

**AVALIAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS
SEGMENTADOS E NÃO SEGMENTADOS NA
ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES
COMERCIAIS DE *Pinus taeda***

ADRIANA LEANDRA DE ASSIS

2000

ADRIANA LEANDRA DE ASSIS

**AVALIAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS
SEGMENTADOS E NÃO SEGMENTADOS NA
ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES
COMERCIAIS DE *Pinus taeda***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. JOSÉ ROBERTO SOARES SCOLFORO

LAVRAS

MINAS GERAIS - BRASIL

2000

ADRIANA LEANDRA DE ASSIS

**AVALIAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS SEGMENTADOS E
NÃO SEGMENTADOS NA ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E
VOLUMES COMERCIAIS DE *Pinus taeda***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”.

APROVADA em 29 de fevereiro de 2000

Prof. José Márcio de Mello	UFLA
Prof. Antonio Donizette de Oliveira	UFLA
Prof. Fausto Weimar Acerbi Júnior	UFLA

Prof. José Roberto Soares Scolforo
UFLA
(Orientador)

LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL

1 INTRODUÇÃO

Na condição atual de um dos principais produtores e exportadores mundiais de celulose, o Brasil conta com algumas vantagens competitivas em relação aos seus concorrentes. Entre estas vantagens, destacam-se a disponibilidade de grandes áreas com possibilidade de reflorestamento, os menores ciclos de corte em relação aos ciclos de outros grandes produtores e o baixo custo da madeira e da mão de obra em várias regiões do país. Assim, a área ocupada por espécies florestais plantadas é consideravelmente grande, sendo que as espécies dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus* se destacam como as mais plantadas. Grande parte desses plantios é utilizada como matéria-prima para fabricação de celulose e papel.

Mas, apesar dessas vantagens e da crescente demanda do mercado de celulose, os grandes fabricantes desse produto têm buscado ampliar as possibilidades de utilização da madeira visando estabelecer um mix de produção para celulose, serraria, painéis, movelaria, mdf (medium density fiberboard), dentre outros. Assim, em caso de oscilações bruscas no mercado de celulose, as outras opções de uso da madeira poderão garantir a rentabilidade momentânea da atividade florestal.

Toda vez que essa opção é adotada, a obtenção da estimativa dos múltiplos produtos da madeira através de funções de afilamento, passa a ser um importante componente na atividade de inventário e planejamento florestal. Tais funções fornecem informações sobre o número de toras vinculadas às dimensões mínimas de cada produto a ser obtido da floresta, o que permite um planejamento de produção e logística de transporte e comercialização em função do número de toras destinadas a cada produto. Se por ocasião do inventário for feita uma classificação qualitativa das toras, é possível obter o sortimento da

floresta por produto e por classe de toras, sem nenhuma alteração nos custos do inventário florestal. Trata-se de questões de ordem prática, que fazem parte do dia-a-dia das grandes empresas que estão constantemente buscando um aproveitamento ótimo da matéria-prima, visando maximizar receitas e minimizar custos dentro de um padrão de qualidade imposto pelo mercado.

Particularmente neste estudo, um dos interesses que se tem é estimar com precisão diâmetros e volumes comerciais das árvores de *Pinus taeda*, utilizando as funções de afilamento. Tal estudo permitirá definir o estoque de crescimento de plantas de *Pinus taeda* da Papel de Imprensa S/A - PISA, fornecendo uma saída de inventário em volume de madeira até um diâmetro mínimo pré-estabelecido.

Para responder aos questionamentos levantados, e tendo em vista a diversidade de modelos existentes para representar a forma dos fustes, a importância de se escolher o modelo mais adequado para cada situação, a construção ou desenvolvimento de novos modelos e a necessidade de se expandir e divulgar o uso de modelos que propiciem estimativas confiáveis e mais detalhadas dos múltiplos produtos madeiráveis da floresta, a realização deste estudo teve por objetivos gerais:

- Construir equações com potências fracionárias, na expectativa de melhor representar a extremidade superior da árvore; potências inteiras unitárias, para representar melhor a porção intermediária das árvores; e potências com grandeza de dezenas, na expectativa de representar melhor a base da árvore.
- Verificar a acuracidade dos modelos polinomiais segmentados e não-segmentados para representar os perfis dos fustes e sua precisão para estimar volumes totais e comerciais de *Pinus taeda* nas propriedades da PISA - Papel de Imprensa S/A no Estado do Paraná.
- Analisar o impacto do controle das classes de diâmetro na precisão dos ajustes.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Forma da Árvore

O estudo da forma dos fustes das árvores tem sido alvo de inúmeras pesquisas, uma vez que se constitui na base para o desenvolvimento de modelos acurados para estimar volume.

De acordo com Silva (1982), a forma geral do tronco varia de uma espécie para outra, dependendo do sítio e do povoamento. Para uma mesma espécie, há que se considerar ainda as variações de forma de um indivíduo para outro. Finger (1992) acrescenta que a análise de tronco típica leva a concluir que existe uma grande amplitude de variação de formas desde aquelas perfeitamente semelhantes a uma forma geométrica definida, até aquelas de difícil definição.

Vários autores, como Chapman e Meyer (1949), Husch, Miller e Beers (1982) e Loetsch, Zöhrer e Haller (1973), concluíram basicamente que a forma do tronco é geometricamente descrita como um neilóide na base, um parabolóide no meio e um cone no topo, não sendo possível a determinação exata da transição de um sólido para outro sobre o tronco. Os lados do cone seguem uma linha reta da base ao topo, enquanto que os lados do neilóide se curvam para dentro, em direção ao eixo central, e os lados do parabolóide se curvam para fora. Obviamente, para uma determinada área transversal e uma determinada altura, o volume do parabolóide será menor que o de um cilindro, o de um cone será menor que o de um parabolóide e o de um neilóide será menor que o volume do cone. O volume de cada um desses sólidos de revolução pode ser calculado multiplicando-se sua área basal pela altura e por um fator de forma. Este fator de forma vale 1 para o cilindro, $\frac{1}{2}$ para o parabolóide, $\frac{1}{3}$ para o cone e $\frac{1}{4}$ para o neilóide.

Segundo Husch, Miller e Beers (1982), os fustes das resinosas quase nunca se apresentam como cones, neilóides ou parabolóides típicos, e sim formas intermediárias entre o cone e o parabolóide. Já os troncos comerciais de folhosas, são definidos como semelhantes a troncos de cones, neilóides, parabolóides e, eventualmente, cilíndricos.

Em virtude dessas variações de forma, que podem sofrer influências de fatores genéticos, ambientais e dos tratamentos silviculturais, o cálculo de volume de uma árvore, normalmente, é feito a partir do somatório dos volumes de pequenas partes da mesma, visando diminuir os erros provenientes da alteração da forma.

Segundo Finger (1992), o desenvolvimento de modelos dendrométricos tem por objetivo utilizar recursos matemáticos para analisar cubagens de árvores, de modo que essas tenham suas formas naturais comparadas a sólidos geométricos de revolução, para que seus volumes sejam determinados. Tais sólidos são denominados “protótipos dendrométricos” ou sólidos padrões, sendo comparáveis com a forma do tronco ou parte deste. O citado autor acrescenta que o estudo matemático dos volumes das árvores considera suas seções circulares (embora se saiba que elas não são perfeitamente circulares). Assim, parte-se do pressuposto de que as figuras geométricas relacionadas aos troncos sofrem uma rotação em torno de seu eixo principal, originando os sólidos de revolução correspondentes. Esses, por sua vez, têm seu volume obtido através da integração da área basal sobre o comprimento total do tronco.

2.2 Funções de Afilamento

De acordo com Husch, Miller e Beers (1982), a avaliação de multiprodutos da madeira das árvores exige uma descrição do perfil de seus fustes, ou seja, exige a determinação ou estimativa de vários diâmetros ao longo

dos mesmos, através de equações de afilamento ou forma, ou ainda equações de “taper”.

Os modelos chamados de funções de forma, ou de afilamento, ou “taper”, são uma maneira de se descrever matematicamente o perfil de um tronco. Para tanto, a seção transversal em qualquer posição no tronco é considerada como circular e seu volume é calculado por integração da função. O tronco é tratado como um sólido de revolução (Ahrens e Holbert, 1981).

Lima (1986) define “taper” como a taxa de decréscimo em diâmetro exibida ao longo dos troncos das árvores, sendo portanto, a principal causa da variação da forma e do volume das mesmas.

Trata-se de uma modalidade mais complexa que as equações de volume, mas que oferece um leque maior de informações a serem obtidas. Permitem a obtenção do diâmetro a qualquer altura do tronco ou a altura correspondente a qualquer diâmetro mínimo estabelecido. Com isso, é possível encontrar, dentre outras informações, qualquer volume desejado - total ou comercial - para uma mesma árvore, com ou sem casca (Scolforo, 1993). Nessas estimativas, o grau de precisão normalmente varia, dependendo do modelo utilizado e da forma do tronco, ou seja, cada modelo descreve melhor a forma de uma determinada espécie, crescendo num determinado local e sob determinadas condições ambientais.

De acordo com Loetsch, Zohrer e Haller (1973), os primeiros trabalhos com equações de afilamento foram desenvolvidos por Höjer (1903). Em seguida vieram os trabalhos de Johnson (1911), Tirén (1922), Behre (1923), Hohenadl (1924) e outros. No Brasil, existem ainda poucos estudos referentes ao uso das funções de afilamento, considerando a grande diversidade de espécies plantadas e a variabilidade de nossas condições edafo-climáticas. Dentre os estudos existentes destacam-se os de Ahrens e Holbert (1981); Silva (1982); McTague, Batista e Steiner (1989); Kirchner, Figueiredo Filho, Scolforo et al. (1989);

Rosot (1989); Pellico Neto (1994); Leite, Guimarães e Campos (1995); Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996); Fischer (1997); Rios (1997); Andrade e Leite (1997); Assis (1998); Scolforo et al. (1998); Ferreira (1999); e Figueiredo Filho e Schaaf (1999).

De acordo com Ferreira (1999), Höjer (1903) expressou a forma média dos fustes de *Picea abies* (L.) através da função matemática:

$$\frac{d_i}{d_{1,3}} = \beta_0 \log \left[\frac{\beta_1 + X_i}{\beta_2} \right]$$

Sendo: d_i = diâmetro na altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3m do solo;

X_i = altura relativa, $\left[\frac{h - h_i}{h - 1,3} \right]$

h = altura total;

β_i = parâmetros estimados.

Johnson (1911) acrescentou apenas uma constante biológica ao modelo de Höjer, com o objetivo de evitar uma diminuição muito acentuada dos diâmetros no topo das árvores, alcançando melhores resultados que Höjer.

A partir desses primeiros estudos, surgiu uma série de outros, utilizando modelos cada vez mais complexos que, embora descrevessem melhor os perfis dos fustes, eram de difícil aplicabilidade em função do grande volume de cálculos envolvidos nos processos de ajuste e utilização das fórmulas. Assim, embora as bases teóricas das funções de afilamento sejam bastante antigas, sua aplicabilidade é recente, uma vez que os maiores impulsos no sentido de torná-las usuais no dia-a-dia, só aconteceram a partir dos avanços da informática.

Apesar das vantagens apresentadas pelas funções de forma, em relação às tradicionais equações de volume, as primeiras podem acarretar uma série de erros quando utilizadas para estimativas por unidade de área, já que os ajustes

são feitos para um pequeno número de árvores comparado ao número de árvores envolvido num inventário florestal, conforme afirmação de Kirchner, Figueiredo Filho, Scolforo et. al (1989). Os citados autores apontam como possíveis causas desses erros, vários fatores capazes de influenciar na forma das árvores como copa, idade, localização do indivíduo no povoamento, densidade, sítio, etc. No entanto, tais erros podem ser diminuídos quando se aumenta o espectro amostral, o que implica no aumento dos custos do processo.

De acordo com Péllico Netto (1994), as funções que descrevem a forma da árvore podem ser construídas para uma série absoluta contínua de forma ou para uma série relativa contínua de forma. O autor destaca que, nas séries relativas contínuas de forma, a função que descreve o perfil da árvore é desenvolvida para uma série relativa de diâmetros correspondente a uma série relativa de alturas. Esta é a maneira mais promissora de se estimar volumes totais ou parciais de árvores, uma vez que considera a hipótese de que árvores com dimensões diferentes podem ter formas semelhantes. Assim, nesse processo todas as árvores são comparáveis independentemente de seus tamanhos e idade.

Rios (1997) destaca o desenvolvimento de modelos mais complexos a partir dos avanços na área de informática. Como técnicas estatísticas de modelagem, cita:

- Modelos Polinomiais: são aqueles baseados principalmente na comparação entre a variável dependente $(d/DAP)^2$ ou $(d/D_{0,1})^2$ e os polinômios formados pela variável independente (h/H) .
- Modelos Sigmoidais: utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo se assemelha à forma natural dos troncos. Trata-se de expressões matemáticas que geram um perfil semelhante a uma curva sigmóide.
- Modelos Segmentados: consistem no uso de sub-modelos justapostos, cada um representando uma porção do tronco. A união dos sub-modelos se dá por meio da imposição de restrições ao modelo geral.

→ Modelos definidos por análise multivariada: baseiam-se na aplicação de análise multivariada (análise de componentes principais) para investigar as variações existentes na estrutura dos dados e definir o modelo de regressão a ser utilizado para descrever o perfil do tronco.

Além das vantagens referentes à flexibilidade e amplitude das informações geradas, as funções de afilamento apresentam ainda o princípio da compatibilidade entre o volume total e os volumes comerciais estimados. Tal princípio garante que a soma dos volumes comerciais seja sempre menor que o volume total. Demaerschalk (1972) define a compatibilidade de um sistema forma-volume quando o volume total obtido pela integração da função é semelhante ao volume obtido pela equação de volume, ou então, quando a soma dos volumes parciais das seções obtidos pela função de forma correspondem ao volume estimado pela equação de volume.

Para Demaerschalk (1973), a maior vantagem dos sistemas compatíveis é a obtenção de resultados consistentes. O citado autor acrescenta que a precisão dos modelos de afilamento é função da precisão da equação de volume da qual o modelo foi derivado. Apesar disso, uma função que seja melhor para estimar “taper” não é necessariamente melhor para estimar volume (Lima, 1986 e Fischer, 1997).

De acordo com Goulding e Murray (1976), as equações propostas por Demaerschalk eram não lineares e apresentavam uma série de propriedades importantes e desejáveis como:

- Possibilidade de calcular volumes de determinadas seções através de integração, e a compatibilidade do volume total calculado com equações de volume individual.
- O diâmetro calculado é estritamente não negativo dentro do intervalo da base até a altura total da árvore.
- A função de d^2 é uma função “monotonic non-decreasing”. Isto significa que

o volume calculado de uma tora do topo da árvore nunca será maior que o volume de uma tora de igual comprimento localizada abaixo desta.

→ O diâmetro no topo é zero.

→ As equações mais simples podem ser arranjadas para estimar alturas comerciais em função dos diâmetros comerciais, e volumes comerciais em função dos diâmetros ou das alturas comerciais.

Silva et al. (1997) testaram e compararam, para um mesmo conjunto de dados provenientes de plantações de *Eucalyptus grandis*, um modelo de razão volumétrica (Amateis e Burkhardt, 1987), um modelo de “taper” (Kozak, Munro e Smith, 1969), um modelo de volume total (Schumacher e Hall, 1933) e o modelo para estimar múltiplos volumes proposto por Leite, Guimarães e Campos (1995), modificado. Concluíram que todos os modelos testados foram igualmente precisos na estimação dos volumes totais e comerciais e que as estimativas de volumes comerciais pelos três métodos apresentaram maior semelhança nas classes diamétricas intermediárias.

2.2.1 Polinômios Segmentados

A utilização da técnica de regressão segmentada, representando cada parte do tronco por uma função polinomial, surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de descrever todo o perfil do tronco, uma vez que cada parte do tronco se assemelha a uma diferente forma geométrica. Assim, utilizando-se a técnica da regressão segmentada, a curva de cada segmento é gerada pelo método dos mínimos quadrados e os pontos de união de cada segmento são necessariamente harmonizados (Kirchner et al., 1989).

Segundo Ferreira (1999), as bases teóricas da técnica dos polinômios segmentados foram amplamente discutidas por Gallant (1975) e Gallant e Fuller (1975). Esses autores, após aplicarem essa técnica em árvores de *Pinus taeda* L.,

concluíram que, devido à flexibilidade dos polinômios segmentados, pode-se obter resultados superiores àqueles obtidos utilizando modelos quadráticos simples.

De acordo com Rios (1997), um dos primeiros trabalhos utilizando modelos segmentados para representar o perfil do fuste de árvores foi realizado nos Estados Unidos por Max e Burkhart, em 1976. Esses autores, sugerem a utilização de três modelos para representar o perfil dos fustes, uma vez que os fustes das árvores se dividem em três seções com formas geométricas definidas. Reunindo-se os três modelos, tem-se um modelo único, que pode ser analisado através de técnicas de regressão.

De acordo com Fischer (1997), os autores Flewelling e Rynes (1993) estudaram a representação matemática do tronco de *Tsuga heterophylla*, dividindo o tronco das árvores em três segmentos. Cada segmento teve uma única equação de afilamento e um ajuste para cada intervalo, com resultados próximos do real. Nos trabalhos de Maguire e Batista (1996), o modelo de Kozak (1969) se destacou entre uma série de outros modelos testados para representar o perfil do alburno de Douglas-fir.

Em 1996, Figueiredo Filho, Borders e Hitch utilizaram três modelos segmentados e dois modelos não-segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo dos fustes de *Pinus taeda* L. Nesse estudo, destacaram-se o modelo segmentado desenvolvido por Demaerschalk e Kozak (1972), e o de Parresol, Hotvedt e Cao (1987).

Mais recentemente, Ferreira (1999), estudando a forma dos fustes de *Eucalyptus cloeziana*, comparou a acuracidade de oito modelos de afilamento, entre razões de volume e modelos polinomiais segmentados e não-segmentados para estimar o diâmetro ao longo dos fustes. Em seus trabalhos, o modelo mais acurado foi o de Clark, Souter e Schlaegel (1991), seguido pelo modelo segmentado de Max e Burkhart (1976) e do Polinômio de Potências Inteiras e

Fracionárias proposto primeiramente por Hradetzky (1976).

Figueiredo Filho e Schaaf (1999) compararam volumes estimados por cinco funções de afilamento (duas polinomiais não segmentadas e três segmentadas) com volumes determinados através da técnica de deslocamento de água (xilômetro) para *Pinus elliottii*. Os modelos testados foram: Polinômio do Segundo Grau (Kozak, Munro e Smith, 1969), o Polinômio do Quinto Grau, e os modelos segmentados de Max e Burkhart (1976), Parresol, Hotvedt e Cao (1987) e Clark, Souter e Schlaegel (1991). O modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) foi o melhor para estimar diâmetros ao longo do fuste, volumes comerciais e volume total, sendo que o modelo proposto por Max e Burkhart (1976) também apresentou um excelente desempenho nas estimativas. Os autores concluíram, ainda, que a comparação entre volumes estimados através da integração das funções de afilamento e os volumes estimados pelas fórmulas de Smalian ou Huber, levam a uma subestimativa do erro quando comparados com os volumes reais (obtidos com o uso do xilômetro).

Fischer (1997) destaca uma série de outros modelos segmentados que foram desenvolvidos ou testados em trabalhos como o de Goulding (1977), Clark, Souter e Schlaegel (1991), Lahtinen (1988, 1993), Flewelling (1993), Kozak e Smith (1993) e outros.

2.2.2 Polinômios Não-segmentados

Os modelos polinomiais, freqüentemente utilizados no meio florestal, caracterizam-se por um ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados ao longo do tronco e respectivas alturas, com o DAP ou $D_{0,1}$ e altura total das árvores. Embora sejam largamente empregados, os modelos polinomiais não explicam com propriedade as deformações que existem na base do tronco das árvores. Por isso, de acordo com Rios (1997) e Fischer (1997),

Rosot (1989) mostra o trabalho minucioso do pesquisador Hradetzky (1976) estudando as potências mais apropriadas na descrição da forma da árvore e apontando como sugestão a construção do modelo pelo método “stepwise”, para expoentes variando de 0,005 a 25. Assim, uma boa representação do tronco através de polinômios exige uma combinação apropriada de potências e que as mesmas sejam submetidas ao processo de seleção da regressão “passo a passo” (stepwise).

Lima (1986) avaliou a eficiência dos modelos propostos por Biging (1984); Demaerschalk (1973); Kozak, Munro e Smith (1969) e Ormerod (1973) em árvores de *Pinus elliottii*. Os modelos citados foram avaliados quanto à estimativa de volumes totais e comerciais e de diâmetros e alturas comerciais. Em suas conclusões, o modelo que se apresentou mais preciso foi o de Kozak, Munro e Smith, e o menos preciso foi o de Ormerod. O modelo de Demaerschalk mostrou-se satisfatório para estimar todas as variáveis, exceto o volume total. Para esta variável, o modelo de Biging mostrou-se mais adequado.

Rosot (1989) utilizou o processo “stepwise” para construir modelos por classe de diâmetro. Concordando com Hradetzky (1976), concluiu que os modelos construídos pelo processo “stepwise” foram sempre mais precisos que o polinômio do quinto grau. Rosot (1989) observou ainda uma grande variação dos modelos nas diferentes classes diamétricas, o que a levou a sugerir o ajuste por classe de diâmetro.

Borges (1982) desenvolveu uma metodologia para estimar o volume de toras para serraria e de madeira serrada para *Pinus taeda*, com base em funções de forma, utilizando o Polinômio do Quinto Grau. Em seus trabalhos, os dados foram agrupados em classes de fator de forma natural, ajustando-se uma função para cada classe em vez de se definir uma única função de forma. O objetivo de tal procedimento foi aumentar a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste e do cálculo do volume individual por integração.

Goulding e Murray (1976), trabalhando com *Pinus radiata*, propuseram uma modificação na função de forma de Kozak, Munro e Smith (1969), para torná-la compatível com uma equação de volume. No entanto, quando a equação foi ajustada aos dados, sua forma básica ficou deficiente na região do topo da árvore, não estimando diâmetro zero na ponta da árvore e, freqüentemente fornecendo valores negativos de d^2 para várias combinações de DAP e H. O ajuste da equação foi melhor quando esta foi ajustada com todos os expoentes do Polinômio do Quinto Grau, embora alguns termos não fossem significativos ao nível de 95%; e sugeriram que talvez a inclusão de termos de ordem mais alta pudesse melhorar o desempenho do modelo.

Segundo Gordon (1983), embora o Polinômio do Quinto Grau forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos de equações de forma, ele exhibe claras tendenciosidades. Parte das deformações da base são explicadas mas geralmente, os diâmetros são subestimados até cerca de 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total. O citado autor, trabalhando com *Larix decidua* e *Pinus radiata*, mostrou que, sem alterar a compatibilidade do Polinômio do Quinto Grau, é possível melhorar o modelo através da inclusão de potências mais altas, conforme sugestão de Goulding e Murray (1976). Em seu estudo, Gordon (1983) adicionou ao Polinômio do Quinto Grau potências que variaram de 6 a 40.

Rios (1997) avaliou o desempenho dos modelos polinomiais, de razões de volume e da função spline cúbica para estimar volumes comerciais com casca por classe diamétrica, até três diâmetros mínimos pré-estabelecidos para *Pinus elliottii*. Observou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, destacando-se o polinômio do quinto grau em relação ao polinômio de potência fracionária. As razões de volume ficaram em segundo lugar e a função spline cúbica em terceiro. Sugere-se que as equações de afilamento sejam ajustadas por classe diamétrica, o que

resultará em estimativas mais acuradas do que a aplicação de uma única equação.

Fischer (1997) estudou a eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda*; e recomendou a utilização do modelo polinomial de potência fracionária, com ajuste por sítio e por classe diamétrica para descrever o perfil do tronco.

Assis (1998) comparou dois modelos polinomiais não-segmentados e duas razões de volume para estimativa de diâmetros ao longo do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, com ajustes por estrato e por classe diamétrica. Para as duas espécies estudadas, o modelo polinomial proposto por Hradetzky (1976), conhecido como Polinômio de Potência Fracionária, foi o mais estável nas estimativas de diâmetros comerciais. No entanto, o Polinômio do Quinto Grau e a razão de volume de Amateis e Burkhart foram apontados como alternativas por também proporcionarem estimativas confiáveis, embora com acuracidade inferior ao Polinômio de Potência Fracionária.

CAPÍTULO 1

AVALIAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS SEGMENTADOS NA ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES COMERCIAIS DE *Pinus taeda*

RESUMO

ASSIS, Adriana Leandra de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)

Este estudo foi realizado com os objetivos de avaliar a acuracidade de três modelos polinomiais segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*; e verificar se o melhor modelo para representar os perfis dos fustes é também o melhor para estimar volumes parciais de *Pinus taeda*. A base de dados utilizada foi composta por 58 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, nas propriedades da empresa PISA – Papel de Imprensa S/A, na região de Jaguariaíva – PR. As 58 árvores foram divididas em oito classes diamétricas, e procedeu-se ao ajuste de três modelos polinomiais segmentados. Todos os modelos de afilamento testados foram ajustados para cada classe diamétrica e para o conjunto total dos dados. Os modelos segmentados testados foram o de Clark, Souter e Schlaegel (1991); o de Max e Burkhart (1976); e o de Parresol, Hotvedt e Cao (1987). A acuracidade dos modelos para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste foi avaliada através das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação, erro padrão residual, análise gráfica dos perfis médios dos fustes, desvio médio em cada posição de medição ao longo do fuste, desvio padrão das diferenças, soma de quadrados do resíduo relativo e resíduo percentual. A partir das quatro últimas estatísticas foi elaborado um “ranking” para detectar o modelo que propiciou estimativas mais acuradas de diâmetros e volumes em cada posição de medição do fuste, por ocasião da cubagem rigorosa. Como principais resultados, pode-se citar que, dentre os modelos testados, o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) é recomendado para estimar diâmetros ao longo de todo o fuste, e volumes totais e parciais de *Pinus taeda*; o modelo de Max e Burkhart (1976) é uma segunda alternativa para estimar volumes totais e parciais, embora a qualidade das estimativas seja inferior à do modelo de Clark, Souter e Schlaegel. O modelo de Parresol, Hotvedt e Cao (1987) não apresentou estimativas acuradas de diâmetros e volumes em nenhuma das classes diamétricas.

Palavras-chave: Polinômio segmentado, Função de afilamento, estimativas de diâmetros e volumes

Comitê Orientador: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

ABSTRACT

ASSIS, Adriana Leandra de. **Evaluation of segmented polynomial taper models for estimating comercial diameters and volumes of *Pinus taeda*.** Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertation - Master Science in Forest Engineering)

This study objectived to evaluate the accuracy of three segmented polynomial taper models for estimating diameters and volumes along the stem of *Pinus taeda*; and to verify if the more accurated model for diameters estimates is also the more accurated for estimating partial and total volumes. The database used was composed of 58 trees of *Pinus taeda* cubed by the Smalian's method, in the farms of "PISA – Papel de Imprensa S/A" enterprise, located in Jaguariáiva county (PR). The 58 trees were separated in 8 diameter classes. The segmented models proposed by Clark, Souter and Schlaegel (1991); Max and Burkhart (1976); and Parresol, Hotvedt and Cao (1987), were fitted for each diameter class and for the total group of data. The accuracy of the models in estimating diameters and volumes along the stem of *Pinus taeda* was evaluated through the following statistics: coefficient of determination; residual standard error; graphic analysis of the medium profile of the stem; mean deviation of the diameters and volumes for each position along the stem; standard deviation of the differences of the diameters and volumes; sum of square of the relative residue; and percentage of the residues of the diameters and volumes. Starting from the last four statistics, it was elaborated a ranking to detect the more accurated model in each position of measurement along the stem. It can be pointed out that the model of Clark, Souter and Schlaegel (1991) is indicated for estimating diametes along the whole stem profile, and total and parcial volumes of *Pinus taeda*; the model proposed by Max and Burkhart (1976) is the second best option for estimating total and partial volumes, even though its estimates are not as accurated as the estimates improved by Clark's equation. The model of Parresol, Hotvedt and Cao (1976) doesn't presented accurated estimates of diameters and volumes along the stem in any diameter class.

Key-words: Segmented polynomial model, taper models, diameters and volumes estimates

Advising Committee: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

1 INTRODUÇÃO

A utilização de técnicas de regressão segmentada para representar os perfis dos fustes das árvores surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de estimar com acuracidade os diâmetros ao longo de todo o fuste. Assim, determinados modelos representam bem a porção superior das árvores mas falham na representação das deformações da base, o que pode comprometer as estimativas de volume, considerando que o maior volume da árvore se concentra na base. Por outro lado, um modelo que represente bem a porção inferior da árvore, mas seja deficiente na estimativa dos diâmetros da parte superior, pode comprometer a saída do inventário em número de toras, que é uma das inovações das funções de afilamento em relação às equações de volume tradicionais.

Considerando que o fuste de uma mesma árvore pode ser semelhante a um ou mais sólidos de revolução, e que a determinação do ponto de transição entre os sólidos é subjetiva, a aplicação da regressão segmentada tem por objetivo representar cada porção do tronco por uma função polinomial diferente, de modo que as funções sejam perfeitamente harmonizadas através de pontos de ligação. A utilização de duas ou mais funções para representar os perfis das árvores torna os modelos segmentados mais flexíveis que os demais modelos, embora seja também uma alternativa mais complexa.

As bases teóricas da aplicação dos modelos segmentados ao meio florestal surgiram na década de 70. No entanto, a aplicação dessa técnica em escalas maiores só se tornou possível a partir do desenvolvimento e da popularização de softwares que facilitaram tanto os processos de ajuste dos modelos, quanto sua aplicação na estimativa de diâmetros e volumes. Desse modo, trata-se de uma teoria não tão recente, mas cuja aplicabilidade é bastante

recente.

Neste contexto, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de:

- Avaliar a acuracidade de três modelos polinomiais segmentados para estimar diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, por classe diamétrica e para o conjunto de árvores das várias classes diamétricas.
- Avaliar a precisão dos modelos segmentados na estimativa de volumes totais e parciais de *Pinus taeda*.
- Verificar se o melhor modelo para a estimativa dos diâmetros comerciais é também o melhor modelo para estimar volumes totais e comerciais de *Pinus taeda* na região de Jaguariaíva – PR.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de Estudo

Os dados de *Pinus taeda* utilizados para este estudo são provenientes das propriedades da empresa PISA (Papel de Imprensa S/A), localizada no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná, entre os paralelos 24° e 24°30' de latitude sul e os meridianos 49°30' e 50° de longitude oeste de Greenwich, com altitude variando entre 700 e 1100m.

De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por apresentar temperatura média inferior a 22°C no mês mais quente do ano. O mês mais chuvoso é janeiro, cuja precipitação média é de 225,4mm e não há estação seca definida.

A vegetação original é do tipo campo cerrado (estepe arbustiva de gramínea baixa), mas a região atualmente concentra áreas reflorestadas principalmente com *Pinus taeda*, *Pinus elliottii* e *Araucaria angustifolia* (Fischer, 1997).

O solo predominante na região é arenoso, com afloramentos de rocha, e relevo variando de ondulado a fortemente ondulado (Golfari, Caser e Moura, 1978; Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

2.2 Cubagem das Árvores Amostra

Foram cubadas rigorosamente 58 árvores de *Pinus taeda*, com idade variando de 16 a 21 anos, provenientes da região administrativa de Ouro Verde, da empresa Papel de Imprensa S/A , PISA.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian.

As 58 árvores cubadas foram distribuídas em oito classes diamétricas, com no mínimo 4 árvores em cada classe, conforme se observa na Tabela 1.1. Para o ajuste dos modelos, foi utilizado o software SAS, que também foi utilizado para estimativa dos volumes comerciais a partir dos coeficientes obtidos por ocasião do ajuste. Todos os modelos não lineares foram ajustados pelo método de Marquardt.

Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais com casca.

TABELA 1.1 Frequência de árvores de *Pinus taeda* nas diferentes classes diamétricas, na região administrativa de Ouro Verde.

NÚMERO DA CLASSE	CLASSE DIAMÉTRICA	FREQÜÊNCIA
1	15 — 20	4
2	20 — 25	4
3	25 — 30	5
4	30 — 35	8
5	35 — 40	12
6	40 — 45	13
7	45 — 50	8
8	50 — 55	4
TOTAL		58

Os dados das cubagens foram processados em um software específico, o ORDPOL.BAS, desenvolvido por Scolforo (1999) para preparar os arquivos das árvores cubadas para o ajuste de modelos polinomiais, relacionando o diâmetro a 1,3m do solo (DAP) com casca, com os diâmetros com casca ao longo do fuste.

2.3 Modelos Polinomiais Segmentados

O ajuste dos modelos polinomiais segmentados foi feito por classe diamétrica e também desconsiderando o controle das classes diamétricas.

Os três modelos segmentados testados são detalhados a seguir:

a) Modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) - Modelo 1

O modelo para predição do diâmetro comercial (d_i) é:

$$d_i = \left[I_s \left\{ D^2 \left(1 + \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) * \left(\left(1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\alpha_3} - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) / \left(1 - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) \right) \right\} + \right. \\ \left. + I_B \left\{ D^2 - \frac{D^2}{H^2} - F^2 \left(\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\beta_1} \right) / \left(\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{5,2}{H} \right)^{\beta_1} \right) \right\} + \right]$$

$$+ I_T \left\{ F^2 \left(\gamma_2 \left(\left(\frac{h_1 - 5,2}{H - 5,2} \right) - 1 \right)^2 + I_M \left(\frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \left(\gamma_1 - \left(\frac{h_1 - 5,2}{H - 5,2} \right) \right)^2 \right) \right\}^{0,5} + e_i$$

em que:

α_i = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco abaixo de 1,3m;

β_1 = parâmetro a ser estimado para a seção do tronco entre 1,3m e 5,2m;

γ_i = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco acima de 5,2m;

F = diâmetro com casca (cm) a 5,2m de altura (classe de altura do Quociente de Forma de Girard);

$$I_S \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i < 1,3\text{m}; \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

$$I_B \begin{cases} = 1 \text{ se } 1,3\text{m} \leq h_i \leq 5,2\text{m}; \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

$$I_T \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i > 5,2\text{m}; \\ = 0 \text{ diferente da condição acima;} \end{cases}$$

$$I_M \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i < (5,2 + \gamma_1(h_i - 5,2)); \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

d = diâmetro comercial (cm);

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

e_i = erro de estimativa.

A expressão para estimativa do volume a partir do Polinômio Segmentado de Clark, assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
V = & \frac{\pi}{40000} * \left\{ \left\{ I_1 * D^2 * \left[1 - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} * \left[\left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) / \left(1 - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) \right] \right] * \right. \right. \\
& * \left[U_1 - L_1 \right] + \left[\left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) / \left(1 - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) \right] * \left[\left(1 - \frac{L_1}{H} \right)^{\alpha_3} * \left[H - L_1 \right] \right. \\
& \left. \left. - \left(1 - \frac{h_2}{H} \right)^{\alpha_3} * \left[H - U_1 \right] \right] / \left[\alpha_3 + 1 \right] + I_2 * I_3 * \left[D^2 - \left(\frac{D^2 - F^2}{\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{5,2}{H} \right)^{\beta_1}} \right) * \right. \right. \\
& * \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} \left. \right] * \left[U_2 - L_2 \right] + \left(\frac{D^2 - F^2}{\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{5,2}{H} \right)^{\beta_1}} \right) * \left[\left(1 - \frac{L_2}{H} \right)^{\beta_1} * \right. \\
& * \left. \left[H - L_2 \right] - \left(1 - \frac{U_2}{H} \right)^{\beta_1} * \left[H - U_2 \right] \right] / \left[\beta_1 + 1 \right] \left. \right\} + I_4 * F^2 * \left[\gamma_2 * \left[U_3 - L_3 \right] \right. \\
& \left. - \gamma_2 * \left[\frac{U_3 - 5,2^{\overline{2}} - L_3 - 5,2^{\overline{2}}}{H - 5,2} \right] + \frac{\gamma_2}{3} * \left[\frac{U_3 - 5,2^{\overline{3}} - L_3 - 5,2^{\overline{3}}}{H - 5,2^{\overline{2}}} \right] + I_5 * \frac{1}{3} * \right. \\
& * \left(\frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \left[\frac{\gamma_1 * \left[H - 5,2^{\overline{2}} - L_3 - 5,2^{\overline{3}} \right]}{H - 5,2^{\overline{2}}} \right] - I_6 * \frac{1}{3} * \left(\frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \\
& \left. \left. * \left[\frac{\gamma_1 * \left[H - 5,2^{\overline{2}} - U_3 - 5,2^{\overline{3}} \right]}{H - 5,2^{\overline{2}}} \right] \right] \right\} \left. \right\}
\end{aligned}$$

Sendo:

$$L_1 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 0; \\ = 0 \text{ se } h_1 \leq 0; \end{cases} \quad L_2 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_1 \leq 1,3; \end{cases} \quad L_3 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 5,2; \\ = 5,2 \text{ se } h_1 \leq 5,2; \end{cases}$$

$$U_1 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_2 \geq 1,3; \end{cases} \quad U_2 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 5,2; \\ = 5,3 \text{ se } h_2 \geq 5,2; \end{cases} \quad U_3 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < H; \\ = H \text{ se } h_2 \geq H; \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 1,3m; \end{cases} \quad I_2 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 5,2m; \end{cases}$$

$$I_3 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 1,3m; \end{cases} \quad I_4 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 5,2m; \end{cases}$$

$$I_5 \begin{cases} = 1 \text{ se } (L_3 - 5,2) < \gamma_1^* (H - 5,2); \\ = 0 \text{ se } (L_3 - 5,2) \geq \gamma_1^* (H - 5,2); \end{cases}$$

$$I_6 \begin{cases} = 1 \text{ se } (U_3 - 5,2) < \gamma_1^* (H - 5,2); \\ = 0 \text{ se } (U_3 - 5,2) \geq \gamma_1^* (H - 5,2); \end{cases}$$

b) Modelo de Max e Burkhardt (1976) - Modelo 2

O modelo para predição do diâmetro comercial (d_i) é:

$$d_i = D \left[\beta_1 X - 1 + \beta_2 X^2 - 1 + \beta_3 a_1 - X^2 * I_1 + \beta_4 a_2 - X^2 * I_2 \right]^{0,5} + e_i$$

Sendo: a_1 e a_2 = pontos de ligação dos polinômios;

$$X = h_i / H;$$

$$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } X \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } X > a_i; \end{cases}$$

$$i = 1, 2;$$

β_i = parâmetros a serem estimados;

d_i , D , h_i , H , e_i já foram definidos anteriormente.

Integrando o modelo que propicia a estimativa de diâmetro em relação a qualquer valor de h_i , tem-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais de uma altura h_1 até a altura h_2 . Quando $h_2 = H$ e $h_1 = 0$, tem-se o volume total da árvore.

$$V = \frac{\pi}{40000} * D^2 * H * \left[\frac{\beta_2}{3} * \left(\left(\frac{h_2}{H} \right)^3 - \left(\frac{h_1}{H} \right)^3 \right) + \frac{\beta_1}{2} * \left(\left(\frac{h_2}{H} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{H} \right)^2 \right) - \beta_1 + \beta_2 * \left(\left(\frac{h_2}{H} \right) - \left(\frac{h_1}{H} \right) \right) - \frac{\beta_3}{3} * \left(\left(a_1 - \frac{h_2}{H} \right)^3 * I_1 - \left(a_1 - \frac{h_1}{H} \right)^3 * J_1 \right) - \frac{\beta_4}{3} * \left(\left(a_2 - \frac{h_2}{H} \right)^3 * I_2 - \left(a_2 - \frac{h_1}{H} \right)^3 * J_2 \right) \right]$$

Sendo: $i = 1, 2$;

V = Volume da seção entre h_1 e h_2 (m^3);

$$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2/H \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } h_2/H > a_i; \end{cases} \quad J_i \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1/H \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } h_1/H > a_i; \end{cases}$$

a_1 ; a_2 ; h_i ; D ; H β_i e, conforme definidos anteriormente.

c) Modelo de Parresol, Hotvedt e Cao (1987) - Modelo 3

O modelo para predição do diâmetro comercial (d_i) é:

$$d_i = D \left[Z^2 (\beta_1 + \beta_2 Z) + Z - a - \beta_3 + \beta_4 Z + 2a Z I_i^{0.5} \right] + e_i$$

sendo: a = ponto de ligação dos polinômios;

$$Z = 1 - \frac{h_i}{H};$$

$$I \begin{cases} = 1 \text{ se } Z \geq a; \\ = 0 \text{ se } Z < a; \end{cases}$$

d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já foram definidos anteriormente.

Integrando-se o modelo que propicia a estimativa do diâmetro para qualquer altura h_i , tem-se a expressão que permite a estimativa dos volumes.

$$V = \frac{\pi}{40000} * H * \left\{ \left[\frac{D^2(\beta_2 + \beta_4 * I)}{4} * \left(\frac{D_2^4}{4} - Z_1^4 \right) \right] + \left[\frac{D^2(\beta_1 + \beta_3 * I)}{3} * \left(\frac{D_2^3}{3} - Z_1^3 \right) \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{-a * I * D^2(2\beta_3 + 2a\beta_4)}{2} * \left(\frac{D_2^2}{2} - Z_1^2 \right) \right] + \left. a^2 * I * D^2(\beta_3 + 2a\beta_4) * \left(\frac{D_2}{2} - Z_1 \right) \right\}$$

Sendo as variáveis, as mesmas definidas anteriormente.

2.4 Acuracidade dos modelos de afilamento

Os três modelos tiveram sua acuracidade avaliada através de várias estatísticas como o coeficiente de determinação corrigido (R^2), o erro padrão da estimativa em percentagem (Syx%). Estas foram utilizadas apenas para verificar se os modelos apresentaram ajustes satisfatórios de uma maneira geral. Adicionalmente, foram calculadas estatísticas como aquelas utilizadas por Parresol, Hotvedt e Cao (1987) e Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996). Tais estatísticas permitem uma análise mais detalhada do desempenho das estimativas ao longo de todo o fuste, uma vez que foram calculadas para cada altura relativa onde foram tomados os diâmetros por ocasião da cubagem rigorosa. As variáveis avaliadas foram os diâmetros estimados em cada posição de medição (alturas relativas) e os volumes comerciais correspondentes a essas mesmas posições, além do volume total. A Tabela 1.2 apresenta as estatísticas calculadas para verificar a acuracidade das estimativas de diâmetros e volumes.

TABELA 1.2 Estatísticas utilizadas para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.

	DIÂMETROS	VOLUMES
1) Desvio (D)	$\sum \text{Diff}_i / N$	$\sum \text{Diff}_i / N$
2) Desvio Padrão das Diferenças (SD)	$\left[\frac{\sum \text{Diff}_i^2 - D^2}{N-1} \right]^{0,5}$	$\left[\frac{\sum \text{Diff}_i^2 - D^2}{N-1} \right]^{0,5}$
3) Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR)	$\sum \text{Diff}_i^2 / d_i^2$	$\sum \text{Diff}_i^2 / V_i^2$
4) Porcentagem dos Resíduos (RP)	$\frac{\sum \text{Diff}_i^2 / d_i^2 * 100}{N}$	$\frac{\sum \text{Diff}_i^2 / V_i^2 * 100}{N}$

Onde:

$\text{Diff}_i = (V_i - \hat{V}_i)$ ou $(d_i - \hat{d}_i)$ é o desvio dos volumes ou dos diâmetros;

V_i = volume total ou comercial até o diâmetro i da árvore;

$\hat{V}_i$ = volume total ou comercial estimado;

d_i = diâmetro da árvore na posição i do fuste;

$\hat{d}_i$ = diâmetro da árvore estimado para a posição i do fuste;

N = número de árvores

A partir dessas estatísticas, foi elaborado um ranking para expressar, de forma sumariada, o desempenho dos três modelos de afilamento testados para estimar diâmetros ao longo do fuste e volumes totais e comerciais das árvores em estudo. Este ranking foi feito para cada classe diamétrica e também para o conjunto das árvores sem o controle das classes diamétricas, para as variáveis diâmetro e volume. Considerando cada uma das estatísticas da Tabela 1.2, foi atribuída nota 1 à equação que apresentou maior acuracidade em cada posição relativa de medição, e assim sucessivamente, até a nota 3 para a equação menos acurada. No caso de mesmo valor em qualquer das estatísticas para diferentes equações, estas receberam a mesma nota.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Ajuste dos modelos

Os parâmetros estimados para os três modelos testados são apresentados na Tabela 1.3 com as respectivas medidas de precisão: coeficiente de determinação corrigido (R^2) e Erro Padrão da Estimativa (Syx) em percentagem; para todas as classes diamétricas e para o ajuste feito com todos os dados.

Os três modelos testados apresentaram um alto coeficiente de determinação (R^2), que foi superior a 99% em todas as situações testadas. O erro padrão da estimativa (Syx) ficou entre 3 e 5% na maioria das situações estudadas, salvo alguns casos em que ficou entre 6 e 7% para o modelo de Parresol, Hotvedt e Cao (1987). Assim, de acordo com estas estatísticas, os três modelos testados estariam aptos para estimar diâmetros ao longo do fuste e volumes totais e comerciais de *Pinus taeda*. No entanto, essas estatísticas são médias que não fornecem nenhum indicativo do comportamento dos modelos ao longo do perfil, sendo portanto necessário calcular estatísticas ao longo de todo o comprimento da árvore, o que permite uma análise mais detalhada a fim de escolher com segurança o modelo adequado.

TABELA 1.3 Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos segmentados de Clark, Souter e Schlegel (1991), Max e Burkhart (1976) e Parresol, Hotvedt e Cao (1987); e respectivas medidas de precisão, para as oito classes diamétricas e para o conjunto total dos dados.

MODELO DE CLARK, SOUTER E SCHLAEGEL (1991) - Modelo 1								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	R ²	Syx%
17,5cm	0,667927	434,836	79,603380	8,991633	0,950491	10,11602	0,9976	4,4954
22,5cm	0,069482	6563,620	8,722586	9,586388	0,941341	80,33131	0,9988	3,1090
27,5cm	0,525676	5761,804	78,336270	13,744911	0,874416	4,801634	0,9987	3,2760
32,5cm	0,345794	9056,651	54,484994	3,519033	0,812968	3,414389	0,9988	3,1082
37,5cm	0,143490	24826,200	80,643840	10,178010	0,77551	2,853230	0,9987	3,0852
42,5cm	-0,481580	75320,494	79,867430	15,839570	0,747640	2,561110	0,9969	4,7763
47,5cm	-0,131290	67249,831	61,917730	19,132270	0,686610	2,518510	0,9990	2,6951
52,5cm	0,261190	31660,502	60,299570	17,495610	0,657700	2,029960	0,9991	2,6488
TOTAL	0,480958	2674,165	70,455223	12,481402	0,744894	2,634183	0,9980	3,9361

MODELO DE MAX E BURKHART (1976) - Modelo 2								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	R ²	Syx%
17,5cm	0,050450	0,900000	-4,50045	1,989057	251,54170	-1,85962	0,9966	5,3360
22,5cm	0,050000	0,855263	-4,25936	1,888783	224,35010	-1,87835	0,9976	4,4102
27,5cm	0,050000	0,891907	-10,01740	4,973296	288,83690	-5,11512	0,9972	3,1891
32,5cm	0,050422	0,836755	-6,07744	2,958657	225,51140	-3,02436	0,9978	4,1627
37,5cm	0,050000	0,827600	-6,43701	3,201981	231,78850	-3,29403	0,9981	3,7941
42,5cm	0,050909	0,785591	-6,06940	3,024774	192,08450	-3,38835	0,9977	4,1195
47,5cm	0,075870	0,751793	-5,48023	2,738361	96,50050	-3,32620	0,9986	3,2400
52,5cm	0,075418	0,728547	-4,95754	2,494565	92,27785	-2,96003	0,9987	3,1309
TOTAL	0,060698	0,792336	-5,74535	2,854506	144,86520	-3,11474	0,9974	4,4263

MODELO DE PARRESOL, HOTVEDT E CAO (1987) - Modelo 3								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{a}$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	R ²	Syx%	
17,5cm	0,915519	3,243651	-2,49344	-177,705	104,6636	0,9938	7,1142	
22,5cm	0,904167	3,334592	-2,5856	-1245,13	473,6912	0,9954	6,0251	
27,5cm	0,913326	3,401284	-2,67096	-1231,75	479,0215	0,9954	6,1019	
32,5cm	0,914586	3,21092	-2,41706	-1242,83	475,9342	0,9968	4,9914	
37,5cm	0,919323	3,083364	-2,29301	-1240,46	477,2507	0,9974	4,4287	
42,5cm	0,910766	3,222303	-2,44845	-1368,41	514,4679	0,9973	4,4321	
47,5cm	0,885352	3,124162	-2,40158	-1368,51	513,968	0,9983	3,5328	
52,5cm	0,877141	2,801839	-2,0242	-882,766	335,8098	0,9986	3,2783	
TOTAL	0,906665	3,038094	-2,26673	-1235,900	467,711	0,9970	4,7537	

3.2 Acuracidade dos modelos segmentados na estimativa dos diâmetros

A Tabela 1.4 mostra as estatísticas obtidas pelos três modelos para o ajuste total dos dados, desconsiderando as classes diamétricas, e as notas atribuídas aos modelos em cada posição considerada ao longo do fuste. No Anexo A são mostradas as estatísticas para cada uma das oito classes diamétricas.

A partir dessas estatísticas foi feito o ranking, onde o modelo que apresentou o menor valor no somatório das notas atribuídas foi considerado o mais acurado para estimar o diâmetro naquela posição do fuste. Exemplificando: o Modelo 1 (Clark, Souter e Schlaegel, 1991), dentre os três analisados, apresentou para a altura relativa de medição de 0% a primeira colocação para a estatística RP, a primeira para a estatística DESV, a primeira para SSRR e a primeira para SD, e recebeu então a nota 4, conforme se observa na parte inferior da Tabela 1.4. Na segunda posição, com nota 9, ficou o Modelo 2 (Max e Burkhardt, 1976); e em último lugar ficou o Modelo 3 (Parresol, Hotvedt e Cao, 1987), com nota 11. Desta maneira, na altura relativa de 0%, o Modelo 1 foi o que apresentou estimativa mais acurada do perfil do fuste, quando o ajuste foi para todos os dados, desconsiderando as classes diamétricas. Já na altura relativa de 95%, o Modelo 1 ficou em segundo lugar com 7 pontos; o Modelo 2 ficou na primeira colocação, com 6 pontos; e em último lugar ficou o Modelo 3, com 11 pontos. Assim, nesta altura relativa (95% da altura total), o Modelo 2, ou seja, Max e Burkhardt (1976) foi o que apresentou estimativa mais acurada do diâmetro quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas. Dessa forma, foi possível determinar qual foi o modelo selecionado para estimar o diâmetro ao longo do fuste em cada classe diamétrica e em cada posição relativa do fuste.

Na Tabela 1.5 encontram-se os resultados do ranking, e, conseqüentemente, do exemplo descrito, ou seja, os modelos mais acurados para estimar os diâmetros em cada uma das posições de medição nas diferentes alturas relativas analisadas. É clara a predominância do Modelo 1 (Clark, Souter e Schlaegel, 1991) para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste e em todas as classes diamétricas. Uma exceção ocorre na classe diamétrica de 40 a 44,9cm, onde o Modelo 1 aparece apenas na base da árvore.

TABELA 1.5 Posição do fuste por classe diamétrica e para total de árvores (TOT), em que a i-ésima equação segmentada ocupou o primeiro lugar no Ranking .

Altura (%)	VALOR CENTRAL DAS CLASSES DIAMÉTRICAS								
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	TOT
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	2	1-2	1	3	1	1-3	1	1-2-3
4	1	1	1	1	1	1	1	1-3	1
5	1	1	1	1	1	2	2	3	1
10	1	1	1-2	1	1	2	1	2	1
15	1-2	3	1	1	3	3	2	2-3	3
25	1	1	1	1	1	1-2	1	1	1
35	1	1	1	1-2	1	2	1	1	2
45	1	1	1	1-2	1-2	2	1	1	2
55	1	1	3	1	1	2	1	3	1
65	1	1	1	1	1	2	1-2	1-2	1
75	1	1	1	1-2	1-2	2	2	1-2	1
85	1	1-2	1-2	1-2	1-2-3	3	1	1	1
95	1	2	1	2	2	2	1-2	1	2

Modelos: 1 – Clark, Souter e Schlaegel (1991)

2 - Max e Burkhardt (1976)

3 – Parresol, Hotvedt e Cao (1987)

Avaliando se existiu tendenciosidade nas estimativas dos diâmetros obtidas pelas equações geradas para cada uma das classes diamétricas, ao confrontá-las com os diâmetros mensurados na cubagem rigorosa nas diferentes

alturas relativas, observou-se que para todas elas, o Modelo 3 apresentou superestimativa dos diâmetros de 0 a 3% , e de 20 a 55% da altura total. De 6% a 20% e de 65% a 100% da altura total, o citado modelo apresentou ainda subestimativa dos diâmetros. Observou-se ainda que as subestimativas tenderam a se reduzir com o aumento da classe diamétrica, particularmente para árvores com $DAP \geq 40$ cm, conforme se pode visualizar no Anexo B.

As equações obtidas pelo Modelo 2 apresentaram pequenas superestimativas dos diâmetros para as alturas relativas entre 1 e 3% e entre 10 e 45%. Observou-se ainda que, nas classes a partir de 40cm de DAP, estas superestimativas tornaram-se ínfimas. Estes comportamentos podem ser visualizados nas figuras do Anexo B.

A Figura 1.1 mostra os perfis médios reais e estimados para o conjunto total dos dados, desconsiderando o controle das classes diamétricas. De um modo geral, todos os modelos se mostraram tendenciosos, subestimando os diâmetros na porção superior da árvore. Este fato é observado para as alturas relativas acima de 55%, até a ponta da árvore para os Modelos 1 e 2. Para as demais posições do fuste, observa-se que o Modelo 1 é superior ao Modelo 2, que apresenta pequenas superestimativas entre 1% e 3% e entre 10% e 35% da altura total, além de pequenas subestimativas entre 4% e 5% da altura total. Em contrapartida, o Modelo 1 apresenta apenas uma ligeira superestimativa dos diâmetros entre 4 e 7% da altura total. Já o Modelo 3 (Parresol, Hotvedt e Cao, 1987), apresenta tendências de super e subestimativa do diâmetro ao longo de todo o fuste, o que o descredencia para ser utilizado nas estimativas desta variável.

As equações do Modelo 1 apresentaram estimativas acuradas para todas as classes diamétricas em toda a extensão do fuste, apresentando apenas uma superestimativa quase imperceptível dos diâmetros entre 15 e 55% da altura total, conforme se pode visualizar na Figura 1.2.

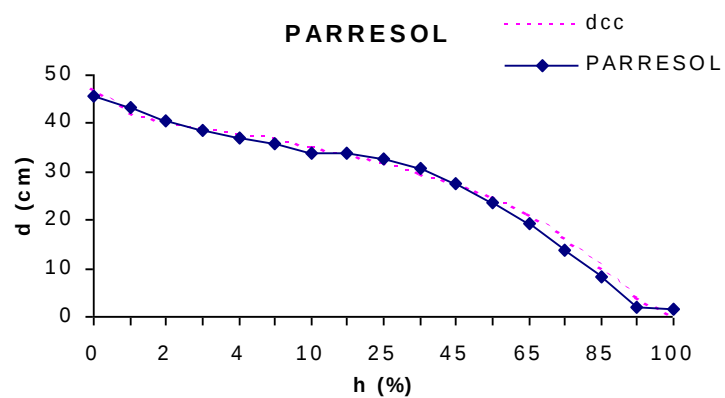
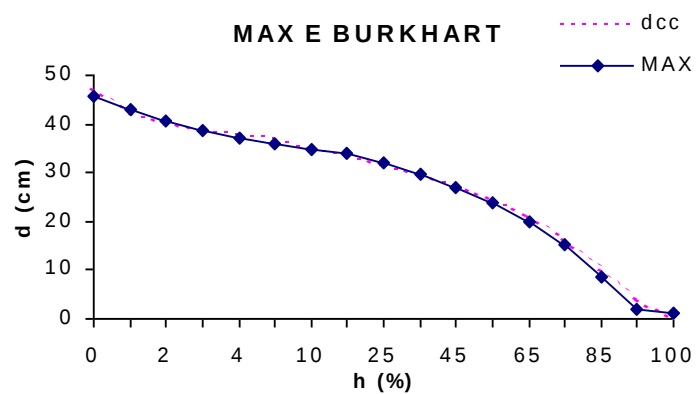
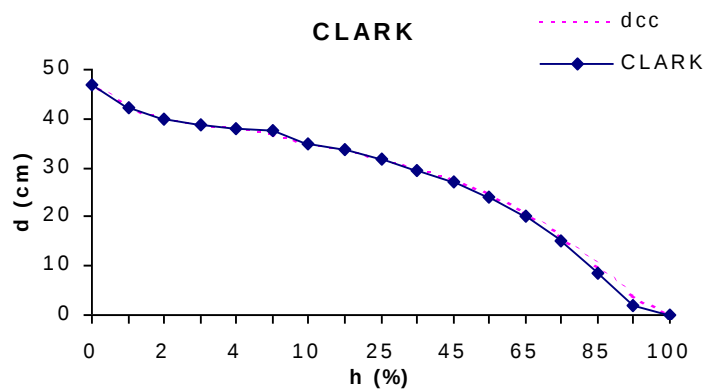


FIGURA 1.1 Perfis médios para o ajuste que desconsiderou o controle das classes diamétricas

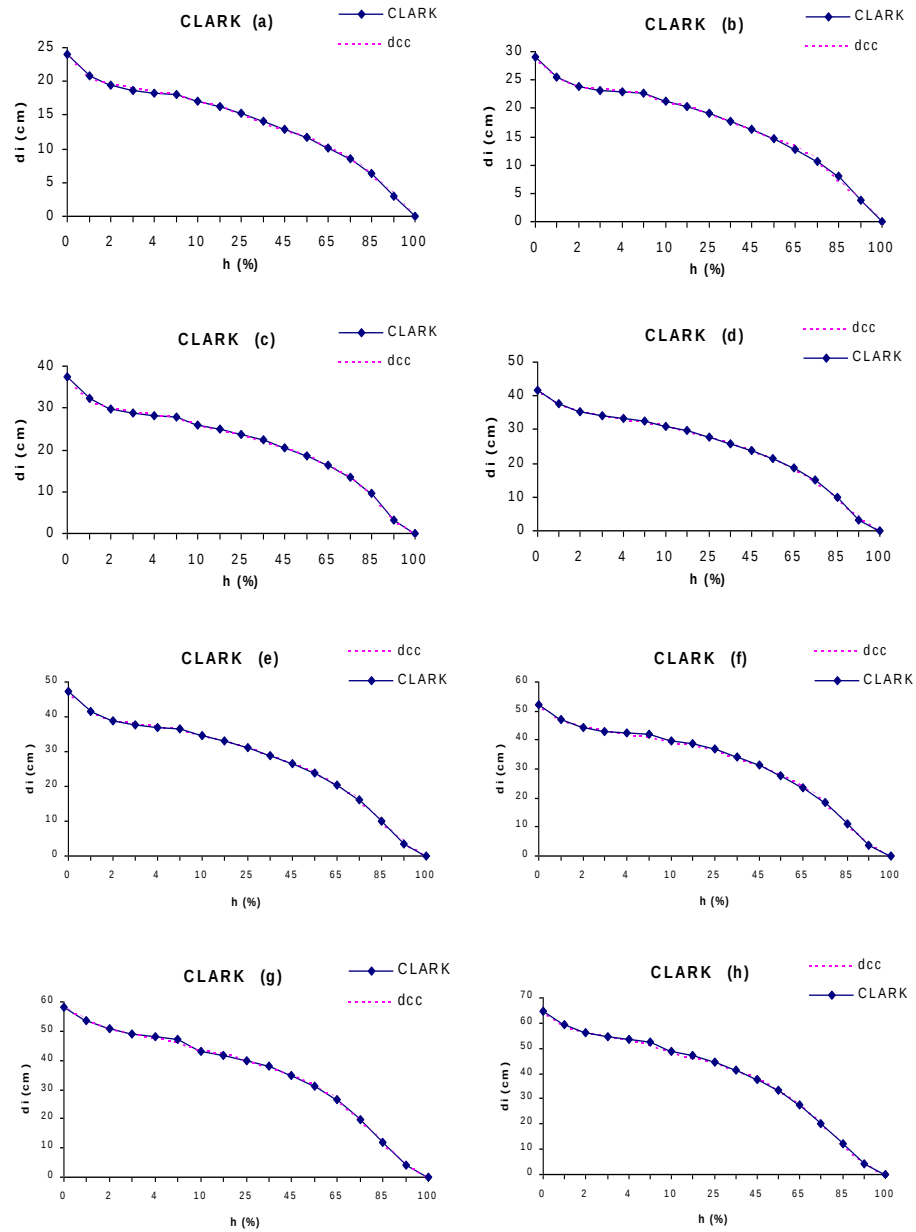


FIGURA 1.2 Perfis médios para os ajustes por classe diamétrica do Modelo 1 (Clark, Souter e Schlaegel, 1991), para as classes diamétricas com valor central de 17,5cm (a); 22,5cm (b); 27,5cm (c); 32,5cm (d); 37,5cm (e); 42,5cm (f); 47,5cm (g) e 52,5cm (h).

3.3 Acuracidade dos modelos segmentados na estimativa dos volumes

A Tabela 1.6 mostra as estatísticas obtidas pelos três modelos para a variável volume, em cada altura relativa considerada na cubagem rigorosa, para o ajuste total dos dados, desconsiderando as classes diamétricas, bem como as notas atribuídas aos modelos, em cada posição considerada ao longo do fuste. Essas estatísticas para cada classe de diâmetro são apresentadas nas tabelas do Anexo C.

Os valores das estatísticas, calculados para as estimativas de volumes totais e parciais, foram muito próximos de zero para todas as classes diamétricas (Anexo C). Para o ajuste que desconsiderou o controle das classes diamétricas, principalmente os resíduos percentuais (RP) e o desvio padrão das diferenças (SD) apresentaram valores muito próximos de zero. Para o Modelo 1 (Clark, Souter e Schlaegel, 1991) as somas de quadrados dos resíduos relativos também apresentaram valores extremamente pequenos. Os valores das estatísticas obtidos para o ajuste geral foram aparentemente semelhantes aos valores obtidos em cada classe individualmente, à exceção da estatística desvio (DESV) que apresentou valores menores para as classes diamétricas. Assim, não houve indicativo aparente de queda na qualidade das estimativas dos volumes parciais, nas diferentes alturas relativas avaliadas, quando o ajuste foi para todo o conjunto de dados.

A partir dessas estatísticas foi feito o ranking, onde o modelo que apresentou o menor valor no somatório das notas atribuídas foi considerado o mais acurado para estimar o volume naquela posição do fuste. Dessa forma, foi possível determinar qual foi o modelo selecionado para estimar o volume ao longo do fuste em cada classe diamétrica e para todo o conjunto de dados, (Tabela 1.7).

Observando a Tabela 1.7, é clara a predominância do Modelo 1, para estimar os volumes ao longo de todo o fuste e em todas as classes diamétricas. Uma exceção ocorre na classe diamétrica de 40 a 44,9cm, onde o Polinômio de Clark aparece em primeiro lugar apenas na base da árvore.

Acima de 15% da altura total, destacou-se o Modelo 2. Esse modelo também aparece ao lado do Modelo 1 na classe de diâmetro de 50 a 54,9cm e para o ajuste total.

TABELA 1.7 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes totais e parciais em cada posição do fuste e em cada classe diamétrica e também para o ajuste desconsiderando o controle das classes diamétricas.

Altura (%)	CLASSES DIAMÉTRICAS								
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	TOT
1	1	2	2	1	1-2-3	1	1	2	2
2	1	2	1	1-2	1	1	1	1	2
3	1	1	1	1	1	1	1	1	2
4	1	2	1-2	2	1-2	1-2	1	1	1-2-3
5	2	3	1-2-3	1	2	1	3	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1-2	1-2	1-2	1	1	2	1	2	1-2
25	1	1	1	1	1	2	1	2	1-2
35	1	1	1	1	1	2	1	2	1-2
45	1	1	1	1	1	2	1	1-2	1-2
55	1	1-3	1	1	1	2	1	1-2	1-2
65	1	1	1	1	1	2	1	1-2	1-2
75	1	1	1	1	1	2	1	1-2	1-2
85	1	1	1	1	1	2	1	1-2	1-2
95	1	1	1	1	1	2	1	1	1-2
100	1	1	1	1	1	2	1	1	1-2

Modelos: 1 – Clark, Souter e Schlaegel. (1991)

2 – Max e Burkhart (1976)

3 – Parresol, Hotvedt e Cao (1987)

As tendências das estimativas volumétricas médias dos três modelos são apresentadas na Figura 1.3 para o ajuste que desconsiderou o controle das classes diamétricas. O Modelo 1 (Clark) estima com acuracidade os volumes parciais ao longo de todo o fuste, apresentando apenas uma ligeira

superestimativa entre 15 e 35% da altura total. Já o Modelo 2 (Max e Burkhart), subestima de maneira quase imperceptível o volume entre 4 e 15% da altura total, apresentando estimativas acuradas dos volumes de 15% a 65% da altura. Quanto ao Modelo 3 (Parresol), este subestima sistematicamente os volumes a partir de 5% da altura total, não sendo portanto, recomendado para estimar os volumes totais e parciais.

Para o ajuste de todo o conjunto de dados, o Modelo 1 parece apresentar superioridade em relação ao Modelo 2 (Figura 1.3). No entanto, face à acuracidade das estimativas, ambos os modelos são recomendados para estimar volumes totais e parciais das árvores de *Pinus taeda*.

As tendências das estimativas volumétricas por classe diamétrica, são apresentadas na Figura 1.4 para o Modelo 1, e para os demais modelos no Anexo D. Pode-se notar, nessa figura e na Tabela 1.7, que o Modelo 1, à exceção das classes diamétricas 42,5cm e 52,5cm, para as quais apresentou pequenas superestimativas dos volumes parciais, apresenta estimativas muito acuradas do volume.

Observando as figuras do Anexo D, verifica-se a baixa acuracidade do Modelo 3 para todas as situações. Para o Modelo 2, observa-se nas mesmas figuras do Anexo D, que as estimativas alcançadas são bastante acuradas nas classes de 47,5cm e 52,5cm. Em todas as demais houve sempre uma pequena tendência a superestimar os volumes parciais a partir de 25 a 30% da altura relativa. Embora com desempenho inferior ao do Modelo 1, o Modelo 2 apresentou estimativas acuradas do volume, podendo também ser utilizado para a estimativa dos volumes parciais e totais das árvores de *Pinus taeda*.

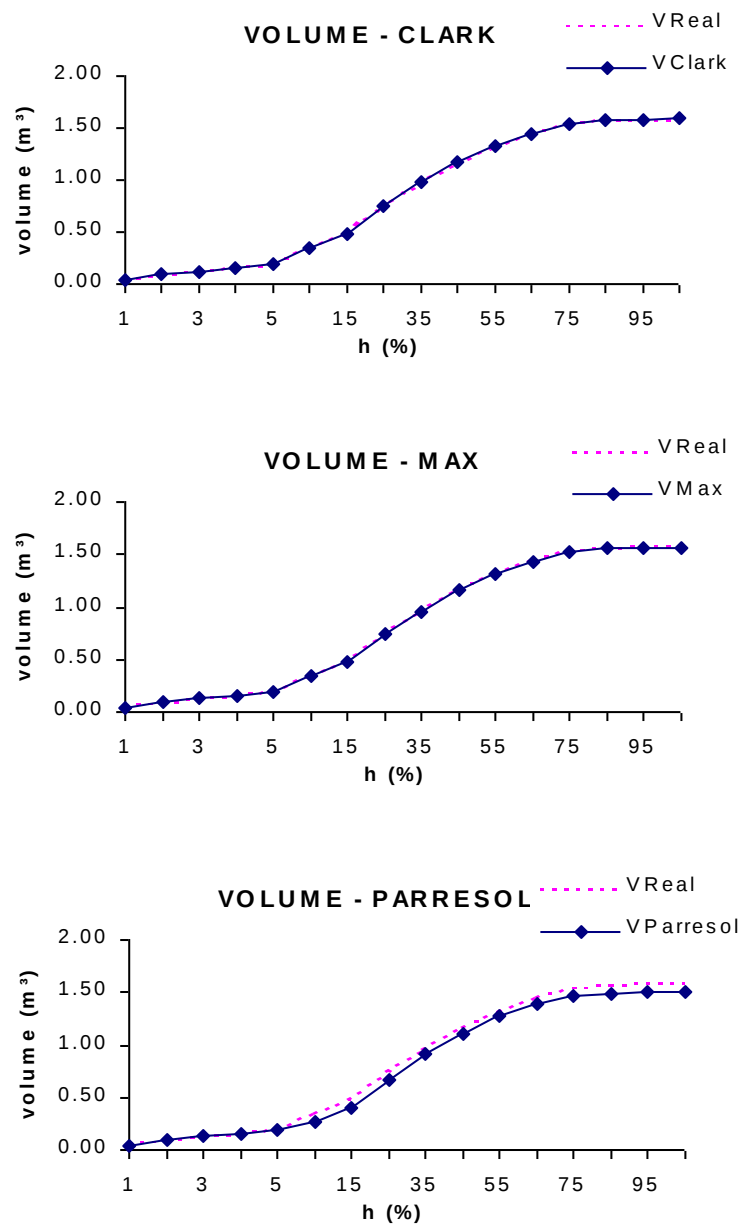


FIGURA 1.3 Volumes médios reais e estimados pelos modelos segmentados para o ajuste desconsiderando o controle das classes diamétricas.

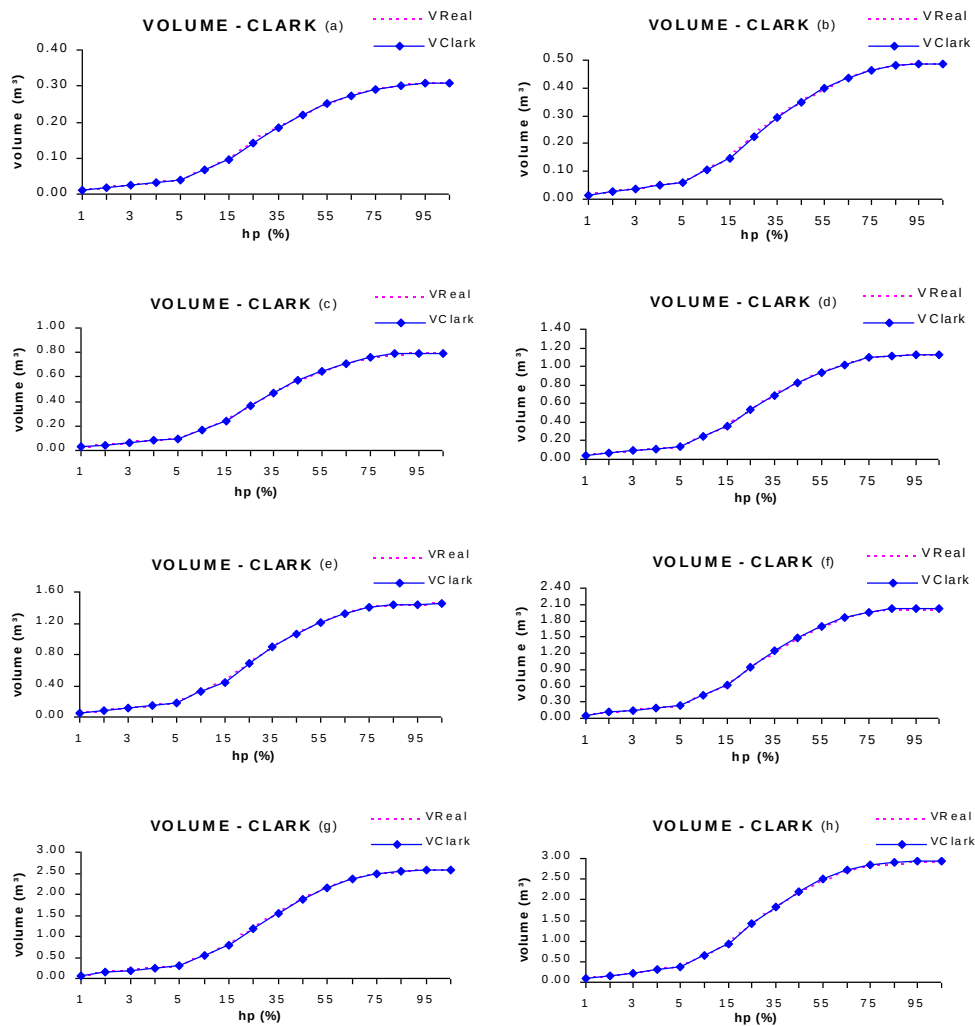


FIGURA 1.4 Volumes médios reais e estimados para os ajustes por classe diamétrica do Modelo 1 (Clark, Souter e Schlaegel, 1991), para as classes diamétricas com valor central de 17,5cm (a); 22,5cm (b); 27,5cm (c); 32,5cm (d); 37,5cm (e); 42,5cm (f); 47,5cm (g) e 52,5cm (h).

4 CONCLUSÕES

- A equação de Clark, Souter e Schlaegel (1991) é recomendada para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste, e volumes totais e parciais das árvores de *Pinus taeda*, em todas as classes diamétricas.
- A equação de Max e Burkhardt (1976) superestima, sistematicamente, os diâmetros para as alturas variando entre 10% e 45% da altura total, devendo ser utilizada para *Pinus taeda* apenas quando o DAP das árvores for superior a 40cm. No entanto, o impacto destas tendências sobre a estimativa dos volumes parciais é atenuado, de modo que o modelo de Max e Burkhardt aparece como uma segunda alternativa para estimar os volumes parciais de *Pinus taeda*, embora a qualidade das estimativas seja inferior à das estimativas propiciadas pelo modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991).
- Quando o ajuste não considera as classes diamétricas, a equação de Clark deve ser preferível à de Max e Burkhardt na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste. No entanto, para estimativa dos volumes parciais ou totais, ambas as equações podem ser utilizadas, em que pese ter sido observada uma maior tendenciosidade destas estimativas para Max e Burkhardt, ainda que sejam bastante pequenas.
- A baixa acuracidade verificada nas estimativas dos diâmetros e dos volumes ao longo de todo o fuste descredencia o modelo de Parresol, Hotvedt e Cao (1987) para ser utilizado para *Pinus taeda*, na região de estudo.
- A generalização do ajuste aumenta a variabilidade da base de dados, o que aparentemente implica em estimativas menos acuradas dos diâmetros quando contrastados com as estimativas dos ajustes por classe diamétrica.
- O melhor modelo para estimar diâmetros ao longo do fuste, foi também o melhor para estimativas volumétricas totais e parciais para *Pinus taeda*.

ANEXOS

ANEXO A

TABELA 1A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	44
TABELA 2A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	45
TABELA 3A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	46
TABELA 4A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	47
TABELA 5A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	48
TABELA 6A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	49
TABELA 7A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	50
TABELA 8A	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	51

Anexos (...Continua...)

ANEXO B

FIGURA 1B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 15 a 19,9cm; e de 20 a 24,9cm.....	53
FIGURA 2B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 25 a 29,9cm; e de 30 a 34,9cm.	54
FIGURA 3B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 35 a 39,9cm; e de 40 a 44,9cm.....	55
FIGURA 4B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 45 a 49,9cm; e de 50 a 54,9cm.....	56

ANEXO C

TABELA 1C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	58
TABELA 2C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	59
TABELA 3C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	60
TABELA 4C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	61
TABELA 5C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	62
TABELA 6C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	63
TABELA 7C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	64
TABELA 8C	Estatísticas dos modelos polinomiais segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	65

Anexos (...Continua...)

ANEXO D

FIGURA 1D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 15 a 19,9cm; e de 20 a 24,9cm.....	67
FIGURA 2D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 25 a 29,9cm; e de 30 a 34,9cm.	68
FIGURA 3D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 35 a 39,9cm; e de 40 a 44,9cm.....	69
FIGURA 4D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados para as classes de diâmetro de 45 a 49,9cm; e de 50 a 54,9cm.....	70

CAPÍTULO 2

AVALIAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS NÃO-SEGMENTADOS NA ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES COMERCIAIS DE *Pinus taeda*

RESUMO

ASSIS, Adriana Leandra de. **Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)

Este estudo foi realizado com os objetivos de: construir equações com potências de grandezas fracionárias, unitárias e de dezenas, na tentativa de representar melhor a ponta, a porção média e a base da árvore, respectivamente; construir equações polinomiais compatíveis com uma equação volumétrica; avaliar a acuracidade de quatro modelos polinomiais não-segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*; verificar se o melhor modelo para estimar diâmetros ao longo do fuste é também o melhor para estimar volumes totais e parciais. A base de dados utilizada foi composta por 58 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, nas propriedades da empresa PISA – Papel de Imprensa S/A, na região de Jaguariáiva – PR. As 58 árvores foram divididas em oito classes diamétricas, e procedeu-se ao ajuste de quatro modelos polinomiais não-segmentados para cada classe diamétrica e para o conjunto total dos dados. Os modelos não-segmentados testados foram o de Schöepfer (1966); o de Hradetzky (1976); o de Kozak, Munro e Smith (1969) e o de Goulding e Murray (1976). A acuracidade dos modelos para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste foi avaliada através das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação, erro padrão residual, análise gráfica dos perfis médios dos fustes, desvio médio em cada posição de medição ao longo do fuste, desvio padrão das diferenças, soma de quadrados do resíduo relativo e resíduo percentual. A partir das quatro últimas estatísticas foi elaborado um “ranking” para detectar o modelo que propiciou estimativas mais acuradas de diâmetros e volumes em cada posição de medição do fuste, por ocasião da cubagem rigorosa. Como principais resultados, pode-se destacar que os modelos de Hradetzky (1976) é o mais estável na estimativa das duas variáveis estudadas. O modelo de Goulding e Murray é preciso para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* na região de estudo, apenas se o ajuste for por classe diamétrica. Os modelos de Kozak, Munro e Smith (1969) e Schöepfer (1965) mostraram estimativas tendenciosas ao longo de todo o fuste, em todas as classes diamétricas estudadas.

Palavras-chave: Polinômio não-segmentado, Função de afilamento

Comitê Orientador: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

ABSTRACT

ASSIS, Adriana Leandra de. **Evaluation of non-segmented polynomial taper models for estimating comercial diameters and volumes of *Pinus taeda*.** Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertation - Master Science in Forest Engineering)

This study aimed at constructing equations with fractionary, unitary and ten magnitude power, in the attempt of representing the top, medium and basis portion of the stem; to construct polynomial equations compatible with volume equations; at evaluating the accuracy of four non-segmented polynomial taper models for estimating diameters and volumes along the stem of *Pinus taeda*; and at verifying if the more accurated model for diameters estimates is also the more accurated for estimating partial and total volumes. The database used was composed of 58 trees of *Pinus taeda* cubed by the Smalian's method, in the farms of "PISA – Papel de Imprensa S/A" enterprise, located in Jaguariaíva county (PR). The 58 trees were separated in 8 diameter classes. The models were fitted for each diameter class and for the total group of data. Four non-segmented polynomial models were tested: Schöepfer (1966); Hradetzky (1976); Kozak, Munro and Smith (1969); and Goulding and Murray (1976). The accuracy of the models in estimating diameters and volumes along the stem of *Pinus taeda* was evaluated through the following statistics: coefficient of determination; residual standard error; graphic analysis of the medium profile of the stem; mean deviation of the diameters and volumes for each position along the stem; standard deviation of the differences of the diameters and volumes; sum of square of the relative residue; and percentage of the residues of the diameters and volumes. Starting from the last four statistics, it was elaborated a ranking to detect the more accurated model for each position along the stem. It can be pointed out that among the non-segmented models tested, the model of Hradetzky (1976) is more stable than the others in the estimates of the two studied variables. Goulding and Murray (1976) model presented accurated estimates of diameters and volumes along the whole stem profile only when fitted by diameter classes. The models proposed by Kozak, Munro e Smith (1969) and Schöepfer (1965) showed biased estimates along the whole stem profile, in all diameter classes.

Key-words: Non-segmented polynomial model, taper models

Advising Committee: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

1 INTRODUÇÃO

A necessidade de uma otimização do uso dos recursos florestais, dentro do conceito de múltiplos produtos da madeira, tem justificado e estimulado a realização de importantes estudos sobre o assunto. A aplicabilidade desses estudos é bastante clara, principalmente sob o ponto de vista do planejamento da produção de grandes empresas do setor florestal, onde é fundamental garantir o fluxo contínuo de matéria-prima e a viabilidade econômica da atividade. Quando bem manejadas e direcionadas para obter múltiplos produtos advindos da madeira, as florestas de produção garantem a maximização dos lucros na medida em que se adotam práticas com o objetivo de agregar valor à madeira. Além disso, a obtenção de múltiplos produtos reduz o impacto das oscilações do mercado sobre cada produto individualmente.

Mas a obtenção dos múltiplos produtos advindos da madeira das florestas de produção passa necessariamente pelo conhecimento das características dos povoamentos no que se refere ao ritmo de crescimento e à forma dos indivíduos, bem como dos fatores que afetam essas duas variáveis. Por isso, o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar com acuracidade os perfis dos fustes tem se tornado uma ferramenta cada vez mais importante dentro dos empreendimentos de base florestal. Devido à sua flexibilidade e ao amplo leque de informações que proporcionam sem aumento nos custos de inventário, as funções de afilamento têm ganhado espaço no meio florestal.

Dentre as diversas técnicas estatísticas de modelagem, destacam-se os modelos polinomiais não-segmentados, que conseguem aliar eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados com os polinômios

segmentados. Tais modelos têm sido estudados e algumas vezes apresentam deficiências na representação da base dos fustes, o que pode comprometer as estimativas volumétricas. No entanto, há que se considerar as possibilidades de modificações desses modelos, objetivando suprir suas deficiências. Ainda existem poucos estudos sobre o assunto, tendo em vista que o grande impulso na aplicação dessas funções foi devido à popularização das tecnologias na área de informática. Além disso, dentre os estudos existentes, poucos abordam as estimativas volumétricas, quando, na verdade, um modelo que estime diâmetros satisfatoriamente não fornece, necessariamente, estimativas satisfatórias de volumes.

Assim, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de:

- Construir uma equação com potências de grandezas fracionárias, unitárias, e de dezenas, na tentativa de melhor representar a ponta, a porção intermediária e a base da árvore, respectivamente.
- Construir uma equação polinomial compatível com uma equação volumétrica.
- Avaliar a acuracidade de quatro modelos polinomiais não-segmentados para estimar diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*.
- Avaliar a precisão dos modelos não-segmentados na estimativa de volumes totais e parciais de *Pinus taeda*.
- Verificar se o melhor modelo para a estimativa dos diâmetros comerciais é também o melhor modelo para estimar volumes totais e comerciais de *Pinus taeda* na região de Jaguariaíva – PR.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de Estudo

Os dados de *Pinus taeda* utilizados para este estudo são provenientes das propriedades da empresa PISA (Papel de Imprensa S/A), localizada no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná, entre os paralelos 24° e 24°30' de latitude sul e os meridianos 49°30' e 50° de longitude oeste de Greenwich, com altitude variando entre 700 e 1100m.

De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por apresentar temperatura média inferior a 22°C no mês mais quente do ano. O mês mais chuvoso é janeiro, cuja precipitação média é de 225,4mm e não há estação seca definida.

A vegetação original é do tipo campo cerrado (estepe arbustiva de gramínea baixa), mas a região atualmente concentra áreas reflorestadas principalmente com *Pinus taeda*, *Pinus elliottii* e *Araucaria angustifolia* (Fischer, 1997).

O solo predominante na região é arenoso, com afloramentos de rocha, e relevo variando de ondulado a fortemente ondulado (Golfari, Caser e Moura, 1978; Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

2.2 Cubagem das Árvores Amostra

Foram cubadas rigorosamente, 58 árvores de *Pinus taeda*, com idade variando de 16 a 21 anos, provenientes da região administrativa de Ouro Verde, da empresa Papel de Imprensa S/A , PISA.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian.

As 58 árvores cubadas foram distribuídas em oito classes diamétricas, com no mínimo 4 árvores em cada classe, conforme se observa na Tabela 1.1. Para o ajuste dos modelos, foi utilizado o software SAS, que também foi utilizado para estimativa dos volumes comerciais, a partir dos coeficientes obtidos por ocasião do ajuste. Todos os modelos não lineares foram ajustados pelo método de Marquardt.

TABELA 2.1 Frequência de árvores de *Pinus taeda* nas diferentes classes diamétricas, na região administrativa de Ouro Verde.

NÚMERO DA CLASSE	CLASSE DIAMÉTRICA	FREQÜÊNCIA
1	15 — 20	4
2	20 — 25	4
3	25 — 30	5
4	30 — 35	8
5	35 — 40	12
6	40 — 45	13
7	45 — 50	8
8	50 — 55	4
TOTAL		58

Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais com casca.

Os dados das cubagens foram processados em um software específico, o ORDPOL.BAS, desenvolvido por Scolforo (1999) para preparar os arquivos das

árvores cubadas para o ajuste de modelos polinomiais, relacionando o diâmetro a 1,3m do solo (DAP) com casca, com os diâmetros com casca ao longo do fuste.

2.3 Modelos Polinomiais Não-Segmentados

O ajuste dos modelos polinomiais não-segmentados foi feito para cada uma das oito classes diamétricas e também desconsiderando o controle das classes diamétricas.

Os quatro modelos não-segmentados testados são detalhados a seguir:

a) Polinômio do Quinto Grau – Modelo 1

O polinômio de quinto grau foi proposto primeiramente por Schöepfer (1966). Neste estudo foi ajustado por classe diamétrica e para o conjunto total dos dados. Tem a forma:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H} \right)^5 + e_i$$

onde:

β_{is} = parâmetros a serem estimados;

d_i = diâmetro comercial (cm) ou diâmetro correspondente a qualquer altura h_i , especificada ou comercial;

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

e_i = erro de estimativa.

Isolando d_i obtém-se a função de afilamento, através da qual pode-se estimar o diâmetro correspondente a qualquer altura na árvore, desde que fornecido o seu diâmetro a 1,3m de altura (DAP ou D) e a altura total.

$$d_i = D \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H} \right)^5 \right] \quad (1)$$

Para integrar a função e obter a expressão que permite a estimativa dos volumes, fez-se a seguinte simplificação:

$$c_0 = \beta_0; \quad c_1 = \beta_1/H; \quad c_2 = \beta_2/H^2; \quad \dots; \quad c_5 = \beta_5/H^5$$

Feita a simplificação, a expressão a ser integrada assume a forma (2):

$$d_i = D * c_0 + c_1 * h + c_2 * h^2 + c_3 * h^3 + c_4 * h^4 + c_5 * h^5 \quad (2)$$

O volume (V) de um sólido de revolução é obtido pela integração de suas áreas seccionais (g_i) entre o limite inferior (h_1) e o superior (h_2) que se deseja estabelecer. No caso de uma árvore, se o volume total é desejado, então $h_1 = 0$ e $h_2 =$ altura total da árvore. A representação da integral é mostrada a seguir:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} g_i \delta h \quad \rightarrow \quad V = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi * d_i^2}{40000} \delta h$$

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 \delta h \quad (3)$$

sendo: $K = \pi/40000$

d_i = diâmetro correspondente a qualquer altura h_i ao longo do fuste da árvore.

Então, substituindo (2) em (3), tem-se:

$$V = K * D^2 * \int_{h_1}^{h_2} c_0 + c_1 h_i + c_2 h_i^2 + c_3 h_i^3 + c_4 h_i^4 + c_5 h_i^5 \delta h_i \quad (4)$$

Integrando (4), obtém-se a expressão que propicia obter os sortimentos ou volumes comerciais correspondentes a qualquer porção da árvore, além do volume total, se este for desejado (5).

$$\begin{aligned}
 V = K * D^2 * & c_0^2 h_i + c_0 c_1 h_i^2 + \frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \bar{h}_i^3 + \frac{2}{3} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \bar{h}_i^4 + \\
 & + \frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \bar{h}_i^5 + \frac{2}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3 \bar{h}_i^6 + \\
 & + \frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2 \bar{h}_i^7 + \frac{2}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4 \bar{h}_i^8 + \\
 & + \frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \bar{h}_i^9 + \frac{1}{5} c_4 c_5 h_i^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h_i^{11} \bar{h}_i^2
 \end{aligned} \quad (5)$$

b) Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras – Modelo 2

Este modelo se diferencia do polinômio do quinto grau por apresentar um mix de potências inteiras e fracionárias como tentativa de melhor representar o perfil da árvore. Hradetzky (1976) sugeriu a utilização de potências inteiras da ordem de dezenas para representar a base de árvore, em conjunto com potências fracionárias para representar a porção superior do fuste. Estes modelos foram construídos por classe diamétrica e para o conjunto total dos dados, utilizando o procedimento “Stepwise”.

De uma forma geral, os polinômios a serem construídos são:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_n} + e_i$$

onde: d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já definidos anteriormente;

p_i = expoentes variando entre 0,00005 e 95.

Nos trabalhos de Fischer (1997), Rios (1997), Assis (1998), e Ferreira (1999), os expoentes utilizados no processo de construção dos modelos, através do procedimento “stepwise”, variaram de 0,005 a 25. No entanto, observou-se

que estes dois extremos eram freqüentemente selecionados para formar o modelo, o que poderia sugerir a inclusão de potências maiores e menores no processo de seleção de variáveis. Por esse motivo, este estudo incluiu uma série de outros expoentes, além dos testados pelos autores supracitados. Os expoentes testados foram: 0,00001; 0,00005; 0,0009; 0,0007; 0,0006; 0,0004; 0,0002; 0,0001; 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90 e 95.

Isolando d_i obtém-se a função de afilamento :

$$d_i = D \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_n} \right] \quad (6)$$

Ao simplificar a expressão por: $c_0 = \beta_0$ e $c_i = \left(\frac{\beta_i}{H^{p_i}} \right)$, em que $i = 1, 2, \dots, N$; e p_j = expoentes selecionados através do processo "stepwise", a expressão (6) assume a forma:

$$d_i = D \left[c_0 + c_1 h_i^{p_1} + c_2 h_i^{p_2} + \dots + c_n h_i^{p_n} \right] + e_i \quad (7)$$

O volume total ou de qualquer porção da árvore (sortimento) é obtido pela resolução da integral do polinômio (7), após sua substituição na expressão (5). O resultado desta é:

$$\begin{aligned} V = K * D^2 * & \left[c_0^2 h_i + 2c_0 c_1 \left(\frac{h_i^{(p_1+1)}}{p_1+1} \right) + 2c_0 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2+1} \right) + \dots + 2c_0 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+1)}}{p_{(n-1)}+1} \right) + \right. \\ & + 2c_0 c_n \left(\frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n+1} \right) + c_1^2 \left(\frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1+1} \right) + 2c_1 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1} \right) + \dots + \\ & \left. + c_1 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_1 c_n \left(\frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1} \right) + c_2^2 \left(\frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2+1} \right) + \dots + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2c_2 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_2 + p_{(n-1)} + 1)}}{p_2 + p_{(n-1)} + 1} \right) + 2c_2 c_n \left(\frac{h_i^{(p_2 + p_n + 1)}}{p_2 + p_n + 1} \right) + \dots + c_{(n-1)}^2 \left(\frac{h_i^{(2p_{(n-1)} + 1)}}{2p_{(n-1)}} \right) + \\
& + \dots + 2c_{(n-1)} c_n \left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)} + p_n + 1)}}{p_{(n-1)} + p_n + 1} \right) + c_n^2 \left(\frac{h_i^{(2p_n + 1)}}{2p_n + 1} \right) \Bigg]_{h_1}^{h_2} \quad (8)
\end{aligned}$$

c) Polinômio do Segundo Grau (Kozak et. al., 1969) – Modelo 3

A forma geral do polinômio do Segundo Grau é:

$$\frac{d_i}{D} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^1 + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2} + e_i$$

onde: d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já foram definidos anteriormente.

Isolando d_i , obtém-se a função de afilamento:

$$d_i = D * \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^1 + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2} + e_i \quad (9)$$

O volume total ou de qualquer sortimento da árvore pode ser obtido pela substituição de (9) em (3). Após a resolução da integral, obtém-se como resultado:

$$V = \frac{\pi}{40000} * D^2 * \left[\beta_0 * h_2 - h_1 + \left(\beta_1 * \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{2 * H} \right) \right) + \left(\beta_2 * \left(\frac{h_2^3 - h_1^3}{3 * H^2} \right) \right) \right] \quad (10)$$

d) Modelo de Goulding e Murray (1976) - Modelo 4

Goulding e Murray (1976) propuseram uma função de afilamento polinomial compatível com uma equação de volume. Trata-se na verdade de uma modificação do Polinômio do Quinto Grau, conforme apresentado a seguir.

A forma geral do polinômio compatível de Goulding e Murray é:

$$d_i^2 = \frac{V}{KH} * \left[\beta_1 \left(\frac{1}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{1}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{1}{H} \right)^3 + \dots + \beta_n \left(\frac{1}{H} \right)^n + e_i \right] \quad (11)$$

Sendo: β_i = parâmetros a serem estimados para os quais $\sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{n+1} = 1$;

d_i = diâmetro comercial (cm);

$K = \pi / 40000$;

V = volume estimado pela equação de volume individual (m³);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

$l = (H - h)$;

e_i = erro de estimativa.

O modelo volumétrico utilizado para estimar os volumes totais foi:

$$V = \beta_1 * D^2 * H + \beta_2 * H + e_i$$

Sendo: D = diâmetro a 1,3m do solo;

V , β_i , H e e_i definidos anteriormente.

A forma linear do polinômio proposto (11), que permite a seleção das variáveis pela técnica “stepwise” é a seguinte:

$$\frac{d^2 KH}{V} - \frac{2l}{H} = \beta_2' \left(3 \left(\frac{1}{H} \right)^2 - \frac{2l}{H} \right) + \beta_3' \left(4 \left(\frac{1}{H} \right)^3 - \frac{2l}{H} \right) + \beta_n' \left(n+1 \left(\frac{1}{H} \right)^n - \frac{2l}{H} \right) \quad (12)$$

Após o ajuste de (12), os coeficientes do modelo (11) podem ser calculados como:

$$\beta_1 = 2 * \left(1 - \sum_{i=2}^n \beta_i' \right); \quad \beta_2 = 3 * \beta_2'; \quad \beta_n = (n+1) * \beta_n'$$

Integrando-se a expressão (11), obtém-se a fórmula para cálculo dos volumes comerciais. É importante observar que, como a expressão utiliza a

distância do topo da árvore até um ponto h qualquer, os volumes estimados correspondem aos volumes da ponta da árvore até uma altura h, e não ao volume da base da árvore até uma altura comercial.

Assim, o volume total ou o dos sortimentos pode ser obtido como:

$$V_c = \frac{V}{H} \left[\frac{\beta_1 l^2}{2H} + \frac{\beta_2 l^3}{3H^2} + \frac{\beta_3 l^4}{4H^3} + \dots + \frac{\beta_n l^{n+1}}{(n+1)H^n} \right]_0^h \quad (13)$$

Sendo: V_c = volume comercial da ponta da árvore até a altura h (em m³);

β_i , l, H e V, foram definidos anteriormente.

Os expoentes testados foram 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 e 37.

Em alguns casos, a equação construída pelo processo “stepwise” apresenta uma certa deficiência para estimar os diâmetros da porção superior dos fustes. Por isso, para cada classe diamétrica e para o conjunto total dos dados, este modelo foi ajustado de duas maneiras: um ajuste “stepwise” sem forçar a entrada de variáveis e um outro ajuste forçando a entrada de quatro variáveis (expoentes 2, 3, 4 e 5), transformando o modelo num Polinômio do Quinto Grau com adição de variáveis pelo processo “stepwise”. Nos casos em que a inclusão de quatro variáveis forçadas no modelo ocasionou deficiência nas estimativas dos diâmetros na ponta das árvores, foi feito um terceiro ajuste, forçando a entrada de três variáveis.

2.4 Acuracidade dos modelos de afilamento

O modelo do Polinômio do Quinto Grau, o de Potências Fracionárias e Inteiras, o do Segundo Grau, o modelo polinomial compatível com o modelo volumétrico, e este último com entrada de variáveis forçadas, tiveram sua acuracidade avaliada através de várias estatísticas, como o coeficiente de

determinação (R^2), e o erro padrão da estimativa (Sy_x). Essas foram utilizadas apenas para verificar se os modelos apresentaram ajustes satisfatórios de uma maneira geral. Adicionalmente, foram calculadas estatísticas como aquelas utilizadas por Parresol, Hotvedt e Cao (1987) e Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996). Tais estatísticas permitem uma análise mais detalhada do desempenho das estimativas ao longo de todo o fuste, uma vez que foram calculadas para cada altura relativa, onde foram tomados os diâmetros por ocasião da cubagem rigorosa. As variáveis avaliadas foram os diâmetros estimados em cada posição de medição (alturas relativas) e os volumes parciais correspondentes a essas mesmas posições, além do volume total. A Tabela 2.2 apresenta as estatísticas calculadas para verificar a acuracidade das estimativas de diâmetros e volumes.

TABELA 2.2 Estatísticas utilizadas para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.

	DIÂMETROS	VOLUMES
1) Desvio (D)	$\sum \text{Diff}_i / N$	$\sum \text{Diff}_i / N$
2) Desvio Padrão das Diferenças (SD)	$\left[\frac{\sum \text{Diff}_i - D^2}{N-1} \right]^{0,5}$	$\left[\frac{\sum \text{Diff}_i - D^2}{N-1} \right]^{0,5}$
3) Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR)	$\sum \text{Diff}_i / d_i^2$	$\sum \text{Diff}_i / V_i^2$
4) Porcentagem dos Resíduos (RP)	$\sum \text{Diff}_i / d_i^2 * 100 / N$	$\sum \text{Diff}_i / V_i^2 * 100 / N$

Onde:

$Diff_i = (V_i - \hat{V}_i)$ ou $(d_i - \hat{d}_i)$ é o desvio dos volumes ou dos diâmetros;

V_i = volume total ou comercial até o diâmetro i da árvore;

$\hat{V}_i$ = volume total ou comercial estimado;

d_i = diâmetro da árvore na posição i do fuste;

$\hat{d}_i$ = diâmetro da árvore estimado para a posição i do fuste;

N = número de árvores

A partir dessas estatísticas, foi elaborado um ranking para expressar, de forma sumariada, o desempenho dos modelos de afilamento testados para estimar diâmetros ao longo do fuste, e os volumes totais e parciais das árvores em estudo. Este ranking foi feito para cada classe diamétrica e também para o conjunto das árvores sem o controle das classes diamétricas, para as variáveis diâmetro e volume. Considerando cada uma das estatísticas da Tabela 2.2, foi atribuída nota 1 à equação que apresentou maior acuracidade em cada posição relativa de medição, e assim sucessivamente, até a nota 5 para a equação menos acurada. No caso de mesmo valor em qualquer das estatísticas para diferentes equações, estas receberam a mesma nota.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Ajuste dos modelos

Os parâmetros estimados para todos os modelos ajustados são apresentados na Tabela 2.3 com as respectivas medidas de precisão: coeficiente de determinação corrigido (R^2) e Erro Padrão da Estimativa corrigido e em

percentagem (Syx%); para todas as classes diamétricas e para o ajuste feito com todos os dados.

É importante observar que as estatísticas tradicionais, apresentadas na Tabela 2.3, não retratam o desempenho das funções de afilamento, considerando que são médias que não consideram a posição da estimativa ao longo dos fustes. Portanto, servem apenas como um indicativo da correlação existente entre as variáveis envolvidas nos modelos testados. Nesse contexto, todos os modelos apresentaram coeficientes de determinação (R^2) satisfatórios, sendo os valores mais baixos obtidos pelo modelo de Goulding e Murray (1976). Quanto ao erro padrão da estimativa (Syx%), os valores não ultrapassaram 8,85%, estando, na sua maioria, situados entre 3% e 7%. Os valores mais altos de Syx% foram observados nos ajustes do modelo de Kozak et al. (1969), estando entre 6,5% e 8,5%.

TABELA 2.3 Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos não-segmentados e respectivas medidas de precisão, para as oito classes diamétricas e para o conjunto total dos dados.

MODELO DO QUINTO GRAU - Modelo 1								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	R ²	Syx%
17,5cm	1,21133	-4,77338	23,00770	-53,26663	54,85541	-21,04009	0,9953	6,0803
22,5cm	1,18248	-4,25753	20,30347	-46,57934	47,31224	-17,96276	0,9966	5,1094
27,5cm	1,22205	-5,19014	25,40085	-57,10947	56,64449	-20,98704	0,9956	5,7510
32,5cm	1,18811	-4,30375	20,38717	-45,63349	44,64738	-16,29322	0,9966	4,9464
37,5cm	1,17885	-4,29564	20,04547	-43,92816	41,87355	-14,88609	0,9968	4,6619
42,5cm	1,14462	-3,73697	17,45561	-37,87629	35,11167	-12,10736	0,9967	4,7580
47,5cm	1,15302	-4,12619	19,08863	-40,50658	36,75295	-12,37027	0,9980	3,7282
52,5cm	1,15433	-3,98529	18,03352	-38,02445	34,00589	-11,19119	0,9982	3,5912
TOTAL	1,16118	-4,08534	18,93462	-41,06565	38,45649	-13,41035	0,9966	4,9325

MODELO DE POTÊNCIAS INTEIRAS E FRACIONÁRIAS – Modelo 2								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	R ²
17,5cm	1,33459	748,3056	-748,823	-0,30066	-0,27598	-0,23452		0,9829
Potência		0,00001	0,0001	1	3	10		6,0436
22,5cm	1,28123	0,16188	-0,81103	-0,61496				0,9871
Potência		0,00001	0,2	4				5,1916
27,5cm	1,34317	1031,017	-1031,64	-0,61118	-0,11271			0,9884
Potência		0,00001	0,0001	3	10			5,1663
32,5cm	1,26934	1,16649	6,77383	-2,10279	-6,79914	-0,30551		0,9883
Potência		0,00001	0,9	0,1	1	5		5,2247
37,5cm	1,28335	0,33697	2,74425	-1,37104	-2,59193	-0,57642	0,17677	0,9921
Potência		0,00001	0,8	0,2	1	5	10	4,3839
42,5cm	1,23019	17,66748	-18,1341	-0,84111	0,13999	-0,06244		0,9884
Potência		0,00001	0,004	3	20	95		5,1270
47,5cm	1,21617	134,119	-134,338	-0,32867	-1,55917	1,53847	-0,64989	0,9930
Potência		0,00001	0,0004	0,2	5	10	15	4,0956
52,5cm	1,21495	0,20294	-0,78977	-1,56782	1,60299	-0,66376		0,9942
Potência		0,00001	0,2	5	10	15		3,9368
TOTAL	1,26063	0,26445	-1,04086	0,66834	-1,02726	-0,12574		0,9863
Potência		0,00001	0,2	1	2	5		5,6609

MODELO DE KOZAK et al. (1969) - Modelo 3				
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS			
Diamétrica	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ²	Syx%
17,5cm	-1,791298	0,589985	0,9906	8,5474
22,5cm	-1,677828	0,505802	0,9931	7,2813
27,5cm	-1,758333	0,553188	0,9899	8,8561
32,5cm	-1,812333	0,617209	0,9930	7,2694
37,5cm	-1,848292	0,668905	0,9928	7,2814
42,5cm	-1,713569	0,566923	0,9931	7,0628
47,5cm	-1,785751	0,644796	0,9935	6,8000
52,5cm	-1,927429	0,770361	0,9941	6,5266
TOTAL	-1,808623	0,651520	0,9927	7,4030

Continua...

Continuação...

MODELO POLINOMIAL COMPATÍVEL COM MODELO VOLUMÉTRICO – Modelo 4A									
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							R ²	Syx%
Diamétrica	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8		
17,5cm	54,4494	-1312,13	5973,463	-7187,96	2472,236			0,9064	5,8400
Potência	28	33	35		37				
22,5cm	26,07885	-51,9447	25,91029					0,7884	6,5704
Potência	35	36	37						
27,5cm	-83,8265	525,8773	-717,104	275,0822				0,8856	7,0283
Potência	33	35	36	37					
32,5cm	2,606812	-2,45094	0,693346	-0,85055	0,850809			0,9150	4,4512
Potência	02	03	05	36	37				
37,5cm	3,91566	-5,05501	2,28663	-39,1088	394,1856	-594,786	239,6783	0,9471	3,8882
Potência	02	03	04	32	35	36	37		
42,5cm	4,65094	-6,07448	2,77967	-56,5435	547,7153	-815,662	324,4179	0,8304	5,0607
Potência	02	03	04	32	35	36	37		
47,5cm	4,401354	-5,14665	2,042907	-0,35525	0,372594			0,8486	5,0434
Potência	02	03	04	36	37				
52,5cm	3,77716	-3,86244	1,35513	0,03135				0,9164	4,4256
Potência	02	03	04	37					
TOTAL	3,81858	-4,90105	2,19546	-39,0608	389,4872	-585,549	235,0927	0,8716	5,4628
Potência	02	03	04	32	35	36	37		

MODELO POLINOMIAL COMPATÍVEL COM MODELO VOLUMÉTRICO, COM INCLUSÃO DE VARIÁVEIS - Modelo 4B									
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							R ²	Syx%
Diamétrica	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8		
17,5cm	-0,2029	3,8770	-7,825	4,5778	-55,061	797,467	-1270,88	0,9057	5,7094
Potência	02	03	04	05	31	35	36		
22,5cm	7,052	-16,971	18,259	-7,307	51,604	-100,82	49,360	0,7954	6,3545
Potência	02	03	04	05	35	36	37		
27,5cm	7,639	-17,733	18,582	-7,336	53,895	-105,41	51,666	0,8895	5,7070
Potência	02	03	04	05	35	36	37		
32,5cm	2,7176	-2,7291	0,2958	0,5800	-0,8401	0,8409		0,9150	4,4612
Potência	02	03	04	05	36	37			
47,5cm	2,6268	-0,6218	-2,8364	1,8915	-0,5439	0,55057		0,8492	4,8061
Potência	02	03	04	05	36	37			
52,5cm	1,3787	2,7779	-6,3330	3,1721	-0,5917	0,5934		0,8567	4,2418
Potência	02	03	04	05	36	37			

EQUAÇÃO DE VOLUME INDIVIDUAL PARA GOULDING E MURRAY (1976)				
Classe	PARÂMETROS E ESTATÍSTICAS ESTIMADOS			
Diamétrica	β_1	β_2	R ²	Syx%
17,5cm	0,000034951	0,001033	0,9941	7,996
22,5cm	0,000049335	-0,006067	0,9930	8,469
27,5cm	0,000071543	-0,025674	0,9948	7,272
32,5cm	0,000037185	0,000217	0,9906	9,761
37,5cm	0,000022664	0,019259	0,9958	6,505
42,5cm	0,000030231	0,013167	0,9959	6,492
47,5cm	0,000031119	0,011535	0,9965	5,986
52,5cm	0,000057244	-0,062014	0,9957	6,633
TOTAL	0,000035156	0,002512	0,9951	7,790

3.2 Acuracidade dos modelos não-segmentados na estimativa dos diâmetros

A Tabela 2.4 apresenta as estatísticas obtidas pelos cinco modelos para o ajuste total dos dados, desconsiderando as classes diamétricas, e as notas atribuídas a cada modelo, em cada posição considerada ao longo do fuste. As estatísticas calculadas para as demais classes diamétricas são apresentadas no Anexo A.

Observando a Tabela 2.4 e as tabelas do Anexo A, pode-se notar que os valores das estatísticas calculados para o ajuste que desconsiderou o controle das classes diamétricas foram quase sempre maiores que os valores obtidos para as mesmas estatísticas e posições relativas de medição observadas nas três classes diamétricas superiores (classes com diâmetro maior ou igual a 40cm). Em contrapartida, os valores das estatísticas calculadas para o ajuste geral foram normalmente inferiores àquelas calculadas para cada uma das cinco classes diamétricas inferiores. Esta observação, embora seja totalmente subjetiva, pode sugerir que um ajuste geral funcione bem para representar os perfis dos fustes das árvores das menores classes diamétricas, cujo DAP não ultrapasse 40 cm.

O Modelo 4 (Goulding e Murray, 1976), quando ajustado sem forçar a entrada de variáveis, falhou nas estimativas de diâmetros a partir de 90% da altura total para as classes diamétricas com valor central de 47,5 e 52,5, embora tenha sido o mais acurado para estimar os diâmetros em várias posições ao longo do fuste nestas duas classes. Para as duas classes diamétricas consideradas, a inclusão de 4 variáveis no modelo (expoentes 2, 3, 4 e 5) transformando o modelo num Polinômio do Quinto Grau modificado melhorou sensivelmente as estimativas, além de eliminar a deficiência do modelo na estimativa dos diâmetros na ponta das árvores.

Nas classes com valor central de 37,5, e 42,5, e para o ajuste total, a equação obtida pelo Modelo 4, pelo procedimento “stepwise” sem forçar a entrada de variáveis, propiciou estimativas acuradas dos diâmetros, juntamente com o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras (Modelo 2). No entanto, quando foi forçada a inclusão de variáveis no modelo, a estimativa dos diâmetros na ponta da árvore (a partir de 95% da altura total) não foi mais possível, pois resultou em uma indeterminação. Como dentre os expoentes cuja entrada estava sendo forçada (expoentes 2, 3, 4 e 5), os expoentes 2, 3 e 4 já eram significativos, apenas o expoente 5 teve de fato sua entrada forçada, sendo pois, o responsável pela indeterminação. Assim, ele foi removido da equação final. Em contrapartida, na classe com valor central 47,5, os expoentes 2, 3 e 4 também foram significativos pelo procedimento “stepwise” e, neste caso, foi possível incluir o expoente 5 no modelo. Ao contrário do que aconteceu nas classes de 37,5, 42,5 e para o ajuste total, a inclusão do expoente 5 contribuiu para melhorar a acuracidade da equação que estimou os diâmetros para qualquer altura da árvore.

A partir das estatísticas mostradas na Tabela 2.4 foi elaborado o ranking, onde o modelo que apresentava o menor valor no somatório das notas atribuídas, era considerado o mais acurado para estimar o diâmetro naquela posição do fuste. Exemplificando: o modelo polinomial compatível com o modelo volumétrico de Goulding e Murray (1976) sem inclusão de variáveis forçadas (Modelo 4A), dentre os quatro analisados para o ajuste total dos dados, apresentou para a altura relativa de medição de 0% a primeira colocação para a estatística RP, a primeira para a estatística DESV, a primeira para SSRR e a terceira para SD, e recebeu então a nota 6, conforme se observa na parte inferior da Tabela 2.4. A equação na segunda posição, com nota 10, foi a do Modelo 2. Em terceiro, ficou o Modelo 1, com nota 11; e em último lugar ficou o Modelo 3 (Kozak, Munro e Smith, 1969), com nota 12. Desta maneira, na altura relativa de

0%, o Modelo 4A foi o que apresentou estimativa mais acurada do diâmetro do fuste, quando o ajuste foi para todos os dados, desconsiderando as classes diamétricas. Já na altura relativa de 95%, o Modelo 4A ficou em terceiro lugar, com 12 pontos; o Modelo 1 ficou em segundo, com nota 8; o Modelo 2 ficou na primeira colocação, com 4 pontos; e em último lugar, ficou novamente o Modelo 3, com 16 pontos. Assim, nesta altura relativa (95% da altura total), a equação com código igual a 2, ou seja, o Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias (Hradetzky, 1976) foi a que apresentou estimativa mais acurada do diâmetro quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas. Dessa forma, foi possível determinar qual foi o modelo selecionado para estimar o diâmetro ao longo do fuste, em cada classe diamétrica e em cada posição relativa do fuste. Na Tabela 2.5 encontram-se os resultados do ranking e, conseqüentemente, do exemplo descrito, ou seja, os modelos mais acurados para estimar os diâmetros em cada uma das posições consideradas.

Observando a Tabela 2.5 em contraposição com a Tabela 2.4 e as Tabelas do Anexo A, fica clara a inferioridade dos Modelos 1 e 3 para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste e em todas as classes diamétricas, o que se deve à menor flexibilidade desses dois modelos em relação aos demais.

TABELA 2.5 Posição do fuste por classe diamétrica e para total de árvores, em que a i-ésima equação não segmentada ocupou o primeiro lugar no Ranking.

Altura (%)	CLASSES DIAMÉTRICAS								
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	TOT
0	4A	2	2	4B	4A	4A	2	2	4A
1	2	2	2	1	2	2	2	1	1 - 2
2	3	3	3	3	3 - 4A	3	2	3	2
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	2	2	2	2-4B	2	2	2	2	2
5	2	2	2	2	2	2	2 - 4A	4A	2
10	2	2	2	4A	2 - 4A	4A	1	4A	4A
15	2	2 - 4A	4B	2 - 4B	4A	4A	4A	4B	4A
25	4A	4B	4B	4B	4A	4A	4B	4A	4A
35	4A	4B	4A	2	4A	4A	4A	4A	4A
45	4A - 4B	4B	4B	4B	4A	4A	4B	4B	4A
55	2 - 4A	4B	4B	2 - 4B	2 - 4A	4A	4B	4A	4A
65	4A	4B	4A	4B	4A	4A	4B	4A	4A
75	4A	2 - 4B	4B	4B	4A	4A	4B	4B	4A
85	4B	3 - 4B	4B	2 - 4B	4A	4A	4A	2	1 - 4A
95	1	1	2	4B	2	2	2	4B	2

1 – Polinômio do Quinto Grau

2 – Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras

3 – Polinômio do Segundo Grau

4A – Polinômio compatível com modelo volumétrico

4B – Polinômio compatível com modelo volumétrico, com variáveis forçadas

O Modelo 2 se destacou, principalmente, na estimativa dos diâmetros da porção inferior das árvores (aproximadamente 10% da altura total). Este é um indicativo de que as potências com grandeza de dezena estão modelando bem a base da árvore, concordando com Hradetzky (1976). Uma exceção ocorreu na classe diamétrica de 32,5cm. Uma outra observação, é que o Modelo 4 se destaca sempre na estimativa dos diâmetros a partir de 10% da altura, seja com ou sem inclusão de variáveis forçadas no modelo. Considerando que as árvores mais altas utilizadas neste estudo têm cerca de 30 metros de altura, o citado modelo apresenta estimativas menos acuradas do diâmetro apenas para a primeira tora, quando comparado às estimativas propiciadas pelas equações de

Potências Fracionárias e Inteiras.

A Figura 2.1 mostra os perfis reais e estimados pelos quatro modelos testados, já que a quinta opção é quando se força a entrada de variáveis no modelo de Goulding e Murray, o que não foi possível para o conjunto total dos dados. Para o ajuste geral, desconsiderando o controle das classes diamétricas, o Modelo 2 e o Modelo 4 foram os mais acurados para estimar os diâmetros. Embora na Tabela 2.5 o Modelo 2 tenha ocupado a primeira posição até 10% da altura, pode-se observar na Figura 2.1 que, ao longo do restante do fuste, as estimativas obtidas sugerem uma ínfima superestimativa dos diâmetros. Já o Modelo 4 apresenta uma ínfima superestimativa dos diâmetros de 0% a 2% e de 4% a 25% da altura. O Modelo 1 mostrou uma certa acuracidade na estimativa dos diâmetros apenas na porção da árvore entre 55 e 85% da altura total, apresentando uma ligeira superestimativa dos diâmetros a partir deste ponto, e acentuadas tendenciosidades à superestimativa nas porções entre 1 e 5%; e entre 25 e 55% da altura total; e à subestimativa na base da árvore (até 1% da altura) e na seção de 10% a 25%. Finalmente, o Modelo 3 (Kozak, Munro e Smith, 1969) não estimou com acuracidade o perfil do fuste em nenhuma porção da árvore, subestimando os diâmetros na base (até 3% da altura total) e no meio da árvore (entre 35 e 75%), e superestimando os diâmetros nas demais porções do tronco, o que descredencia o seu uso.

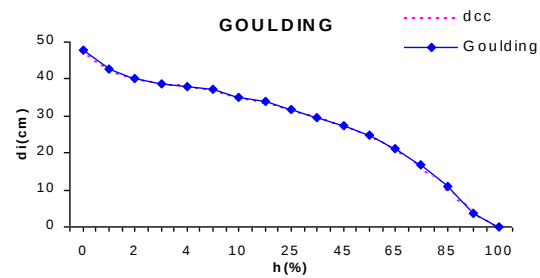
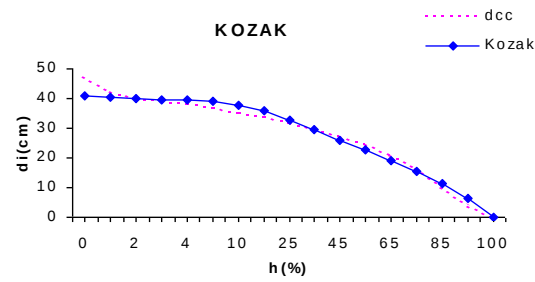
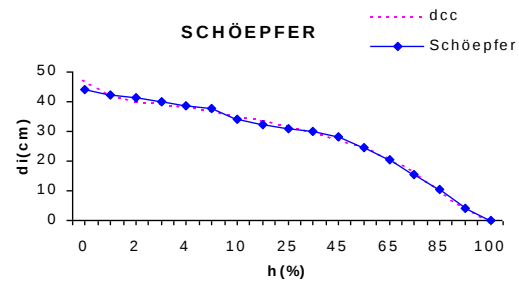
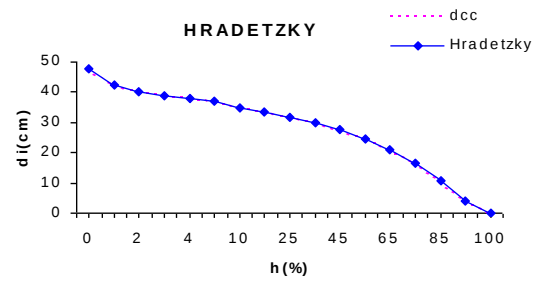


FIGURA 2.1 Perfis médios para o ajuste desconsiderando as classes diamétricas

Quando avaliadas as tendências das equações obtidas para cada uma das classes diamétricas, pode-se observar que, para todas elas, o Modelo 3 apresentou as mesmas tendências observadas para o ajuste geral (Anexo B).

No Anexo B, pode-se observar que até a posição de 1% da altura total, o Modelo 1 (Polinômio do Quinto Grau – Schöepfer, 1966) subestima, acentuadamente, os diâmetros, passando em seguida a superestimá-los até a posição relativa de 5%. De 10 a 25% da altura, ocorre uma ligeira subestimativa, comportamento que se repete em todas as classes diamétricas. A partir de 25% da altura total, o Modelo 1 assume um comportamento diferenciado em função das dimensões das árvores. Nas classes com diâmetro inferior a 25cm, o Modelo 1 estima bem os diâmetros a partir da posição relativa de 25%, embora com acuracidade inferior ao Modelo 2 (Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras) e tendendo a superestimar os diâmetros na ponta da árvore. Nas classes com diâmetro entre 25cm e 44,9cm, a acuracidade do Modelo 1 diminui ainda mais, ocorrendo ainda uma superestimativa dos diâmetros na porção superior a 85% da altura total. Para as árvores de maiores dimensões (diâmetro acima de 50cm), o Polinômio do Quinto Grau volta a fornecer boas estimativas diamétricas acima de 25% da altura total, porém com qualidade inferior à das estimativas propiciadas pelo Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias (Modelo 2) em virtude de ligeiras tendenciosidades à super e subestimativa ao longo do fuste.

Para a classe de valor central 17,5cm, o Modelo 2 adere quase perfeitamente ao perfil de todo o fuste, apresentando apenas uma ínfima superestimativa dos diâmetros entre 25% e 65% da altura total, onde o modelo que aparece em primeiro lugar no ranking é o de Modelo 4 (Goulding e Murray, 1976). Nas demais classes, o comportamento do Modelo 2 também é bastante satisfatório, salvo essa tendência à superestimativa dos diâmetros, quase imperceptível, que aparece na porção média das árvores. Assim, considerando os

perfis mostrados nas figuras do Anexo B, o Modelo 2 pode ser utilizado com segurança para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste, mesmo nas classes diamétricas e posições relativas em que este modelo não aparece em primeiro lugar no ranking.

Quanto ao Modelo 4, proposto por Goulding e Murray (1976), de um modo geral propiciou estimativas acuradas do diâmetro ao longo do fuste (Figura 2.2), apesar de apresentar algumas deficiências na estimativa dos diâmetros na ponta da árvore, como aconteceu nas classes com DAP maior ou igual a 45cm, onde os diâmetros estimados a partir de 95% da altura total foram indeterminados. Para as classes com diâmetro inferior a 30cm, o modelo apresentou uma leve superestimativa dos diâmetros na base da árvore (até 20% da altura total), e uma superestimativa mais acentuada na ponta (acima de 80% da altura total). Nas classes com diâmetro inferior a 25cm, a inclusão de variáveis forçadas no modelo melhorou, sensivelmente, a sua acuracidade na parte superior dos fustes, conforme evidencia claramente a Figura 1A do Anexo B. Já na classe de 27,5cm, a entrada de variáveis forçadas aparentemente não afetou a acuracidade das estimativas, embora o modelo tenha se destacado no ranking.

Na classe de 32,5cm, o Modelo 2 e o Modelo 4 apresentaram comportamentos muito semelhantes ao longo de todo o perfil, sendo que a entrada de variáveis forçadas tornou o Modelo 4 ainda mais acurado, eliminando uma pequena tendenciosidade à superestimativa existente entre 75 e 85% da altura total. Assim, as primeiras posições no ranking ficaram divididas entre estes dois modelos, estando ambos aptos para fornecer estimativas confiáveis dos diâmetros ao longo do fuste (Tabela 2.5). Este comportamento se repete na classe com valor central de 37,5cm, sendo que, neste caso, não houve ajuste do Modelo 4 com entrada de variáveis forçadas, uma vez que este procedimento gerou estimativas de diâmetros indeterminados a partir de 85% da altura total, o

que também aconteceu na classe de 42,5cm.

Nas duas últimas classes diamétricas, o Modelo 4 só pôde ser analisado com a entrada de variáveis forçadas no modelo, devido à indeterminação dos diâmetros gerada pelo ajuste normal. Entretanto, a entrada de variáveis forçadas promoveu um excelente ajuste na classe de 47,5cm, mas provocou uma subestimativa bastante acentuada na base do perfil da classe de 52,5cm.

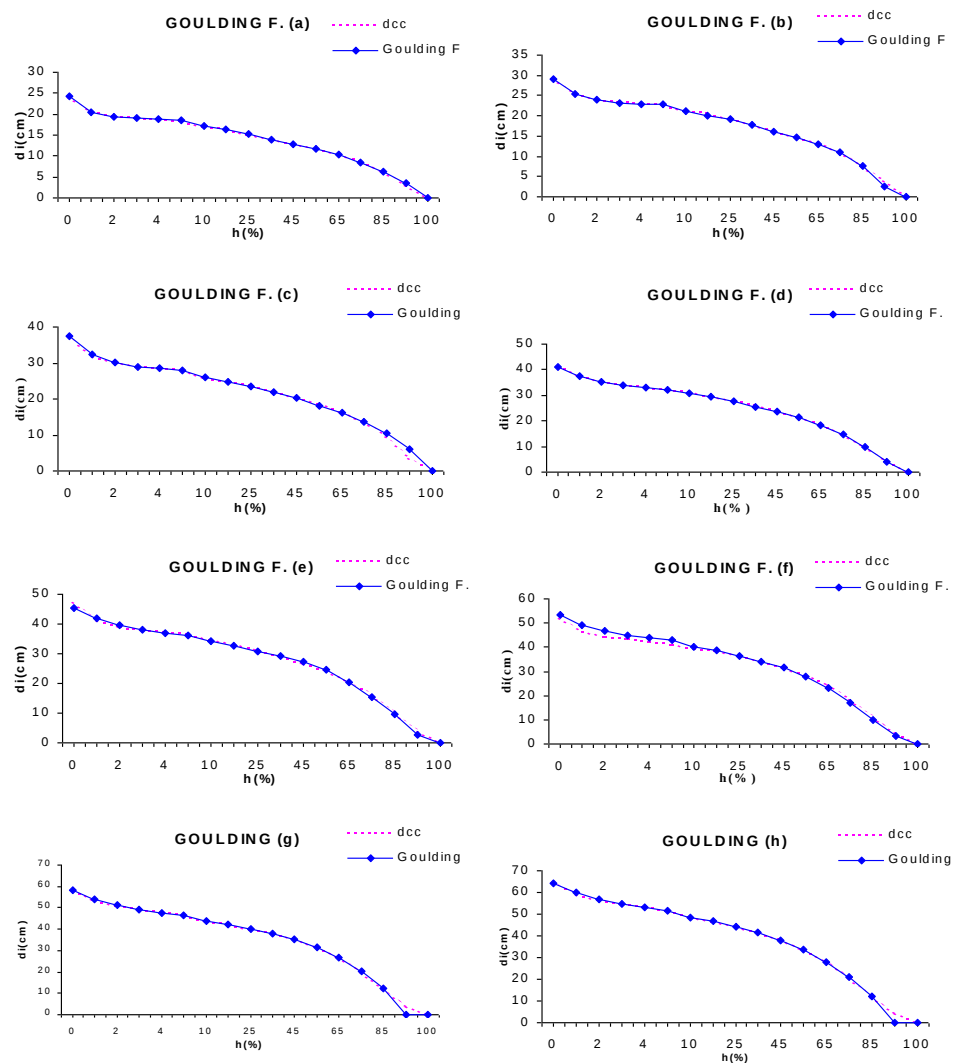


FIGURA 2.2 Perfis médios para os ajustes por classe diamétrica do Modelo 4 (Goulding e Murray, 1976), para as classes diamétricas com valor central de 17,5cm (a); 22,5cm (b); 27,5cm (c); 32,5cm (d); 37,5cm (e); 42,5cm (f); 47,5cm (g) e 52,5cm (h).

3.3 Eficiência dos modelos não-segmentados na estimativa dos volumes

A Tabela 2.6 mostra as estatísticas obtidas pelos modelos não-segmentados para o ajuste total dos dados, desconsiderando as classes diamétricas, bem como as notas atribuídas a cada modelo, em cada posição de medição considerada. As estatísticas calculadas para as demais classes diamétricas são apresentadas no Anexo C.

Os valores das estatísticas Resíduo Percentual (RP), Soma de Quadrados do Resíduo Relativo (SSRR) e Desvio Padrão das Diferenças (SD), calculados para as estimativa dos volumes ficaram muito próximos de zero, quando o ajuste foi por classe diamétrica. Já o desvio (DESV) foi pequeno para o Modelo 4 e alto para as demais equações, principalmente para os polinômios do Segundo e do Quinto Grau (Modelos 3 e 1 respectivamente).

Essas mesmas tendências foram detectadas quando as equações foram construídas ou ajustadas para o conjunto de dados, sem considerar as classes diamétricas.

Esses comportamentos permitem inferir que, aparentemente, os ajustes por classe diamétrica e o ajuste para todo o conjunto de dados propiciam as mesmas estimativas acuradas dos volumes parciais e totais. Propiciam ainda a constatação de que o Modelo 4 apresenta as estimativas mais acuradas dos volumes totais e parciais, seguido do Modelo 2 (Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras). Os demais polinômios não propiciaram estimativas seguras destes volumes.

A partir das estatísticas foi feito o ranking, onde o modelo que apresentou o menor valor no somatório das notas atribuídas foi considerado o mais acurado para estimar o volume naquela posição do fuste. Dessa forma, foi possível determinar qual foi o modelo selecionado para estimar os volumes parciais em cada classe diamétrica e para todo o conjunto de dados, em cada

posição relativa do fuste (Tabela 2.7).

Pode-se observar na Tabela 2.7, que o Modelo 1 (Schöepfer et al., 1966) e o Modelo 3 aparecem como mais acurados para estimar os volumes em algumas posições isoladas, e para estimar os volumes totais das árvores com diâmetro entre 20 e 30cm (Modelo 1) e do ajuste geral (Modelo 3). Entretanto, tais modelos não apresentam nenhuma estabilidade na qualidade das estimativas ao longo de todo o fuste, em nenhuma classe diamétrica, o que os torna inflexíveis e limita o leque de informações confiáveis a serem obtidas. Além disso, quando se trata de estimativa volumétrica, é mais interessante utilizar um modelo que represente bem a base das árvores, tendo em vista que aí se concentra a maior proporção do volume.

Ainda na Tabela 2.7, nota-se que os Modelos 2 e 4, sendo este último com ou sem a inclusão de variáveis forçadas, se alternam como primeira alternativa para estimar os volumes parciais nas diferentes classes diamétricas. Uma exceção ocorre na classe diamétrica de 40 a 44,9cm, onde o Modelo 4A se destaca ao longo de todo o fuste.

TABELA 2.7 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes totais e comerciais em cada posição do fuste e em cada classe diamétrica e também para o ajuste desconsiderando o controle das classes diamétricas.

Altura (%)	VALOR CENTRAL DA CLASSE DIAMÉTRICA								
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	TOT
1	4A	4A	2-4A	4B	4A	4A	4B	2- 4A-4B	4A
2	1	1	1-4A	4B	4A	4A	4B	4B	4A
3	2-4A	1	4 ^A	1	2	4A	1-4B	1	4A
4	2-4A	2	2	4B	2	4A	2	2	1
5	2	2	2	4B	2	2	4B	2	2-4A
10	2	4B	2	2	2	4A	4A	2	4A
15	2	4A-4B	2	2	2	4A	1	4A	4A
25	2	4B	2	4B	2	4A	4B	4B	4A
35	2	4B	4A	2-4B	2	4A	4B	4B	4A
45	2	4A	4A	1	2	4A	2-4B	4B	1
55	2	4A	4B	1	4A	4A	1-4B	4A	1
65	4A	4A	4B	1	4A	4A	2	4A	3
75	4A	4A	4B	1-4B	4A	4A	3	4B	3
85	4A	4A	4B	1	4A	4A	2	4B	3-4A
95	4A	1	4A	1	4A	4A	4B	4B	3
100	4A	1	4A-4B	1	4A	4A	2-4A-4B	4A-4B	3-4A

Modelos: 1 - Polinômio do Quinto Grau (Schöepfer, 1966)

2 - Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias (Hradetzky, 1976)

3 – Kozak, Munro e Smith (1969)

4A - Goulding e Murray (1976)

4B - Goulding e Murray com variáveis forçadas

A Figura 2.3 mostra as tendências das estimativas volumétricas para o conjunto total dos dados, evidenciando a superioridade dos Modelos 2 e 4, em relação aos demais. O Modelo 3 superestima fortemente os volumes na porção entre 10 e 55% da altura total, enquanto que o Modelo 1 tende a subestimar os volumes a partir de 85% da altura total.

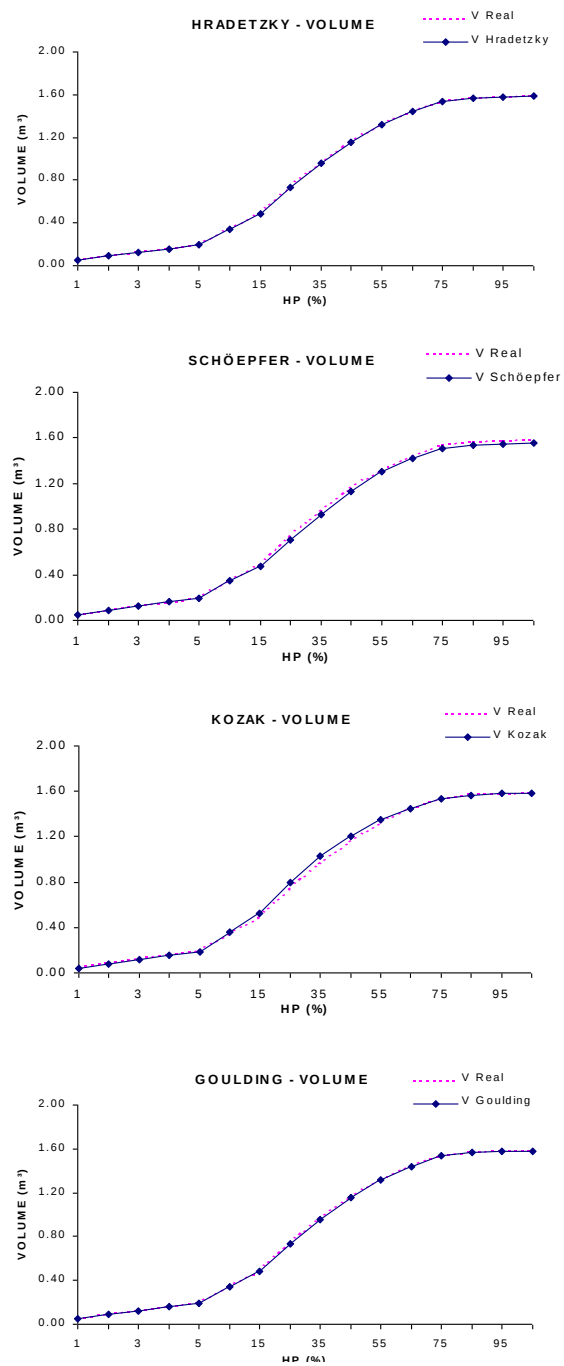


FIGURA 2.3 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados com ajuste para o conjunto total de dados.

Analisando as tendências das estimativas por classe diamétrica do Anexo D, pode-se constatar que o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras se mostrou bastante eficiente para estimar os volumes parciais, mesmo nas classes e posições relativas em que não ocupou o primeiro lugar no ranking. Os desvios observados foram muito pequenos, cabendo observar apenas uma leve tendência a subestimar os volumes entre 15 e 55% da altura nas classes de 22,5cm e de 52,5cm, e uma leve superestimativa a partir de 35% da altura na classe de 32,5cm. Também no Anexo D, pode-se observar que o Polinômio do Quinto Grau (Schöepfer, 1966) só apresentou uma certa acuracidade para estimar os volumes parciais a partir de 55% da altura total e para as árvores com diâmetro superior a 20cm. Nas árvores menores, a citada equação subestima sistematicamente os volumes a partir de 5% da altura.

O Polinômio do Segundo Grau superestimou sistematicamente os volumes de todas as classes diamétricas a partir de 5% da altura total, não devendo portanto ser utilizado para este fim (Anexo D).

Quanto ao Polinômio de Goulding e Murray (1976), a entrada de variáveis forçadas no modelo promove um excelente desempenho das estimativas volumétricas propiciadas ao longo de todo o fuste (Figura 2.4), credenciando-o para ser utilizado nas estimativas dos volumes totais e parciais de todas as classes diamétricas. Deve-se, no entanto, atentar para o fato de que na classe de 32,5cm, as estimativas são ligeiramente menos acuradas que as do Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras e as do mesmo modelo sem a inclusão de variáveis forçadas na porção média dos fustes (entre 25 e 55% da altura total).

De um modo geral, a inclusão de variáveis forçadas melhora as estimativas volumétricas do modelo de Goulding e Murray, ocorrendo apenas uma exceção na classe de 32,5cm, onde o ajuste com inclusão de variáveis leva a uma subestimativa dos volumes a partir de 15% da altura total.

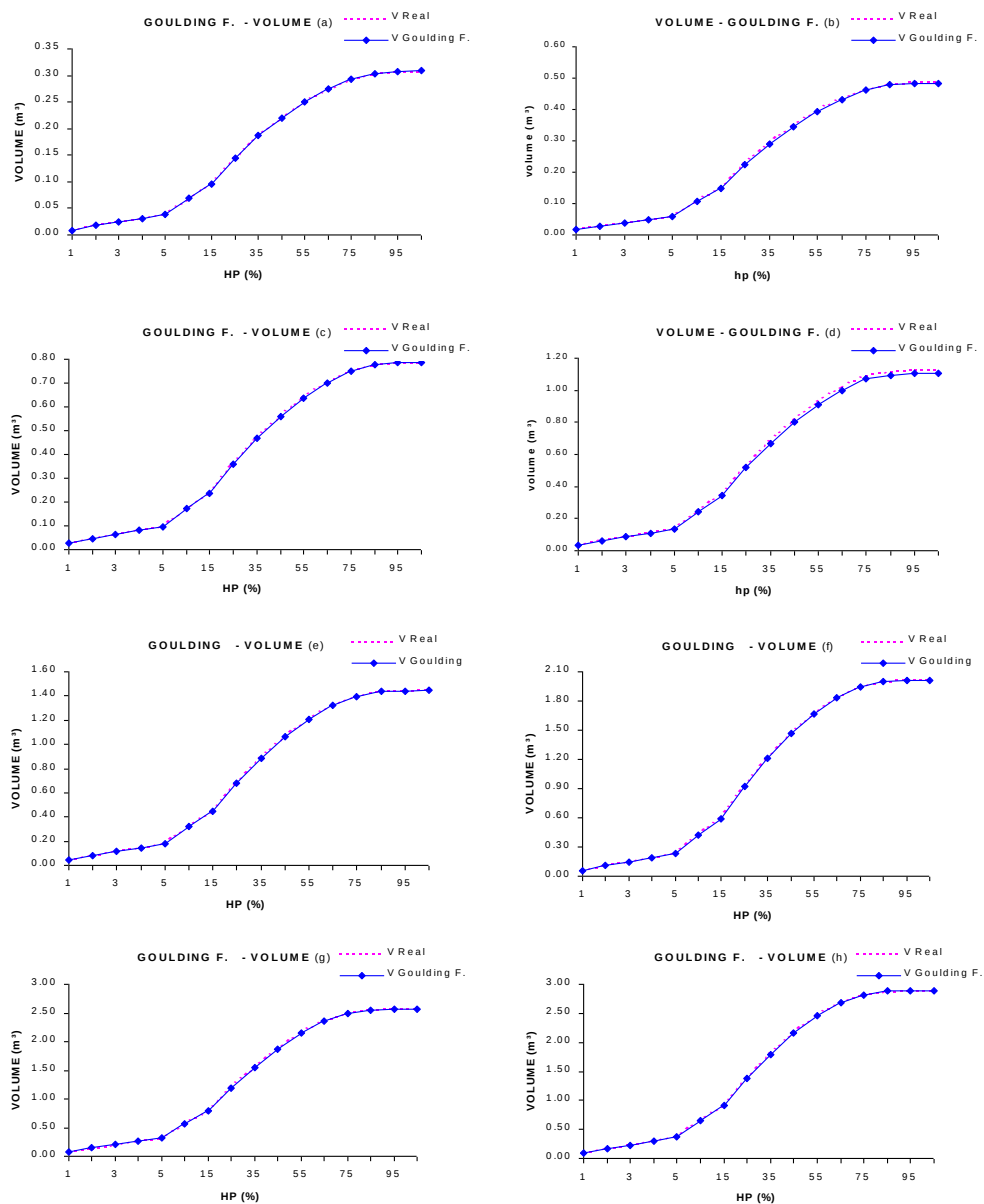


FIGURA 2.4 Volumes médios reais e estimados para os ajustes por classe diamétrica do Modelo 4 (Goulding e Murray, 1976), para as classes diamétricas com valor central de 17,5cm (a); 22,5cm (b); 27,5cm (c); 32,5cm (d); 37,5cm (e); 42,5cm (f); 47,5cm (g) e 52,5cm (h).

4 CONCLUSÕES

- A equação de Potências Fracionárias e Inteiras é a mais estável para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste, enquanto o Polinômio Compatível com o Modelo Volumétrico é o que apresenta estimativas mais acuradas, à exceção da ponta das árvores e em algumas situações da base, em até 2% da altura total.
- Para estimativa dos volumes totais e parciais por classe diamétrica, o Polinômio Compatível com o Modelo Volumétrico é o que apresenta estimativas mais acuradas, à exceção de alguns casos na ponta das árvores (altura relativa superior a 85% da altura total). Já o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras apresenta também estimativas acuradas destes volumes, embora com uma quase imperceptível tendência de subestimá-los.
- A equação do Segundo Grau (Kozak, Munro e Smith, 1969) é tendenciosa ao longo de todo o fuste na estimativa dos diâmetros, o que leva a uma superestimativa sistemática dos volumes a partir de 5% da altura total e impede o uso da referida função para a espécie e região em estudo, para todas as classes diamétricas e também para o conjunto total dos dados.
- O Polinômio do Quinto Grau apresentou baixa acuracidade nas estimativas dos diâmetros ao longo do fuste e dos volumes parciais e totais de *Pinus taeda* na região de estudo, quando comparado com os modelos de Goulding e Murray (1976) e Hradetzky (1976). Não deve, portanto, ser utilizado para nenhuma classe diamétrica nem para o conjunto total dos dados.
- Quando o ajuste foi para o total dos dados, sem considerar as classes diamétricas, o Modelo Polinomial Compatível com o Modelo Volumétrico (Goulding e Murray, 1976) e o Modelo de Potências Fracionárias e Inteiras (Hradetzky, 1976), apresentaram estimativas muito acuradas, seja dos diâmetros ao longo do fuste, seja dos volumes totais ou parciais.

ANEXOS

ANEXO A

TABELA 1A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	109
TABELA 2A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	110
TABELA 3A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	111
TABELA 4A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	112
TABELA 5A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	113
TABELA 6A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	114
TABELA 7A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	115
TABELA 8A	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	116

Anexos (...Continua...)

ANEXO B

FIGURA 1B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 15 a 19,9cm; e de 20 a 24,9cm.....	118
FIGURA 2B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 25 a 29,9cm; e de 30 a 34,9cm.	119
FIGURA 3B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 35 a 39,9cm; e de 40 a 44,9cm.....	120
FIGURA 4B	Perfis médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 45 a 49,9cm; e de 50 a 54,9cm.....	121

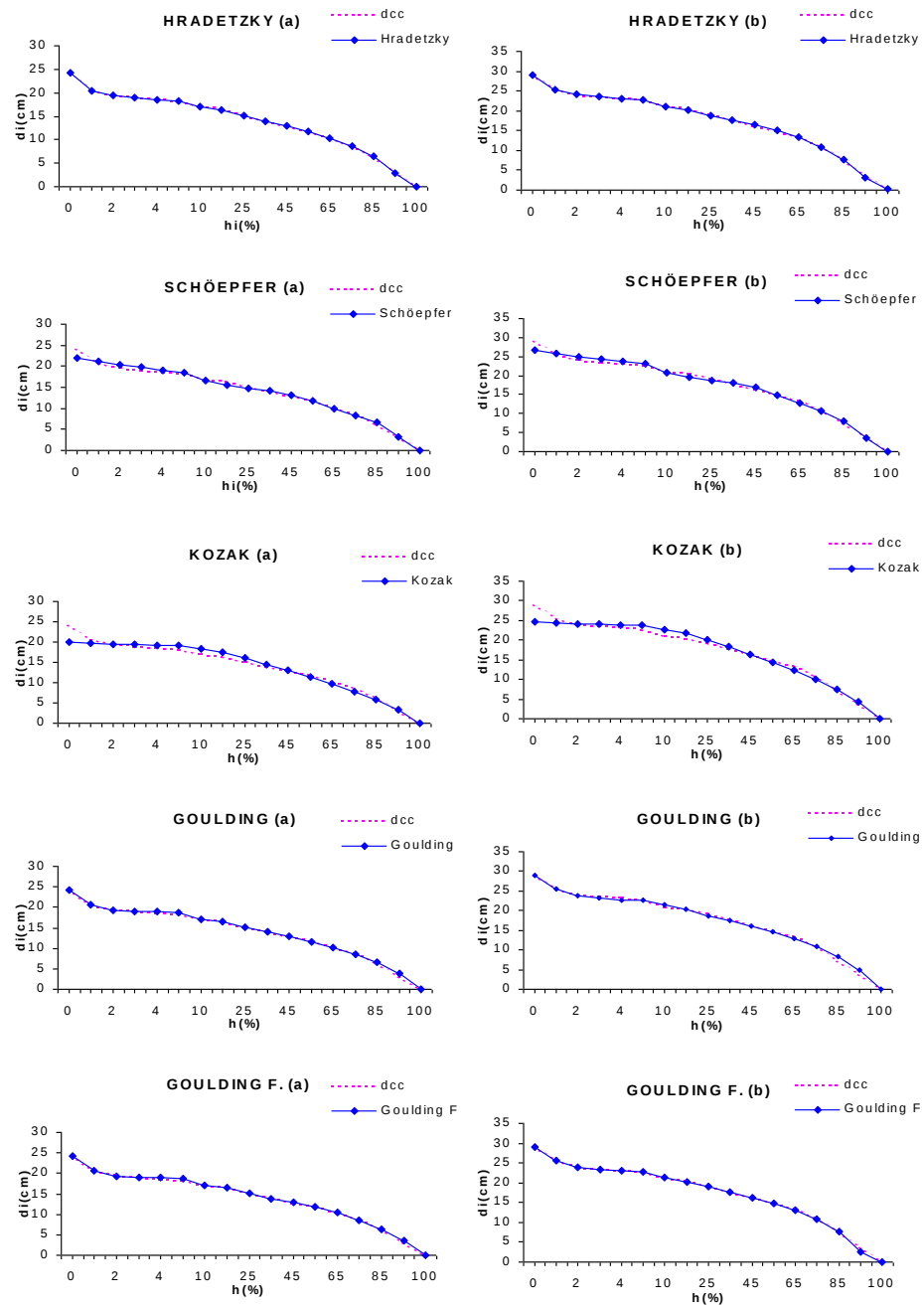


FIGURA 1B Perfis médios para as classes diamétricas de 15 a 19,9cm (a) e de 20 a 24,9cm (b).

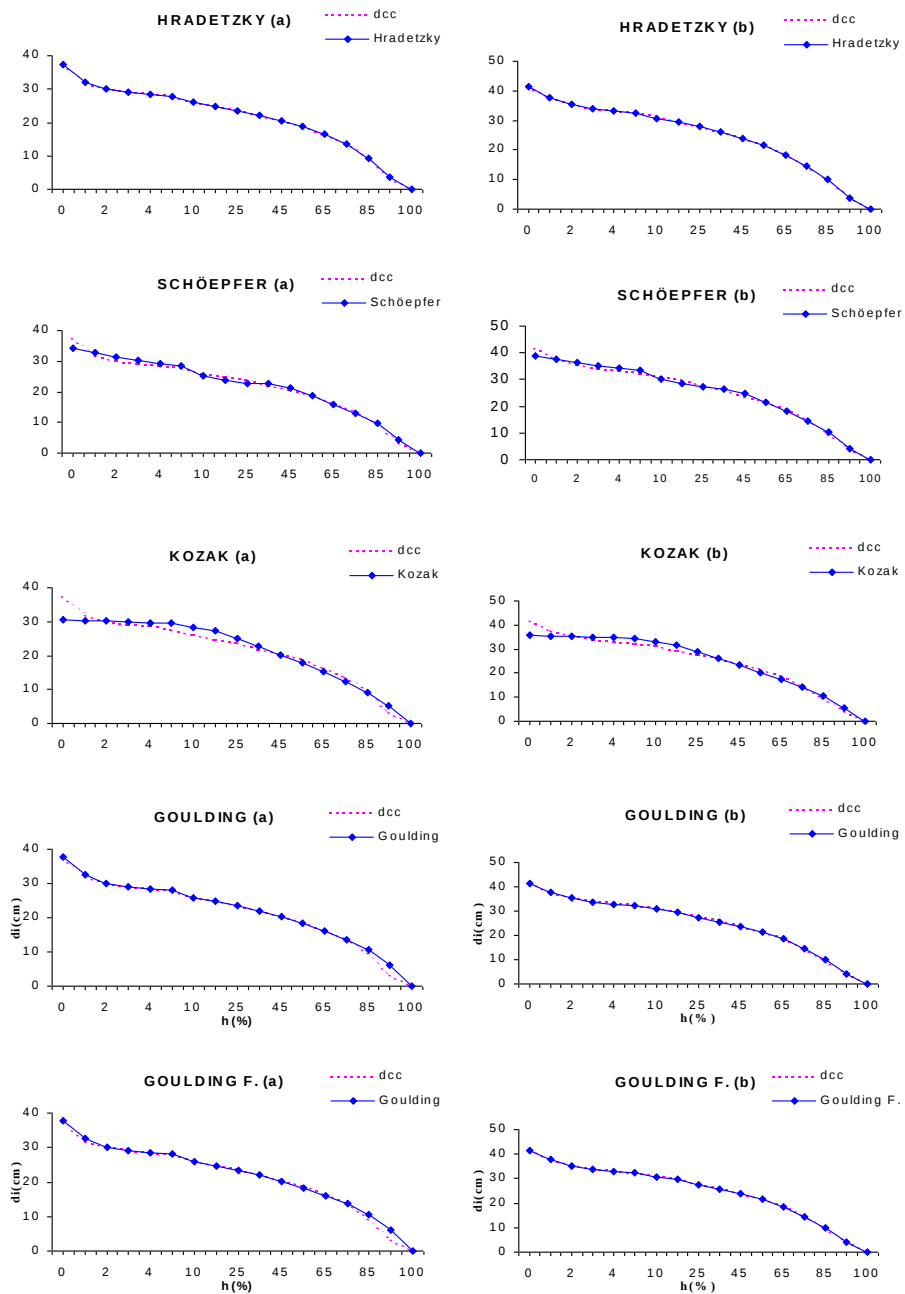


FIGURA 2B Perfis médios para as classes diamétricas de 25 a 29,9cm (a) e de 30 a 34,9cm (b).

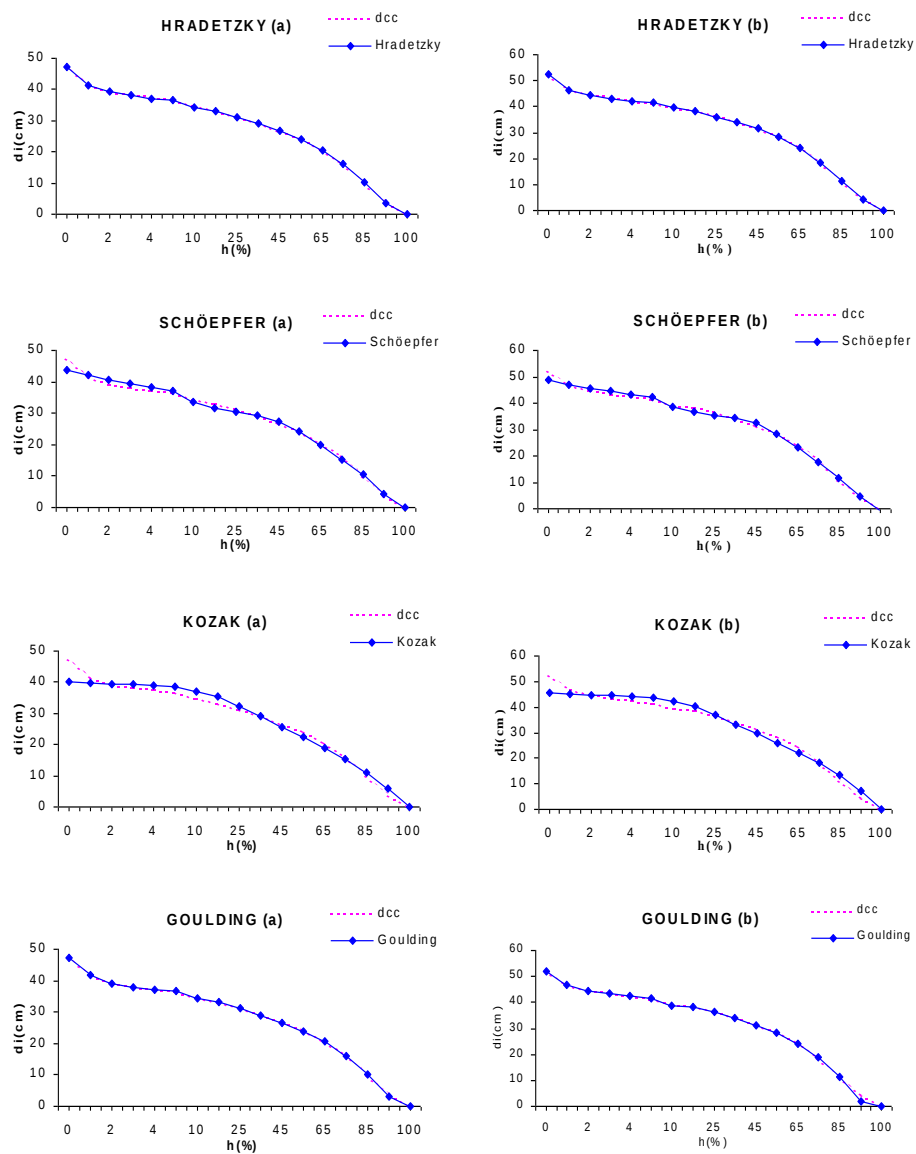


FIGURA 3B Perfis médios para as classes diamétricas de 35 a 39,9cm (a) e de 40 a 44,9cm (b).

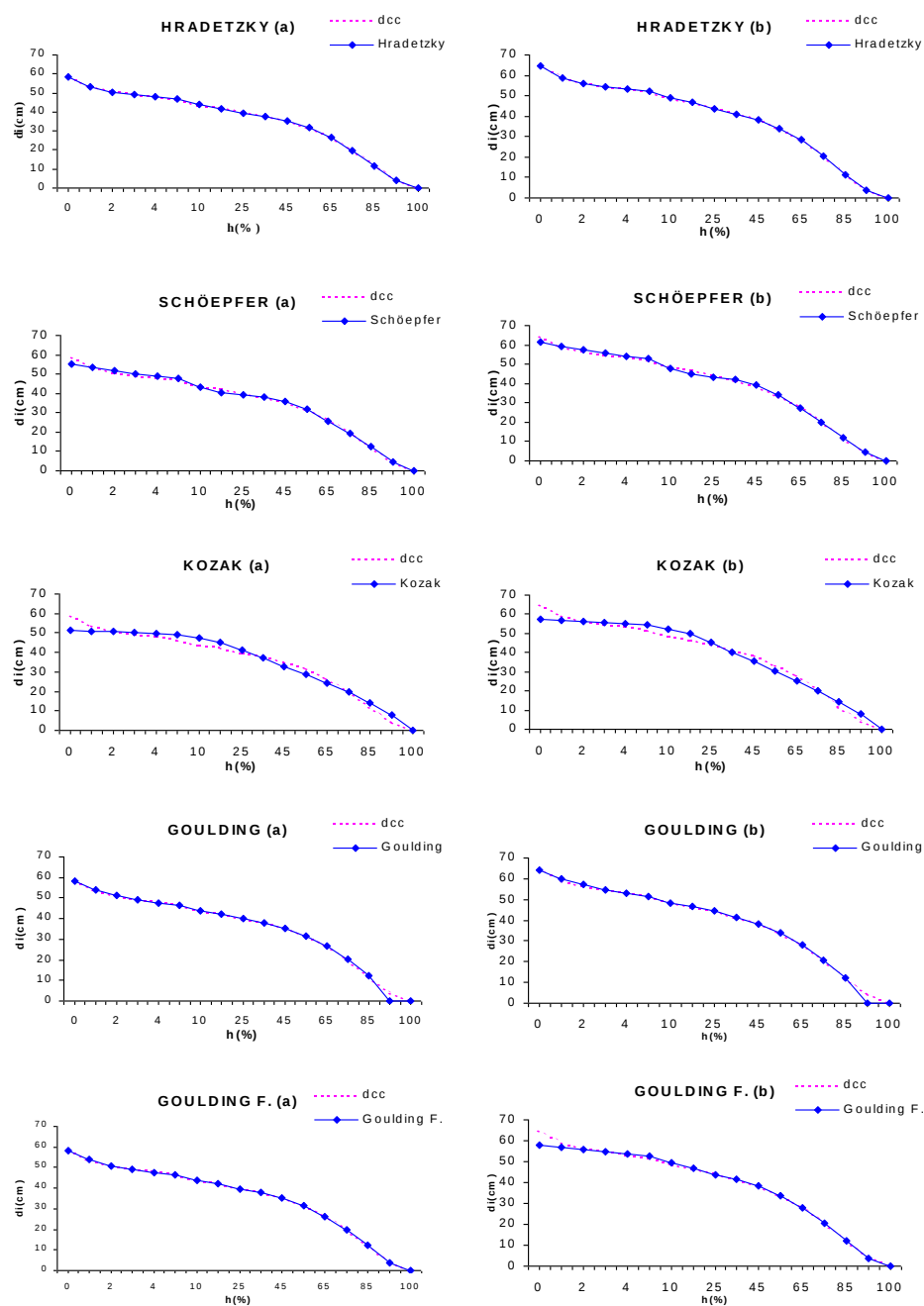


FIGURA 4B Perfis médios para as classes diamétricas de 45 a 49,9cm (a) e de 50 a 54,9cm (b).

ANEXO C

TABELA 1C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	123
TABELA 2C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	124
TABELA 3C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	125
TABELA 4C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	126
TABELA 5C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	127
TABELA 6C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	128
TABELA 7C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	129
TABELA 8C	Estatísticas dos modelos polinomiais não-segmentados para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	130

Anexos (...Continua...)

ANEXO D

FIGURA 1D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 15 a 19,9cm; e de 20 a 24,9cm.....	132
FIGURA 2D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 25 a 29,9cm; e de 30 a 34,9cm.	133
FIGURA 3D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 35 a 39,9cm; e de 40 a 44,9cm.....	134
FIGURA 4D	Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais não-segmentados para as classes de diâmetro de 45 a 49,9cm; e de 50 a 54,9cm.....	135

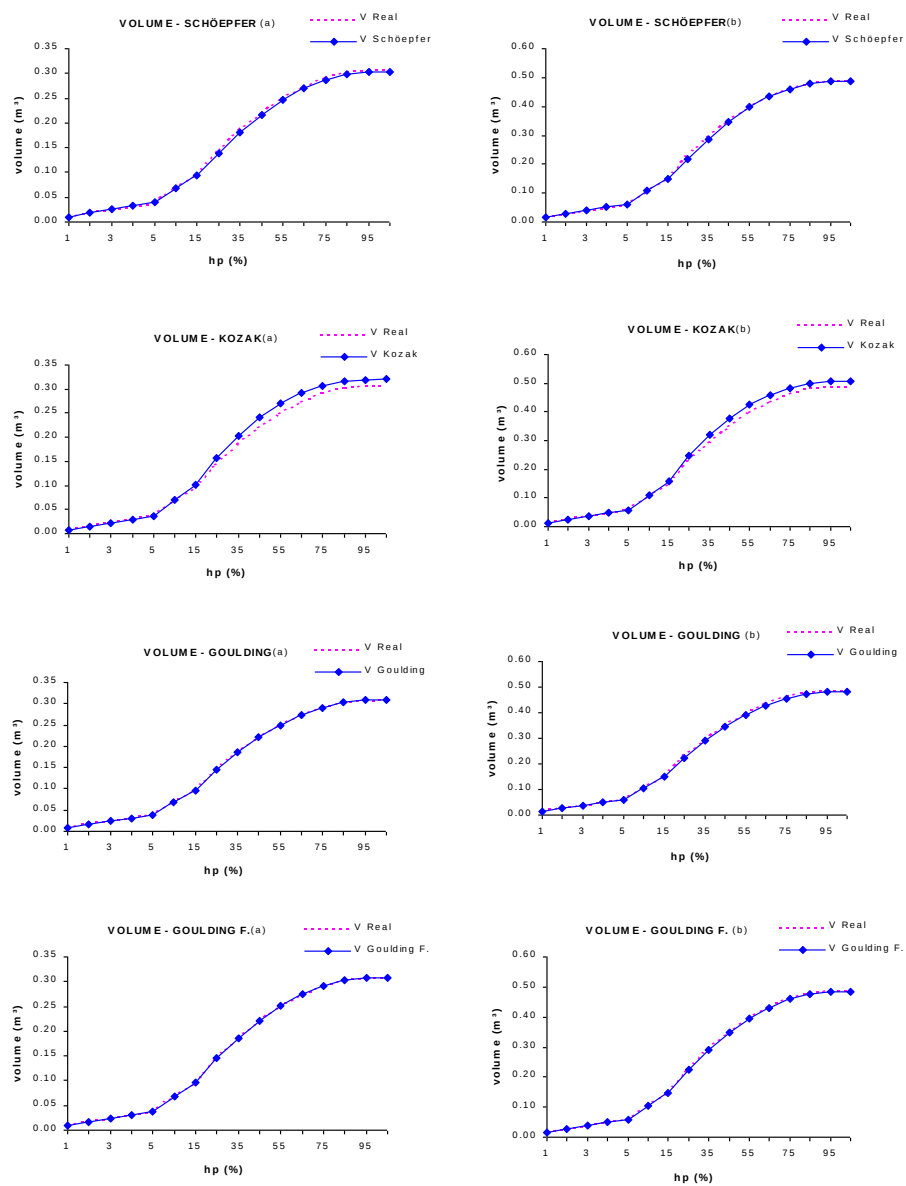


FIGURA 1D Volumes reais e estimados para a classe de 15 a 19,9 cm de diâmetro (a) e para a classe 20 a 24,9 cm de diâmetro (b).

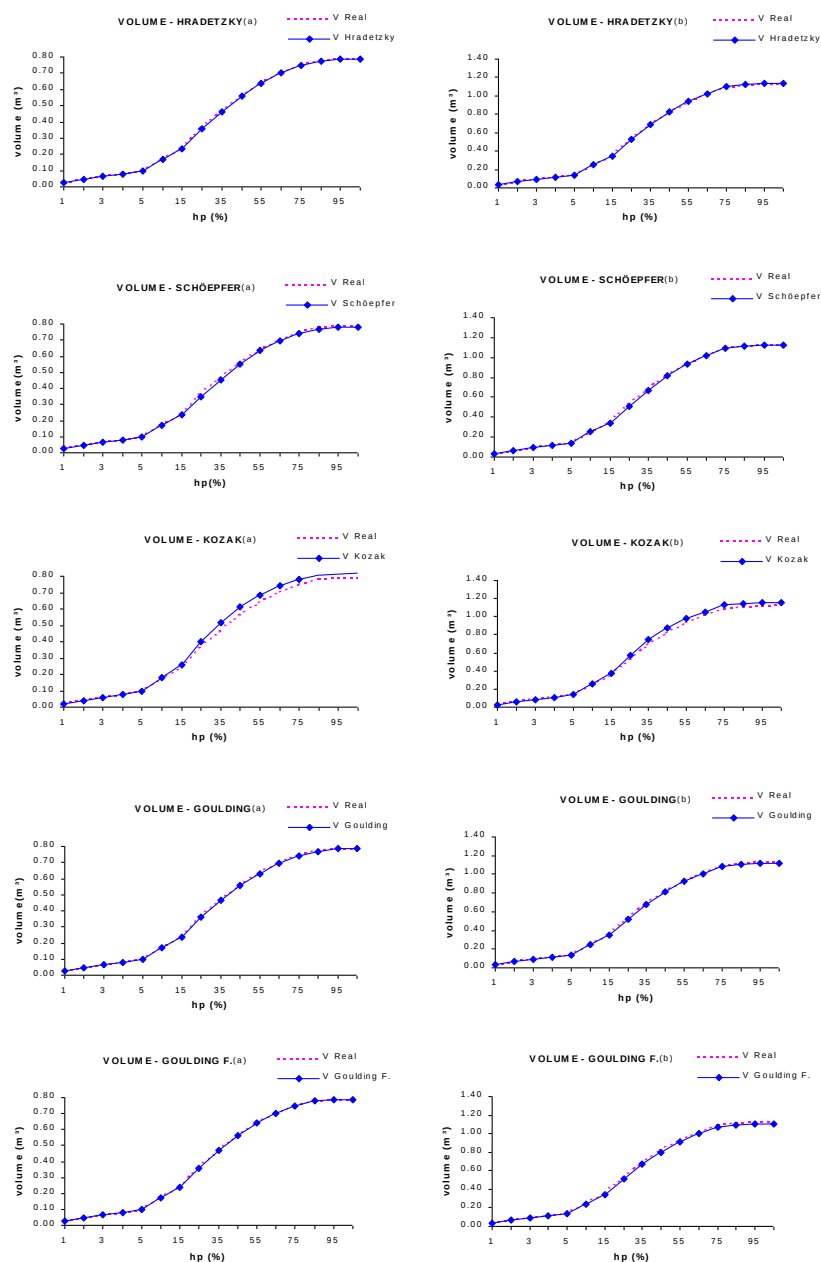


FIGURA 2D Volumes reais e estimados para a classe de 25 a 29,9 cm de diâmetro (a) e para a classe 30 a 34,9 cm de diâmetro (b).

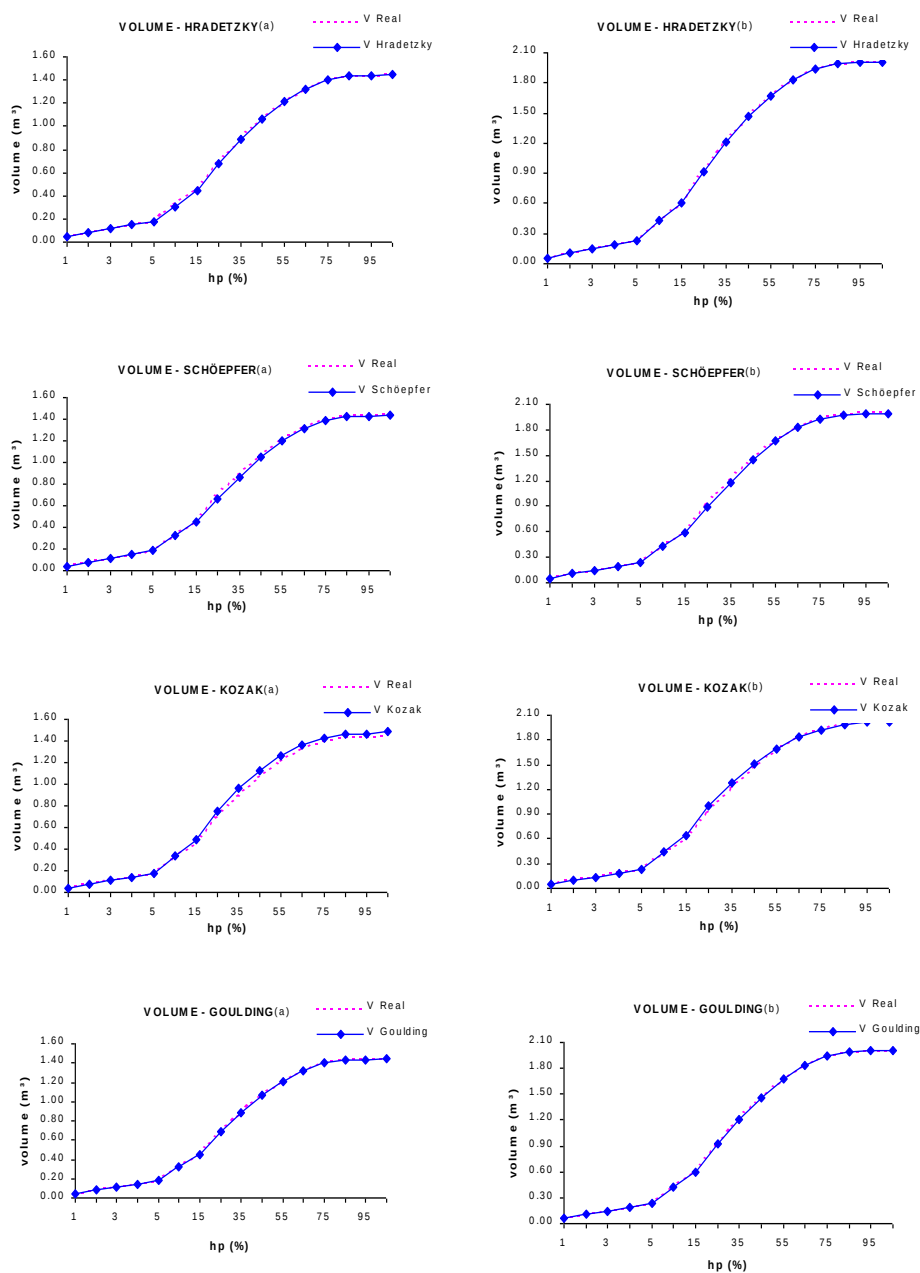


FIGURA 3D Volumes reais e estimados para a classe de 35 a 39,9 cm de diâmetro (a) e para a classe 40 a 44,9 cm de diâmetro (b).

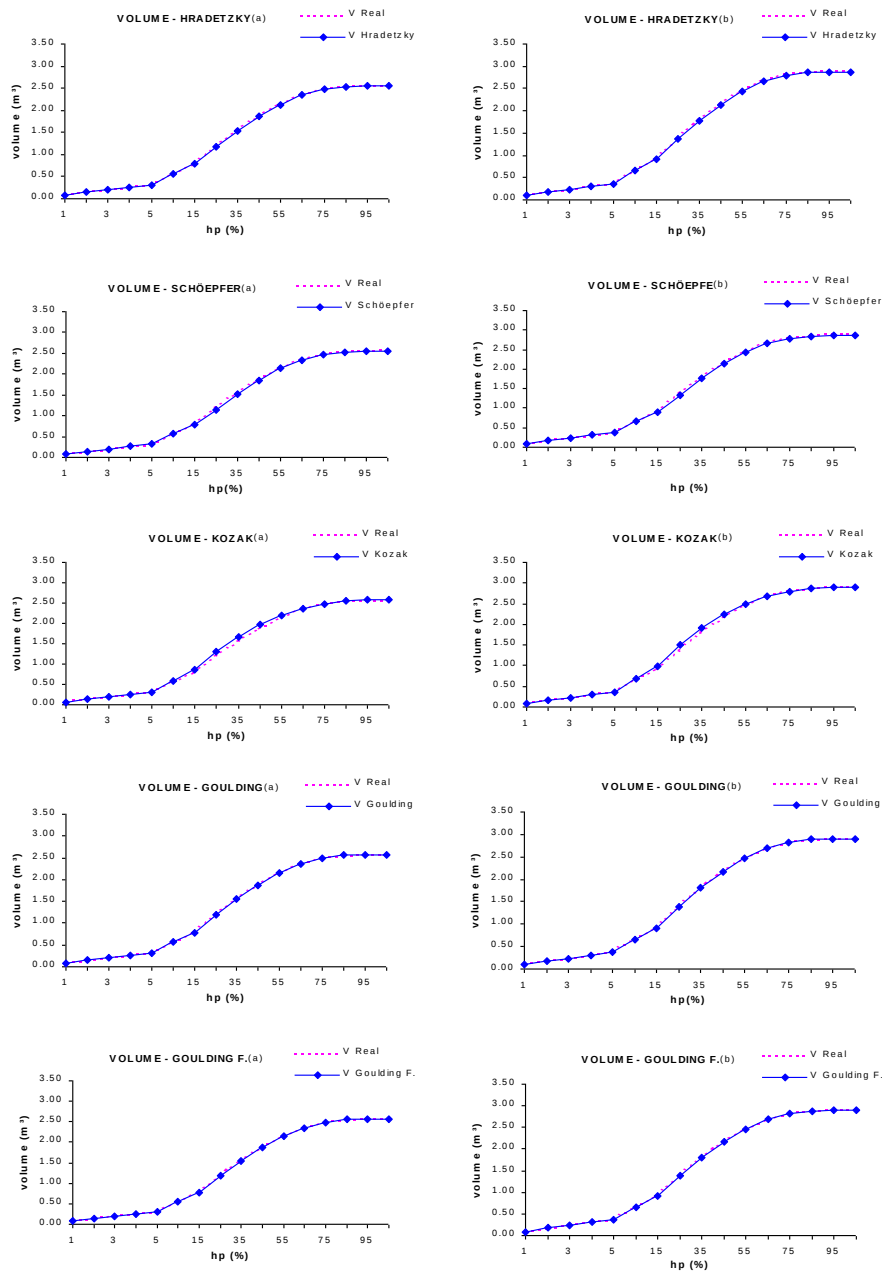


FIGURA 4D Volumes reais e estimados para a classe de 45 a 49,9 cm de diâmetro (a) e para a classe 50 a 54,9 cm de diâmetro (b).

CAPÍTULO 3

COMPARAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS SEGMENTADOS E NÃO-SEGMENTADOS NA ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES AO LONGO DO FUSTE DE *Pinus taeda*

RESUMO

ASSIS, Adriana Leandra de. **Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)

Este estudo teve por objetivos principais comparar a acuracidade das estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* propiciadas por modelos polinomiais segmentados e não-segmentados; e analisar o impacto do controle das classes diamétricas na precisão dos ajustes. A base de dados utilizada foi composta por 58 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente, nas propriedades da empresa PISA – Papel de Imprensa S/A, na região de Jaguariáiva – PR. As 58 árvores foram divididas em oito classes diamétricas, e procedeu-se ao ajuste de dois modelos polinomiais segmentados e dois modelos polinomiais não-segmentados para cada classe diamétrica e para o conjunto total dos dados. Os modelos segmentados testados foram o de Clark, Souter e Schlaegel (1991) e o de Max e Burkhart (1976). Os modelos não-segmentados testados foram o de Hradetzky (1976) e o de Goulding e Murray (1976). Para comparar as estimativas de diâmetros e volumes propiciadas pelos quatro modelos, foi utilizado um delineamento em blocos casualizados com parcelas subdivididas no tempo. A comparação estatística dos quatro modelos ajustados com e sem o controle das classes diamétricas, mostrou que os modelos apresentam comportamentos diferenciados nas estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste. Observou-se que se forem desejadas estimativas acuradas de diâmetros e volumes ao longo do fuste, os modelos devem ser ajustados com o controle das classes diamétricas. Observou-se ainda que, o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) foi o mais flexível para as estimativas do volume, podendo ser ajustado sem o controle das classes diamétricas, à exceção da classe de 32,5cm e das árvores com diâmetro igual ou superior a 45cm. Considerando a simplicidade de ajuste e de manuseio do modelo, aliada à acuracidade das estimativas dos diâmetros e dos volumes, o modelo de Hradetzky (1976) deve ser o escolhido, desde que o ajuste seja feito com controle das classes diamétricas.

Palavras-chave: Estimativas de diâmetro, estimativas de volume, classe de diâmetro

Comitê Orientador: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

ABSTRACT

ASSIS, Adriana Leandra de. **Comparison of segmented and non-segmented polynomial taper models for estimating comercial diameters and volumes of *Pinus taeda***. Lavras:UFLA, 2000. 189p. (Dissertation - Master Science in Forest Engineering)

This study aimed at comparing the accuracy of diameters and volumes estimates along the stem of *Pinus taeda* provided by segmented and non-segmented polynomial taper models and at analyzing the effects of the distribution of the trees in diameter classes on the quality of the adjustments. The database used was composed of 58 trees of *Pinus taeda* cubed in the farms of “PISA – Papel de Imprensa S/A” enterprise, located in Jaguariaíva county (PR). The 58 trees were separated in 8 diameter classes. Two segmented and two non-segmented polynomial models were fitted for each diameter class and for the total group of data. The segmented models tested were: Clark, Souter and Schlaegel (1991); and Max and Burkhart (1976). The non-segmented models were: Hradetzky (1976); and Goulding and Murray (1976). The statistic comparisson of diameters and volumes provided by the four studied models, adjusted with and without the diameter classes control, was carried out using an experimental design with random blocks in fatorial frame. The statistic analysis showed that the models present different behaviors for estimating diameters and volumes along the stem of *Pinus taeda*. It was verified that accurated estimates of diameter and volume along the stem profile require diameter classes control. The results still showed that the model proposed by Clark, Souter e Schlaegel (1991) presented more flexibility than the others, because it can be fitted with or without diameter classes control, except for the diameter class with 32,5cm and for trees with diameter larger than 45cm. When model fitting simpleness associated with diameter and volume estimates accuracy is considered, Hradetzky (1976) model must be preferred provided that fitted by diameter classes.

Key-words: Diameter estimates, volume estimates, diameter classes

Advising Committee: José Roberto Soares Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA

1 INTRODUÇÃO

As funções de afilamento se constituem numa alternativa de quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. O leque de informações que estas funções podem propiciar, e a necessidade crescente de estimar os sortimentos das florestas têm levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Este fato tem justificado a realização de estudos na tentativa de aliar estimativas confiáveis à praticidade de utilização das funções que propiciam tais estimativas.

Existem uma série de modelos matemáticos destinados a esse fim, que variam muito quanto ao grau de complexidade dos ajustes e da aplicação da equação, e quanto à qualidade das informações geradas. Pode-se citar, dentre estes, os modelos polinomiais não-segmentados de potências elevadas ou não; os modelos segmentados; as funções spline cúbicas; as razões de volume compatíveis com as funções de afilamento; os modelos sigmoidais e os definidos por análise multivariada. Além disso, é importante considerar que a forma dos fustes varia entre espécies, e para uma mesma espécie crescendo em diferentes regiões ou sujeita a diferentes tratamentos silviculturais e regimes de manejo.

Uma outra questão ligada diretamente ao binômio praticidade-acuracidade, diz respeito à realização de ajustes considerando e não considerando o controle da classe diamétrica, já que, para uma mesma espécie, árvores de dimensões diferentes não têm necessariamente formas diferentes. Assim, o ajuste por classe diamétrica pode não fornecer estimativas significativamente mais acuradas dos diâmetros e, nesse caso, representaria apenas um acréscimo de trabalho.

Dentre os modelos disponíveis na literatura e avaliados nos capítulos 1 e 2 deste estudo, quatro se destacam, sendo dois não-segmentados, e dois

segmentados.

Dentre os não-segmentados, a teoria proposta por Hradetzky (1976), que propõe polinômios com potências de grau elevado para representar melhor a base da árvore, potências inteiras para representar a porção intermediária da árvore, e potências fracionárias para representar o topo da árvore, tem apresentado resultados consistentes, como se verifica em Rios (1997), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998), Assis (1998), e Ferreira (1999). Também os estudos desenvolvidos por Goulding e Murray (1976), que propuseram uma alteração no Polinômio do Quinto Grau, além de vincular as estimativas dos volumes parciais ao volume total da árvore expresso por uma equação volumétrica, têm apresentado um excelente resultado.

Os modelos segmentados, desenvolvidos como alternativas para modelar o perfil dos fustes, representam cada porção do tronco por uma função polinomial, em vez de representá-lo por um único modelo, como é o caso dos modelos não-segmentados. Dentre esses modelos, após estudos realizados por Figueiredo Filho et al. (1996); Ferreira (1999); e Figueiredo Filho e Schaaf (1999); dentre outros autores, o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) e o modelo de Max e Burkhardt (1976) são considerados como os mais eficientes.

Assim, tendo em vista a diferença dos graus de complexidade dos modelos polinomiais segmentados e não-segmentados, e a escassez de estudos sobre a necessidade ou não de se ajustar modelos por classe diamétrica, esse estudo teve por objetivos:

- Comparar a acuracidade das estimativas dos diâmetros e volumes parciais ao longo do fuste de *Pinus taeda* propiciadas por modelos polinomiais segmentados e modelos polinomiais não-segmentados.
- Comparar a acuracidade destas estimativas propiciadas pelo ajuste por classe diamétrica com as propiciadas por um ajuste feito para o conjunto total dos dados, ou seja, sem considerar o controle das classes diamétricas.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Base de Dados

A base de dados utilizada neste estudo se compõe de 58 árvores de *Pinus taeda*, distribuídas em oito classes diamétricas, provenientes das propriedades da empresa PISA (Papel de Imprensa S/A), localizada no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná. A caracterização da região de estudo encontra-se nos Capítulos 1 e 2 deste estudo.

2.2 Cubagem das Árvores Amostra

Foram cubadas rigorosamente, 58 árvores de *Pinus taeda*, com idade variando de 16 a 21 anos, provenientes da região administrativa de Ouro Verde, da empresa Papel de Imprensa S/A , PISA.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian.

As 58 árvores cubadas foram distribuídas em oito classes diamétricas, com no mínimo 4 árvores em cada classe, conforme se observa na Tabela 3.1. Para o ajuste dos modelos, foi utilizado o software SAS, que também foi utilizado para estimativa dos volumes comerciais a partir dos coeficientes obtidos por ocasião do ajuste. Todos os modelos não-lineares foram ajustados pelo método de Marquardt.

TABELA 3.1 Frequência de árvores de *Pinus taeda* nas diferentes classes diamétricas, na região administrativa de Ouro Verde.

NÚMERO DA CLASSE	CLASSE DIAMÉTRICA	FREQÜÊNCIA
1	15 — 20	4
2	20 — 25	4
3	25 — 30	5
4	30 — 35	8
5	35 — 40	12
6	40 — 45	13
7	45 — 50	8
8	50 — 55	4
TOTAL		58

Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais com casca.

2.3 Modelos Polinomiais

Com o objetivo de comparar as estimativas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, propiciadas pelos polinômios segmentados, com aquelas fornecidas pelos polinômios não-segmentados, este estudo utilizou os dois modelos mais indicados entre os modelos segmentados estudados no Capítulo 1 e os dois mais acurados entre os não-segmentados estudados no Capítulo 2. Os modelos avaliados são apresentados na Tabela 3.2 e as suas formas para estimativa dos volumes são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.2 Modelos de afilamento segmentados e não-segmentados comparados, nas suas formas de ajuste (estimativa de diâmetros ao longo do fuste)

AUTORES	MODELO
Clark, Souter e Schlaegel (1991)	$d_i = \left[I_s \left\{ D^2 \left(1 + \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) * \left(\left(1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\alpha_3} - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) / \left(1 - \left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) \right\} \right. \\ + I_B \left\{ D^2 - d^2 - F^2 \left(\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\beta_1} \right) / \left(\left(1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{5,2}{H} \right)^{\beta_1} \right) \right\} \\ \left. + I_T \left\{ F^2 \left(\gamma_2 \left(\left(\frac{h_i - 5,2}{H - 5,2} \right) - 1 \right)^2 + I_M \left(\frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \left(\gamma_1 - \left(\frac{h_i - 5,2}{H - 5,2} \right) \right)^2 \right\} \right]^{0,5} + e_i$
Max e Burkhart (1976)	$d_i = D \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} - 1 \right)^{\beta_2} + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H} - 1 \right)^{\beta_4} - X_i^z * I_1 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H} - 1 \right)^{\beta_5} - X_i^z * I_2 + e_i$
Hradetzky (1976)	$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_n} + e_i$
Goulding e Murray (1976)	$d_i^2 = \frac{V}{KH} * \left[\beta_1 \left(\frac{1}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{1}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{1}{H} \right)^3 + \dots + \beta_n \left(\frac{1}{H} \right)^n + e_i \right]$

Sendo que:

Para o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991):

α_i = parâmetros estimados para a seção do tronco abaixo de 1,3m;

β_1 = parâmetro a ser estimado para a seção do tronco entre 1,3m e 5,2m;

γ_i = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco acima de 5,2m;

F = diâmetro com casca (cm) a 5,2m de altura (classe de altura do Quociente de Forma de Girard);

$$I_s \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i < 1,3\text{m;} \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases} \quad I_B \begin{cases} = 1 \text{ se } 1,3\text{m} \leq h_i \leq 5,2\text{m;} \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

$$I_T \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i > 5,2\text{m;} \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases} \quad I_M \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i < (5,2 + \gamma_1(h_i - 5,2)); \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

d = diâmetro comercial (cm);

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

e_i = erro de estimativa.

Para o modelo de Max e Burkhardt (1976):

a_1 e a_2 = pontos de ligação dos polinômios;

$X = h_i / H$;

$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } X \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } X > a_i; \end{cases}$

$i = 1, 2$;

β_i = parâmetros a serem estimados;

d_i , D , h_i , H , e_i já foram definidos anteriormente.

Para o modelo de Hradetzky (1976):

d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já definidos anteriormente;

p_i = expoentes variando entre 0,00005 e 95

Para o modelo de Goulding e Murray (1976):

β_i = parâmetros a serem estimados para os quais $\sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\beta_i + 1} = 1$;

d_i = diâmetro comercial (cm);

$K = \pi / 40000$;

V = volume estimado pela equação de volume individual (m³);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

$l = (H - h)$;

e_i = erro de estimativa.

Sendo:

Para o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991):

V = Volume da seção entre h_1 e h_2 (m^3);

$$L_1 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 0; \\ = 0 \text{ se } h_1 \leq 0; \end{cases} \quad L_2 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_1 \leq 1,3; \end{cases} \quad L_3 \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 5,2; \\ = 5,2 \text{ se } h_1 \leq 5,2; \end{cases}$$

$$U_1 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_2 \geq 1,3; \end{cases} \quad U_2 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 5,2; \\ = 5,3 \text{ se } h_2 \geq 5,2; \end{cases} \quad U_3 \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < H; \\ = H \text{ se } h_2 \geq H; \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 1,3m; \end{cases} \quad I_2 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 5,2m; \end{cases}$$

$$I_3 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 1,3m; \end{cases} \quad I_4 \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 5,2m; \end{cases}$$

$$I_5 \begin{cases} = 1 \text{ se } (L_3 - 5,2) < \gamma_1 * (H - 5,2); \\ = 0 \text{ se } (L_3 - 5,2) \geq \gamma_1 * (H - 5,2); \end{cases} \quad I_6 \begin{cases} = 1 \text{ se } (U_3 - 5,2) < \gamma_1 * (H - 5,2); \\ = 0 \text{ se } (U_3 - 5,2) \geq \gamma_1 * (H - 5,2); \end{cases}$$

Para o modelo de Max e Burkhart (1976):

$i = 1, 2$;

V = Volume da seção entre h_1 e h_2 (m^3);

$$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i/H \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } h_i/H > a_i; \end{cases} \quad J_i \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i/H \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } h_i/H > a_i; \end{cases}$$

a_1 ; a_2 ; h_i ; D ; H ; β_i e e_i , conforme definidos anteriormente.

Para o modelo de Hradetzky (1976):

d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já definidos anteriormente;

p_i = expoentes variando entre 0,00005 e 95;

$K = \pi / 40000$;

V = volume estimado da base até a altura h_i (m^3);

Para o modelo de Goulding e Murray (1976):

V_c = volume comercial da ponta da árvore até a altura h (em m^3);

V = volume estimado pela equação de volume total;

β_i , l , e H foram definidos anteriormente.

2.4 Delineamento Estatístico

Para verificar se existe diferença significativa entre os diâmetros e volumes estimados ao longo do fuste pelos quatro modelos e ainda verificar a necessidade de se realizar ajustes por classe diamétrica, foi utilizado um delineamento em blocos casualizados em esquema fatorial com parcelas subdivididas no tempo. Os fatores estudados foram os modelos (9 níveis) e as posições ao longo do fuste (17 níveis para diâmetro e 16 para volume). A Tabela 3.4 descreve os níveis do fator modelo. Cada uma das oito classes diamétricas passou então a ser um experimento com 153 combinações dos níveis dos fatores para diâmetro, e 144 combinações dos níveis dos fatores para volume, sendo o número de repetições (blocos) igual ao número de árvores em cada classe.

Para a estimativa dos diâmetros foram consideradas 17 posições ao longo do fuste (0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85%, 95% e 100% da altura total). Para as estimativas de volume foram consideradas 16 posições ao longo do fuste, sendo as mesmas consideradas para diâmetro exceto a base da árvore (0% da altura total).

Foram, portanto, 16 experimentos, sendo 8 para comparar os modelos na estimativa dos diâmetros, e 8 para comparar os modelos na estimativa dos volumes ao longo do fuste. A Tabela 3.5 ilustra o delineamento estatístico para uma classe diamétrica com 13 árvores.

TABELA 3.4 Descrição dos níveis do fator modelo

NÍVEL	DESCRIÇÃO
1	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991), com ajuste por classe diamétrica
2	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Max e Burkhardt (1976), com ajuste por classe diamétrica
3	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Hradetzky (1976), com ajuste por classe diamétrica
4	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Goulding e Murray (1976), com ajuste por classe diamétrica
5	Diâmetros/Volumes reais das árvores da classe diamétrica em questão (testemunha)
6	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991), ajustado para o conjunto de dados desconsiderando o controle das classes diamétricas
7	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Max e Burkhardt (1976), ajustado para o conjunto de dados desconsiderando o controle das classes diamétricas
8	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Hradetzky (1976), ajustado para o conjunto de dados desconsiderando o controle das classes diamétricas
9	Diâmetros/Volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Goulding e Murray (1976), ajustado para o conjunto de dados desconsiderando o controle das classes diamétricas

TABELA 3.5 Delineamento estatístico para comparação das estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*.

FONTE DE VARIAÇÃO	GL
Bloco (Árvores)	12
Tratamento (Modelos)	8
ERRO A (bloco x tratamento)	96
Posição	15
ERRO B (bloco x posição)	180
Posição x Modelo	120
ERRO	1440
TOTAL	1871

Nos experimentos em que a interação modelo x posição foi significativa ao nível de 95% de probabilidade de acerto, procedeu-se ao desdobramento da interação, aplicando-se o teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos diâmetros ou volumes de cada tratamento, em cada posição considerada.

Todas as análises estatísticas foram processadas com o uso do software SISVAR – Sistema de Análise de Variância para Dados Balanceados, desenvolvido por Ferreira (1997).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Ajuste dos modelos

A Tabela 3.6 mostra os ajustes obtidos para os quatro modelos avaliados neste estudo.

O modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) se destacou entre os modelos polinomiais segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* na região de estudo, seguido pelo modelo de Max e Burkhardt.

Dentre os modelos não-segmentados, o modelo proposto por Goulding e Murray (1976) apresentou as estimativas mais acuradas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, excetuando-se uma certa dificuldade em modelar a ponta das árvores (acima de 85% da altura). Uma outra alternativa entre os polinômios não-segmentados é o modelo proposto por Hradetzky (1976), que também propiciou estimativas acuradas dos diâmetros e volumes ao longo de todo o perfil dos fustes.

TABELA 3.6 Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos segmentados de Clark, Souter e Schlaegel (1991) e de Max e Burkhart (1976) e para os modelos não-segmentados de Hradetzky (1976) e Goulding e Murray (1976); para as oito classes diamétricas e para o conjunto total dos dados.

MODELO DE CLARK, SOUTER E SCHLAEGEL (1991)								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	R ²	Syx%
17,5cm	0,667927	434,836	79,603380	8,991633	0,950491	10,11602	0,9976	4,4954
22,5cm	0,069482	6563,620	8,722586	9,586388	0,941341	80,33131	0,9988	3,1090
27,5cm	0,525676	5761,804	78,336270	13,744911	0,874416	4,801634	0,9987	3,2760
32,5cm	0,345794	9056,651	54,484994	3,519033	0,812968	3,414389	0,9988	3,1082
37,5cm	0,143490	24826,200	80,643840	10,178010	0,77551	2,853230	0,9987	3,0852
42,5cm	-0,481580	75320,494	79,867430	15,839570	0,747640	2,561110	0,9969	4,7763
47,5cm	-0,131290	67249,831	61,917730	19,132270	0,686610	2,518510	0,9990	2,6951
52,5cm	0,261190	31660,502	60,299570	17,495610	0,657700	2,029960	0,9991	2,6488
TOTAL	0,480958	2674,165	70,455223	12,481402	0,744894	2,634183	0,9980	3,9361
MODELO DE MAX E BURKHART (1976)								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	R ²	Syx%
17,5cm	0,050450	0,900000	-4,50045	1,989057	251,54170	-1,85962	0,9966	5,3360
22,5cm	0,050000	0,855263	-4,25936	1,888783	224,35010	-1,87835	0,9976	4,4102
27,5cm	0,050000	0,891907	-10,01740	4,973296	288,83690	-5,11512	0,9972	3,1891
32,5cm	0,050422	0,836755	-6,07744	2,958657	225,51140	-3,02436	0,9978	4,1627
37,5cm	0,050000	0,827600	-6,43701	3,201981	231,78850	-3,29403	0,9981	3,7941
42,5cm	0,050909	0,785591	-6,06940	3,024774	192,08450	-3,38835	0,9977	4,1195
47,5cm	0,075870	0,751793	-5,48023	2,738361	96,50050	-3,32620	0,9986	3,2400
52,5cm	0,075418	0,728547	-4,95754	2,494565	92,27785	-2,96003	0,9987	3,1309
TOTAL	0,060698	0,792336	-5,74535	2,854506	144,86520	-3,11474	0,9974	4,4263
MODELO DE HRADETZKY (1976)								
Classe	PARÂMETROS ESTIMADOS							
Diamétrica	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	R ²
17,5cm	1,33459	748,3056	-748,823	-0,30066	-0,27598	-0,23452		0,9829
Potência		0,00001	0,0001	1	3	10		6,0436
22,5cm	1,28123	0,16188	-0,81103	-0,61496				0,9871
Potência		0,00001	0,2	4				5,1916
27,5cm	1,34317	1031,017	-1031,64	-0,61118	-0,11271			0,9884
Potência		0,00001	0,0001	3	10			5,1663
32,5cm	1,26934	1,16649	6,77383	-2,10279	-6,79914	-0,30551		0,9883
Potência		0,00001	0,9	0,1	1	5		5,2247
37,5cm	1,28335	0,33697	2,74425	-1,37104	-2,59193	-0,57642	0,17677	0,9921
Potência		0,00001	0,8	0,2	1	5	10	4,3839
42,5cm	1,23019	17,66748	-18,1341	-0,84111	0,13999	-0,06244		0,9884
Potência		0,00001	0,004	3	20	95		5,1270
47,5cm	1,21617	134,119	-134,338	-0,32867	-1,55917	1,53847	-0,64989	0,9930
Potência		0,00001	0,0004	0,2	5	10	15	4,0956
52,5cm	1,21495	0,20294	-0,78977	-1,56782	1,60299	-0,66376		0,9942
Potência		0,00001	0,2	5	10	15		3,9368
TOTAL	1,26063	0,26445	-1,04086	0,66834	-1,02726	-0,12574		0,9863
Potência		0,00001	0,2	1	2	5		5,6609

Continua...

Continuação...

MODELO DE GOULDING E MURRAY (1976)										
Classe Diamétrica	PARÂMETROS ESTIMADOS								R ²	Syx%
	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$	$\hat{\beta}_9$		
17,5cm	-0,2029	3,8770	-7,825	4,5778	-55,061	797,467	-1270,88	528,23	0,9057	5,7094
Potência	02	03	04	05	31	35	36	37		
22,5cm	7,052	-16,971	18,259	-7,307	51,604	-100,82	49,360		0,7954	6,3545
Potência	02	03	04	05	35	36	37			
27,5cm	7,639	-17,733	18,582	-7,336	53,895	-105,41	51,666		0,8895	5,7070
Potência	02	03	04	05	35	36	37			
32,5cm	2,7176	-2,7291	0,2958	0,5800	-0,8401	0,8409			0,9150	4,4612
Potência	02	03	04	05	36	37				
47,5cm	2,6268	-0,6218	-2,8364	1,8915	-0,5439	0,55057			0,8492	4,8061
Potência	02	03	04	05	36	37				
52,5cm	1,3787	2,7779	-6,3330	3,1721	-0,5917	0,5934			0,8567	4,2418
Potência	02	03	04	05	36	37				

EQUAÇÃO DE VOLUME INDIVIDUAL PARA GOULDING E MURRAY (1976)					
Classe Diamétrica	PARÂMETROS E ESTATÍSTICAS ESTIMADOS				
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$			
17,5cm	0,000034951	0,001033			0,9941 7,996
22,5cm	0,000049335	-0,006067			0,9930 8,469
27,5cm	0,000071543	-0,025674			0,9948 7,272
32,5cm	0,000037185	0,000217			0,9906 9,761
37,5cm	0,000022664	0,019259			0,9958 6,505
42,5cm	0,000030231	0,013167			0,9959 6,492
47,5cm	0,000031119	0,011535			0,9965 5,986
52,5cm	0,000057244	-0,062014			0,9957 6,633
TOTAL	0,000035156	0,002512			0,9951 7,790

De modo geral, os quatro modelos se mostraram bastante acurados para estimar diâmetros e volumes totais e parciais ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda*, conforme pode-se observar pelo Coeficiente de Determinação (R²) e pelo Erro Padrão da Estimativa (Syx%) apresentados na Tabela 3.6 e pelos perfis médios apresentados nos Capítulos 1 e 2. Os menores valores de R² do modelo de Goulding e Murray (1976) não significam que seu desempenho seja inferior ao dos demais polinômios, o que pode ser confirmado através da observação dos valores de Syx e dos gráficos dos perfis médios estimados x observados. A causa do maior R² dos outros três modelos é que a variável dependente d_i (diâmetro ao longo do fuste) está sempre muito correlacionada com o DAP, fato que se traduz num maior Coeficiente de Determinação. Já o modelo de Goulding e Murray (1976) não inclui este tipo de relacionamento, o que se reflete num valor mais

baixo de Coeficiente de Determinação (R^2). Resta saber se a diferença aparentemente pequena entre as estimativas propiciadas pelos modelos é significativa do ponto de vista estatístico.

Quanto à necessidade de realização dos ajustes por classe diamétrica, aparentemente o agrupamento das árvores não compromete a qualidade das estimativas, sugerindo que, embora apresentem dimensões diferentes, as árvores podem apresentar formas semelhantes. No entanto, não se pode afirmar categoricamente que o ajuste deve ou não ser feito por classe diamétrica, e por isso será feita uma análise estatística para verificar a necessidade de ajustar os modelos por classe diamétrica ou para o conjunto total dos dados.

3.2 Acuracidade dos modelos na estimativa de diâmetros

A Tabela 3.7 mostra as análises de variância dos oito experimentos realizados para a característica diâmetro. Para todas as classes diamétricas estudadas, houve interação significativa entre modelo e posição ao longo do fuste, indicando que o comportamento dos modelos pode variar entre as diferentes posições ao longo do fuste. Por isso foi necessário fazer o desdobramento da interação, aplicando-se o Teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos nove tratamentos em cada posição.

A Tabela 3.8 mostra os tratamentos que apresentaram estimativas de diâmetro que não diferiram estatisticamente da testemunha (Tratamento 5) no Teste de Scott-Knott, em cada posição de medição considerada. As análises de variância dos desdobramentos dos experimentos de diâmetro são apresentadas no Anexo A.

TABELA 3.7 Resumo da Análise de Variância dos dados relativos às estimativas de diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda* para as oito classes diamétricas.

CLASSE DIAMÉTRICA	FV	GL	QM	F
1	Bloco	3	311,0702	
	Modelo	8	2,04780	
	Erro A	24	1,93180	
	Posição	16	1555,82010	
	Erro B	48	4,06790	
	Posição x Modelo	128	0,5666*	6,469
	Erro	384	0,08760	
	TOTAL	611		
2	Bloco	3	174,41640	
	Modelo	8	2,19420	
	Erro A	24	2,47050	
	Posição	16	2373,24760	
	Erro B	48	2,17100	
	Posição x Modelo	128	0,5040*	3,347
	Erro	384	0,15060	
	TOTAL	611		
3	Bloco	4	113,81850	
	Modelo	8	8,28900	
	Erro A	32	3,310600	
	Posição	16	4644,19800	
	Erro B	64	1,50140	
	Posição x Modelo	128	0,9921*	3,844
	Erro	512	0,25810	
	TOTAL	764		
4	Bloco	7	297,48860	
	Modelo	8	8,46930	
	Erro A	56	4,560400	
	Posição	16	10195,60190	
	Erro B	112	3,63960	
	Posição x Modelo	128	0,5739*	2,497
	Erro	896	0,22990	
	TOTAL	1223		

Continua...

Continuação...

5	Bloco	11	195,26270	
	Modelo	8	2,43440	
	Erro A	88	3,918100	
	Posição	16	19474,32470	
	Erro B	176	3,10280	
	Posição x Modelo	128	1,4554*	6,990
	Erro	1408	0,20820	
	TOTAL	1835		
6	Bloco	12	160,13120	
	Modelo	8	7,76070	
	Erro A	96	7,53330	
	Posição	16	27355,3041	
	Erro B	192	2,78840	
	Posição x Modelo	128	2,4967*	4,890
	Erro	1536	0,51060	
	TOTAL	1988		
7	Bloco	7	134,85410	
	Modelo	8	7,21220	
	Erro A	56	4,787800	
	Posição	16	21684,36890	
	Erro B	112	2,31790	
	Posição x Modelo	128	1,8118*	5,088
	Erro	896	0,35610	
	TOTAL	1223		
8	Bloco	3	193,40190	
	Modelo	8	9,95060	
	Erro A	24	7,905900	
	Posição	16	13447,42690	
	Erro B	48	3,25790	
	Posição x Modelo	128	1,8159*	3,931
	Erro	384	0,46190	
	TOTAL	611		

Sendo: * - significativo ao nível de 95% de probabilidade de acerto

O modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) quando ajustado por classe diamétrica, conforme se observa na Tabela 3.8, apresentou estimativas imprecisas de diâmetro em posições isoladas em todas as classes diamétricas, sendo que apenas para as árvores com diâmetro entre 35 e 50cm, o modelo apresentou imprecisão em mais de uma posição ao longo do fuste. Um exemplo desse comportamento é a acuracidade insatisfatória da estimativa do diâmetro a 15% da altura total, na classe de 52,5cm. No entanto, de maneira geral, o modelo apresentou estimativas bastante acuradas do diâmetro ao longo do fuste. Já, quando o ajuste foi feito sem o controle da classe diamétrica, houve uma perda significativa de precisão em relação ao ajuste por classe diamétrica. Neste caso, à exceção das classes diamétricas de 37,5; 42,5 e 47,5cm, onde as estimativas foram imprecisas até, no máximo, a metade das árvores, em todas as outras classes, o modelo gerou estimativas imprecisas principalmente a partir de 65% da altura total.

O modelo de Max e Burkhardt (1976) ajustado por classe diamétrica, apresentou baixa acuracidade nas estimativas de diâmetro na base das árvores (até 5% da altura total). No entanto, do ponto de vista prático, esta imprecisão não tem qualquer impacto, já que a posição de 5% da altura total não inclui pelo menos uma tora padrão. A partir de 10% da altura total, o citado modelo (Tratamento 2) apresentou estimativas acuradas de diâmetro para as árvores com diâmetro inferior a 30cm, excetuando-se uma imprecisão verificada a 65% da altura total na classe de 22,5cm. Para as árvores com diâmetro entre 30 e 45cm de diâmetro, houve imprecisão na estimativa do diâmetro, em pelo menos mais duas posições distribuídas ao longo do fuste, acima de 10% da altura total. Já, para as classes de 47,5cm e 52,5cm, o Tratamento 2 propiciou estimativas pouco acuradas de diâmetro até 25% e 15% da altura total, respectivamente. Quando ajustado sem o controle das classes diamétricas (Tratamento 7), o modelo de Max e Burkhardt (1976) continuou estimando imprecisamente os diâmetros na

base das árvores. Para as classes de diâmetro inferior a 30cm, este fato foi verificado até 5% da altura total. Nas classes de 32,5 e 52,5cm, a baixa acuracidade foi observada até 10 e 15% da altura total, respectivamente; e nas demais classes, o problema se estendeu até 25% da altura total. O Tratamento 7 apresentou também problemas nas estimativas de diâmetros da parte superior das árvores (a partir de 65 - 75% da altura total) para as classes de diâmetro inferior a 35cm e para a classe de 52,5cm. Na classe de 37,5cm, a imprecisão ocorreu apenas na posição de 55% da altura total. Já, nas classes de 42,5 e 47,5cm, os diâmetros estimados foram imprecisos a partir de 45% da altura total, estendendo-se até 65% e 85%, respectivamente.

Quanto ao modelo de Hradetzky (1976), quando ajustado por classe diamétrica (Tratamento 3) apresentou estimativas acuradas de diâmetro ao longo de todo o fuste para as classes com diâmetro menor que 35cm, excetuando-se apenas uma imprecisão verificada na posição de 1% da altura total na classe de 32,5cm, fato que não afeta a qualidade da equação, tendo em vista que a imprecisão foi observada muito próxima da base. Nas classes de 37,5cm e 52,5cm, o modelo apresentou um excelente desempenho ao longo de todo o fuste, ocorrendo baixa acuracidade apenas em uma posição isolada em cada classe. Nas demais classes diamétricas, ocorreram três pontos de medição com estimativas imprecisas, em posições que não ultrapassaram 35% da altura total. A partir daí, as estimativas propiciadas pelo modelo de Hradetzky, com controle de classes diamétricas, foram sempre precisas. No entanto, quando o modelo foi ajustado para o conjunto total dos dados (Tratamento 8), observou-se uma queda significativa na qualidade das estimativas em todas as classes diamétricas. A classe diamétrica que apresentou menos problemas com o ajuste total foi a de 37,5cm, e a classe mais impactada foi a de 42,5cm. Na classe de 22,5cm, as estimativas diamétricas foram acuradas até 55% da altura total. Em todas as outras classes, o modelo de Hradetzky, ajustado para o conjunto total dos dados,

apresentou estimativas de diâmetro pouco acuradas na base e no topo das árvores.

Finalmente, o modelo de Goulding e Murray (1976), ajustado por classe diamétrica (Tratamento 4), apresentou estimativas imprecisas de diâmetro em posições isoladas em todas as classes diamétricas, sendo que para a classe diamétrica de 27,5; e para as classes de diâmetro maior ou igual a 35cm, o modelo apresentou imprecisão em mais de uma posição ao longo do fuste. Observou-se ainda que, de modo geral, as estimativas insatisfatórias ocorreram nos extremos superior (85 - 95% da altura total) e inferior (1% da altura total), sendo que as exceções foram observadas nas classes de 32,5cm; 42,5cm e 47,5cm, onde ocorreram estimativas imprecisas entre 4% e 35% da altura total. Quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas (Tratamento 9), a baixa acuracidade nas estimativas dos diâmetros nos extremos das árvores foi acentuada em todas as classes, à exceção das classes de 32,5 e 37,5cm que apresentaram estimativas pouco acuradas posições isoladas ao longo do fuste. Esta mesma imprecisão na estimativa dos diâmetros foi identificada ao longo do fuste para a maioria das classes diamétricas.

Assim, considerando as diferentes posições de medição, de um modo geral não houve diferença significativa entre os tratamentos nas estimativas de diâmetros entre 10 e 55% da altura total. Isto significa que, na porção média das árvores, pode-se utilizar com segurança qualquer um dos modelos testados, inclusive com ajustes desconsiderando as classes diamétricas. Em contrapartida, a representação acurada dos perfis, ou seja, a estimativa acurada dos diâmetros a partir de 65% da altura total requer ajustes por classe diamétrica, podendo-se utilizar, para este fim, qualquer modelo.

3.3 Acuracidade dos modelos na estimativa dos volumes

A Tabela 3.9 mostra as análises de variância dos oito experimentos realizados para a característica volume. A interação modelo x posição foi altamente significativa nos 8 experimentos avaliados, exceto na maior classe diamétrica (50 – 54,9cm), onde apenas a posição foi significativa. Neste experimento, a estimativa volumétrica pelos nove modelos tem comportamento estatisticamente semelhante em qualquer posição. Para os demais experimentos, a estimativa volumétrica dos modelos sofre influência das posições.

Assim, foi necessário efetuar o desdobramento da interação, a fim de verificar a significância dos modelos dentro de cada posição. Para as posições onde o desdobramento mostrou que os modelos possuíam comportamento variado, aplicou-se o Teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos nove tratamentos em cada posição.

A Tabela 3.10 mostra os resultados do Teste de Scott-Knott para os oito experimentos envolvendo a variável volume. As Análises de Variância dos desdobramentos dos experimentos de volume são apresentadas no Anexo B.

TABELA 3.9 Resumo da Análise de Variância dos dados relativos às estimativas de volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* para as oito classes diamétricas.

CLASSE DIAMÉTRICA	FV	GL	QM	F
1	Bloco	3	0,3381	
	Modelo	8	0,0125	
	Erro A	24	0,00040	
	Posição	15	0,4748	
	Erro B	45	0,01160	
	Posição x Modelo	120	0,0004*	21,549
	Erro	360	0,00002	
	TOTAL	575		
2	Bloco	3	0,2595	
	Modelo	8	0,0164	
	Erro A	24	0,00170	
	Posição	15	1,2186	
	Erro B	45	0,00860	
	Posição x Modelo	120	0,0006*	5,621
	Erro	360	0,00010	
	TOTAL	575		
3	Bloco	4	0,4097	
	Modelo	8	0,0408	
	Erro A	32	0,00610	
	Posição	15	3,9806	
	Erro B	60	0,01550	
	Posição x Modelo	120	0,0015*	4,184
	Erro	480	0,00040	
	TOTAL	719		
4	Bloco	7	1,0622	
	Modelo	8	0,0734	
	Erro A	56	0,00940	
	Posição	15	13,3140	
	Erro B	105	0,03670	
	Posição x Modelo	120	0,0031*	5,157
	Erro	840	0,00060	
	TOTAL	1151		

Continua...

Continuação...

5	Bloco	11	1,2695	
	Modelo	8	0,1179	
	Erro A	88	0,01190	
	Posição	15	34,2390	
	Erro B	165	0,04360	
	Posição x Modelo	120	0,0038*	6,223
	Erro	1320	0,00060	
	TOTAL	1727		
6	Bloco	12	2,1452	
	Modelo	8	0,2742	
	Erro A	96	0,04410	
	Posição	15	71,4833	
	Erro B	180	0,07720	
	Posição x Modelo	120	0,0119*	4,809
	Erro	1440	0,00250	
	TOTAL	1871		
7	Bloco	7	1,8023	
	Modelo	8	0,1155	
	Erro A	56	0,02140	
	Posição	15	72,2198	
	Erro B	105	0,06640	
	Posição x Modelo	120	0,0046*	3,509
	Erro	840	0,00130	
	TOTAL	1151		
8	Bloco	3	3,33360	
	Modelo	8	0,08730	
	Erro A	24	0,052200	
	Posição	15	47,52390	
	Erro B	45	0,130900	
	Posição x Modelo	120	0,0035 ^{NS}	1,195
	Erro	360	0,002900	
	TOTAL	575		

Sendo: * - significativo ao nível de 95% de probabilidade de acerto

NS - não significativo ao nível de 95% de probabilidade de acerto

As equações de Clark, Souter e Schlaegel (1991) mostraram-se acuradas para estimar volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* em todas as classes diamétricas, desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica (Tratamento 1). Quando ajustado para o conjunto total dos dados (Tratamento 6), fornece estimativas acuradas de volumes ao longo de todo o fuste para as árvores com diâmetro menor que 30 cm e para as classes de diâmetro de 35 a 45 cm. Para as demais classes diamétricas, a utilização do modelo de Clark implica na necessidade de ajustes específicos para estas classes (Tratamento 1), o que ainda assim é vantajoso, uma vez que reduz o número de ajustes pela metade.

As equações de Max e Burkhart (1976) se mostraram acuradas para estimar volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* em todas as classes diamétricas, desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica (Tratamento 2). Quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas (Tratamento 7), o modelo de Max e Burkhart (1976) apresentou estimativas imprecisas, na porção superior das árvores em todas as classes diamétricas. Essas imprecisões foram observadas a partir de 85% da altura total para as classes de diâmetro menor que 25cm; a partir de 65% da altura total para as classes com valor central de 27,5cm; 32,5cm e 52,5cm. Para a classe de 42,5cm as estimativas volumétricas foram insatisfatórias a partir de 45% da altura total e para a classe de 47,5cm, a partir de 25% da altura total.

Quanto ao modelo de Hradetzky (1976), quando ajustado por classe diamétrica (Tratamento 3) apresentou estimativas acuradas de volume ao longo de todo o fuste para todas as classes de diâmetro, observando-se apenas uma exceção entre 45 e 55% da altura total na classe de 47,5cm. Novamente o agrupamento das árvores, desconsiderando as classes diamétricas, gerou imprecisão nas estimativas volumétricas, impactando principalmente as estimativas da porção superior das árvores em todas as classes diamétricas, em maior ou menor grau. A única exceção ocorreu na classe de 37,5cm, onde o

ajuste total forneceu estimativas acuradas de volume ao longo de todo o fuste. Assim, para as classes de 17,5cm e 22,5cm, as estimativas propiciadas pelo Tratamento 7 foram imprecisas a partir de 85% e 95% da altura total, respectivamente. Para as classes de 27,5cm e 52,5cm, a imprecisão das estimativas ocorreu a partir de 65% da altura total; e para as árvores com diâmetro entre 30 e 40cm, a partir de 45% da altura total. O maior impacto do agrupamento das árvores foi observado na classe de 47,5cm, onde a queda da acuracidade das estimativas volumétricas ocorreu a partir de 25% da altura total.

As equações de Goulding e Murray (1976) apresentaram estimativas precisas dos volumes parciais quando ajustadas por classe diamétrica. Exceções ocorreram apenas em duas posições ao longo do fuste na classe de 32,5cm. Mas quando o ajuste foi para o conjunto total dos dados, este modelo foi impreciso nas estimativas volumétricas para todas as situações deste estudo, à exceção do volume total ou acima da posição correspondente a 85% da altura total na classe diamétrica de 52,5cm.

Nas duas classes com diâmetro menor que 25cm, todos os modelos, à exceção do modelo de Goulding e Murray (1976) ajustado para o conjunto total dos dados, fornecem estimativas acuradas dos volumes até a altura relativa de 75%. A partir daí, recomenda-se o ajuste por classe diamétrica, sendo que o modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) pode ser ajustado para o conjunto total dos dados, para as árvores com diâmetro inferior a 20cm.

4 CONCLUSÕES

- As estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste dos modelos de Clark et al. (1991), Max e Burkhart (1976), Hradetzky (1976) e Goulding e Murray (1976) diferem significativamente entre si.
- A representação acurada dos perfis dos fustes de *Pinus taeda*, requer ajustes por classe diamétrica, para os modelos segmentados de Clark, Souter e Schlaegel (1991) e Max e Burkhart (1976) e os modelos não-segmentados de Hradetzky (1976) e Goulding e Murray (1976).
- A equação de Max e Burkhart (1976) não deve ser utilizada para estimativas de diâmetros abaixo de 10% da altura total, para árvores menores que 45cm de diâmetro; e abaixo de 25% da altura para árvores com diâmetro maior que 45cm; mesmo que o ajuste considere o controle das classes diamétricas.
- As equações de Goulding e Murray (1976) não devem ser utilizadas para estimativa dos diâmetros das árvores em posições superiores a 85% da altura total, mesmo com ajuste por classe diamétrica.
- Desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica, os quatro modelos podem ser usados com segurança para estimar volumes totais e parciais de *Pinus taeda* na região de estudo.
- A generalização do ajuste aumenta a variabilidade da base de dados, o que implica em estimativas menos acuradas dos diâmetros quando contrastados com as estimativas dos ajustes por classe diamétrica.
- O modelo de Clark, Souter e Schlaegel (1991) é o mais flexível dos modelos já que foi o único a propiciar estimativas acuradas do volume mesmo quando o ajuste foi sem o controle das classes diamétricas, excetuando-se a classe de 32,5cm e as árvores com diâmetro superior a 45cm.

- Se for observada a simplicidade de ajuste e de manuseio do modelo, aliada à acuracidade das estimativas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, a opção deve recair sobre o modelo de Hradetzky (1976), desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica.
- O modelo de Goulding e Murray (1976) é preciso para estimar volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* na região de estudo, somente se for ajustado por classe diamétrica.

ANEXOS

ANEXO A

TABELA 1A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	169
TABELA 2A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	170
TABELA 3A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	171
TABELA 4A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	172
TABELA 5A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	173
TABELA 6A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	174
TABELA 7A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	175
TABELA 8A	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	176

Anexos (...Continua...)

TABELA 1A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	3,575978*	40,834
	Resíduo	384	0,087574	
1	Tratamento-Desdobramento	8	1,239087*	14,149
	Resíduo	384	0,087574	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,271744*	3,103
	Resíduo	384	0,087574	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,094280 ^{NS}	1,0766
	Resíduo	384	0,087574	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,283187*	3,234
	Resíduo	384	0,087574	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,552025*	6,304
	Resíduo	384	0,087574	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,164581 ^{NS}	1,879
	Resíduo	384	0,087574	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,093832 ^{NS}	1,072
	Resíduo	384	0,087574	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,073165 ^{NS}	0,836
	Resíduo	384	0,087574	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,110417 ^{NS}	1,261
	Resíduo	384	0,087574	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,175913*	2,009
	Resíduo	384	0,087574	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,074717 ^{NS}	0,853
	Resíduo	384	0,087574	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,081305 ^{NS}	0,928
	Resíduo	384	0,087574	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,684113*	7,812
	Resíduo	384	0,087574	
85	Tratamento-Desdobramento	8	2,023555*	23,107
	Resíduo	384	0,087574	
95	Tratamento-Desdobramento	8	1,608959*	18,373
	Resíduo	384	0,087574	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,005794 ^{NS}	0,066
	Resíduo	384	0,087574	

TABELA 2A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	1,534469 *	10,191
	Resíduo	384	0,150569	
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,432587 *	2,873
	Resíduo	384	0,150569	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,234672 ^{NS}	1,559
	Resíduo	384	0,150569	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,068097 ^{NS}	0,452
	Resíduo	384	0,150569	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,421072 *	2,796
	Resíduo	384	0,150569	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,630725 *	4,189
	Resíduo	384	0,150569	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,164250 ^{NS}	1,091
	Resíduo	384	0,150569	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,155940 ^{NS}	1,036
	Resíduo	384	0,150569	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,156726 ^{NS}	1,041
	Resíduo	384	0,150569	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,114257 ^{NS}	0,759
	Resíduo	384	0,150569	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,136926 ^{NS}	0,909
	Resíduo	384	0,150569	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,119711 ^{NS}	0,795
	Resíduo	384	0,150569	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,446503 *	2,965
	Resíduo	384	0,150569	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,170262 *	7,772
	Resíduo	384	0,150569	
85	Tratamento-Desdobramento	8	2,330325 *	15,477
	Resíduo	384	0,150569	
95	Tratamento-Desdobramento	8	2,073590 *	13,772
	Resíduo	384	0,150569	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,068078 ^{NS}	0,452
	Resíduo	384	0,150569	

TABELA 3A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	8,808466 *	34,125
	Resíduo	512	0,258121	
1	Tratamento-Desdobramento	8	1,809132 *	7,009
	Resíduo	512	0,258121	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,569971 *	2,208
	Resíduo	512	0,258121	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,263776 ^{NS}	1,021
	Resíduo	512	0,258121	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,894710 *	3,466
	Resíduo	512	0,258121	
5	Tratamento-Desdobramento	8	1,385861 *	5,369
	Resíduo	512	0,258121	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,347367 ^{NS}	1,346
	Resíduo	512	0,258121	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,376720 ^{NS}	1,459
	Resíduo	512	0,258121	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,244906 ^{NS}	0,949
	Resíduo	512	0,258121	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,219974 ^{NS}	0,852
	Resíduo	512	0,258121	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,220016 ^{NS}	0,852
	Resíduo	512	0,258121	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,436144 ^{NS}	1,688
	Resíduo	512	0,258121	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,952552 *	3,690
	Resíduo	512	0,258121	
75	Tratamento-Desdobramento	8	2,637995 *	10,220
	Resíduo	512	0,258121	
85	Tratamento-Desdobramento	8	4,035500 *	15,634
	Resíduo	512	0,258121	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,946580 *	3,667
	Resíduo	512	0,258121	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,013017 ^{NS}	0,050
	Resíduo	512	0,258121	

TABELA 4A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	3,270094 *	14,226
	Resíduo	896	0,229874	
1	Tratamento-Desdobramento	8	2,082130 *	9,058
	Resíduo	896	0,229874	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,942775 *	4,101
	Resíduo	896	0,229874	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,361947 ^{NS}	1,574
	Resíduo	896	0,229874	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,935417 *	4,069
	Resíduo	896	0,229874	
5	Tratamento-Desdobramento	8	1,701261 *	7,401
	Resíduo	896	0,229874	
10	Tratamento-Desdobramento	8	1,129267 *	4,913
	Resíduo	896	0,229874	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,817451 *	3,556
	Resíduo	896	0,229874	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,333876 ^{NS}	1,452
	Resíduo	896	0,229874	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,201897 ^{NS}	0,878
	Resíduo	896	0,229874	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,279206 ^{NS}	1,215
	Resíduo	896	0,229874	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,338375 ^{NS}	1,472
	Resíduo	896	0,229874	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,550706 *	2,396
	Resíduo	896	0,229874	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,867192 *	3,773
	Resíduo	896	0,229874	
85	Tratamento-Desdobramento	8	2,094119 *	9,109
	Resíduo	896	0,229874	
95	Tratamento-Desdobramento	8	1,741472 *	7,576
	Resíduo	896	0,229874	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,005228 ^{NS}	0,023
	Resíduo	896	0,229874	

TABELA 5A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	9,764938 *	46,898
	Resíduo	1408	0,208215	
1	Tratamento-Desdobramento	8	2,868396 *	13,776
	Resíduo	1408	0,208215	
2	Tratamento-Desdobramento	8	1,521577 *	7,308
	Resíduo	1408	0,208215	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,302693 ^{NS}	1,454
	Resíduo	1408	0,208215	
4	Tratamento-Desdobramento	8	1,598269 *	7,676
	Resíduo	1408	0,208215	
5	Tratamento-Desdobramento	8	2,887644 *	13,869
	Resíduo	1408	0,208215	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,588502 *	2,826
	Resíduo	1408	0,208215	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,842261 *	4,045
	Resíduo	1408	0,208215	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,588948 *	2,829
	Resíduo	1408	0,208215	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,063965 ^{NS}	0,307
	Resíduo	1408	0,208215	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,334250 ^{NS}	1,605
	Resíduo	1408	0,208215	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,376083 ^{NS}	1,806
	Resíduo	1408	0,208215	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,207769 ^{NS}	0,998
	Resíduo	1408	0,208215	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,301402 ^{NS}	0,448
	Resíduo	1408	0,208215	
85	Tratamento-Desdobramento	8	1,650863 *	7,929
	Resíduo	1408	0,208215	
95	Tratamento-Desdobramento	8	1,815368 *	8,719
	Resíduo	1408	0,208215	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,008193 ^{NS}	0,039
	Resíduo	1408	0,208215	

TABELA 6A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	10,249660 *	20,073
	Resíduo	1536	0,510628	
1	Tratamento-Desdobramento	8	7,037876 *	13,783
	Resíduo	1536	0,510628	
2	Tratamento-Desdobramento	8	2,771319 *	5,427
	Resíduo	1536	0,510628	
3	Tratamento-Desdobramento	8	1,149248 *	2,250
	Resíduo	1536	0,510628	
4	Tratamento-Desdobramento	8	2,929606 *	5,737
	Resíduo	1536	0,510628	
5	Tratamento-Desdobramento	8	5,049565 *	9,889
	Resíduo	1536	0,510628	
10	Tratamento-Desdobramento	8	1,393268 *	2,729
	Resíduo	1536	0,510628	
15	Tratamento-Desdobramento	8	2,013835 *	3,944
	Resíduo	1536	0,510628	
25	Tratamento-Desdobramento	8	2,859816 *	5,601
	Resíduo	1536	0,510628	
35	Tratamento-Desdobramento	8	1,662961 *	3,257
	Resíduo	1536	0,510628	
45	Tratamento-Desdobramento	8	1,672554 *	2,276
	Resíduo	1536	0,510628	
55	Tratamento-Desdobramento	8	1,661219 *	3,253
	Resíduo	1536	0,510628	
65	Tratamento-Desdobramento	8	1,293648 *	2,533
	Resíduo	1536	0,510628	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,463171 ^{NS}	0,907
	Resíduo	1536	0,510628	
85	Tratamento-Desdobramento	8	3,308688 *	6,479
	Resíduo	1536	0,510628	
95	Tratamento-Desdobramento	8	2,191773 *	4,292
	Resíduo	1536	0,510628	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,000003 ^{NS}	0,000
	Resíduo	1536	0,510628	

TABELA 7A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	7,472222 *	20,983
	Resíduo	896	0,356102	
1	Tratamento-Desdobramento	8	1,996013 *	5,605
	Resíduo	896	0,356102	
2	Tratamento-Desdobramento	8	2,086345 *	5,859
	Resíduo	896	0,356102	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,725050 *	2,036
	Resíduo	896	0,356102	
4	Tratamento-Desdobramento	8	1,303894 *	3,662
	Resíduo	896	0,356102	
5	Tratamento-Desdobramento	8	2,984519 *	8,381
	Resíduo	896	0,356102	
10	Tratamento-Desdobramento	8	1,953156 *	5,485
	Resíduo	896	0,356102	
15	Tratamento-Desdobramento	8	1,808862 *	5,079
	Resíduo	896	0,356102	
25	Tratamento-Desdobramento	8	1,564294 *	4,393
	Resíduo	896	0,356102	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,817625 *	2,296
	Resíduo	896	0,356102	
45	Tratamento-Desdobramento	8	1,409516 *	3,958
	Resíduo	896	0,356102	
55	Tratamento-Desdobramento	8	1,720745 *	4,832
	Resíduo	896	0,356102	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,649562 ^{NS}	1,824
	Resíduo	896	0,356102	
75	Tratamento-Desdobramento	8	1,462573 *	4,107
	Resíduo	896	0,356102	
85	Tratamento-Desdobramento	8	5,191044 *	14,577
	Resíduo	896	0,356102	
95	Tratamento-Desdobramento	8	3,050297 *	8,566
	Resíduo	896	0,356102	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,005022 ^{NS}	0,014
	Resíduo	896	0,356102	

TABELA 8A Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
0	Tratamento-Desdobramento	8	4,025640 *	8,714
	Resíduo	384	0,461976	
1	Tratamento-Desdobramento	8	1,795175 *	3,886
	Resíduo	384	0,461976	
2	Tratamento-Desdobramento	8	1,993819 *	4,316
	Resíduo	384	0,461976	
3	Tratamento-Desdobramento	8	1,248211 *	2,702
	Resíduo	384	0,461976	
4	Tratamento-Desdobramento	8	1,426619 *	3,088
	Resíduo	384	0,461976	
5	Tratamento-Desdobramento	8	2,316130 *	5,014
	Resíduo	384	0,461976	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,588236 ^{NS}	1,273
	Resíduo	384	0,461976	
15	Tratamento-Desdobramento	8	1,294581 *	2,802
	Resíduo	384	0,461976	
25	Tratamento-Desdobramento	8	1,591138 *	3,444
	Resíduo	384	0,461976	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,704265 ^{NS}	1,524
	Resíduo	384	0,461976	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,410630 ^{NS}	0,889
	Resíduo	384	0,461976	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,908186 *	1,966
	Resíduo	384	0,461976	
65	Tratamento-Desdobramento	8	1,828625 *	3,958
	Resíduo	384	0,461976	
75	Tratamento-Desdobramento	8	6,566497 *	14,214
	Resíduo	384	0,461976	
85	Tratamento-Desdobramento	8	9,144511 *	19,794
	Resíduo	384	0,461976	
95	Tratamento-Desdobramento	8	3,162859 *	6,846
	Resíduo	384	0,461976	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,000511 ^{NS}	0,001
	Resíduo	384		

ANEXO B

TABELA 1B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.....	178
TABELA 2B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.....	179
TABELA 3B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.....	180
TABELA 4B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.....	181
TABELA 5B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.....	182
TABELA 6B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.....	183
TABELA 7B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.....	184
TABELA 8B	Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de <i>Pinus taeda</i> , na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.....	185

TABELA 1B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 15 a 19,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000004 ^{NS}	0,202
	Resíduo	360	0,000019	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000014 ^{NS}	0,719
	Resíduo	360	0,000019	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000024 ^{NS}	1,250
	Resíduo	360	0,000019	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000037 ^{NS}	1,919
	Resíduo	360	0,000019	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000053 ^{NS}	2,728
	Resíduo	360	0,000019	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,000162 [*]	8,363
	Resíduo	360	0,000019	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,000305 [*]	15,782
	Resíduo	360	0,000019	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,000660 [*]	34,151
	Resíduo	360	0,000019	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,001056 [*]	54,630
	Resíduo	360	0,000019	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,001449 [*]	74,969
	Resíduo	360	0,000019	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,001827 [*]	94,548
	Resíduo	360	0,000019	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,002162 [*]	111,889
	Resíduo	360	0,000019	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,002468 [*]	127,740
	Resíduo	360	0,000019	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,002727 [*]	141,098
	Resíduo	360	0,000019	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,002896 [*]	149,849
	Resíduo	360	0,000019	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,002918 [*]	150,986
	Resíduo	360	0,000019	

TABELA 2B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 20 a 24,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000005 ^{NS}	0,046
	Resíduo	360	0,000104	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000013 ^{NS}	0,128
	Resíduo	360	0,000104	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000025 ^{NS}	0,245
	Resíduo	360	0,000104	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000041 ^{NS}	0,398
	Resíduo	360	0,000104	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000057 ^{NS}	0,551
	Resíduo	360	0,000104	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,000189 ^{NS}	1,826
	Resíduo	360	0,000104	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,000367 [*]	3,547
	Resíduo	360	0,000104	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,000804 [*]	7,761
	Resíduo	360	0,000104	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,001358 [*]	13,113
	Resíduo	360	0,000104	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,001906 [*]	18,406
	Resíduo	360	0,000104	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,002411 [*]	23,283
	Resíduo	360	0,000104	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,002872 [*]	27,739
	Resíduo	360	0,000104	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,003337 [*]	32,226
	Resíduo	360	0,000104	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,003742 [*]	36,137
	Resíduo	360	0,000104	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,003990 [*]	38,538
	Resíduo	360	0,000104	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,004018 [*]	38,800
	Resíduo	360	0,000104	

TABELA 3B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 25 a 29,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000020 ^{NS}	0,058
	Resíduo	480	0,000355	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000049 ^{NS}	0,137
	Resíduo	480	0,000355	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000085 ^{NS}	0,239
	Resíduo	480	0,000355	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000117 ^{NS}	0,330
	Resíduo	480	0,000355	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000160 ^{NS}	0,452
	Resíduo	480	0,000355	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,000448 ^{NS}	1,262
	Resíduo	480	0,000355	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,000809 *	2,282
	Resíduo	480	0,000355	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,001752 *	4,939
	Resíduo	480	0,000355	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,003021 *	8,519
	Resíduo	480	0,000355	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,004397 *	12,397
	Resíduo	480	0,000355	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,005750 *	16,215
	Resíduo	480	0,000355	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,007098 *	20,013
	Resíduo	480	0,000355	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,008509 *	23,992
	Resíduo	480	0,000355	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,009841 *	27,749
	Resíduo	480	0,000355	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,010481 *	29,554
	Resíduo	480	0,000355	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,010512 *	29,642
	Resíduo	480	0,000355	

TABELA 4B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 30 a 34,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000035 ^{NS}	0,059
	Resíduo	840	0,000606	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000095 ^{NS}	0,157
	Resíduo	840	0,000606	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000168 ^{NS}	0,278
	Resíduo	840	0,000606	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000239 ^{NS}	0,394
	Resíduo	840	0,000606	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000324 ^{NS}	0,535
	Resíduo	840	0,000606	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,001022 ^{NS}	1,688
	Resíduo	840	0,000606	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,002070 [*]	3,418
	Resíduo	840	0,000606	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,004362 [*]	7,203
	Resíduo	840	0,000606	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,007134 [*]	11,779
	Resíduo	840	0,000606	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,009954 [*]	16,437
	Resíduo	840	0,000606	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,012331 [*]	20,361
	Resíduo	840	0,000606	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,014358 [*]	23,708
	Resíduo	840	0,000606	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,016200 [*]	26,750
	Resíduo	840	0,000606	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,017699 [*]	29,224
	Resíduo	840	0,000606	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,018500 [*]	30,547
	Resíduo	840	0,000606	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,015839 [*]	26,154
	Resíduo	840	0,000606	

TABELA 5B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 35 a 39,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000038 ^{NS}	0,061
	Resíduo	1320	0,000622	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000114 ^{NS}	0,182
	Resíduo	1320	0,000622	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000215 ^{NS}	0,346
	Resíduo	1320	0,000622	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000313 ^{NS}	0,502
	Resíduo	1320	0,000622	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000421 ^{NS}	0,677
	Resíduo	1320	0,000622	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,001456 *	2,340
	Resíduo	1320	0,000622	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,002953 *	4,743
	Resíduo	1320	0,000622	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,006559 *	10,541
	Resíduo	1320	0,000622	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,011020 *	17,709
	Resíduo	1320	0,000622	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,015424 *	24,786
	Resíduo	1320	0,000622	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,018915 *	30,396
	Resíduo	1320	0,000622	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,021521 *	34,584
	Resíduo	1320	0,000622	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,023398 *	37,601
	Resíduo	1320	0,000622	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,024380 *	39,178
	Resíduo	1320	0,000622	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,024607 *	39,543
	Resíduo	1320	0,000622	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,024663 *	39,633
	Resíduo	1320	0,000622	

TABELA 6B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 40 a 44,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000023 ^{NS}	0,009
	Resíduo	1440	0,002483	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000112 ^{NS}	0,045
	Resíduo	1440	0,002483	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000221 ^{NS}	0,089
	Resíduo	1440	0,002483	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000332 ^{NS}	0,134
	Resíduo	1440	0,002483	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000456 ^{NS}	0,184
	Resíduo	1440	0,002483	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,001716 ^{NS}	0,691
	Resíduo	1440	0,002483	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,004128 ^{NS}	1,662
	Resíduo	1440	0,002483	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,012303 [*]	4,954
	Resíduo	1440	0,002483	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,024614 [*]	9,912
	Resíduo	1440	0,002483	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,037990 [*]	15,298
	Resíduo	1440	0,002483	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,049804 [*]	20,055
	Resíduo	1440	0,002483	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,059210 [*]	23,843
	Resíduo	1440	0,002483	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,065168 [*]	26,242
	Resíduo	1440	0,002483	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,066225 [*]	26,667
	Resíduo	1440	0,002483	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,065524 [*]	26,385
	Resíduo	1440	0,002483	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,065539 [*]	26,391
	Resíduo	1440	0,002483	

TABELA 7B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 45 a 49,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000025 ^{NS}	0,019
	Resíduo	840	0,001306	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000098 ^{NS}	0,075
	Resíduo	840	0,001306	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000207 ^{NS}	0,158
	Resíduo	840	0,001306	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,000313 ^{NS}	0,239
	Resíduo	840	0,001306	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,000401 ^{NS}	0,307
	Resíduo	840	0,001306	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,001286 ^{NS}	0,985
	Resíduo	840	0,001306	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,002482 ^{NS}	1,901
	Resíduo	840	0,001306	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,005379 [*]	4,119
	Resíduo	840	0,001306	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,009861 [*]	7,550
	Resíduo	840	0,001306	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,015150 [*]	11,600
	Resíduo	840	0,001306	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,020208 [*]	15,473
	Resíduo	840	0,001306	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,024080 [*]	18,438
	Resíduo	840	0,001306	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,025795 [*]	19,751
	Resíduo	840	0,001306	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,026071 [*]	19,962
	Resíduo	840	0,001306	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,026373 [*]	20,193
	Resíduo	840	0,001306	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,026464 [*]	20,263
	Resíduo	840	0,001306	

TABELA 8B Análise de variância do desdobramento da comparação dos nove tratamentos para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na classe diamétrica de 50 a 54,9cm.

POSIÇÃO (%)	FV	GL	QM	F
1	Tratamento-Desdobramento	8	0,000311 ^{NS}	0,106
	Resíduo	360	0,002928	
2	Tratamento-Desdobramento	8	0,000724 ^{NS}	0,247
	Resíduo	360	0,002928	
3	Tratamento-Desdobramento	8	0,000964 ^{NS}	0,329
	Resíduo	360	0,002928	
4	Tratamento-Desdobramento	8	0,001085 ^{NS}	0,371
	Resíduo	360	0,002928	
5	Tratamento-Desdobramento	8	0,001070 ^{NS}	0,366
	Resíduo	360	0,002928	
10	Tratamento-Desdobramento	8	0,001451 ^{NS}	0,495
	Resíduo	360	0,002928	
15	Tratamento-Desdobramento	8	0,002196 ^{NS}	0,749
	Resíduo	360	0,002928	
25	Tratamento-Desdobramento	8	0,003961 ^{NS}	1,353
	Resíduo	360	0,002928	
35	Tratamento-Desdobramento	8	0,007087 [*]	2,420
	Resíduo	360	0,002928	
45	Tratamento-Desdobramento	8	0,010468 [*]	3,575
	Resíduo	360	0,002928	
55	Tratamento-Desdobramento	8	0,012993 [*]	4,437
	Resíduo	360	0,002928	
65	Tratamento-Desdobramento	8	0,015082 [*]	5,151
	Resíduo	360	0,002928	
75	Tratamento-Desdobramento	8	0,017713 [*]	6,049
	Resíduo	360	0,002928	
85	Tratamento-Desdobramento	8	0,020613 [*]	7,039
	Resíduo	360	0,002928	
95	Tratamento-Desdobramento	8	0,021987 [*]	7,509
	Resíduo	360	0,002928	
100	Tratamento-Desdobramento	8	0,022106 [*]	7,549
	Resíduo	360	0,002928	

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHRENS,S.; HOLBERT,D. **Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L.** Curitiba: EMBRAPA, 1981. p.37-68. (EMBRAPA. Boletim de Pesquisa Florestal, 3).
- AMATEIS, R.L.; BURKHART, H.E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p. 190-192, nov.1987.
- ANDRADE,V.C.L.de; LEITE,H.G. “Uso da Geometria Analítica para Quantificar Multiprodutos de Árvores Individuais.” **Folha Florestal**. Edição Especial – Colheita e Transporte Florestal. p.5-6. Viçosa, UFV – 1997.
- ASSIS,A.L.de. **Acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.** Lavras: UFLA, 1998. 183p. Monografia.
- BORGES,J.F. “Seccionamento do Fuste de *Pinus taeda* L. para Obtenção do Volume de Madeira Serrada Através da Função de Forma Polinomial.” **Floresta**, Curitiba, v.13, n.1, p.24-25, 1982.
- CHAPMAN,H.H.; MEYER,W.H. **Forest Mensuration**. New York: McGraw-Hill, 1949. 522p.
- CLARK III,A.; SOUTER,R.A.; SCHLAEGAL,B.E. **Stem profile equations for Southern tree species**. USDA – Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113p. (Research Paper, SE 282).
- DEMAERSCHALK,J.P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v.18, n.3, p. 241-245, Sept. 1972.
- DEMAERSCHALK,J.P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Forest Research**, Ottawa, v.3, n.1, p.90-94, 1973.
- FERREIRA,D.F. **Sistema de análise de variância para dados balanceados – SISVAR**. Lavras: UFLA/DEX, 1997. (Programa para Análises Estatísticas: Disquete).

- FERREIRA,S.O. “**Estudo da Forma do Fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana*.**” Lavras:UFLA, 1999. 132p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- FIGUEIREDO FILHO,A.; BORDERS,B.E.; HITCH,K.L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.83, p.36-46, 1996.
- FIGUEIREDO FILHO,A.; SCHAAF,L.B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.29, p.451-461, 1999.
- FINGER, C.A.G. “**Fundamentos de biometria florestal.**” Santa Maria, UFSM/CEPEF/FATEC, 1992. 269p.
- FISCHER, F. “**Eficiência dos Modelos Polinomiais e das Razões de Volume na Estimativa Volumétrica dos Sortimentos e do Perfil do Fuste de *Pinus taeda*.**” Lavras:UFLA 1997. 167p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- GOLFARI, L; CASER, R.L; MOURA, V.P.G. “**Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil**”: 2ª aproximação. Belo Horizonte: Centro de Pesquisas Florestais da Região do Cerrado, 1978. 66p. (Série Técnica, 11).
- GORDON,A. “Comparison of Compatible Polynomial Taper Equations.” **New Zealand Journal of Forestry Science**, Rotorua, v.13, n.2, p.146-155, 1983.
- GOULDING,C.J.; MURRAY,J.C. “Polynomial Taper Equations that are Compatible with Tree Volume Equations”. **New Zealand Journal of Forest Science**, Rotorua, v.5, n.3, p.313-322, Feb. 1976.
- HÖJER,A.G. **Tallers och granenes tillrækt**. Biran till Fr. Loven. Om vara barrskogar. Stocklan, 1903.
- HRADETZKY,J. **Analyse und interpretation statistischer abhänger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: J. Willey & Sons, 1982. 397p.

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do Estado do Paraná**. Londrina, 1994. 49p. (Documentos, 18).

JOHNSON,T. "Taxatariska undersökringar om skogsträdens form. Skgsvardsföreningens tiedskrifte. **Häfte**, Berlim, v.9, n.10, p.285-329, 1911.

KIRCHNER,F.F.; FIGUEIREDO FILHO,A.; SCOLFORO,J.R.S.; MACHADO,S.A. e MITISHITA,E.A. "O Uso de Funções Spline no Cálculo de Volumes de Árvores." **Floresta**, Curitiba, v.19, n.1/2, p.116-122, 1989.

KOZAK,A.; MUNRO,D.D.; SMITH,J.H.G. "Taper functions and their aplication in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v.45, n.4, p.278-283, 1969.

LEITE, H.G.; GUIMARÃES, D.P.; CAMPOS, J.C.C. "Descrição e Emprego de um Modelo para Estimar Múltiplos Volumes de Árvores." **Revista Árvore**, Viçosa, v.19, n.1, p.65-79, jan./mar. 1995.

LIMA, F.S. "Análise de Funções de "Taper" Destinadas à Avaliação de Multiprodutos de Árvores de *Pinus elliottii*." Viçosa:UFV, 1986. 79p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

LOETSCH, F.; ZOHRER,F.; HALLER,K.E. "**Forest Inventory**" Volume II. BLV Verlagsgesellschaft München Bern Wien. 469p. 1973.

MAGUIRE,D.A.; BATISTA,J.L.F.; Sapwood taper models and implied sapwood volume and foliage profiles for coastal Douglas-fir. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.26, p. 849-863, 1996.

MAX,T.A.; BURKHART,H.E. "Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, sept. 1976.

McTAGUE,J.P.; BATISTA,J.L.F.; STEINER,L.H. "Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, Piracicaba, v.41/42, p.56-63, 1989.

- PARRESOL,B.R.; HOTVEDT,J.E.; CAO,Q.V. "A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.17, p.250-259, 1987.
- PELLICO NETO,S.; "As curvas relativas contínuas de forma de Preussner para o sortimento dos fustes de espécies florestais." **Cerne**, Lavras, v.1, n.1, p.17-27, 1994.
- RIOS, M.S. "A Eficiência das Funções Polinomiais, da Função Spline Cúbica, e Razões de Volume para Representar o Perfil da Árvore e Estimar os Sortimentos de *Pinus elliottii*." Lavras:UFLA, 1997. 116p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- ROSOT,M.A.D Estudo Comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamento de *Pinus taeda* L. Curitiba: UFPR, 1989. 163p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- SCHOEPFER,W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.l.]: Wurttt-Forstl., 1966. n.p.
- SCOLFORO, J.R.S. "Mensuração Florestal 3: Relações Quantitativas: em Volume, Peso e a Relação Hipsométrica." Lavras: ESAL/FAEPE, 1993.
- SCOLFORO,J.R.S. ; RIOS,M.S.; OLIVEIRA,A.D.de; MELLO,J.M.; MAESTRI,R. "Acuracidade de Equações de Afilamento para Representar o Perfil do Fuste de *Pinus elliottii*." **Cerne**, Lavras, v.4 , n.1 , p.100-122, 1998.
- SCOTT,A.J.; KNOTT,M.; A cluster analysis method for grouping means in the analysis of variance. **Biometrics**, Washington, v.30, p.505-512, Sept. 1974.
- SILVA, G.F.; CAMPOS, J.C.C.; SOUZA, A.L.; LEITE,H.G. "Uso de Métodos Estatísticos para Comparar Alternativas de Estimação do Volume Comercial." **Revista Árvore**, Viçosa, v.21, n.1, p.59-70, jan./mar. 1997.
- SILVA, J.A. "Funções de Forma dos Troncos do *Pinus taeda*, *Pinus excelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestre*. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5, 1981, Curitiba (PR). **Anais...** Curitiba: 1982. p.29-45. (Documentos, 9).

