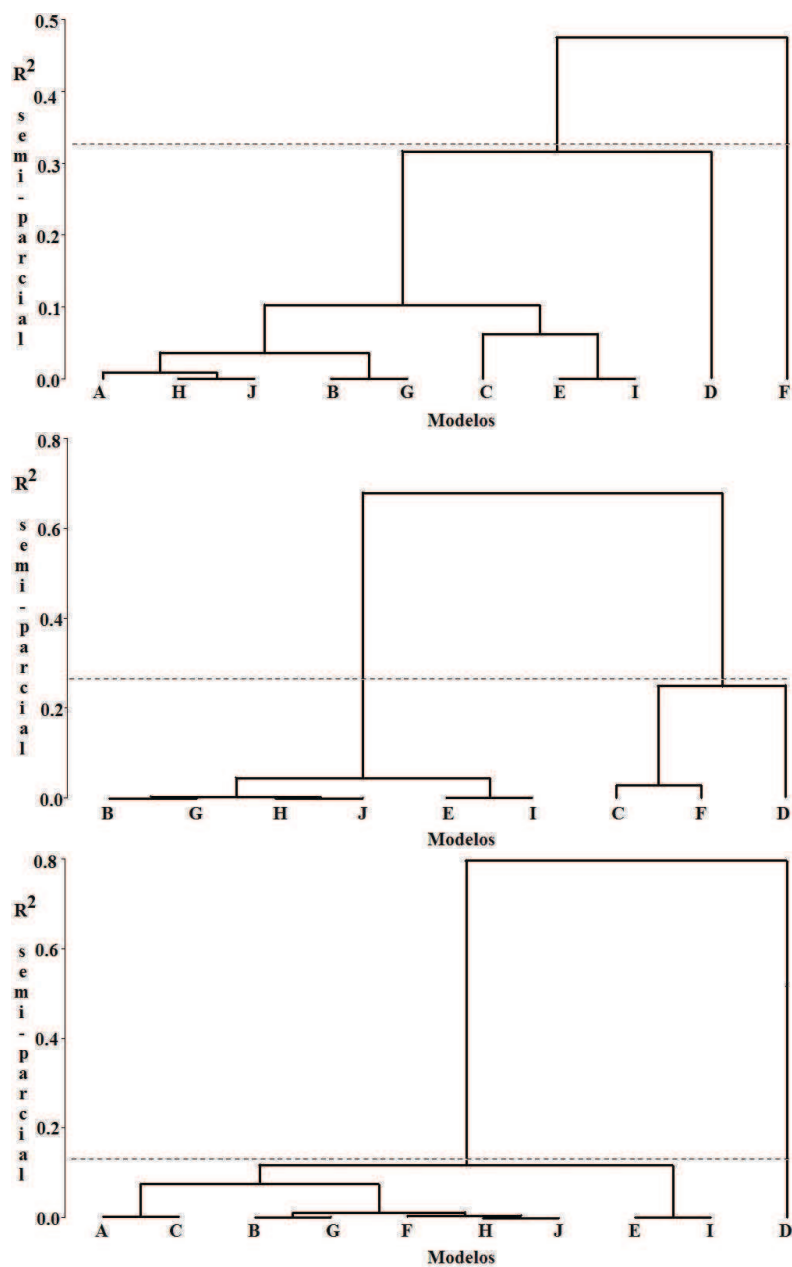


Figura 11 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de fósforo das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

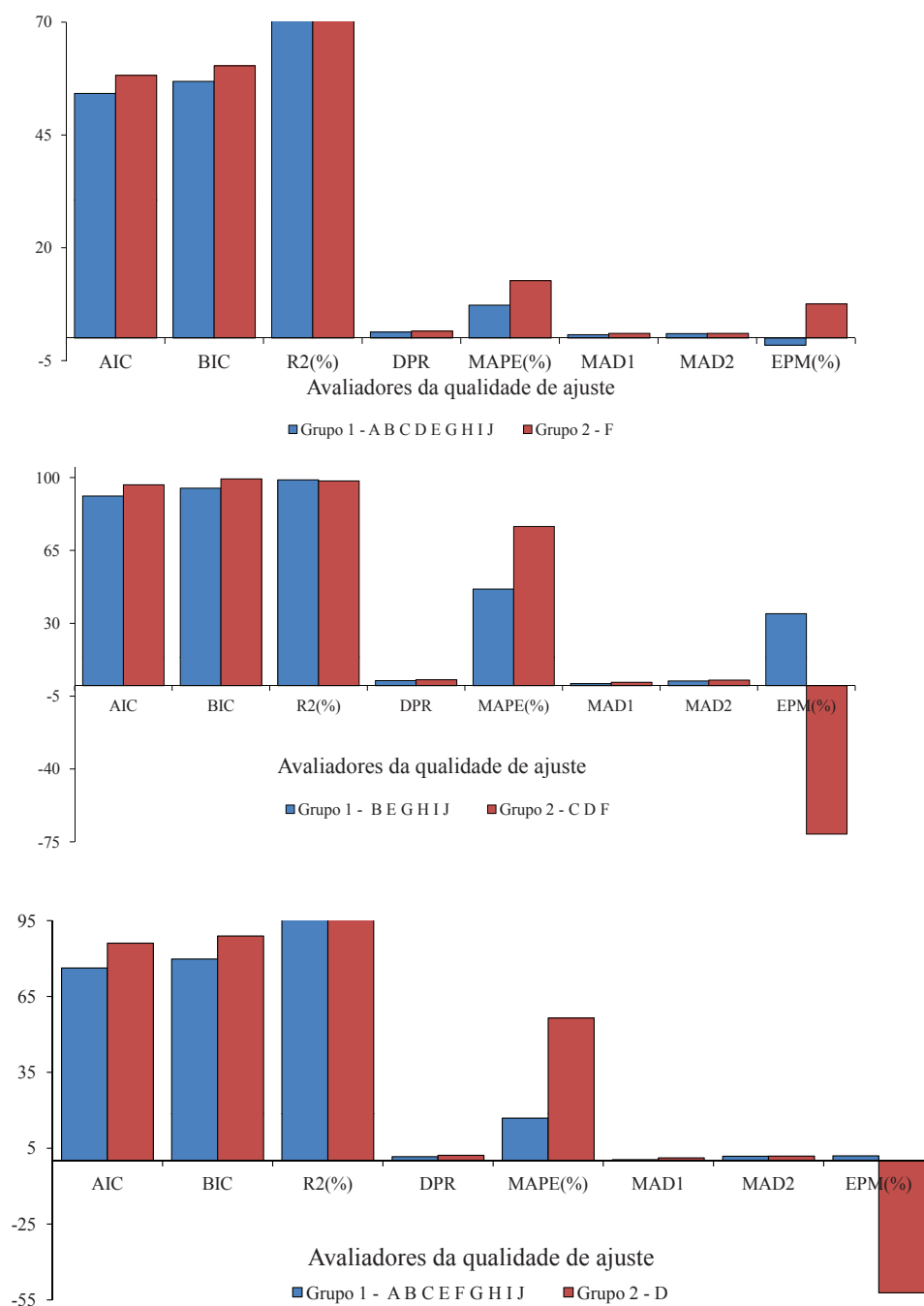


Figura 12 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de fósforo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

Os grupos 1, 1 e 1 dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de fósforo apresentaram os melhores resultados em relação aos avaliadores da qualidade de ajuste para as três cultivares em estudo (Figura 12). Nesses grupos, estão, simultaneamente, os modelos: B (Morgan-Mercer Flodin), F (logístico com 4 parâmetros), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull) e I (Boltzman) e J (Janoschek). Verifica-se que o modelo C (Gompertz) está presente nos grupos que apresentaram melhores resultados para as cultivares Haden e Palmer e considerando que os parâmetros dos modelos comuns às três cultivares não apresentam interpretação prática direta, esse modelo foi indicado para representar todas as cultivares.

Nas Figuras 13 e Figura 14, apresentam-se, respectivamente, o dendrograma com os grupos formados e os modelos ajustados ao acúmulo de potássio pertencentes a cada grupo para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

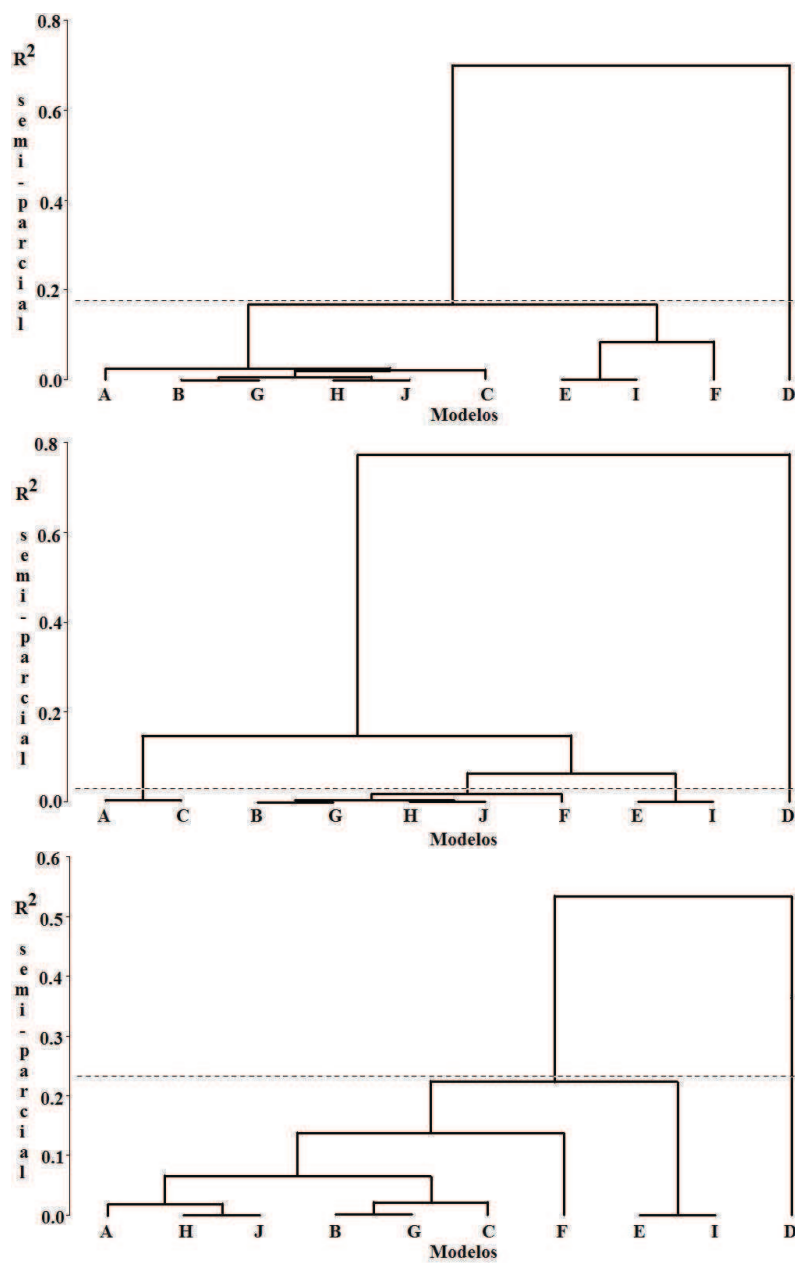


Figura 13 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

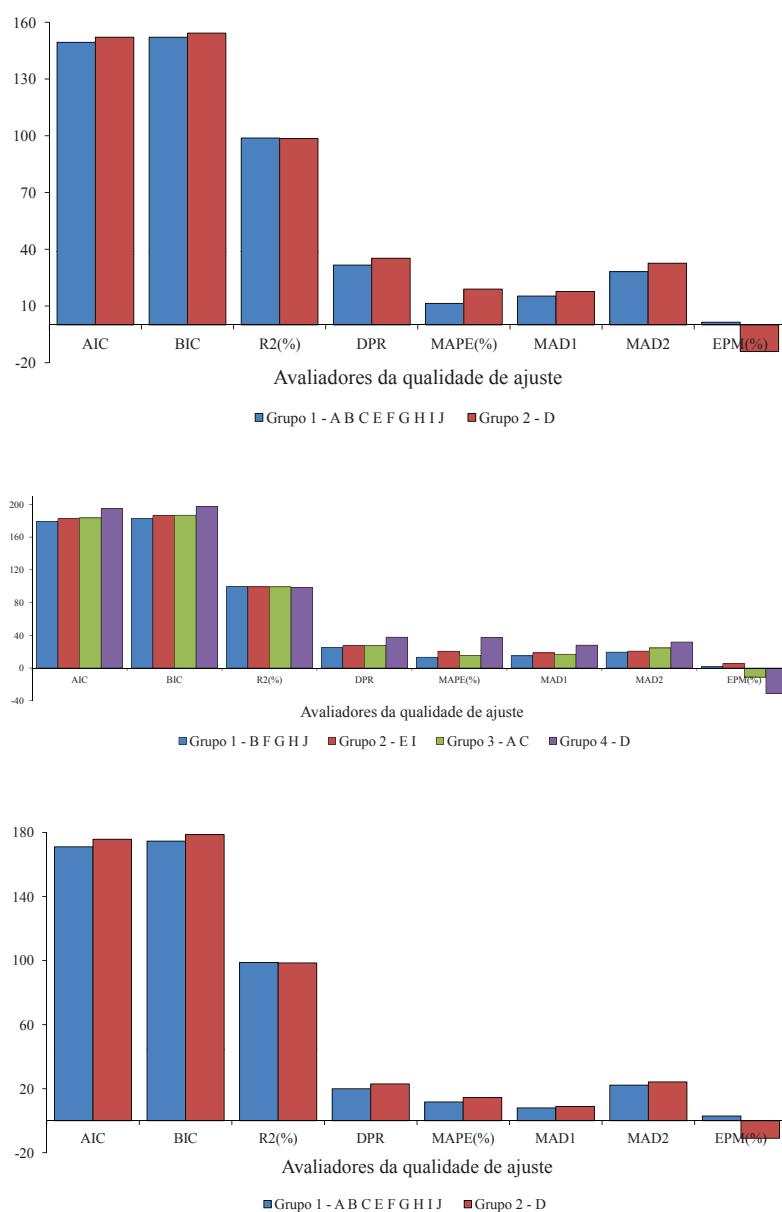


Figura 14 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

De acordo com a Figura 14, os grupos 1, 1 e 1 dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de potássio foram os que apresentaram os melhores resultados em relação aos avaliadores da qualidade de ajuste para as três cultivares em estudo. Os modelos comuns a esses grupos são: B (Morgan-Mercer Flodin), F (von Bertalanffy), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull) e J (Janoschek). Optou-se por indicar o modelo F (von Bertalanffy), pois segundo Mendes (2011) é um dos modelos não lineares mais utilizados na área vegetal.

O dendrograma da Figura 15 apresenta os grupos formados e, os modelos ajustados ao acúmulo de cálcio pertencentes a cada grupo, são apresentados na Figura 16, para as cultivares Palmer e Tommy Atkins.

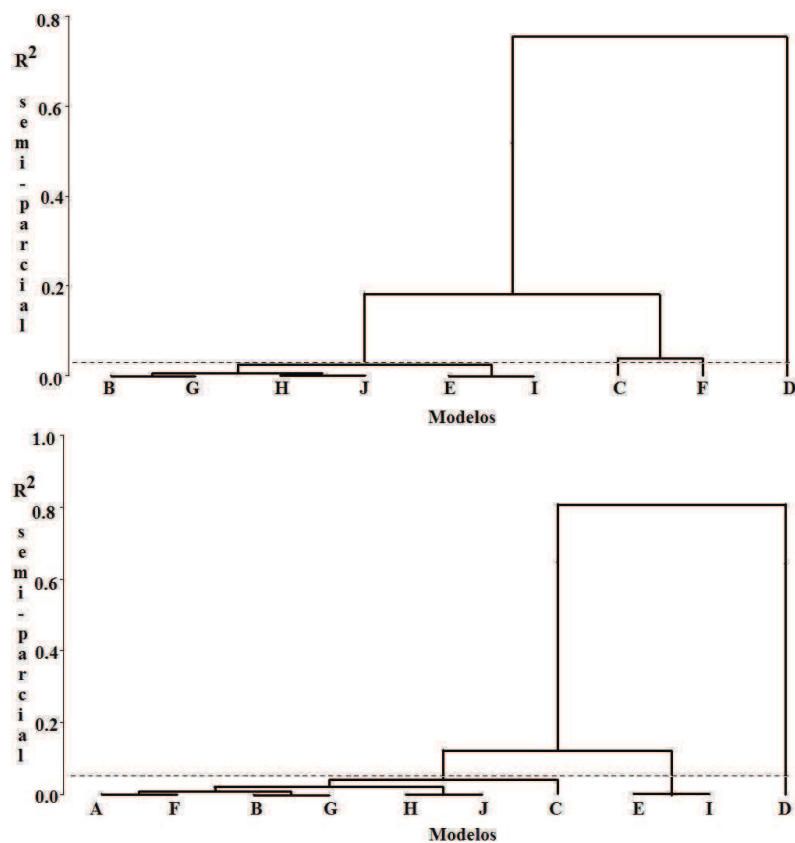


Figura 15 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio das cultivares Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

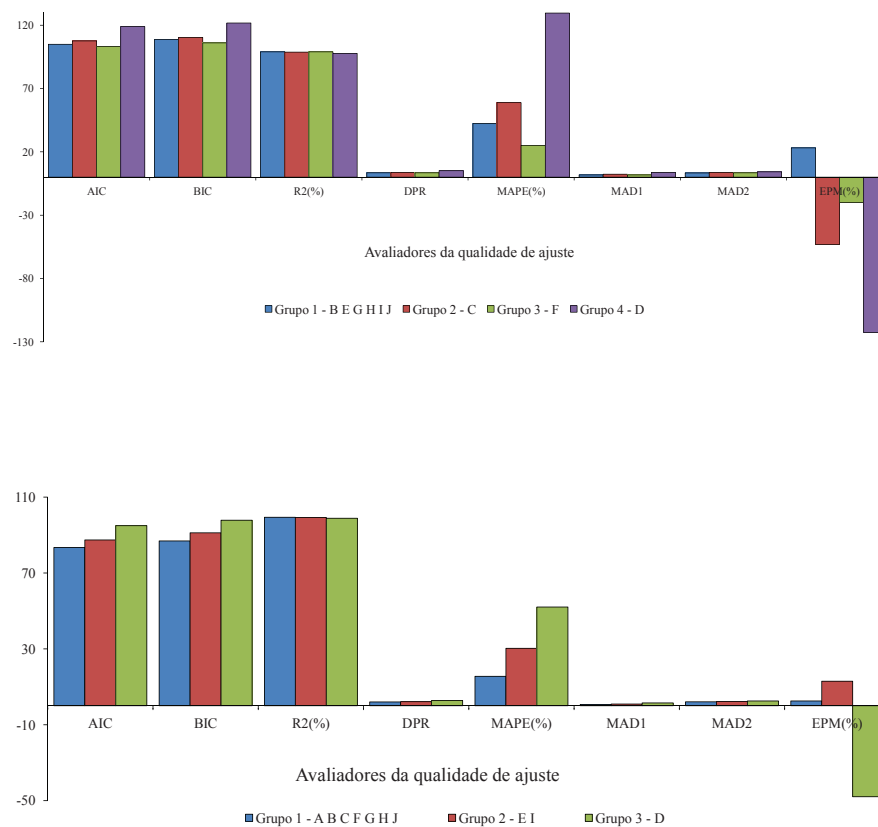


Figura 16 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio para as cultivares Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

Os grupos 3 e 1 dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de cálcio apresentaram os melhores resultados em relação aos avaliadores da qualidade de ajuste para as cultivares Palmer e Tommy Atkins, respectivamente (Figura 16). Para esses grupos, o único modelo comum é o F (von Bertalanffy). Esse modelo

também está presente entre os quatro que obtiveram convergência do processo iterativo para a cultivar Haden, portanto, foi indicado para representar todas as cultivares.

Nas Figuras 17 e 18, são apresentados, respectivamente, o dendrograma com os agrupamentos formados e os modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio presentes em cada grupo para as cultivares estudadas.

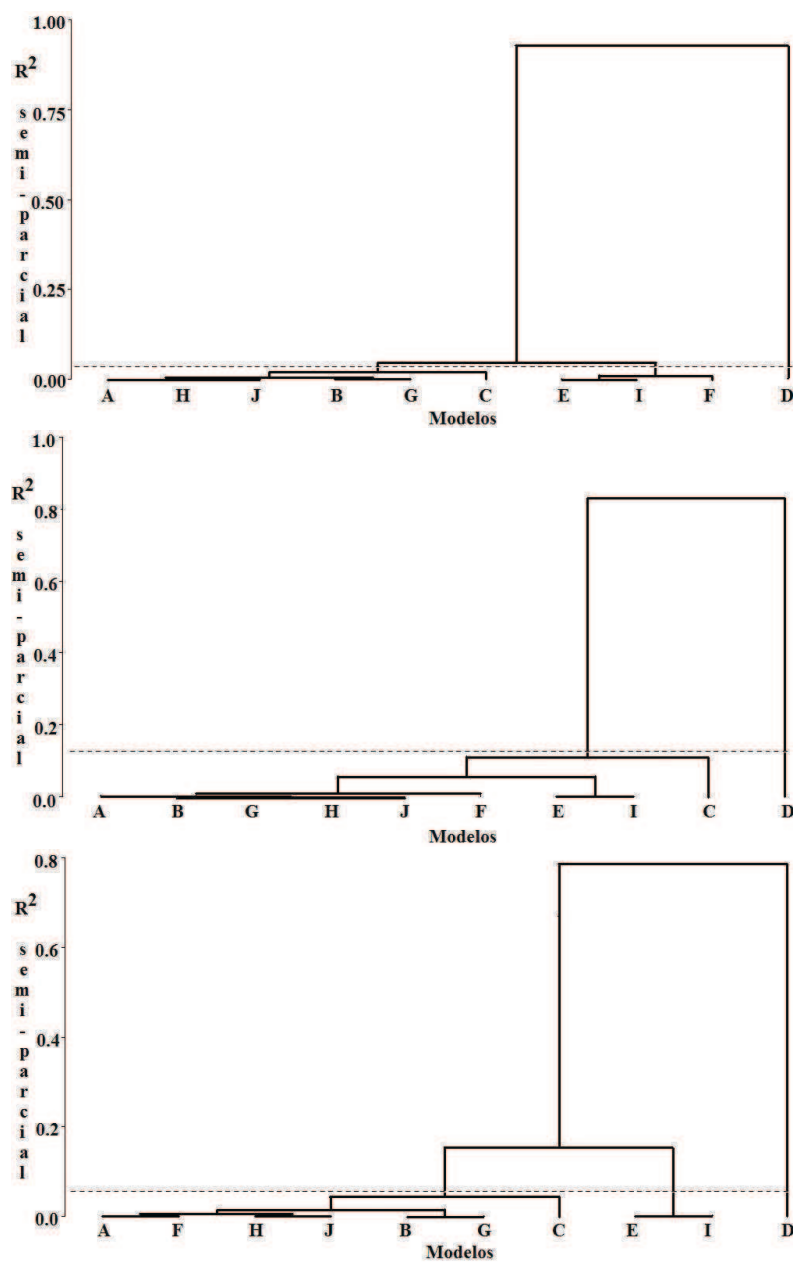


Figura 17 Dendrogramas para o agrupamento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio das cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

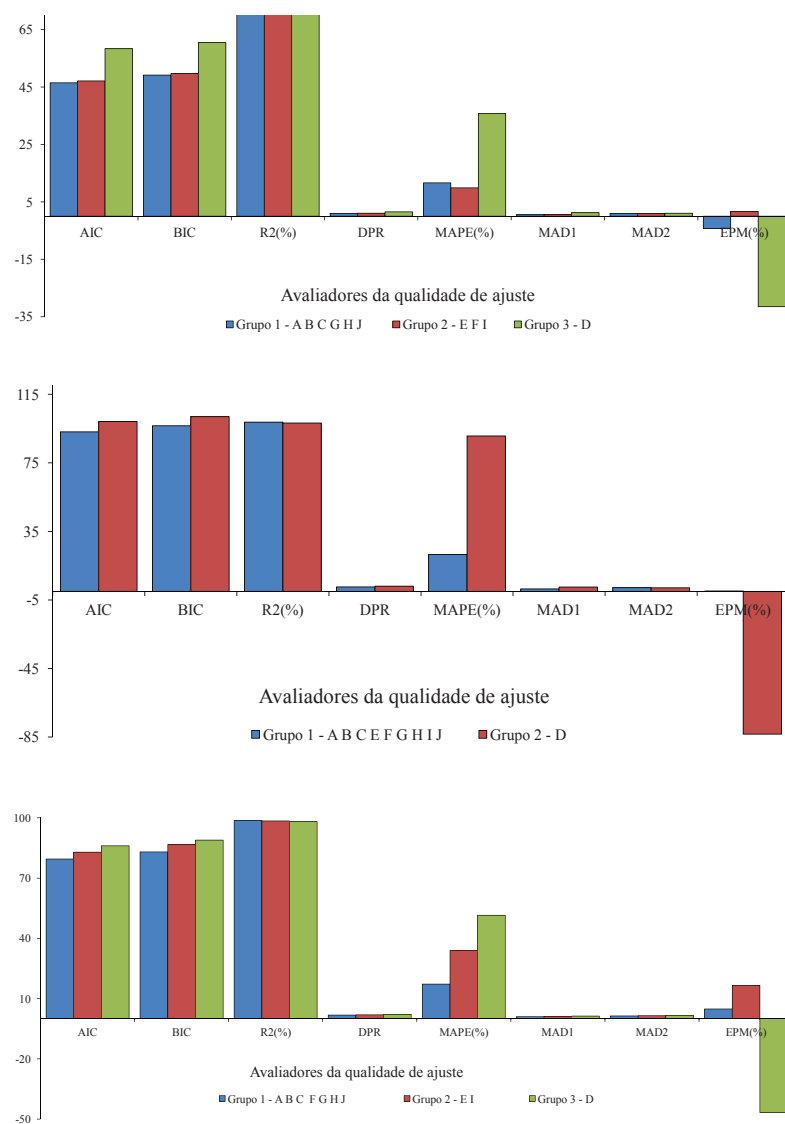


Figura 18 Médias dos avaliadores de qualidade para os grupos de modelos ajustados aos dados de acúmulo de magnésio para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins, respectivamente

De acordo com os resultados apresentados na Figura 18, os melhores modelos para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins estão presentes, respectivamente, nos grupos 1, 1 e 1. Os modelos comuns ao melhor grupo das três cultivares, foram: A (Richards), B (Morgan-Mercer Flodin), C (Gompertz), G (Michaelis-Mentem Modificado), H (Weibull) e J (Janoschek). O modelo C (Gompertz) foi indicado para representar as três cultivares deste estudo, por apresentar parâmetros de interpretação prática direta.

Em média, as maiores diferenças entre os grupos de modelos para cada cultivar foram observadas para os avaliadores MAPE e EPM, que estão relacionados à proximidade entre os valores estimados e observados. O $R_{a,j}^2$ foi o avaliador com menor variação entre os grupos de modelos. Segundo Oliveira, Lobô e Pereira (2000), as diferenças dos coeficientes de determinação entre modelos utilizados no estudo de curvas de crescimento são mínimas e, portanto, faz-se necessária a utilização de outros avaliadores para indicação dos melhores modelos.

4 CONCLUSÕES

Nas condições do presente estudo, a metodologia utilizada mostrou-se adequada para selecionar modelos não lineares, tendo em vista a escolha de um único e melhor modelo para descrever o acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga estudadas.

O modelo Gompertz foi o que apresentou os melhores resultados para descrever o acúmulo de massa fresca, boro, zinco, nitrogênio, fósforo e magnésio. Para descrever o acúmulo de cálcio e potássio o melhor modelo foi o von Bertalanffy e para descrever o acúmulo de massa seca foi indicado o modelo Richards.

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Notre Dame, v. 19, n. 6, p. 717-723, 1974.
- BRACCINI NETO, J. et al. Análise de curvas de crescimento de aves de postura. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 25, n. 6, p. 1062-1073, nov./dez. 1996.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel inference: understanding aic and bic in model selection. **Sociological Methods and Research**, Beverly Hills, v. 33, n. 2, p. 261-304, 2004.
- CHARRAD, M. et al. **NbClust**: an examination of indices for determining the number of clusters: NbClust Package. Version 1.4. Vienna, 2013. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/packages=NbClust>>. Acesso em: 10 maio 2014.
- CHITARRA, M. I. F.; CHITARRA, A. B. **Pós-colheita de frutos e hortaliças: fisiologia e manuseio**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2005. 785 p.
- COSTA, M. et al. Caracterização nutricional da mangueira ‘Tommy Atkins’ sob adubação potássica. **Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável**, Mossoró, v. 6, n. 2, p. 159-179, 2011.
- DUDA, R. O.; HART, P. E. **Pattern classification and scene analysis**. New York: J. Wiley, 1973. 482 p.
- FARIA, P. N. et al. Métodos de agrupamento em estudo de divergência genética de pimentas. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 30, n. 3, p. 428-432, jul./set. 2012.
- FERREIRA, D. F. **Estatística multivariada**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2011. 676 p.
- GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models**. New York: J. Wiley, 1987. 610 p.

GOONEWARDENE, L. A.; BERG, R. T.; HARDIN, R. T. A growth study of beef cattle. **Canadian Journal of Animal Science**, Ottawa, v. 61, n. 4, p. 1041-1048, 1981.

JAIN, A.; DUBES, R. C. **Algorithms for clustering data**. New Jersey: Prentice Hall, 1988. 320 p.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, maio 2009.

MENDES, P. N. **Ajuste dos modelos Gompertz e logístico na descrição das curvas de crescimento de tomates: uma abordagem bayesiana**. 2011. 82 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

MILLIGAN, G. W.; COOPER, M. C. An examination of procedures for determining the number of clusters in a data set. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 50, n. 2, p. 159-179, 1985.

OLIVEIRA, H. N.; LOBÔ, F. F.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 9, p. 1843-1851, set. 2000.

PRADO T. K. L.; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. Ajuste dos modelos Gompertz e logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 43, n. 5, p. 803-809, maio 2013.

PUIATTI, G. A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 337-351, 2013.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 11 maio 2013.

SANTOS-SEREJO, J. A. dos. Classificação e descrição botânica. In: PEREIRA, M. E.; FONSECA, N.; SOUZA, F. V. D. (Ed.). **Manga: o produtor pergunta, a Embrapa responde**. Brasília: EMBRAPA Informação Tecnológica, 2005. p. 15-17. (Coleção 500 perguntas, 500 respostas).

SCHWARZ, G. Estimating the dimensional of a model. **Annals of Statistics**, Hayward, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978.

SILVA, D. J. et al. **Nutrição mineral e adubação da mangueira em condições irrigadas**. Petrolina: EMBRAPA Semiárido, 2004. 16 p. (Circular Técnica, 77).

SILVA, D. J.; FARIA, C. M. B. **Cultivo da mangueira**. 2. ed. Petrolina: EMBRAPA Semiárido, 2010. (Sistemas de Produção, 2). Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Manga/CultivodaMangueira_2ed/adubacao.htm>. Acesso em: 03 out. 2013.

SILVEIRA, F. G. et al. Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Salvador, v. 13, n. 1, p. 62-73, 2012.

SOUZA, F. V. **Curva de crescimento e exportação de nutrientes e sódio em frutos de mangueira Palmer, Haden e Tommy Atkins**. 2007. 54 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 2007.

SOUZA, G. S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: EMBRAPA, 1998. 489 p.

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE. **SAS user's guide: statistics**. Version 9.0. Cary, 2002. 210 p.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

VARGAS, B. et al. Modeling extendend lactations of dairy cows. **Journal of Dairy Science**, Champaign, v. 83, n. 3, p. 1371-1380, Mar. 2000.

WARD, J. H. Hierarchical grouping to optimize an objective function. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 58, p. 236-244, 1963.

CAPÍTULO 3

Identidade de modelos não lineares utilizados na descrição do crescimento e acúmulo de nutrientes em frutos de mangueira

RESUMO

Conduziu-se este trabalho, com o objetivo de avaliar o uso do teste de identidade de modelos na comparação de curvas de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga estudadas neste trabalho. A utilização de uma única curva para descrever o acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga não é adequada. Para massa fresca, massa seca, nitrogênio, potássio e magnésio, as curvas de crescimento apresentam taxas de acúmulo em comum nas cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

Palavras-chave: Taxa de acúmulo. *Mangifera indica* L. Teste da razão de verossimilhança.

ABSTRACT

The purpose of this chapter was to assess the use of models identity test in comparing curves of accumulation of fresh mass, dry mass and nutrients of the three mango cultivars, namely Haden, Palmer and Tommy Atkins. The use of a single curve for describing the accumulation of fresh mass, dry mass and nutrients of these three mango cultivars is not suitable. The growth curves showed common accumulation rate for fresh mass, dry mass, nitrogen, potassium and magnesium.

Keywords: Accumulation rate. *Mangifera indica* L. Likelihood ratio test.

1 INTRODUÇÃO

Ao ajustar várias equações de regressão predizendo valores de uma mesma variável em condições distintas, pode ser de interesse do pesquisador verificar se tais equações são idênticas e se há uma única equação para representar as diferentes condições ou ainda verificar de que forma essas equações se diferem.

A identidade de modelos deve ser aplicada a um modelo de regressão comum a todas as populações em estudo para que testes de hipóteses sobre a igualdade dos parâmetros do modelo sejam realizados.

Dessa forma, o objetivo deste capítulo é avaliar o uso do teste de identidade de modelos na comparação de curvas de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga, estudadas neste trabalho.

2 METODOLOGIA

2.1 Teste da identidade de modelos

A identidade de modelos de regressão não-lineares e a igualdade de qualquer subconjunto de parâmetros podem ser verificadas por meio do teste da razão de verossimilhança apresentado por Regazzi (2003).

Considere o problema geral de testar a hipótese de nulidade: $H_0: \theta \in \omega$ versus $H_a: \theta \in \omega^c$, em que ω é um subconjunto do espaço paramétrico Ω e ω^c é o complemento de ω , com $\Omega = \omega + \omega^c$. A estatística do teste da razão de verossimilhança para esse problema é $L = \left(\frac{\hat{\sigma}_\Omega^2}{\hat{\sigma}_\omega^2} \right)^{\frac{n}{2}}$, sendo $\hat{\sigma}_\Omega^2$ a estimativa de máxima verossimilhança de σ^2 quando nenhuma restrição no espaço paramétrico é feita e $\hat{\sigma}_\omega^2$ é estimativa de máxima verossimilhança de σ^2 quando as restrições lineares colocadas em H_0 são impostas no espaço paramétrico Ω . Em grandes amostras de tamanho n , a distribuição de $-2\ln L$ é aproximadamente qui-quadrado com ν graus de liberdade, em que ν é a diferença entre o número de parâmetros estimados em Ω e o número de parâmetros estimados em ω , conforme Rao (1973).

A utilização do método da razão de verossimilhança permite testar, separadamente, as seguintes hipóteses que serão consideradas neste estudo:

$H_0^{(1)}: \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$ vs $H_a^{(1)}: \text{nem todos } \beta_{1k} \text{ são iguais}$

$H_0^{(3)}: \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$ vs $H_a^{(3)}: \text{nem todos } \beta_{3k} \text{ são iguais}$

em que $k = 1, 2$ e 3 representa as cultivares Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

O método será ilustrado, utilizando o modelo Gompertz apresentado na Tabela 1, do capítulo 1, acrescido de uma variável indicadora (D_k) com o objetivo de representar cada uma das três cultivares de manga em estudo, para testar a

hipótese $H_0^{(1)}$. Considere o seguinte modelo completo:

$$y_{ik} = \sum_{k=1}^3 D_k [\beta_{1k} \exp(-\exp(\beta_{2k} - \beta_{3k}x_i))] + \varepsilon_i, \quad (1)$$

e considere também o modelo reduzido:

$$y_{ik} = \sum_{k=1}^3 D_k [\beta_1 \exp(-\exp(\beta_{2k} - \beta_{3k}x_i))] + \varepsilon_i, \quad (2)$$

no qual é assumido um único parâmetro β_1 para representar as 3 cultivares de manga.

Após obter as estimativas de $\hat{\sigma}_\Omega^2 = SQR_\Omega/n$ e $\hat{\sigma}_\omega^2 = SQR_\omega/n$, provenientes dos ajustes dos modelos 1 e 2, sendo: SQR_Ω a soma de quadrados dos resíduos para o modelo completo e SQR_ω a soma de quadrados dos resíduos para o modelo reduzido, a estatística do teste é calculada: $\chi_{\text{Calculado}}^2 = -n \ln(\hat{\sigma}_\Omega^2/\hat{\sigma}_\omega^2)$, ou ainda, $\chi_{\text{Calculado}}^2 = -n \ln(SQR_\Omega/SQR_\omega)$. A regra de decisão consiste em rejeitar $H_0^{(1)}$ a um nível de significância α se $\chi_{\text{Calculado}}^2 \geq \chi_\alpha^2(\nu)$, em que $\nu = p_\Omega - p_\omega$ é o número de graus de liberdade, sendo p_Ω e p_ω , respectivamente, o número de parâmetros estimados nos modelos completo e reduzido.

Como neste trabalho são consideradas três cultivares de mangas, a rejeição da hipótese em questão, apenas nos permite inferir que há pelo menos uma diferença entre as estimativas do parâmetro β_1 , e, portanto, uma vez constatada tal rejeição, uma nova sequência de comparações duas a duas foi efetuada com o intuito de identificar quais cultivares são iguais ou diferentes em relação ao parâmetro β_1 . Assim, considere como exemplo a comparação entre as cultivares 1 e 2, a qual exige a utilização dos seguintes modelos completo e reduzido, dados respectivamente por 3 e 4.

$$y_{ik} = \sum_{k=1}^2 D_k [\beta_{1k} \exp(-\exp(\beta_{2k} - \beta_{3k}x_i))] + \varepsilon_i, \quad (3)$$

$$y_{ik} = \sum_{k=1}^2 D_k [\beta_1 \exp(-\exp(\beta_{2k} - \beta_{3k}x_i))] + \varepsilon_i, \quad (4)$$

2.2 Dados

Conforme relatado na seção 3.3 do capítulo 2, a análise de agrupamento permitiu identificar um modelo ótimo para as três cultivares de manga estudadas, considerando a classificação desse modelo em cada uma das cultivares para os dados de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes. Dessa forma, os resultados apresentados na referida seção foram utilizados para testar as hipóteses referentes a igualdade dos parâmetros dos modelos selecionados para descrever o acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes em relação às três cultivares de manga, por meio do teste de identidade de modelos de regressão não linear apresentado por Regazzi (2003).

2.3 Aspectos computacionais

No programa SAS[®] (STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE - SAS INSTITUTE, 2002), utilizou-se o procedimento PROC MODEL para ajustar os modelos completo e reduzido aos dados de acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes e obter as estimativas de SQR_{Ω} e SQR_{ω} .

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Massa fresca e massa seca

Como apresentado na seção 3.3.1, do capítulo 2, o modelo Gompertz foi escolhido para descrever o acúmulo de massa fresca das três cultivares estudadas e na Tabela 1 são apresentados os resultados do teste de razão de verossimilhança para as hipóteses formuladas para os parâmetros de interpretação biológica.

Tabela 1 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de massa fresca

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	7132,60	10992,60	22,9250	< 0,001
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	5765,80	9201,70	17,7629	< 0,001
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	3305,90	6599,10	23,5016	< 0,001
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	5193,40	5262,90	0,4520	0,5014
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	7132,60	7485,50	2,5595	0,8799

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Como o teste de $H_0^{(1)}$ foi significativo ($P < 0,05$), pode-se concluir que as três cultivares diferem entre si, em relação ao acúmulo final de massa fresca nos frutos. Ao realizar as comparações duas a duas, verifica-se pelo teste de $H_0^{(4)}$ que o acúmulo de massa fresca à maturidade para as cultivares Haden e Palmer é estatisticamente igual ($P > 0,05$). A cultivar Tommy Atkins foi a que apresentou menor acúmulo de massa fresca. O teste de $H_0^{(5)}$ foi não significativo ($P > 0,05$), indicando que as três cultivares apresentam velocidade de acúmulo de massa fresca estatisticamente iguais, o que pode ser visualizado na Figura 1 que apresenta as

curvas estimadas de acúmulo de massa fresca nos frutos para cada cultivar, considerando o ajuste do modelo Gompertz. A partir dessas curvas, é possível verificar que a cultivar Haden mostrou-se precoce em relação ao desenvolvimento dos frutos, atingindo ponto de colheita aos 92 DAA, seguidas pelas cultivares Tommy Atkins, 115 DAA e Palmer, 118 DAA. O acúmulo de massa fresca para os frutos das três cultivares foi maior na fase de crescimento (21 a 49 DAA).

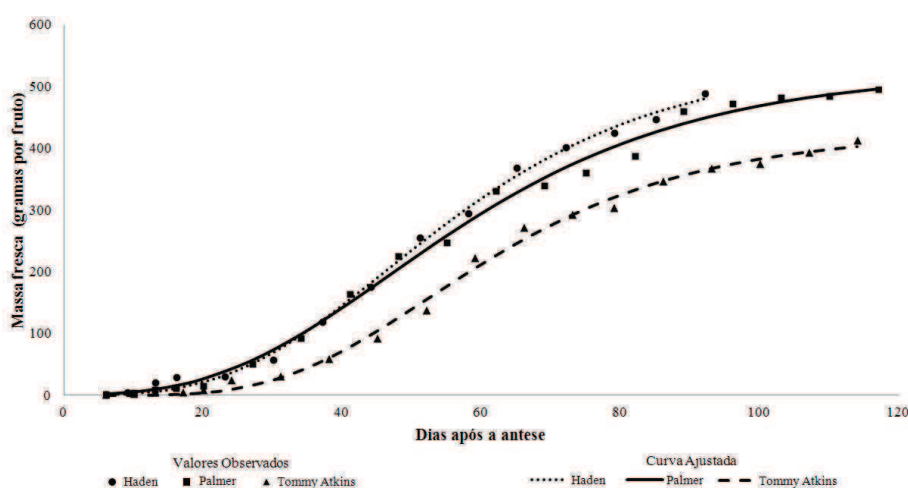


Figura 1 Valores observados e curvas de acúmulo de massa fresca ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

O modelo Richards foi indicado para as cultivares em estudo para descrição do acúmulo de massa seca como apresentado na seção 3.3.1 do capítulo 2. A Tabela 2 apresenta os testes de identidade para as hipóteses formuladas.

Tabela 2 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Richards que apresentam interpretação biológica para acúmulo de massa seca

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	400,90	424,40	3,0191	0,2210
$H_0^{(2)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	400,90	418,10	2,2265	0,3285

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Como os testes de $H_0^{(1)}$ e $H_0^{(2)}$ foram não significativos ($P > 0,05$), é possível inferir que em relação ao acúmulo de massa seca à maturidade e à velocidade de acúmulo da mesma, as três cultivares não diferem entre si.

As curvas provenientes do ajuste deste modelo aos dados de acúmulo de massa seca para cada cultivar são apresentadas na Figura 2.

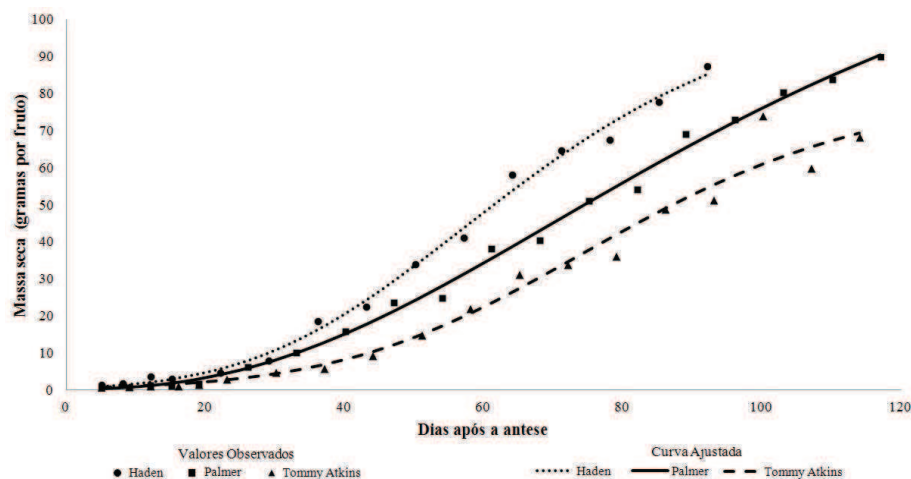


Figura 2 Valores observados e curvas de acúmulo de massa seca ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Richards

3.2 Micronutrientes

O modelo Gompertz foi indicado para descrever o acúmulo dos micronutrientes, boro e zinco, para as três cultivares em estudo. Os testes para as hipóteses formuladas, respectivamente para os dados de boro e zinco, são apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de boro

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	9543,50	17579,40	32,3759	< 0,001
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	3668,20	9080,10	34,4426	< 0,001
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	6687,30	14219,90	25,6507	< 0,001
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	8731,50	9637,30	3,3559	0,0670
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	9543,50	11186,90	8,4208	0,0148
$H_0^{(6)} : \beta_{31} = \beta_{32}$	38	3668,20	5223,30	13,4303	0,0002
$H_0^{(7)} : \beta_{31} = \beta_{33}$	34	6687,30	7150,10	2,2751	0,1315
$H_0^{(8)} : \beta_{32} = \beta_{33}$	34	8731,50	9282,10	2,0791	0,1493

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Os testes de $H_0^{(1)}$ e $H_0^{(5)}$ foram significativos ($P < 0,05$), indicando que as cultivares estudadas diferem estatisticamente entre si, tanto em relação ao acúmulo de boro à maturidade quanto à taxa de acúmulo. A partir dos resultados dos testes $H_0^{(2)}$, $H_0^{(3)}$ e $H_0^{(4)}$ é possível afirmar que a cultivar Tommy Atkins difere em relação ao acúmulo de boro das demais cultivares, que são estatisticamente iguais. Os frutos dessa cultivar acumularam menos boro quando comparados aos frutos da ‘Haden’ e ‘Palmer’. Ao considerar os resultados dos testes $H_0^{(6)}$, $H_0^{(7)}$ e $H_0^{(8)}$ verifica-se que tendo em vista a velocidade de acúmulo de boro, a cultivar ‘Haden’ é estatisticamente igual às demais que diferem entre si. Embora a cultivar Tommy

Atkins tenha acumulado menor quantidade de boro à maturidade, sua taxa de acúmulo não difere da 'Haden', o que pode ser explicado pelo maior tempo que os frutos da 'Tommy Atkins' permanecem na planta. Como a 'Haden' é considerada uma cultivar precoce em relação ao período de desenvolvimento dos frutos, para acumular uma quantidade maior de determinado nutriente em menor tempo, a taxa com que acumula deve ser maior.

Na Figura 3, são apresentadas as curvas de acúmulo de boro para as três cultivares, considerando esse modelo. A fase de maior acúmulo de boro para as cultivares foi a de maturação dos frutos (a partir de 50 DAA) e que as maiores variações desse acúmulo ocorrem para a 'Haden' e as menores para a 'Tommy Atkins'.

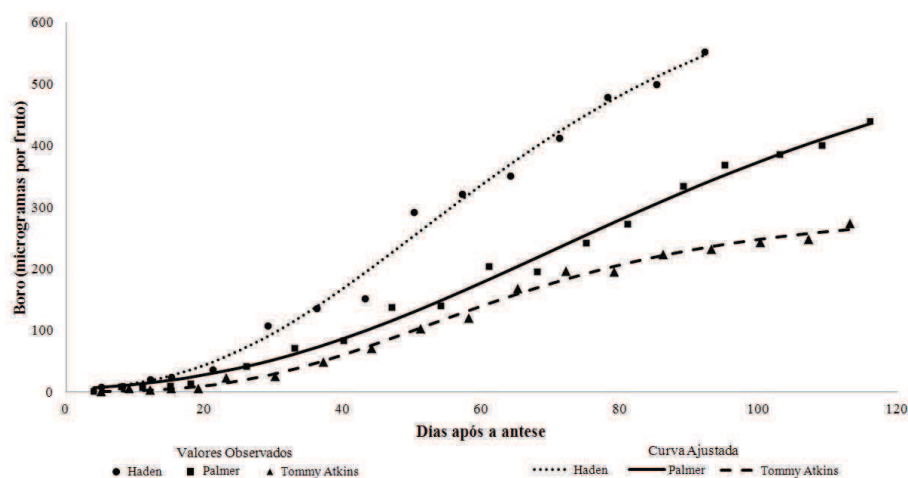


Figura 3 Valores observados e curvas de acúmulo de boro ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

Tabela 4 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de zinco

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	4194,60	17005,90	74,1874	< 0,001
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	2390,20	6142,90	35,8690	< 0,001
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	2852,10	11448,00	47,2518	< 0,001
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	3147,00	10630,00	41,3858	< 0,001
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33} \text{ vs } H_a$	53	4194,60	6301,10	21,5671	< 0,001
$H_0^{(6)} : \beta_{31} = \beta_{32}$	38	2390,20	2467,70	1,2126	0,2708
$H_0^{(7)} : \beta_{31} = \beta_{33}$	34	2852,10	3671,10	8,5828	0,0034
$H_0^{(8)} : \beta_{32} = \beta_{33}$	34	3147,00	5208,90	17,1332	< 0,001

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Em relação aos resultados dos testes apresentados na Tabela 4, verifica-se que apenas o teste $H_0^{(6)}$ foi não significativo ($P > 0,05$), indicando que as cultivares Tommy Atkins e Palmer apresentam velocidade de acúmulo de zinco semelhantes. Quanto ao acúmulo de zinco à maturidade, as três cultivares apresentam quantidades bem diferentes, sendo este maior para a ‘Haden’, seguida da ‘Palmer’ e ‘Tommy Atkins’. A exigência desse nutriente, assim como a do boro, foi maior na fase de maturação dos frutos (a partir de 50 DAA), como pode ser observado na Figura 4.

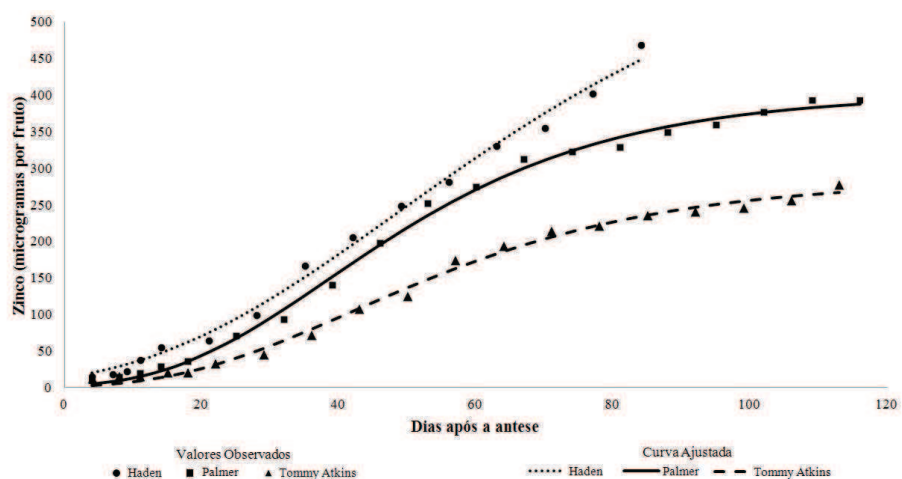


Figura 4 Valores observados e curvas de acúmulo de zinco ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

3.3 Macronutrientes

O modelo Gompertz foi indicado para descrever o acúmulo dos macronutrientes, nitrogênio, fósforo e magnésio e, o modelo von Bertalanffy foi indicado para descrever o acúmulo de potássio e cálcio para as três cultivares em estudo. Os testes para as hipóteses formuladas, para os dados de acúmulo dos nitrogênio, fósforo, potássio, cálcio e magnésio, são apresentados respectivamente nas Tabelas 5, 6, 7, 8 e 9.

Tabela 5 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de nitrogênio

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	8263,80	13532,00	26,1382	< 0,001
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	5548,00	5561,50	0,0924	0,7611
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	5421,30	7747,70	12,1400	0,0005
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	5558,20	9809,20	19,3136	< 0,001
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	8263,80	8300,50	0,2349	0,8892

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

De acordo com o resultado apresentado na Tabela 5 para o teste $H_0^{(1)}$, o acúmulo de nitrogênio à época de colheita é estatisticamente diferente ($P < 0,05$) entre as cultivares e, ao fazer as comparações duas a duas, verifica-se pelo teste de $H_0^{(2)}$ que a quantidade de nitrogênio dos frutos das cultivares Tommy Atkins e Palmer à maturidade são estatisticamente iguais ($P > 0,05$) e menores que da ‘Haden’, indicando que deve haver maior cuidado nas adubações nitrogenadas da cultivar Haden, que necessita de uma maior quantidade, oferecida no período de crescimento de fruto, que é mais curto. Em relação à taxa de acúmulo, teste de $H_0^{(5)}$, as cultivares não apresentam diferenças significativas entre si ($P > 0,05$).

De acordo com a Figura 5, a fase de maior acúmulo desse nutriente para as três cultivares foi a de maturação dos frutos (a partir de 50 DAA).

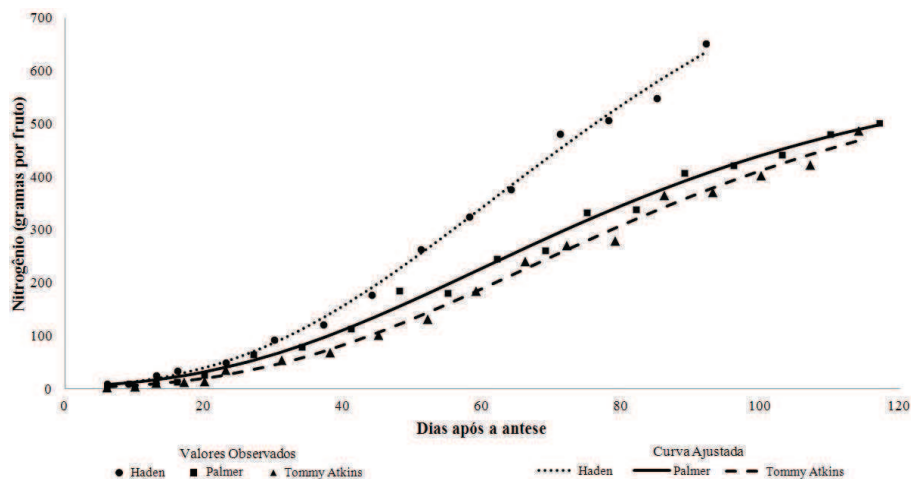


Figura 5 Valores observados e curvas de acúmulo de nitrogênio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

Tabela 6 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de fósforo

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	175,30	235,30	15,6012	0,0004
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	156,10	201,90	9,7764	0,0018
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	60,98	64,29	1,7972	0,1801
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	133,40	164,80	7,1869	0,0073
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	175,30	218,40	11,6510	0,0030
$H_0^{(6)} : \beta_{31} = \beta_{32}$	38	156,10	170,40	3,3308	0,0680
$H_0^{(7)} : \beta_{31} = \beta_{33}$	34	60,98	67,71	3,5594	0,0592
$H_0^{(8)} : \beta_{32} = \beta_{33}$	34	133,40	174,60	9,1509	0,0025

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Os resultados da Tabela 6 para os testes $H_0^{(1)}$ e $H_0^{(5)}$ indicam que as três cultivares diferem estatisticamente quanto ao acúmulo à maturidade e à velocidade

de absorção de fósforo. É possível concluir, a partir do teste $H_0^{(3)}$ que as cultivares Tommy Atkins e Haden apresentam quantidade de fósforo à maturidade estatisticamente iguais ($P > 0,05$) e inferior à 'Haden'. Em relação à taxa de acúmulo, a cultivar Tommy Atkins não diferiu estatisticamente das demais. As curvas provenientes do ajuste do modelo Gompertz são apresentadas na Figura 6 e, a partir destas curvas, é possível perceber que o período de maior absorção de fósforo foi o de maturação dos frutos (a partir de 50 DAA).

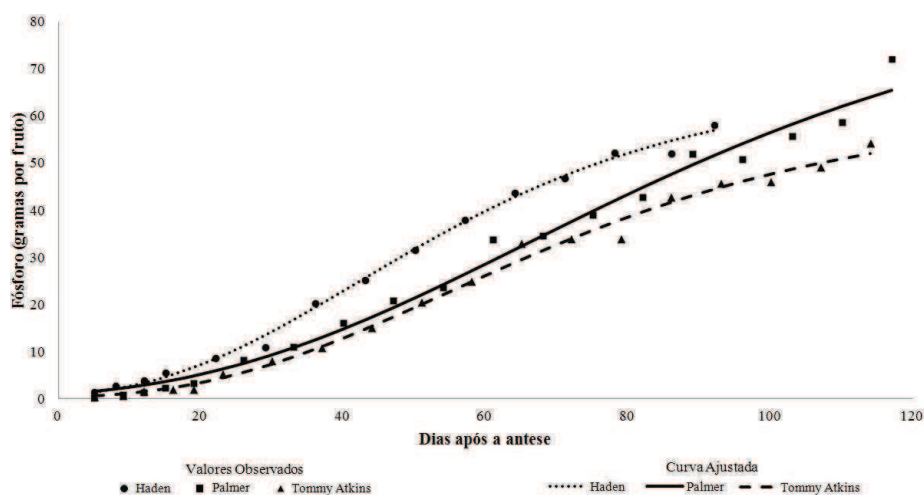


Figura 6 Valores observados e curvas de acúmulo de fósforo ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

Tabela 7 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo von Bertalanffy que apresentam interpretação biológica para acúmulo de potássio

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	26465,00	30636,10	7,7569	0,0207
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	15402,20	18768,10	7,5106	0,0061
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	17146,60	21302,20	7,3784	0,0066
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	20381,20	20642,10	0,4325	0,5108
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	26465,00	26897,80	0,8597	0,6506

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

De acordo com os testes $H_0^{(1)}$, $H_0^{(2)}$, $H_0^{(3)}$ e $H_0^{(4)}$ da Tabela 7, somente podem ser considerados estatisticamente iguais ($P > 0,05$), o acúmulo de potássio pelos frutos das mangueiras Haden e Palmer, que é superior ao da ‘Tommy Atkins’. Entretanto, a partir do resultado do teste $H_0^{(5)}$, pode-se concluir que as cultivares em estudo apresentam a mesma velocidade de acúmulo desse nutriente, mas, por apresentar mobilidade no solo e na planta, indica-se uma adubação mais concentrada para a cultivar Haden, em razão do menor período de formação do fruto. Na Figura 7, apresentam-se as curvas ajustadas ao acúmulo de potássio para as três cultivares em que é possível perceber que a exigência desse nutriente pelos frutos foi maior na fase de maturação (a partir de 50 DAA).

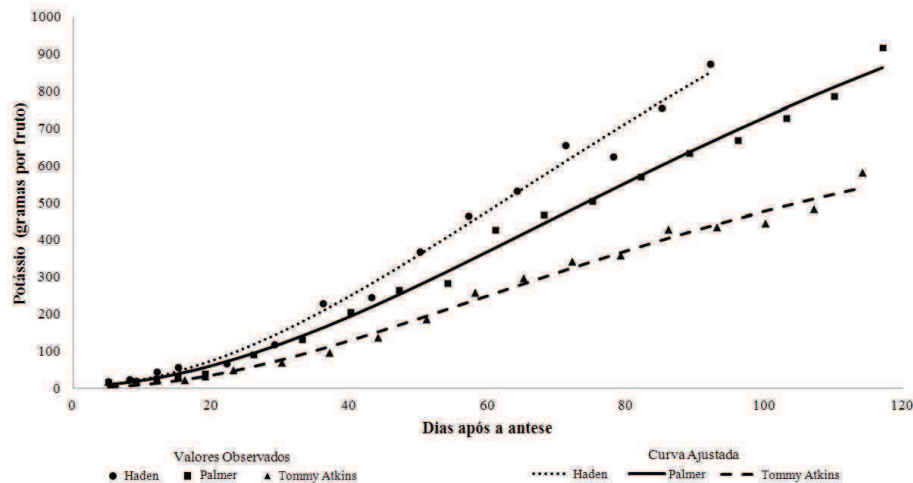


Figura 7 Valores observados e curvas de acúmulo de potássio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - von Bertalanffy

Tabela 8 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo von Bertalanffy que apresentam interpretação biológica para acúmulo de cálcio

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	457,20	1582,40	70,7699	< 0,001
$H_0^{(2)} : \beta_{11} = \beta_{12}$	38	291,10	379,50	10,0771	0,0015
$H_0^{(3)} : \beta_{11} = \beta_{13}$	34	229,00	747,60	40,2270	< 0,001
$H_0^{(4)} : \beta_{12} = \beta_{13}$	34	394,40	1150,70	36,4058	< 0,001
$H_0^{(5)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	457,20	675,30	20,6719	< 0,001
$H_0^{(6)} : \beta_{31} = \beta_{32}$	38	291,10	292,20	0,1433	0,7070
$H_0^{(7)} : \beta_{31} = \beta_{33}$	34	229,00	370,60	16,3676	< 0,001
$H_0^{(8)} : \beta_{32} = \beta_{33}$	34	394,40	579,30	13,0715	0,0003

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

Os resultados apresentados para os testes relacionados ao parâmetro β_1 , apresentados na Tabela 8, indicam diferenças significativas ($P > 0,05$) no acú-

mulo de cálcio à maturidade para as três cultivares, sendo que a cultivar Haden apresentou maior acúmulo, seguida pela ‘Palmer’ e ‘Tommy Atkins’. Souza (2007) comenta que a quantidade elevada de cálcio acumulada nos frutos da cultivar ‘Haden’ pode estar associada a resíduo na casca dos frutos, em razão da aplicação de cal hidratada nos mesmos para proteção contra raios solares.

Observa-se, na Figura 8, que o incremento de cálcio nos frutos foi maior na fase de maturação (a partir de 50 DAA).

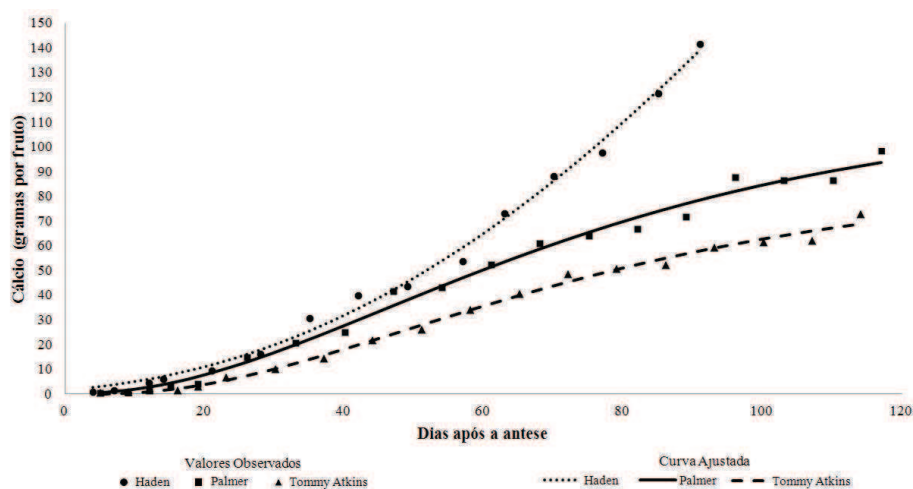


Figura 8 Valores observados e curvas de acúmulo de cálcio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - von Bertalanffy

Tabela 9 Testes de identidade de modelos, tendo em vista os parâmetros $(\beta_{1k} \text{ e } \beta_{3k})^{(*)}$ do modelo Gompertz que apresentam interpretação biológica para acúmulo de magnésio

Hipóteses	n	$SQR_{\Omega}^{(**)}$	$SQR_{\omega}^{(***)}$	$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p
$H_0^{(1)} : \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13}$	53	170,30	175,70	1,6545	0,4373
$H_0^{(2)} : \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33}$	53	170,30	176,90	2,0152	0,3651

(*) $k = 1, 2, 3$, representa as cultivares de manga: Tommy Atkins, Palmer e Haden, respectivamente.

(**) Soma de quadrados do resíduo do modelo completo.

(***) Soma de quadrados do resíduo do modelo reduzido.

As cultivares estudadas não apresentaram diferenças significativas ($P > 0,05$), em relação ao acúmulo e velocidade de absorção de magnésio, como pode ser observado pelos resultados dos testes $H_0^{(1)}$ e $H_0^{(2)}$. As curvas de acúmulo de magnésio, ajustadas pelo modelo, podem ser visualizadas na Figura 9 e possibilitam identificar que, na fase de maturação, houve maior incremento no acúmulo desse nutriente.

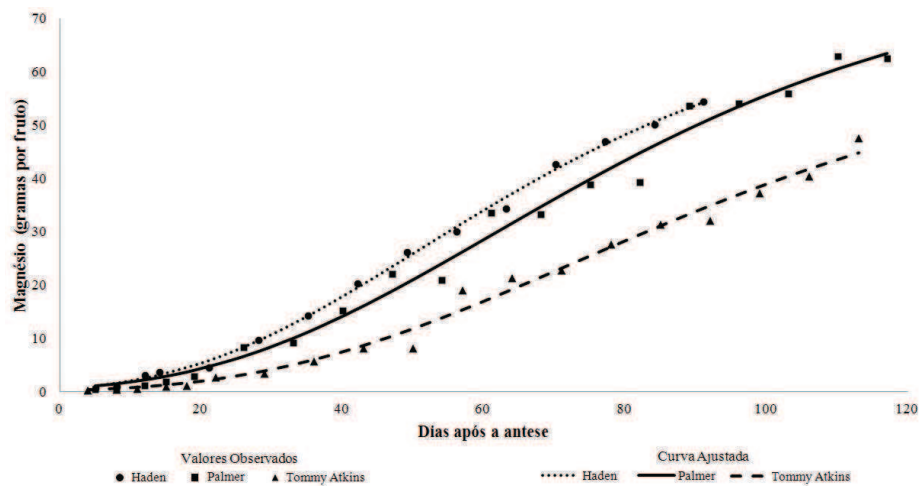


Figura 9 Valores observados e curvas de acúmulo de magnésio ajustadas para as cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins - Gompertz

O estudo da marcha de absorção dos nutrientes é importante, em razão das informações a respeito do manejo da adubação nas diferentes fases do desenvolvimento dos frutos, visto que a taxa de crescimento varia nessas fases, exigindo quantidades diferentes de nutrientes em cada uma delas (PUIATTI et al., 2013; VIDIGAL et al., 2009). O acúmulo dos nutrientes também é influenciado pelas características genéticas das diferentes cultivares e por fatores externos, como, por exemplo, a disponibilidade de água no solo.

Os nutrientes absorvidos em maior quantidade pelos frutos das três cultivares foram: o potássio, o nitrogênio e o cálcio. A ordem decrescente de absorção para os frutos da mangueira Haden foi: $K > Ca > N > Mg > P > B > Zn$, para a cultivar Palmer o acúmulo seguiu a seguinte ordem decrescente: $K > N > Ca > P > Mg > B > Zn$ e para a 'Tommy Atkins' a ordem foi: $K > N > Ca > Mg > P > B > Zn$. A cultivar Haden absorveu maior quantidade de todos os nutrientes, exceto P e Mg para os quais o acúmulo foi maior para a cultivar Palmer.

4 CONCLUSÕES

A utilização de uma única curva para descrever o acúmulo de massa fresca, massa seca e nutrientes das três cultivares de manga não é adequada.

Para massa fresca, massa seca, nitrogênio, potássio e magnésio, as curvas de crescimento apresentam taxas de acúmulo em comum nas cultivares Haden, Palmer e Tommy Atkins.

REFERÊNCIAS

PUIATTI, G. A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 337-351, 2013.

RAO, C. **Linear statistical inference and its application**. New York: J. Willey, 1973. 522 p.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 50, n. 287, p. 9-26, 2003.

SOUZA, F. V. **Curva de crescimento e exportação de nutrientes e sódio em frutos de mangueira Palmer, Haden e Tommy Atkins**. 2007. 54 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 2007.

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE. **SAS user's guide: statistics**. Version 9.0. Cary, 2002. 210 p.

VIDIGAL, S. M. et al. Crescimento e acúmulo de macro e micronutrientes pela melancia em solo arenoso. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 56, n. 1, p. 217-231, 2009.