



LETIVAN CAMBRAIA FREIRE JÚNIOR

**REMOÇÃO DE INTERFERÊNCIA DA REDE ELÉTRICA EM
SINAIS ECG BASEADO EM ANÁLISE DE COMPONENTES
INDEPENDENTES**

LAVRAS – MG

2023

LETIVAN CAMBRAIA FREIRE JÚNIOR

**REMOÇÃO DE INTERFERÊNCIA DA REDE ELÉTRICA EM SINAIS ECG
BASEADO EM ANÁLISE DE COMPONENTES INDEPENDENTES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. Wilian Soares Lacerda
Orientador

Prof. DSc. Danton Diego Ferreira
Coorientador

LAVRAS – MG

2023

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Júnior, Letivan Cambraia Freire.

Remoção de Interferência da Rede Elétrica em Sinais ECG
Baseado em Análise de Componentes Independentes / Letivan
Cambraia Freire Júnior. - 2020.

71 p. : il.

Orientador(a): Wilian Soares Lacerda.

Coorientador(a): Danton Diego Ferreira.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de
Lavras, 2020.

Bibliografia.

1. Sinais ECG. 2. Remoção Interferência da Rede Elétrica. 3.
Análise de Componentes Independentes. I. Lacerda, Wilian Soares.

LETIVAN CAMBRAIA FREIRE JÚNIOR

**REMOÇÃO DE INTERFERÊNCIA DA REDE ELÉTRICA EM SINAIS ECG
BASEADO EM ANÁLISE DE COMPONENTES INDEPENDENTES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 04 de Março de 2020.

Prof. Dr. Wilian Soares Lacerda UFLA, Brasil
Prof. Dr. Danton Diego Ferreira UFLA, Brasil
Prof. Dr. Roberto Alves Braga Júnior UFLA, Brasil
Prof. Dr. Augusto Santiago Cerqueira UFJF, Brasil


Prof. DSc. Wilian Soares Lacerda
Orientador

Prof. DSc. Danton Diego Ferreira
Co-Orientador

**LAVRAS – MG
2020**

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

Os sinais biomédicos são registros das atividades do corpo humano. Um exemplo de sinal biomédico é o eletrocardiograma (ECG), que é o registro das oscilações elétricas ocasionadas pelas atividades musculares cardíacas. O ECG pode ajudar no diagnóstico e prevenção de doenças cardiológicas, como o infarto do miocárdio e arritmia. Estes sinais estão sujeitos ao aparecimento de diversos ruídos em sua gravação, devido a respiração do paciente e interferência da rede elétrica, por exemplo. O último é causado principalmente devido a presença de campos elétricos e magnéticos no ambiente de gravação do ECG, devido ao uso de equipamentos elétricos, falhas no aterramento do equipamento, dentre outras. Isto leva a degradação do sinal, o que dificulta sua análise, sendo necessário empregar técnicas que atenuem estes ruídos. Neste trabalho é proposto um método para remoção do ruído proveniente da rede elétrica. O método é baseado na utilização de filtros digitais FIR, Análise de Componentes Independentes (ICA) e Transformada de Fourier (FFT). Os filtros são utilizados para gerar sinais de observação suficientes para a aplicação da ICA. Após a aplicação desta, são extraídos as fontes independentes contidas no sinal ECG. As fontes correspondentes ao ruído da rede elétrica e seus componentes harmônicos são identificadas e são eliminados após o processamento da FFT. Por fim, as fontes estimadas pelo sinal são utilizadas para reconstrução do sinal. Para desenvolvimento do método foram utilizados sinais de ECG obtidos a partir da plataforma *PhysioBank* ATM e das bases de dados MIT-BIH *Arrhythmia*, onde o ruído foi adicionado manualmente, e *Challenge 2011 Training SET A*, que dispõe de sinais originalmente corrompidos por diversos ruídos. O método apresentou bons resultados e se mostrou robusto a variações que possam ocorrer, como a presença de componentes harmônicas do sinal da rede elétrica e oscilações na relação sinal-ruído do sinal original com o ruído adicionado. Os resultados foram comparados com um filtro *notch* e um filtro adaptativo com algoritmo LMS, apresentando melhor desempenho. Todas as simulações e procedimentos foram realizadas no ambiente de programação MatLab.

Palavras-chave: Eletrocardiograma. Análise de Componentes Independentes. Interferência da Rede Elétrica.

ABSTRACT

Biomedical signals are records of the activities of the human body. An example of a biomedical signal is the electrocardiogram (ECG), which is the recording of electrical oscillations caused by cardiac muscle activities. The ECG can help in the diagnosis and prevention of cardiac diseases, such as myocardial infarction and arrhythmia. These signals are subject to the appearance of several noises in your recording, due to the patient's breathing and interference from the electrical network, for example. The latter is caused mainly due to the presence of electric and magnetic fields in the ECG recording environment, due to the use of electrical equipment, failures in the equipment grounding, among others. This leads to signal degradation, which makes it difficult to analyze, and it is necessary to employ techniques that attenuate these noises. In this work, a method for removing noise from the electrical network is proposed. The method is based on the use of digital FIR filters, Independent Component Analysis (ICA) and Fast Fourier Transform (FFT). Filters are used to generate sufficient observation signals for the application of the ICA. After its application, the independent sources contained in the ECG signal are extracted. The sources corresponding to the electrical network noise and its harmonic components are identified and are eliminated after the FFT processing. Finally, the sources estimated by the signal are used for signal reconstruction. To develop the method, ECG signals obtained from the PhysioBank ATM platform and the MIT-BIH Arrhythmia databases were used, where the noise was added manually, and Challenge 2011 Training SET A, which has signals originally corrupted by various noises. The method showed good results and proved to be robust to variations that may occur, such as the presence of harmonic components of the electrical network signal and oscillations in the signal-to-noise ratio of the original signal with the added noise. The results were compared with a notch filter and an adaptive filter with LMS algorithm, showing better performance. All simulations and procedures were performed in the MatLab programming environment.

Keywords: Biomedical Signals. Independent Component Analysis. Power Line Interference

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 – Forma de onda do ECG. | 14 |
| Figura 2.2 – Estrutura de um filtro adaptativo. | 16 |
| Figura 3.1 – Etapas seguidas pelo trabalho. | 34 |
| Figura 3.2 – Aplicação banco de filtros | 35 |
| Figura 4.1 – Exemplo sinal ECG. (a) sinal ECG sem ruído domínio do tempo. (b) sinal ECG no domínio do tempo após adição do ruído. (c) sinal ECG sem ruído no domínio da frequência. (d) sinal ECG no domínio da frequência após adição do ruído. | 41 |
| Figura 4.2 – Resposta em magnitude dos filtros projetados. | 42 |
| Figura 4.3 – Espectro dos componentes independentes estimados pela ICA. | 43 |
| Figura 4.4 – Comparação do RRMSE para os três algoritmos. | 44 |
| Figura 4.5 – Comparação diferença espectral para os três algoritmos. | 44 |
| Figura 4.6 – Comparação SNR para os três algoritmos. | 45 |
| Figura 4.7 – Comparação entre o sinal ECG com ruído, original e a saída do método para os três algoritmos utilizados. (a) e (b) sinal ECG com ruído. (c) e (d) sinal ECG sem ruído. (e) e (f)saída SOBI. (g) e (h) saída JADE. (i) e (j) saída FastICA. | 46 |
| Figura 4.8 – Diferença entre sinal ECG com ruído e sinal recuperado pelo método proposto no domínio do tempo e frequência para os três algoritmos padrão ICA utilizados. (a) e (b) SOBI. (c) e (d) JADE. (e) e (f) FastICA. | 47 |
| Figura 4.9 – Diferença entre sinal ECG e sinal recuperado pelo método proposto. (a) e (b) SOBI. (c) e (d) JADE. (e) e (f) FastICA. | 48 |
| Figura 4.10 – Sinal ECG com a presença de ruído e componentes harmônicos.(a) sinal original. (b)sinal ECG com ruídos. (c)espectro do sinal original. (d) espectro do sinal ECG com ruídos. | 50 |
| Figura 4.11 – Componentes independentes extraídos pela ICA. | 51 |
| Figura 4.12 – Sinais ECG com ruído, original e recuperado pelo método proposto no domínio do tempo e frequência, respectivamente.(a) e (b) ECG com ruído. (c) e (d) ECG original. (e) e (f) recuperado pelo método. | 52 |
| Figura 4.13 – Diferença entre sinal ECG com ruído e recuperado pelo método. | 53 |
| Figura 4.14 – Comparação RRMSE com todos os métodos. | 54 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.15 – Comparação diferença espectral (SD) com todos os métodos. | 55 |
| Figura 4.16 – Comparação SNR com todos os métodos. | 56 |
| Figura 4.17 – Comparação RRMSE para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos. | 57 |
| Figura 4.18 – Comparação SD para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos. | 58 |
| Figura 4.19 – Comparação SNR para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos. | 59 |
| Figura 4.20 – Comparação a partir da média no valor SNR para todos métodos com variação da relação sinal-ruído no sinal ECG antes da eliminação do ruído. | 60 |
| Figura 4.21 – Sinal ECG real no domínio do tempo e frequência. | 60 |
| Figura 4.22 – Componentes independentes estimados pela ICA. | 61 |
| Figura 4.23 – Diferença entre sinal ECG com ruído e sinal recuperado pelo método proposto. | 61 |
| Figura 4.24 – Comparação do desempenho obtido por cada algoritmo padrão ICA. | 62 |
| Figura 4.25 – Comparação do desempenho obtido pelos filtros. | 63 |
| Figura 4.26 – Comparação do desempenho obtido pelos filtros e o método proposto. | 64 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 4.1 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA. | 43 |
| Tabela 4.2 – Desempenho do método para variações de frequência. | 47 |
| Tabela 4.3 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA. | 47 |
| Tabela 4.4 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA. | 49 |
| Tabela 4.5 – Comparação das métricas para o filtro <i>notch</i> e adaptativo com LMS. | 53 |
| Tabela 4.6 – Comparação das métricas para o filtro <i>notch</i> e adaptativo com LMS com variação da frequência fundamental. | 56 |
| Tabela 4.7 – Comparação das métricas para o filtro <i>notch</i> e adaptativo com LMS com variação da frequência fundamental para sinal gravado por 60 segundos. . . | 57 |
| Tabela 4.8 – Comparação das métricas para o filtro <i>notch</i> e adaptativo com LMS com variação da relação sinal-ruído (SNR). | 59 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 1.1 | Objetivo | 12 |
| 1.2 | Estrutura do Trabalho | 12 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 13 |
| 2.1 | Eletrocardiograma | 13 |
| 2.2 | Filtros Digitais | 14 |
| 2.3 | Análise de Componentes Independentes - ICA | 17 |
| 2.3.1 | Restrições e Ambiguidades da ICA | 18 |
| 2.3.2 | Etapas de pré-processamento | 18 |
| 2.3.2.1 | Centralização | 19 |
| 2.3.2.2 | Branqueamento | 19 |
| 2.3.3 | Aplicação e Principais Algoritmos | 20 |
| 2.3.3.1 | SOBI | 20 |
| 2.3.3.2 | JADE | 21 |
| 2.3.3.3 | FastICA | 23 |
| 2.4 | Transformada Discreta de Fourier - DFT | 25 |
| 2.5 | Processamento de Sinais Aplicado na Remoção da Interferência da Rede Elétrica | 26 |
| 3 | METODOLOGIA | 33 |
| 3.1 | Sinais biomédicos | 34 |
| 3.2 | Método proposto | 35 |
| 3.2.1 | Banco de filtros | 35 |
| 3.2.2 | Aplicação da ICA | 37 |
| 3.2.3 | Identificação do componente referente a rede elétrica | 37 |
| 3.2.4 | Eliminação da interferência | 37 |
| 3.2.5 | Reconstrução do sinal | 38 |
| 3.3 | Análise de desempenho | 38 |
| 3.3.1 | Métodos utilizados para comparação | 39 |
| 4 | RESULTADOS | 41 |
| 4.1 | Sinal com interferência da rede elétrica simulada | 41 |
| 4.1.1 | Comparação com outros métodos | 50 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 4.2 | Sinal com interferência da rede elétrica real | 55 |
| 5 | Conclusões e Trabalhos Futuros | 65 |
| 5.1 | Perspectiva de Trabalhos Futuros | 65 |
| | REFERÊNCIAS | 67 |

1 INTRODUÇÃO

Os sinais biomédicos são frequentemente utilizados para identificar e explicar condições patológicas do corpo humano. Estes sinais podem ser de origem elétrica, química ou acústica. Exemplo de sinais elétricos emitidos pelo corpo humano são o eletrocardiograma (ECG) e o eletroencefalograma (EEG).

O eletrocardiograma é uma ferramenta importante no diagnóstico e prevenção de doenças cardiológicas, como arritmia e infarto do miocárdio. Trata-se do registro das oscilações elétricas ocasionadas pelas atividades musculares cardíacas. O sinal biomédico é obtido a partir de eletrodos dispostos sobre o corpo do paciente, e está sujeito a diversas fontes de ruído, as principais são a interferência da rede elétrica, movimento de respiração e distúrbios devido as atividades musculares corporais. O sinal de eletrocardiograma é muito sensível a ruídos devido ao fato de sua faixa de frequência ser entre 0,05-100 Hz.

A interferência da rede elétrica é um sinal senoidal com frequência fundamental próximo de 50/60 Hz, dependendo da localidade. Porém, é comum o aparecimento de componentes harmônicas, que são sinais senoidais onde a frequência é um múltiplo inteiro da frequência fundamental. Geralmente a amplitude desse ruído chega a cerca de 50% da amplitude pico a pico do sinal ECG.

Inevitavelmente, em todas as situações clínicas haverá algum contato com a rede elétrica, seja pela lâmpada que ilumina o ambiente ou através da tomada que alimenta os equipamentos biomédicos. A utilização da eletricidade faz com que ocorram dois fenômenos que são as principais causas da interferência da rede elétrica em sinais biomédicos, os campos elétrico e magnético.

A variação do campo magnético induz uma força eletromotriz em um circuito fechado, o que irá resultar em um potencial elétrico. E a variação do campo elétrico produzido por um potencial elétrico também pode produzir uma interferência no sistema, fazendo com que as correntes fluam para terra através do sistema. Esses potenciais são causados por diversas fontes como circuitos de iluminação, cabeamento e tomadas, e outros equipamentos elétricos em operação nas proximidades. Em situações onde não haja corrente elétrica circulando pelo circuito não há existência de campo magnético, mas há a presença do campo elétrico, como por exemplo, em aparelhos eletrônicos em *stand-by*.

A principal fonte da interferência eletromagnética é a utilização de dispositivos magnéticos de características não lineares, como os transformadores. Isto faz com que a interferência magnética seja caracterizada pela presença de elevados conteúdos harmônicos.

A interferência a partir do campo elétrico é caracterizada pela concentração do ruído na frequência fundamental da rede elétrica. A principal causa para este efeito é a utilização de equipamentos eletrônicos nas proximidades do local de aquisição dos sinais biomédicos. Outros motivos que podem levar a esta situação remete ao aterramento inadequado do aparelho biomédico e problemas de conexão dos eletrodos.

Devido aos ruídos presentes nos registros dos sinais biomédicos, sua análise exige muito conhecimento e experiência do profissional. Desta forma, o objetivo do processamento de sinais na área biomédica é extrair as informações contidas nestes sinais de forma precisa, a fim de proporcionar maior precisão no diagnóstico.

Dada a importância de um diagnóstico preciso na área de biomedicina, diversos métodos de processamento de sinais têm sido propostos para solução deste problema, como filtros, decomposição do modo empírico, função de base radial (RBF) com filtro Wiener e Análise de Componentes Independentes (ICA).

Apesar dos inúmeros trabalhos desenvolvidos nesta área, muitas das técnicas propostas apresentam falhas quando alguma variação é encontrada no sinal. Como por exemplo, o aparecimento de componentes harmônicas no sinal da rede elétrica. Em diversos trabalhos esses fenômenos são negligenciados, tais quais as oscilações na frequência da rede elétrica e na relação sinal-ruído. Desta forma, esta é uma área que continua aberta a novas propostas, dada a importância de um diagnóstico preciso na análise de sinais biomédicos.

Neste trabalho é proposta uma nova abordagem para remoção do ruído proveniente da rede elétrica em sinais de eletrocardiograma. A metodologia é baseada na utilização de um banco de filtros para gerar sinais de observação suficientes para aplicação da ICA que por sua vez, faz a estimação das diversas fontes presentes no sinal ECG. Assim, as componentes referentes a interferência elétrica são encontradas e atenuadas, utilizando a transformada de Fourier.

Para realizar os experimentos foram utilizados sinais de ECG, onde a interferência foi adicionada manualmente. Além de sinais ECG originalmente contaminados por diversos ruídos como essa interferência. Os resultados são comparados com algumas metodologias disponíveis na literatura.

1.1 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um método capaz de eliminar o ruído proveniente da rede elétrica em sinais de eletrocardiograma, baseado na utilização da técnica denominada Análise de Componentes Independentes.

1.2 Estrutura do Trabalho

No capítulo 2 são apresentados os principais conceitos sobre o eletrocardiograma. Além disso, são abordados os principais conceitos das técnicas utilizadas na concepção do método proposto. Por fim, é realizado o levantamento do estado da arte sobre o tema.

O capítulo 3 se refere a descrição do método proposto utilizado realização dos experimentos a partir do método proposto. O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos para o método proposto, além de realizar a comparação com outros dois métodos utilizados na literatura para mesma tarefa. No capítulo 5, são apresentadas as conclusões do trabalho . Também são apontadas algumas sugestões para trabalhos futuros nesta área de pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste capítulo é apresentar os principais conceitos sobre o tema e realizar um levantamento sobre o estado da arte referente aos métodos de remoção da interferência da rede elétrica de sinais biomédicos.

2.1 Eletrocardiograma

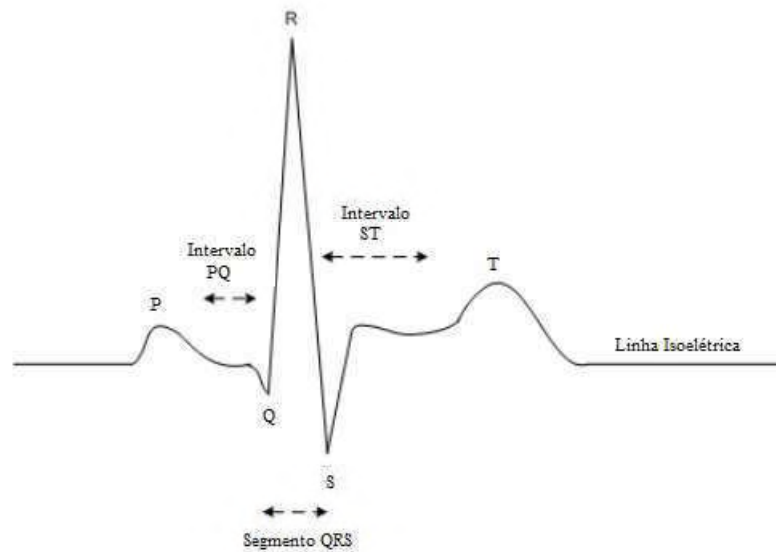
Alguns órgãos do corpo humano têm suas funções representadas a partir de sua atividade elétrica. Essa atividade produz alguns sinais que podem ser utilizados para análise de sua atividade funcional. Os exemplos clássicos de órgãos com essa característica são o cérebro e o coração, onde a representação de suas atividades elétricas são denominadas como eletroencefalograma e eletrocardiograma, respectivamente.

O eletrocardiograma é a representação gráfica dos sinais elétricos produzidos pelo coração durante seu funcionamento. Por meio dessa representação é possível monitorar e detectar diversas patologias cardíacas como arritmias e infarto do miocárdio, por exemplo (SUCHETHA; KUMARAVEL, 2013). Esses sinais são adquiridos através de eletrodos dispostos sobre o corpo do paciente, mais especificamente sobre os peitos e os membros inferiores e superiores (SHARMA; PACHORI, 2018). As atividades elétricas captadas pelos eletrodos são registradas pelo aparelho denominado eletrocardiógrafo.

No tipo mais comum de ECG são utilizados 10 eletrodos, onde 4 eletrodos periféricos são fixados nos braços e tornozelos do pacientes e seis eletrodos precordiais são posicionados no tórax. Dessa forma, são registrados os estímulos elétricos em um total de 12 derivações, que são formas de analisar esses estímulos de ângulos diferentes. Existem dois tipos de derivações que são as unipolares e bipolares. Para o tipo de ECG descrito geralmente têm-se 3 bipolares, 6 unipolares e 3 unipolares modificadas. As derivações bipolares registram a diferença de potencial de dois eletrodos dispostos nos membros, já as unipolares registram o potencial entre o ponto onde o eletrodo é posicionado e um ponto virtual.

O sinal do ECG é formado pelas ondas P, T e o complexo QRS, como mostra a Figura 2.1, onde cada forma de onda PQRST corresponde a um ciclo do ECG (PALANIAPPAN, 2011). Por meio da análise das formas de onda durante cada ciclo é possível obter informações sobre algum tipo de distúrbio cardíaco. Como por exemplo, a onda P, que deve ser observada em todos os ciclos cardíacos, a sua ausência pode indicar um caso de arritmia (FELDMAN; GOLDWASSER, 2004).

Figura 2.1 – Forma de onda do ECG.



Fonte: adaptado de (PALANIAPPAN, 2011)

Os sinais do eletrocardiograma geralmente possuem amplitude que varia entre $10 \mu V$ e $10 mV$ e frequência entre $0,05 - 100 Hz$ (AGRAWAL; GUPTA, 2013). Desta forma, durante sua aquisição, o sinal de ECG pode sofrer interferências de diversos ruídos, principalmente provenientes da rede elétrica com frequência de $60Hz$. Este ruído pode se interpor as ondas P e T do sinal ECG, impossibilitando sua interpretação.

2.2 Filtros Digitais

A filtragem é uma das operações mais utilizadas no processamento de sinais. A passagem de um sinal por um filtro é o processo onde os componentes do sinal pertencente a faixa de frequências desejadas são mantidos e os componentes de frequência indesejadas são atenuados. A faixa de frequência que é mantida é denominada de banda de passagem, e a frequência a partir da qual os componentes do sinal são atenuados é chamada de frequência de corte.

De forma geral, existem quatro tipos de filtros ideais que são projetados para passar determinadas faixas de frequência do sinal sem distorção. Estes devem possuir ganho unitário na banda de passagem e zero na banda de rejeição, todavia na prática estes filtros não são realizáveis. Os filtros ideais são:

- passa-baixas: os componentes do sinal frequências abaixo da frequência de corte são mantidos e acima são eliminados

- passa-alta: ao contrário do anterior, a parcela do sinal acima da frequência de corte é mantida.
- passa-faixa: todo sinal situado entre duas frequências escolhidas é mantido;
- rejeita-faixa: o sinal entre duas frequências escolhidas é eliminado. Há ainda neste caso o filtro que elimina apenas uma determinada frequência, que é conhecido como *notch*.

Os filtros digitais podem ser classificados em duas classes, de acordo com a duração da resposta ao impulso, que são os filtros digitais de resposta ao impulso de duração finita (FIR) e filtros digitais de resposta ao impulso de duração infinita (IIR).

Os filtros FIR têm operação baseada em equações lineares de diferenças, onde os coeficientes são constantes e de natureza não recursiva (HAYKIN; VEEN, 2001). Estes filtros são sempre estáveis e podem ser projetados de forma que tenha resposta em fase exatamente linear. Além disto, por possuírem comprimento finito qualquer transitório possui duração limitada. Todavia a ordem dos filtros é consideravelmente maior para um filtro IIR equivalente (MITRA; KUO, 2006; MNENEY, 2009).

A função de transferência de um filtro FIR é um polinômio em z^{-1} e sua forma básica pode ser expressa por:

$$H(z) = \sum_{n=0}^N h[n]z^{-n}, \quad (2.1)$$

Para reduzir a complexidade computacional, a ordem N deve ser a menor possível. Além disso, para garantir a resposta em fase linear, os coeficientes do filtro FIR devem atender a seguinte condição:

$$h[n] = \pm h[n - N]. \quad (2.2)$$

O projeto de um filtro FIR pode ser realizado como uma aproximação direta da resposta de magnitude especificada, juntamente com o requisito frequentemente adicionado de que a resposta de fase seja linear (MITRA; KUO, 2006). A resposta em frequência é dada por:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^N h[n]e^{-j\omega n}. \quad (2.3)$$

Os filtros IIR têm entrada e saídas baseadas em equações lineares de diferenças de natureza recursiva. Sua função de transferência é uma função racional em z^{-1} . Estes filtros nunca são estáveis e não podem ser projetados com resposta em fase exatamente linear (MNENEY,

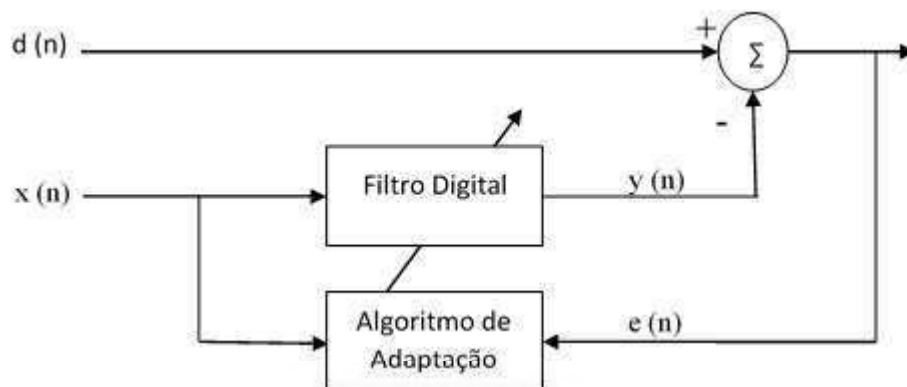
2009). Possuem uma vantagem significativa sobre os filtros FIR que é a capacidade de aproximar uma resposta em magnitude específica com uma ordem menor, o que implica em menor complexidade computacional. Entretanto, este fato leva a uma distorção de fase e um transitório de tempo infinito (HAYKIN; VEEN, 2001). A função de transferência de um filtro IIR é dada por:

$$H(z) = \frac{p_0 + p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + \dots + p_Mz^{-M}}{d_0 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_Nz^{-N}} \quad (2.4)$$

Apesar da menor complexidade computacional em relação ao filtro FIR, o projeto de um filtro IIR apresenta uma maior dificuldade, além de não ser atender a condição de resposta em fase linear. Uma das abordagens para projetar este tipo de filtro é projetar um filtro IIR analógico e utilizar o método bilinear para transformar o filtro analógico em digital (PALANIAPPAN, 2011).

Além dos filtros fixos, outro importante método amplamente utilizado é a filtragem adaptativa. Os filtros adaptativos possuem a capacidade de adaptar seus parâmetros de acordo com a resposta de forma automática, para melhorar seu desempenho durante a operação. Para realizar esta tarefa podem ser utilizados diversos algoritmos, dentre eles, o algoritmo *Least Mean Squares* (LMS) (WIDROW; HOFF, 1960). A Figura 2.2 apresenta a estrutura de um filtro adaptativo utilizado para cancelamento de ruído.

Figura 2.2 – Estrutura de um filtro adaptativo.



Fonte: adaptado de (WIDROW et al., 1975)

Como mostra a Figura 2.2 no instante n , o sinal de entrada $x(n)$ é aplicado a um filtro digital e então é obtida a resposta deste filtro $y(n)$. Esta resposta do filtro é comparada ao sinal de referência $d(n)$ e a diferença entre estas duas amostras é o sinal de erro $e(n)$. Em seguida, o sinal de erro é utilizado pelo algoritmo de adaptação para ajustar os parâmetros do

filtro no instante $n + 1$. O objetivo do algoritmo de adaptação é ajustar os coeficientes do filtro e minimizar a função custo escolhida.

2.3 Análise de Componentes Independentes - ICA

Considere a situação onde há inúmeras pessoas conversando dentro de um espaço fechado com diversos gravadores de áudio espalhados dentro deste ambiente. O sinal de áudio dos gravadores constitui o modelo de mistura x_1, x_2, \dots, x_N , onde N representa o número de gravadores presentes no ambiente. O sinal de áudio original de cada pessoa é representado por s_1, s_2, \dots, s_N . Desta forma, o modelo pode ser então expressado como uma equação linear (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001).

$$x_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{iN}s_N, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.5)$$

O exemplo descrito é conhecido como problema da festa de coquetel (*cocktail-party problem*) (HYVÄRINEN; OJA, 2000). Os termos a_{ij} , são denominados pesos, e são proporcionais a distância de cada pessoa até o gravador. Se esses termos ou o sinal de áudio de cada pessoa são conhecidos é possível resolver esse sistema de equações lineares. Entretanto, é suficiente admitir que os sinais s_1, s_2, \dots, s_N são estatisticamente independentes entre si. A Análise de Componentes Independentes (ICA) então pode ser utilizada para estimar os pesos baseado nesta informação de independência (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001).

A ICA é uma técnica de separação cega de fontes (*BSS - Blind Source Separation*), em que a fonte se refere ao sinal original, como as pessoas conversando no exemplo. E o termo "cega" significa que há pouca ou nenhuma informação sobre a matriz de mistura e as fontes originais (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001).

A ICA pode ser representada na forma matricial:

$$x = As, \quad (2.6)$$

em que a matriz A é composta pelo pesos a_{ij} e a matriz S composta pelos componentes independentes s_1, s_2, \dots, s_N . O objetivo é encontrar os componentes da matriz S a partir da matriz de misturas. Para tal, uma estimativa destes componentes pode ser calculado através de uma matriz de separação W , que pode ser obtida pela matriz inversa da matriz A . Esta operação pode ser

representada pela equação:

$$y = Wx, \quad (2.7)$$

em que y é a matriz com as estimativas dos componentes independentes.

2.3.1 Restrições e Ambiguidades da ICA

Segundo Hyvärinen, Karhunen e Oja (2001), para utilizar a ICA algumas restrições e suposições devem ser consideradas como (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001):

- os componentes independentes devem ser estatisticamente independentes entre si;
- as componentes independentes devem apresentar distribuição não-gaussiana;
- o número de misturas observadas deve ser igual ao número de componentes independentes.

De acordo com Hyvärinen e Oja (2000), as ambiguidades presentes no modelo da ICA são: indeterminação da energia e ordem dos componentes independentes. Em relação a primeira ambiguidade, com base na Equação (2.6), se A e s são desconhecidos, qualquer multiplicador escalar aplicado em uma das fontes s_i pode ser sempre cancelado dividindo a coluna a_i de A pelo mesmo escalar. Como consequência as magnitudes das fontes independentes podem ser fixadas. A forma natural de fazer isso é supor variância unitária. Então a matriz A será adaptada para levar em conta esta restrição. Isto ainda faz com que haja uma ambiguidade do sinal, de forma que o componente independente pode ser multiplicado por -1 sem afetar o modelo. Todavia, essa ambiguidade é insignificante na maior parte das aplicações.

Em relação a segunda ambiguidade, como s e A são desconhecidos é possível alterar livremente a ordem dos termos na Equação 2.6. Formalmente, uma matriz de permutação \mathbf{P} e sua inversa podem ser substituídas no modelo de modo que $x = AP^{-1}Ps$, onde os elementos Ps são as variáveis originais independentes s_i mas em ordem diferente. A matriz AP^{-1} é apenas uma matriz de misturas desconhecidas a ser solucionada pelos algoritmos ICA.

2.3.2 Etapas de pré-processamento

Antes da aplicação do sinal em um algoritmo ICA uma etapa de pré-processamento é realizada na maioria das vezes. Estas etapas são descritas a seguir (HYVÄRINEN; OJA, 2000).

2.3.2.1 Centralização

Esta é a etapa mais básica e necessária, e consiste em subtrair de \mathbf{x} seu vetor de média, fazendo com que \mathbf{x} seja um vetor de média zero. Este pré-processamento é feito apenas para simplificar os algoritmos ICA, não significando que a média não possa ser estimada. Após estimar a matriz de mistura \mathbf{A} com dados centralizados, podemos concluir a estimativa adicionando o vetor médio de \mathbf{x} de volta às estimativas centralizadas.

2.3.2.2 Branqueamento

Após a etapa de centralização é realizado o branqueamento dos dados. Isto é feito de forma a transformar o vetor de observação \mathbf{x} em um vetor branco $\tilde{\mathbf{x}}$ onde os componentes são descorrelacionados e as variâncias tem valor unitário. Ou seja, a matriz de covariância de $\tilde{\mathbf{x}}$ é igual a matriz identidade.

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I} \quad (2.8)$$

Um dos métodos mais populares na etapa de branqueamento é a utilização da decomposição de autovalores. Esta técnica é aplicada a matriz de covariância $E\{\mathbf{xx}^T\} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^T$, onde \mathbf{E} é a matriz ortogonal dos autovalores de $E\{\mathbf{xx}^T\}$ e \mathbf{D} é a matriz diagonal destes autovalores. A matriz dos autovalores pode ser estimada em uma forma padrão a partir das amostras $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)$, desta forma o branqueamento pode ser dado por:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T\mathbf{x} \quad (2.9)$$

O branqueamento transforma a matriz de observações em uma matriz ortogonal $\tilde{\mathbf{A}}$. Substituindo a Equação (2.6) em (2.9), temos:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T\mathbf{A}\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} \quad (2.10)$$

O branqueamento como pode ser visto, reduz o número de parâmetros a serem estimados, uma vez que é necessário apenas estimar a matriz de observações ortogonal $\tilde{\mathbf{A}}$ (HYVÄRI-NEN; OJA, 2000).

2.3.3 Aplicação e Principais Algoritmos

Dada a capacidade de separação de sinais pela ICA, essa técnica pode ser bastante eficiente para aplicação na área de processamento de sinais biomédicos, pois esses geralmente sofrem com interferências, como por exemplo da rede elétrica. Algumas aplicações já foram propostas na literatura para análise de sinais biomédicos, como por exemplo em Mijovic et al. (2010), Zheng e Hu (2019).

Na literatura há diversos algoritmos para aplicação da ICA, como os métodos SOBI (*Second Order Blind Identification*) (BELOUHRANI et al., 1997), FastICA (*Fast Independent Component Analysis*) (OJA; YUAN, 2006) e JADE (*Joint Point Diagonalisation of Eigenmatrices*) (CARDOSO; SOULOUMIAC, 1993).

2.3.3.1 SOBI

O algoritmo SOBI executa um problema de separação cega de fontes através da diagonalização conjunta aproximada de matrizes de covariância com atraso de tempo. Esse algoritmo é baseado em estatísticas de segunda ordem que utilizam informações de tempo/frequência para calcular a decomposição. O critério de separação utilizado é a diversidade espectral, de forma que o objetivo principal é encontrar uma transformação linear que otimize a diversidade espectral entre as fontes (LIO; BOULINGUEZ, 2013).

O algoritmo segue três passos: branqueamento, cálculo das matrizes de correlação atrasadas e diagonalização conjunta. A implementação do algoritmo SOBI é feita obedecendo os seguintes procedimentos (BELOUHRANI et al., 1997):

1. Estimar a matriz de covariância $\tilde{\mathbf{R}}(0)$ a partir da amostra de dados T . Denotado por $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ os maiores autovalores e h_1, \dots, h_n os autovalores correspondentes de $\tilde{\mathbf{R}}(0)$.
2. Sobre a suposição do ruído branco, uma estimativa σ^2 da variância do ruído é a média dos menores autovalores $m - n$ da matriz $\tilde{\mathbf{R}}(0)$. Os sinais após o branqueamento são $z(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T$, que é computado por $z_i(t) = (\lambda_i - \sigma^2)^{(-1/2)} h_i^* x(t)$ para $1 \leq i \leq n$, o que é equivalente para formar a matriz de branqueamento por:

$$\tilde{W} = [(\lambda_1 - \sigma^2)^{-1/2} h_1, \dots, (\lambda_n - \sigma^2)^{-1/2} h_n]^H \quad (2.11)$$

3. Formar estimativas da amostra $\tilde{R}(\tau)$ através das matrizes de covariância da amostra de $z(t)$ por um conjunto fixo de tempo $\tau \in \{\tau_j | j = 1, \dots, K\}$.
4. Uma matriz unitária \tilde{U} é obtida a partir da diagonalização conjunta do conjunto $\{\tilde{R}(\tau_j) | j = 1, \dots, K\}$.
5. As fontes são estimadas como $\tilde{s}(t) = \tilde{U}^H \tilde{W} x(t)$, e a matriz A é estimada através de $\tilde{A} = \tilde{W} \# \tilde{U}$.

O algoritmo SOBI apresenta algumas importantes características como (BELOUCH-RANI et al., 1997):

- Baseia-se apenas nas estatísticas de segunda ordem dos sinais recebidos.
- Permite separar fontes Gaussianas.
- A utilização de várias matrizes de covariância torna o algoritmo mais robusto, de forma que o aparecimento de alguma indeterminação é pouco provável.

2.3.3.2 JADE

O algoritmo JADE proposto por Cardoso e Souloumiac (1993) é baseado na diagonalização conjunta de matrizes cumulantes de segunda e quarta ordem, a partir da ideia de que as fontes possuem distribuições não Gaussianas (LIO; BOULINGUEZ, 2013). Os autovalores do tensor cumulante são vetores que descrevem os componentes independentes da mistura de dados às diferentes contribuições. Os cumulantes cruzados que são os elementos fora da diagonal da matriz cumulantes caracterizam a dependência estatística entre os diferentes componentes dos dados.

Um tensor cumulante de quarta ordem é uma matriz quadridimensional cujas entradas são dadas pelos cumulantes cruzados de quarta ordem (x_i, x_j, x_k, x_t) , onde os índices i, j, k, t variam de 1 a n . Esse cumulante contém as informações de quarta ordem dos dados, assim como a matriz de covariância fornece todas informações de segunda ordem dos dados.

O tensor cumulante de quarta ordem é um operador linear definido por $cum(x_i, x_j, x_k, x_t)$. Para este caso, tem-se uma transformação linear no espaço das $n \times n$ matrizes, em vez do espaço dos vetores n -dimensionais. A transformação linear é dada por (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001):

$$F_{ij}(M) = \sum_{kt} m_{kt} cum(x_i, x_j, x_k, x_t) \quad (2.12)$$

em que m_{kt} são os elementos da matriz M que é transformada.

Como qualquer operador linear simétrico, o tensor cumulante possui uma decomposição de autovalores. Por definição, uma matriz M é denominada uma automatriz, tal que:

$$F(M) = \lambda M \quad (2.13)$$

em que λ é um autovalor escalar, ou seja, $F_{ij}(M) = \lambda M_{ij}$.

Considerando um caso onde os dados seguem o modelo da ICA, com dados após branqueamento:

$$z = VAs = W^T s \quad (2.14)$$

em que W^T é a matriz de mistura após branqueamento. O tensor cumulante de z possui uma estrutura especial que pode ser vista na decomposição de autovalores. Toda matriz na forma

$$M = w_m w_m^T \quad (2.15)$$

para $m = 1, \dots, n$ é uma automatriz. O vetor w_m é uma das linhas da matriz W , e portanto, uma das colunas da matriz de misturas branqueada W^T .

A matriz W diagonaliza $F(M)$ para qualquer M . Ou seja, $WF(M)W^T$ é diagonal. Isto ocorre porque a matriz F é uma combinação linear de termos na forma $w_i w_i^T$, a partir do modelo da ICA.

Desta forma, pode se utilizar um conjunto de matrizes $M_i, i = 1, \dots, K$, e tentar fazer com que a matriz $WF(M_i)W$ seja mais diagonal possível. Na prática, não é possível fazer com que as matrizes sejam exatamente diagonais.

A diagonalidade de uma matriz $Q = WF(M_i)W^T$ pode ser medida com a soma dos quadrados dos elementos não diagonais ($\sum_{k \neq l} q_{kl}^2$), por exemplo. Como uma matriz ortogonal não altera a soma total dos quadrados de uma matriz, a minimização da soma dos quadrados dos elementos fora da diagonal é equivalente à maximização da soma dos quadrados dos elementos diagonais. Desta forma, tem-se (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001):

$$\mathcal{J}_{JADE}(W) = \sum_i \|\text{diag}(WF(M_i)W^T)\|^2 \quad (2.16)$$

em que $\|\text{diag}(\cdot)\|^2$ é o soma dos quadrados da diagonal. A maximização da Equação (2.16) é um dos métodos para diagonalização conjunta aproximada de $F(M_i)$.

A escolha das matrizes de M é de suma importância para o funcionamento do método. Uma escolha natural para estas matrizes são as automatrizes do tensor cumulante. Portanto, há um conjunto de n matrizes que fornecem todas as informações relevantes sobre os cumulantes, no sentido de que elas abrangem o mesmo subespaço que o tensor cumulante. Este é o princípio básico do algoritmo JADE (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001). Desta forma, têm-se:

$$\mathcal{J}_{JADE}(W) = \sum_{ijkl \neq iikl} cum(y_i, y_j, y_k, y_l)^2 \quad (2.17)$$

ao se minimizar \mathcal{J}_{JADE} , o somatório dos quadrados dos cumulantes cruzados de y_i também são minimizados. Portanto, o método minimiza correlações não-lineares.

A aplicação do algoritmo JADE segue as seguintes etapas:

1. Inicialização: Estimar a matriz de branqueamento \hat{W} e definir $Z = \hat{W}X$.
2. Estimar o conjunto máximo $\{\hat{Q}_i^Z\}$ de matrizes cumulantes.
3. Otimização do contraste ortogonal. Encontrar uma matriz de rotação \hat{V} tal que as matrizes cumulantes sejam mais diagonais possível.
4. Separação. Estimar A a partir de $\hat{A} = \hat{V}\hat{W}^{-1}$ e/ou estimar os componentes como $\hat{S} = \hat{A}^{-1}X = \hat{V}Z$

A diagonalização conjunta na Etapa 3 é encontrada a partir de uma técnica Jacobi, por isto é considerada um algoritmo Jacobi (CARDOSO, 1999). Este método tem como vantagens o fato de não requerer um gradiente descendente - o que evita alguns problemas de convergência - e um ajuste de parâmetros, além de ser mais rápido por realizar menos cálculos (HYVÄRINEN; KARHUNEN; OJA, 2001).

2.3.3.3 FastICA

O algoritmo FastICA pode ser implementado em uma versão em que apenas um componente independente é extraído. Nesta forma, há apenas um vetor de pesos w passível de atualização de acordo com uma regra de aprendizado. A regra de aprendizado deste algoritmo baseia-se em encontrar um vetor de pesos q de forma que $w^T x$ maximize a não gaussianidade. A não gaussianidade é medida pela aproximação da negentropia $J(w^T x)$, dada por:

$$J(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (2.18)$$

A variância de $w^T x$ deve ser limitada a unidade, para um dado pré-processamento através do branqueamento, isto significa dizer que a norma de w deve ser restringida a unidade. Vale ressaltar que o sinal é pré-processado pelas etapas de centralização e branqueamento.

O FastICA é uma técnica baseada na iteração de ponto fixo para encontrar a máxima não gaussianidade de $w^T x$. A forma básica de implementação desse algoritmo segue as seguintes etapas:

1. Escolha um valor inicial para o vetor de pesos w .
2. Calcule $w^+ = E\{xg(w^T x)\} - E\{g'(w^T x)\}w$.
3. Calcule $w = \frac{w^+}{\|w^+\|}$.
4. Se não convergir volte para o passo 2.

Para estimação de várias componentes independentes devem ser usadas várias unidade de vetores de pesos w_1, \dots, w_n . Para impedir que diferentes vetores convirjam para o mesmo máximo deve ser usada a decorrelação das saídas $w_1^T x, \dots, w_n^T x$, após cada iteração. Uma forma simples de realizar esta tarefa é utilizar o esquema de deflação baseado na decorrelação Gram-Schmidt-like. Isto significa que os componentes serão estimados um a um. Se p componentes independentes são estimadas, tem se p vetores de pesos, o algoritmo citado acima é executado para w_{p+1} e após cada iteração é subtraído de w_{p+1} as projeções $w_{p+1} w_j^T W_j, j = 1, \dots, p$ dos p vetores estimados anteriormente e então w_{p+1} é renormalizado. Uma simples alternativa para realizar este método é.

1. Calcule $w_{p+1} = w_{p+1} - \sum_{j=1}^p w_{p+1}^T w_j W_j$.
2. Calcule $w_{p+1} = \frac{w_{p+1}}{\sqrt{w_{p+1}^T w_{p+1}}}$.

Em algumas aplicações pode ser desejado usar a decorrelação simétrica de forma a não privilegiar nenhum dos vetores. Isto pode ser resolvido utilizando o método que envolve a raiz quadrada de matriz, como:

$$W = (WW^T)^{-1/2}W \quad (2.19)$$

onde W é a matriz $(w_1, \dots, w_n)^T$ e raiz quadrada inversa $(WW^T)^{-1/2}$ é obtida através da decomposição dos autovalores de $WW^T = FDF^T$ como $(WW^T)^{-1/2} = FD^{-1/2}F^T$. Uma metodologia simples para o algoritmo de iteração é proposto por Hyvarinen (1999):

1. Calcule $W = \frac{W}{\sqrt{\|WW^T\|}}$.
2. Calcule $W = \frac{3}{2}W - \frac{1}{2}WW^TW$

O FastICA apresenta convergência cúbica, o que o torna mais rápido do que algoritmos que utilizam a técnica de gradiente descendente, além de não necessitar do ajuste da taxa de aprendizado (HYVÄRINEN; OJA, 2000).

2.4 Transformada Discreta de Fourier - DFT

Para extrair informações indisponíveis na representação de um sinal no domínio do tempo faz-se importante o uso de técnicas matemáticas avançadas, como por exemplo as transformadas. Dentre estas, destaca-se a Transformada de Fourier (*Fourier Transform* - FT). Esta permite que um sinal inicialmente representado no domínio do tempo seja representado no domínio da frequência.

Ao aplicar a FT em um sinal somente as informações relativas a frequência são preservadas. A FT para um sinal contínuo é dada pela expressão (MNENEY, 2009):

$$X(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t} dt \quad (2.20)$$

em que Ω representa a frequência em radianos/segundo, $x(t)$ é o sinal existente no domínio do tempo t .

Para um sinal discreto no tempo deve-se aplicar a Transformada Discreta de Fourier (*Discret Fourier Transform* - DFT). A DFT para uma sequência de tamanho finito $x(n)$, $0 \leq n \leq N - 1$ é definida como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.21)$$

em que $0 \leq k \leq N - 1$, n e k são os índices de tempo e frequência, respectivamente.

Este é o processo para encontrar o espectro de frequência de um sinal e é conhecido como análise. Para obter o sinal original através do espectro é necessário realizar o processo denominado como síntese, que nada mais é que o cálculo inverso da DFT (IDFT) e pode ser calculada pela Equação (2.22).

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi kn/N} \quad \text{para } 0 \leq n \leq N - 1 \quad (2.22)$$

Uma forma fácil de implementar a DFT é através da Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT). A FFT é um algoritmo eficiente para calcular computacionalmente a DFT de um série no tempo. A partir dessa técnica é calculado o espectro de frequência de N pontos de sinais discretos, quando N é uma potência de 2.

2.5 Processamento de Sinais Aplicado na Remoção da Interferência da Rede Elétrica

Segundo Oppenheim (1999), o processamento de sinais pode ser entendido como a representação ou manipulação dos sinais e das informações que nele estão contidas. Está presente em diversas áreas como telecomunicação, entretenimento, medicina, dentre outros. O processamento digital de sinais é baseado no processamento sequencial de amostras, e os sinais são representados como uma sequência de números de precisão finita e o processamento é realizado por computação digital.

O processamento digital de sinais está presente em diversos equipamentos da área biomédica, como os aparelhos de raio-X, ultrassonografia, além do eletrocardiograma e eletroencefalograma (SHENOI, 2005; MNENEY, 2009).

Os sinais biomédicos estão sujeitos a diversos ruídos no momento de sua aquisição, os principais são provocados pela contração muscular, respiração, contato dos eletrodos, dentre outros (SHARMA; PACHORI, 2018; AGRAWAL; GUPTA, 2013). Todavia, a maior fonte de interferência em sinais biomédicos é a componente fundamental da rede elétrica (NEUMAN, 1998).

Por essa questão, há na literatura inúmeros métodos aplicados para cancelamento do ruído da rede elétrica em sinais biomédicos. As primeiras abordagens para resolução desse problema consiste no uso de filtros, que podem ser fixos ou adaptativos.

Na utilização de filtros fixos destaca-se a utilização do filtro *notch*, que pode ser projetado com um filtro FIR ou IIR. Na maioria das vezes é utilizado um filtro IIR uma vez que a ordem desse filtro é bem menor comparado a um filtro *notch* FIR. Todavia, este filtro não funciona bem quando a frequência fundamental do sinal senoidal oscila, além de possuir uma largura de banda que atenua algumas componentes do sinal ECG próximo a frequência de corte.

A filtragem adaptativa para cancelamento de ruído foi proposto inicialmente por Widrow et al. (1975) e utilizada por Glover (1977) no cancelamento da interferência senoidal. Esse método requer um sinal de referência senoidal para o cálculo do erro e a adaptação dos coeficientes

do filtro, que pode ser realizada através de algoritmos de adaptação tais como LMS (WIDROW; HOFF, 1960; BISWAS; MANIRUZZAMAN, 2014) e RLS (ALMAHAMDY; RILEY, 2014).

Hamilton (1996) realizou a comparação de um filtro adaptativo proposto por (AHLSTROM; TOMPKINS, 1985) e um filtro *notch* de segunda ordem. Foi observado que o filtro não adaptativo produziu distorções significativas no complexo QRS e no segmento ST em comparação com o filtro adaptativo. Além disso, foi comprovado que o filtro adaptativo obteve melhor desempenho quando ocorre alguma pequena modificação no sinal, mesmo com baixo nível de ruído no sinal ECG.

McManus, Neubert e Cramer (1993) também fazem uma comparação entre filtros. Eles utilizam o filtro *notch* recursivo (LYNN, 1971), filtro adaptativo e um filtro denominado global. Todos os filtros utilizados foram projetados para operar na frequência fundamental de 50 Hz. Eles observaram que os três filtros possuem vantagens e desvantagens em relação às características do que seria um filtro ideal para um sinal ECG. Vários sinais utilizados para validação do método continham componentes harmônicos em 100 e 150 Hz, e os métodos utilizados para comparação tiveram seus desempenhos bastante reduzidos para estes dados.

Diversas outras metodologias foram propostas com a utilização de filtros, como filtros recorrentes adaptativos (THAKOR; ZHU, 1991), filtro digital FIR não recursivo, que necessita de um número reduzido de coeficientes (ALSTE; SCHILDER, 1985), combinação de um filtro passa-baixa e *notch* com um filtro de Chebyshev Tipo II (THOMAS; HUEBNER; LEIGH, 1988), dentre outros. A maioria dos métodos baseados em filtros têm dificuldade em remover a interferência da rede elétrica na presença de harmônicos ou com a oscilação da frequência (MISHRA et al., 2014).

Há ainda alguns estudos recentes com a utilização de filtros, como por exemplo Chen et al. (2019) que propõe a utilização de um filtro *notch* adaptativo com resolução ótima. Nessa metodologia, a Transformada de Fourier é aplicada ao sinal ECG para sua representação no domínio da frequência. Em seguida, dois pares de *bins frequencies* são utilizados para estimar a amplitude e frequência do ruído da rede elétrica, para construção de um sinal de compensação. Então, esse sinal é subtraído do sinal ECG original com ruído para remover a interferência da rede.

Diversas outras técnicas diferentes dos filtros também foram abordadas. Mateo, Sánchez-Morla e Santos (2015) utilizam uma combinação de rede neurais artificiais com função de base radial e filtro de Wiener para eliminação do ruído da rede elétrica em sinais de eletrocardiograma

e eletroencefalograma. Essa metodologia é proposta como forma de aproveitar as vantagens de cada um destes métodos. O filtro Wiener é um filtro ótimo para ruídos Gaussianos e a função de base radial permite uma avaliação rápida do treinamento e saída da rede, à medida que a complexidade da rede e a dimensionalidade do espaço aumentam. Essa técnica apresentou bons resultados, no entanto, a necessidade de treinamento da rede neural é uma desvantagem do método.

Liu et al. (2018) representam a interferência da rede elétrica como uma combinação linear de múltiplas sinais senoidais com amplitudes e frequências desconhecidas. Os sinais senoidais no domínio da frequência possuem representação esparsa, assim como o sinal ECG possui representação esparsa no domínio do tempo, diferença de segunda ordem e Wavelet. É utilizada então uma abordagem conjunta sob uma estrutura de otimização para remoção do ruído.

Outras abordagens utilizam a decomposição do sinal ECG contaminado por ruídos. Dentre as técnicas utilizadas destacam-se a decomposição de dado empírico (EMD - *Empirical Mode Decomposition*) com variadas versões, decomposição de autovalor (EVD - *Eigenvalue Decomposition*), transformada Wavelet e decomposição de Fourier.

A EMD é uma abordagem adaptativa orientada a dados que é capaz de decompor qualquer sinal não linear e não estacionário em componentes de frequência e amplitude modulada (FM-AM), que são denominadas funções de modo intrínseco (IMFs). A vantagem da EMD para outros métodos baseados na transformada de Fourier e Wavelet é que nenhum conhecimento prévio a respeito do sinal é requerido, por se tratar de uma técnica orientada a dados.

Suchetha e Kumaravel (2013) utilizam a decomposição de modo empírico com várias estruturas adaptativas e métodos de subtração. Primeiramente o sinal senoidal na frequência de 50 Hz é separado na primeira IMF. A partir disto, quatro técnicas são utilizadas e seus resultados são comparados. A primeira técnica é baseada em um filtro adaptativo sem referência. A segunda utiliza um método de subtração direto, onde o sinal senoidal separado na primeira IMF é subtraído diretamente do sinal ECG com ruído. A terceira utiliza aplica um filtro passa-banda na primeira IMF e então o sinal é subtraído do ECG como na técnica anterior. E por último, a primeira IMF é aplicada a um filtro passa banda, e a sua saída é utilizada como referência para o filtro adaptativo, que ainda tem como entrada a saída do filtro passa banda com mudança de fase. O melhor resultado é obtido para a segunda técnica, que utiliza a subtração direta.

Agrawal e Gupta (2013) utilizam a decomposição de modo empírico e análise Wavelet. Novamente, o sinal é decomposto em funções de modo intrínseco e então é utilizada uma abordagem baseada na transformada Wavelet para remoção da interferência da rede elétrica.

É realizada em (SUCHETHA et al., 2017) uma comparação entre três técnicas de filtragem de sinais ECG a partir da decomposição de modo empírico. A primeira é baseada na reconstrução parcial, onde o sinal ECG é decomposto em várias IMFs que são decompostas do componente de maior frequência até o menor. Desta forma, a primeira IMF será referente ao ruído da rede elétrica e o último será o sinal residual correspondente aos ruídos da linha de base. As outras duas técnicas utilizadas na comparação são aquelas baseadas em filtros adaptativos apresentadas em (SUCHETHA; KUMARAVEL, 2013). A frequência do sinal senoidal foi variada entre 48 e 51 Hz e o método baseado na filtragem adaptativa com sinal de referência filtrado por um filtro passa bandas obteve melhores resultados.

Rakshit e Das (2018) utilizam a decomposição de modo empírico juntamente com um filtro denominado Adaptive Switching mean filter (ASMF), amplamente utilizado para redução de ruídos em imagens. Além disso, é utilizada a transformada Wavelet para eliminar ruídos nas primeiras funções de modo intrínseco que apresentam ruídos de alta frequência. Os picos dos sinais ECG são atenuados levemente devido à operação do ASMF, fazendo um processo de correção de pico auxiliado pela informação da posição do pico R.

Uma das desvantagens na utilização da decomposição de modo empírico é a complexidade computacional, e a deficiência frente a pequenas perturbações no sinal (NANAVATI; PANIGRAHI, 2005).

Outra técnica empregada para resolução desse problema é a decomposição de autovalores de uma matriz Hankel (SHARMA; PACHORI, 2018). Após essa decomposição foi observado que o primeiro e o último autovalor, eram correspondentes ao ruído da linha de base e ao ruído da rede elétrica, respectivamente. Desta forma, esses dois autovalores podem ser excluídos e os ruídos são removidos simultaneamente. Esse método apresenta resultados melhores que vários métodos disponíveis na literatura, todavia, sua complexa implementação computacional aparece como um grande empecilho para sua utilização.

Outro método muito utilizado na eliminação de ruídos de sinais biomédicos é a transformada Wavelet. Essa é uma técnica matemática cujo objetivo é decompor um sinal em diferentes resoluções utilizando filtros passa-alta e passa-baixa. Esses dois filtros são criados a partir da escolha de uma Wavelet “mãe” e determinam os coeficientes dos detalhes e as aproximações,

que são relativos aos componentes de alta e baixa frequência, respectivamente. Na maioria das aplicações, o algoritmo remove o ruído a partir da comparação destes coeficientes com um limiar. A maioria dos autores utiliza essa técnica de limiar com algum processo adicional.

Em (ALMAHAMDY; RILEY, 2014), o desempenho da transformada Wavelet na filtragem de sinais ECG é melhor do que os outros dois métodos utilizados para comparação que são filtro adaptativo com algoritmos de adaptação LMS e RLS, além do filtro Savitzky-Golay. Awal et al. (2014) propõem a utilização de um algoritmo denominado *modified S-median* para encontrar um valor adaptativo para o limiar. Outra abordagem é a utilização de filtro duplo de limiar adaptativo (JENKAL et al., 2016). A desvantagem desta técnica é a necessidade de algum conhecimento para escolher a Wavelet “mãe” adequada para a utilização em sinais ECG.

Oliveira et al. (2018) utilizam a transformada Wavelet para decompor um sinal ECG contaminado com ruído da rede elétrica. No entanto, diferentemente dos outros algoritmos, neste trabalho não foi empregada técnicas de limiar. O objetivo era ter o sinal ECG representado pelos coeficientes de aproximação e o ruído pelos coeficientes de detalhe. Foi realizada a comparação deste método com outros que utilizam técnicas de limiar, além do filtro *notch* recursivo proposto por Lynn (1971). A técnica desenvolvida apresentou melhores resultados quando comparados a estas outras duas.

O método de decomposição de Fourier também é empregado na tarefa de eliminação do ruído da rede elétrica (SINGHAL et al., 2020). Esta técnica divide o sinal em funções de banda intrínseca de Fourier (FIBFs). Além disso, é utilizada a transformada discreta de Fourier ou transformada discreta de cosseno (DCT) para processar o sinal. Os principais coeficientes destas transformadas que possuem relação com o ruído da rede elétrica são identificados e eliminados, através de uma abordagem de filtragem de fase zero. A proposta foi comparada com outros métodos de decomposição do sinal como Wavelet e EMD, apresentando bons resultados, todavia não foi considerada a presença de componentes harmônicas. Além disso, a utilização do filtro proposto pode eliminar alguma informação do sinal ECG.

As técnicas de separação cega de fontes (BSS - *Blind Source Separation*), como a ICA, também podem ser utilizadas para filtragem de sinais ECG. Zheng e Hu (2019) utilizaram a ICA para remoção do ruído da rede elétrica juntamente com filtro *notch* em sinais de eletromiograma obtidos a partir de um número elevado de canais. O algoritmo Infomax é utilizado para separar as fontes independentes presentes nos sinais obtidos via eletrodos. Em seguida, o espectro de cada componente é estimado individualmente. Se houver energia espectral substancial próxima

a frequência da rede elétrica e seus múltiplos, filtros notch são utilizados para remover esse ruído, e então o sinal é reconstruído. A desvantagem desse método é que em alguns casos a ICA pode não extrair corretamente uma fonte independente apenas com frequência fundamental, e neste caso, a utilização do filtro *notch* pode fazer com que alguma informação do sinal original seja perdida.

Para os caso, onde o sinal é obtido por diversos canais, a ICA pode ser implementada facilmente. Todavia, na maioria das vezes, temos a disposição apenas um único sinal que pode conter diferentes fontes, neste caso esta técnica não pode ser utilizada. Uma abordagem para aplicação da ICA nestas situações é decompor o sinal em diferentes amostras deste tornando-o multicanal. Algumas das técnicas que podem ser empregadas neste caso são a decomposição de modo empírico e a transformada Wavelet.

A utilização da transformada Wavelet combinada com a ICA para sinais biomédicos foi proposta originalmente por Azzerboni et al. (2005). A combinação da decomposição de modo empírico com ICA foi apresentada em (MIJOVIC et al., 2010) e foi a primeira a aplicar essa combinação em sinais ECG. O resultado dessa aplicação foi comparado com a utilização da transformada Wavelet. Em (MADDIRALA; SHAIK, 2017), outra abordagem para adaptação de um sinal de canal único em multi canal é proposta com a utilização da Análise de Espectro Singular (ASS - *Singular Spectrum Analysis*).

A adaptação de um sinal de canal único em um modelo multi-canais para utilização da ICA foi desenvolvida em outras áreas. Como por exemplo, Lima (2013) propõe a utilização de um banco de filtros composto por três filtros lineares do tipo FIR, com frequências de corte fixas, onde a saída de cada filtro gera um sinal de observação para a ICA. Esse método foi empregado com a finalidade de separar múltiplos distúrbios que prejudicam a qualidade da energia elétrica.

Junior (2019) utilizou um banco de filtros para gerar sinais de observação para a ICA com o objetivo de quebrar o espectro do sinal em partes iguais de acordo com o número de filtros e conseqüentemente tornar o sinal multi-canal, possibilitando a aplicação da ICA. Foi utilizado o algoritmo SOBI neste caso. Esta metodologia foi aplicada para extração de harmônicos, sub-harmônicos e inter-harmônicos.

Neste trabalho, o banco de filtros projetados tem a finalidade de dividir o espectro e gerar sinais de observação para a ICA partir de um único canal ECG. A ICA é aplicada ao conjunto de observações composto pela saída dos filtros e as fontes extraídas são analisadas de acordo com sua energia espectral próximo as frequências fundamental e de componentes harmônicos de um

sinal senoidal. Os sinais identificados como uma fonte de ruído da rede elétrica são eliminados e o sinal é reconstruído. O objetivo é extrair os ruídos da rede elétrica mantendo a máxima informação dos sinais ECG.

3 METODOLOGIA

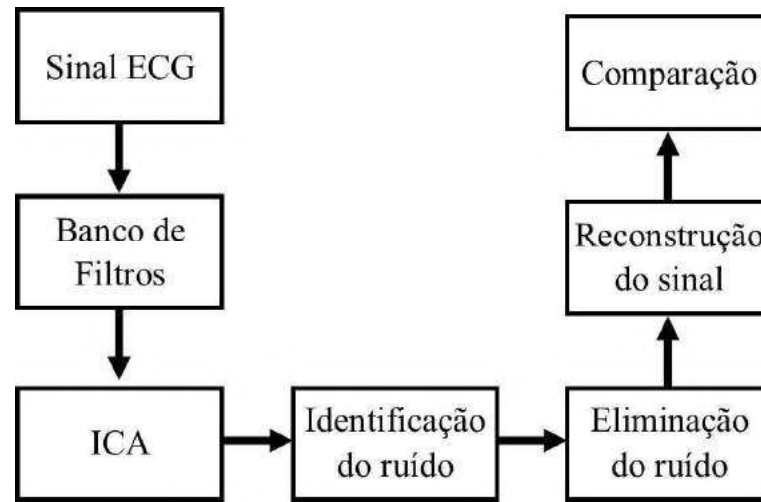
Neste capítulo são apresentados os passos seguidos para o desenvolvimento do método proposto para remoção da interferência da rede elétrica em sinais de eletrocardiograma. Adicionalmente, são apresentadas as métricas utilizadas para medir o desempenho do método proposto e de outros encontrados na literatura.

Este trabalho propõe um método para eliminação da interferência da rede elétrica em sinais biomédicos, capaz de realizar essa tarefa mesmo com pequenas variações de frequência no sinal proveniente da rede elétrica. Para isso, foram utilizados os conceitos de filtros FIR, ICA e transformada discreta de Fourier. Os resultados obtidos serão comparados ainda a outros métodos, como o filtro *notch* e filtro adaptativo com algoritmo LMS. Para implementação dos algoritmos foi utilizado o *software* MatLab.

A Figura 3.1 resume os passos desenvolvidos para execução do método proposto, que seguiu as seguintes etapas:

1. Obtenção de sinais de eletrocardiograma a partir da base de dados. Foram obtidos dados de ECG com e sem a presença da interferência da rede elétrica.
2. Aplicação do sinal ao banco de filtros para gerar a matriz de observações da ICA.
3. Utilização do algoritmo para aplicação da ICA.
4. Identificação da componente referente a rede elétrica a partir dos componentes independentes estimados pela ICA.
5. Eliminação do ruído.
6. Reconstrução do sinal biomédico sem o ruído.
7. Análise de desempenho e comparação com outros métodos .

Figura 3.1 – Etapas seguidas pelo trabalho.



Fonte: do autor(2020).

3.1 Sinais biomédicos

Para desenvolvimento do método e realização dos testes foram utilizados dados reais de eletrocardiograma da base de dados MIT-BIH *Arrhythmia* obtidos a partir da plataforma *PhysioBank ATM* (MOODY; MARK, 2001; GOLDBERGER et al., 2000). Essa base de dados conta com 48 trechos de meia hora de sinais de eletrocardiograma de dois canais, obtidos a partir de 47 indivíduos estudados pelo BIH *Arrhythmia Laboratory* entre 1975 e 1979, onde 25 eram homens entre 25 e 89 anos, e 22 eram mulheres entre 23 e 89 anos. Aproximadamente 60% destas amostras foram coletadas em pacientes internados no local. Foram escolhidas aleatoriamente vinte e três gravações de um conjunto de 4000 horas de sinais ECG, as outras 25 foram selecionadas para incluir arritmias incomuns, mas clinicamente importantes.

Os sinais foram digitalizados com uma frequência de amostragem de 360 Hz, em uma faixa de 10 mV. Para simular a interferência da rede elétrica foi gerado um sinal senoidal $r[n] = \alpha \sin(2\pi \frac{f_0}{f_s} t)$, onde α é uma constante que garante uma relação sinal-ruído (SNR-*signal-to-noise ratio*) desejada.

Para comprovar a eficiência do método foram utilizados ainda dados reais de eletrocardiograma, obtidos da base de dados *Challenge 2011 (Training SET A)* através da plataforma *PhysioBank ATM*. Os sinais estão originalmente contaminados com diversos ruídos, incluindo o da rede elétrica. Estes dados foram gerados a partir de 12 derivações (I, II, III, aVR, aVL, aVF, V1, V2, V3, V4, V5, V6) durante 10 segundos com frequência de amostragem de 500 Hz, com largura de banda de (0,05 - 100 Hz), o que garante um diagnóstico completo.

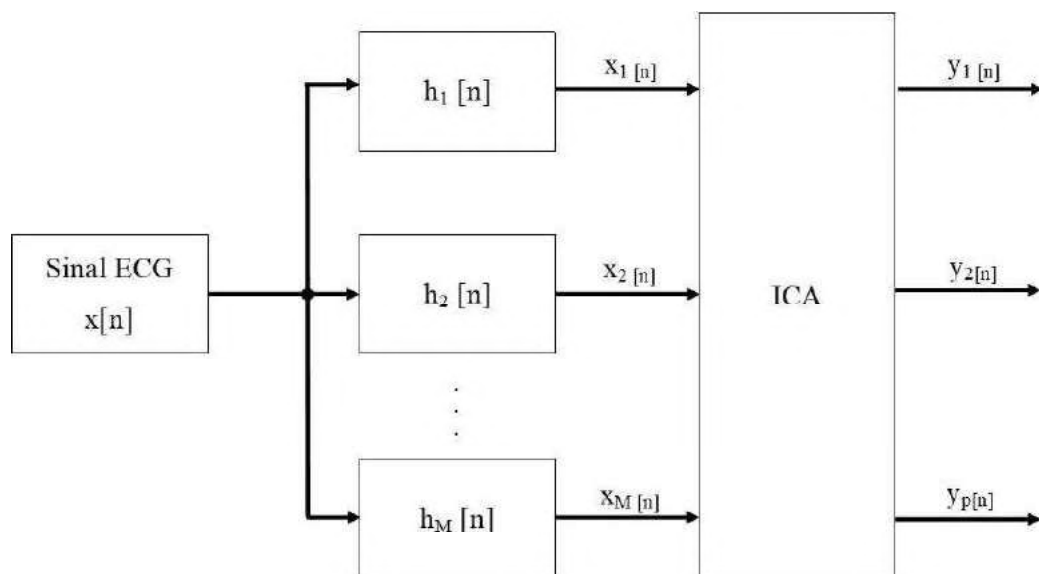
3.2 Método proposto

Conforme descrito na Seção 2.3, a ICA é uma poderosa ferramenta para decompor fontes mutuamente independentes obtidas por diversos sensores. Entretanto, para que essa técnica seja empregada é necessário que o número de fontes independentes seja igual ao número de sensores. Como cada derivação do ECG contém um sinal composto por diversas fontes a separação dessas é inviável através da ICA, o que traz a necessidade de uma etapa de pré-processamento para que novos sinais de observação sejam gerados. Neste trabalho, essa tarefa é realizada a partir da aplicação de um banco de filtros, como utilizado por Lima et al. (2012) e Junior (2019), que analisaram distúrbios da rede elétrica em sinais de tensão.

3.2.1 Banco de filtros

Esta etapa consiste em aplicar o sinal em M filtros, onde a saída de cada um destes irá produzir um sinal de observação, o que irá gerar M misturas. Esse processo faz com seja possível atender aos requisitos para aplicação da ICA, conforme ilustrado na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Aplicação banco de filtros



Fonte: adaptado de (LIMA, 2013)

Os filtros utilizados para gerar os sinais de observação para a ICA apresentam resposta ao impulso de comprimento finito (*Finite-duration Impulse Response (FIR)*), devido ao fato de serem inerentemente estáveis (LIMA, 2013). Esses filtros devem aplicar ganhos e atrasos constantes dentro de toda a faixa de frequência de cada fonte independente presente no sinal.

Além disto, devem ainda apresentar respostas em frequência com fase linear, o que é garantido utilizando filtros adequados. O atraso de grupo do banco de filtros é dado por:

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}, \quad (3.1)$$

onde $\theta(\omega)$ é a resposta de fase do filtro. A resposta em frequência com fase linear de um filtro pode ser representada por:

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{-j\omega n_d}, \quad |\omega| \leq \pi \quad (3.2)$$

A partir da Equação (3.2) nota-se que o sinal é filtrado pela resposta em frequência de fase zero, e que a saída filtrada é deslocada no tempo pela quantidade n_d .

A resposta em frequência para os filtros FIR Tipo 1 utilizados neste método, pode ser expressa por:

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{-jK\frac{\omega}{2}}, \quad (3.3)$$

onde K e $K + 1$ são a ordem e comprimento do filtro, respectivamente. É possível observar a partir da análise das equações (3.2) e (3.3) que o atraso de grupo para este tipo de filtro é $K/2$. Desta forma, se todos os filtros possuem mesma ordem K , possuem também o mesmo atraso de grupo.

O primeiro filtro é um passa-todas, cujo objetivo é apenas introduzir um atraso equivalente ao aplicado pelos outros filtros, mantendo a máxima informação a respeito dos pesos originais das diversas fontes misturadas no sinal de entrada.

Idealmente o número de filtros deveria ser igual ao número de fontes independentes presentes no sinal, porém, um sinal de ECG pode estar contaminado por diferentes ruídos, e na prática o número correto de filtros dependeria de um prévio conhecimento sobre quais ruídos estão presentes no sinal. O objetivo então neste trabalho é apenas gerar sinais de observação suficientes para correta aplicação da ICA, quebrando o espectro do sinal em $M - 1$ partes, visto que o primeiro filtro é do tipo passa-todas.

Todos os filtros devem possuir mesma ordem K para que seja gerado o mesmo atraso de grupo, e o sinais de observação gerados estejam sincronizados. A escolha do valor de K deve ser feita de forma a ser suficiente para gerar misturas linearmente independentes e não provocar atrasos muito elevados.

Vários testes foram realizados, sob diferentes metodologias, para a escolha do número de filtros e da ordem destes. Um número elevado de filtros pode levar a divisão do distúrbio em mais de uma componente independente. Já um número pequeno de filtros pode fazer com que o distúrbio não seja completamente separado. Por sua vez, a ordem dos filtros não pode ser muito elevada, pois provoca atrasos elevados. No entanto, se o valor de K for reduzido, a saída dos filtros podem não gerar misturas linearmente independentes. Neste trabalho, foram testadas diversas combinações para os valores de M e K , o que levou ao número ótimo de 5 filtros com ordem $K = 8$.

3.2.2 Aplicação da ICA

Após a aplicação do sinal ECG ao banco de filtros a condição para aplicação da ICA é resolvida, ou seja, o número de observações é igual ao número de fontes. Desta forma, um algoritmo padrão da ICA pode ser aplicado para separação dos componentes independentes. Neste trabalho foram utilizados os algoritmos SOBI, FastICA e JADE, e seus resultados foram comparados.

3.2.3 Identificação do componente referente a rede elétrica

Para identificar qual o componente contém o distúrbio proveniente da rede elétrica é considerado a frequência fundamental deste como 60 Hz. Desta forma, será calculada a energia de cada componente extraído pela ICA na faixa de frequência próxima a este valor. Neste trabalho, a energia foi calculada na faixa de frequência 59,5 a 60,5Hz, além de seus múltiplos, para identificação de possíveis componentes harmônicos que possam ocorrer no sinal da rede elétrica. Aquele componente que apresenta energia espectral nesta faixa de frequência acima do limiar estabelecido, é considerado como o distúrbio da rede elétrica, e posteriormente será eliminado.

3.2.4 Eliminação da interferência

É aplicado o algoritmo da FFT ao componente independente correspondente ao distúrbio da rede elétrica para o cálculo da DFT e consecutiva representação do sinal no domínio da frequência.

No eixo das abscissas temos os valores que correspondem aos chamados *bin frequencies* e no eixo das ordenadas a magnitude do sinal. O valor dos *bins* em Hz pode ser calculada em função da frequência de amostragem f_s e de N , através da expressão:

$$f = F_{bins} \frac{f_s}{N} \quad (3.4)$$

Os *bins* com valores elevados de magnitude são encontrados a partir da FFT. Estes valores representam a interferência da rede elétrica e são substituídos por 0, para que o ruído seja eliminado. Em seguida, aplica-se a transformada inversa de Fourier ao sinal deste componente para que este retorne a sua representação no domínio do tempo. Para cálculo da FFT e IDFT são utilizados as funções *fft* e *ifft* disponíveis no ambiente de programação MatLab.

3.2.5 Reconstrução do sinal

Após a eliminação do ruído da rede elétrica no componente identificado, pertencente a matriz S , a reconstrução do sinal é feita a partir da Equação (3.5).

$$X = AS \quad (3.5)$$

em que A é a matriz compostas pelos a_{ij} , que é calculada pelo algoritmo padrão de ICA. Desta forma, o sinal $x[n]$ é reconstruído sem a interferência da rede elétrica próximo a 60Hz.

3.3 Análise de desempenho

Como forma de avaliar o desempenho do método proposto serão utilizados três métricas para os sinais com interferência da rede elétrica aplicada de forma simulada, são elas: a raiz do erro médio quadrático relativo (*Relative Root Mean Square Error* (RRMSE), relação sinal-ruído (SNR) e a diferença espectral (*Spectral Difference* - SD). Estas métricas serão aplicadas também para avaliar o desempenho de um filtro *notch* e de um filtro adaptativo com algoritmo LMS, descritos na Seção 3.3.1.

A raiz do erro médio quadrático utiliza em seu cálculo, o sinal no domínio do tempo, e pode ser calculado a partir da Equação (3.6).

$$RRMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_i[n] - \hat{y}_i[n])^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_i[n])^2}} \quad (3.6)$$

em que $y_i[n]$ corresponde ao componente original sem interferência e $\hat{y}_i[n]$ é o componente extraído pelo método. Quanto menor estes valores maior a eficiência do método.

Outra métrica utilizada é a relação sinal ruído, que compara a potência do sinal desejado com o ruído de fundo. Quanto maior for a relação sinal ruído, menor o efeito do ruído sobre o sinal desejado. Esta métrica é comumente utilizada para remoção de interferência da rede elétrica em sinais ECG, como feito por Oliveira et al. (2018) e Singhal et al. (2020) e é calculada por:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum \hat{x}(t)^2}{\sum (x(t) - \hat{x}(t))^2} \right) \quad (3.7)$$

sendo $\hat{x}(t)$, $s(t)$ e $x(t)$ representam os sinais filtrados, sinal com ruído e original do ECG, respectivamente.

A diferença espectral (SD) é calculada a partir das Equação (3.8). Esta métrica é obtida a partir da amostragem do sinal extraído no domínio da frequência.

$$SD = \sqrt{(P_i - \hat{P}_i)(P_i - \hat{P}_i)^T} \quad (3.8)$$

em que P_i é a densidade de potência espectral do sinal original sem interferência e \hat{P}_i é a densidade espectral do sinal após o processamento. Quanto menor este índice mais eficiente é o método.

As métricas descritas anteriormente não são aplicáveis em sinais de ECG reais que contém o ruído da rede elétrica, uma vez que para o cálculo destas métricas é feita a comparação com o sinal ECG sem o ruído, que não está disponível para dados reais. Assim, para comparar os métodos aplicados será utilizado a diferença espectral, que será calculada fora das faixas de frequência onde possa ocorrer o ruído da rede elétrica e seus múltiplos, a fim de demonstrar que o método atua somente na eliminação do ruído e não impacta nas componentes fora destas frequências. Desta forma, a diferença será calculada nas faixas de frequência: 0 a 59,5Hz (sd1), de 60,5 até 119Hz (sd2), de 121 a 178Hz (sd3) e acima de 182Hz (sd4).

3.3.1 Métodos utilizados para comparação

Neste trabalho, os resultados apresentados pelo método proposto foi comparado a um filtro *notch* e um filtro adaptativo. O primeiro é implementado utilizando a estrutura de um filtro IIR de segunda ordem. A função de transferência para este filtro no domínio z é dada por:

$$H(z) = \frac{1 - 2\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot T)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2rcos(2\pi \cdot f_0 \cdot T)z^{-1} + r^2z^{-2}} \quad (3.9)$$

onde f_0 é a frequência central a ser atenuada. Este filtro apresenta um zero no círculo unitário para f_0 e um pólo com mesmo ângulo com raio r , onde $0 \leq r < 1$. Quanto maior o valor de r menor a largura da banda de passagem e mais constante a resposta em outras frequências. Todavia, o tempo de resposta transiente do filtro aumenta (HAMILTON, 1996). O valor de r utilizado foi 0,97.

O filtro adaptativo foi implementado com a utilização do algoritmo LMS como algoritmo de adaptação. Este é um dos algoritmos de adaptação mais utilizados devido a sua simplicidade, pois não necessita de cálculos complexos, como por exemplo, inversão de matrizes (HAYKIN, 2005). Este algoritmo utiliza a função custo $J(n)$ conhecida como Média dos Mínimos Quadrados (*Least Mean Square*), que é calculado em função da estimativa do erro $e(n)$ como mostra a Equação (3.10).

$$J_{LMS}(n) = \frac{1}{2}e^2(n) \quad (3.10)$$

A implementação do algoritmo LMS envolve três etapas. Primeiro é feita a aplicação do sinal em um filtro digital, em seguida a saída deste filtro é comparado com um sinal de referência para estimação do erro (Equação (3.11)). Por último os coeficientes do filtro são ajustados de acordo com o sinal de erro estimado, de acordo com a Equação (3.12)

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (3.11)$$

$$W(n+1) = W(n) + \mu(n)e(n)X(n), \quad (3.12)$$

onde $\mu(n)$ é o passo de adaptação adotado para o algoritmo e $X(n)$ é o sinal de entrada. Foi utilizado um filtro de ordem 8, e o passo de adaptação de 0,3.

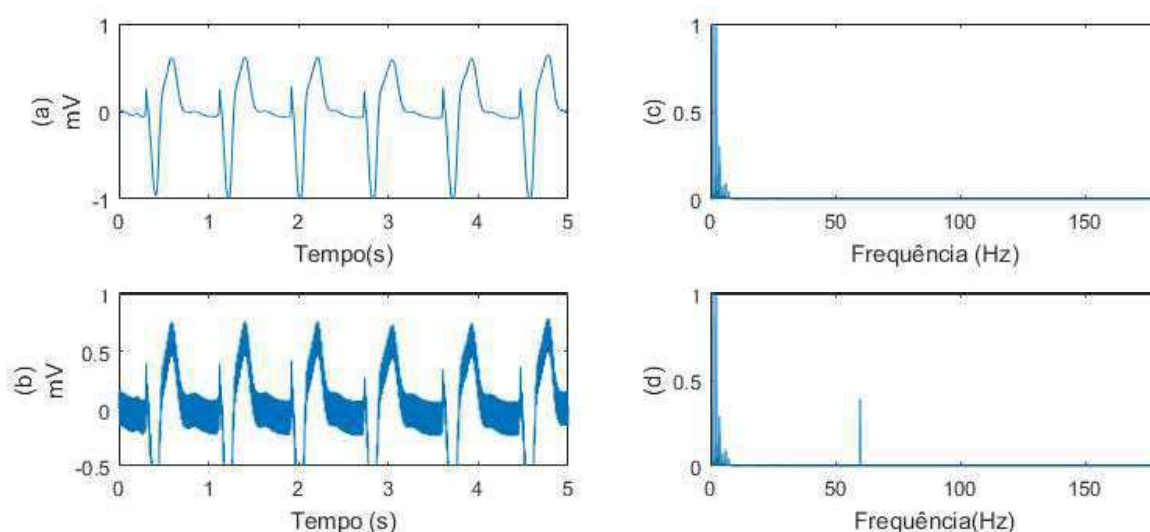
4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos pela pesquisa. Primeiramente, serão apresentados os resultados obtidos para os sinais ECG com sinal de interferência da rede elétrica adicionado sinteticamente. Posteriormente, serão apresentados os resultados para os dados reais de ECG que estão contaminados com diversos ruídos, incluindo aquele proveniente da rede elétrica. Em ambos os casos, os resultados obtidos serão comparados com métodos já existentes na literatura.

4.1 Sinal com interferência da rede elétrica simulada

Inicialmente foram utilizados os sinais de eletrocardiograma sem interferência da rede elétrica, obtidos na base de dados MIT-BIH. Foram utilizados 12 sinais ECG de pacientes diferentes, referenciados como *record* 100, 101, 102, 103, 105, 109, 115, 122, 202, 203, 210 e 212, gravados durante 10 segundos. O ruído da rede elétrica foi adicionado sinteticamente em cada um destes sinais, com frequência fundamental de 60Hz e uma relação sinal-ruído de 10dB. A Figura 4.1 é referente ao sinal ECG 102, e exemplifica como é o sinal ECG original e com a interferência da rede elétrica, no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Figura 4.1 – Exemplo sinal ECG. (a) sinal ECG sem ruído domínio do tempo. (b) sinal ECG no domínio do tempo após adição do ruído. (c) sinal ECG sem ruído no domínio da frequência. (d) sinal ECG no domínio da frequência após adição do ruído.

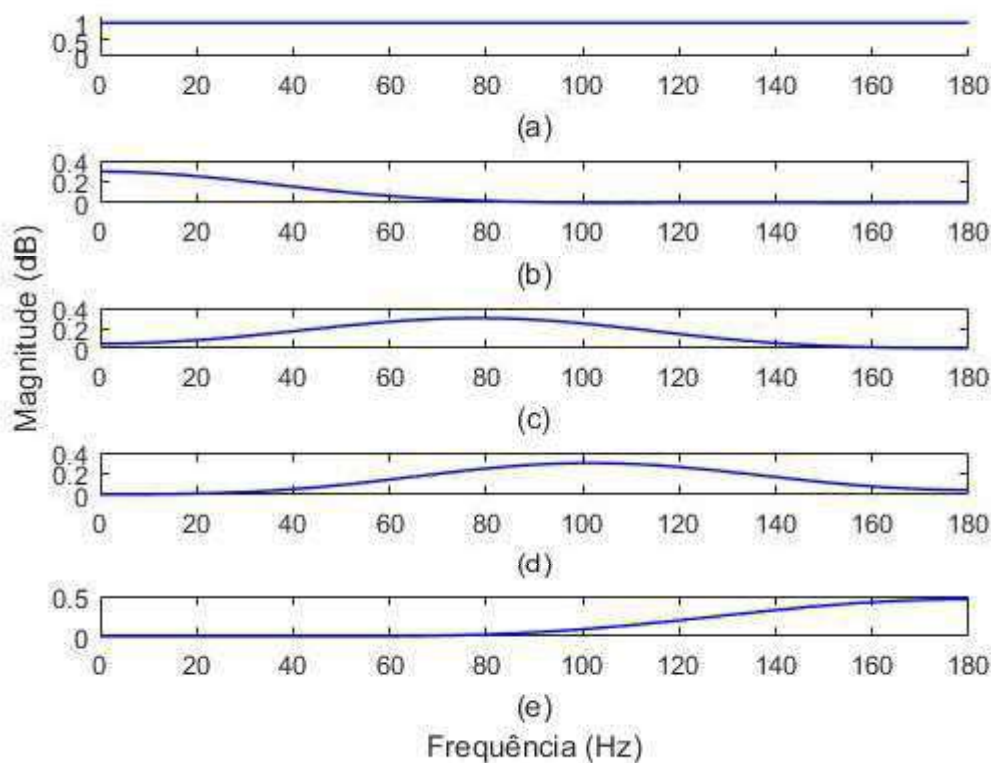


Fonte: do autor (2020).

Os sinais de ECG contendo a interferência da rede elétrica foram submetidos ao método proposto. Primeiramente o sinal é aplicado ao banco de filtros, contendo 5 filtros de ordem 8,

a fim de gerar a matriz de observações para ICA. A resposta em magnitude dos filtros pode ser vista na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Resposta em magnitude dos filtros projetados.



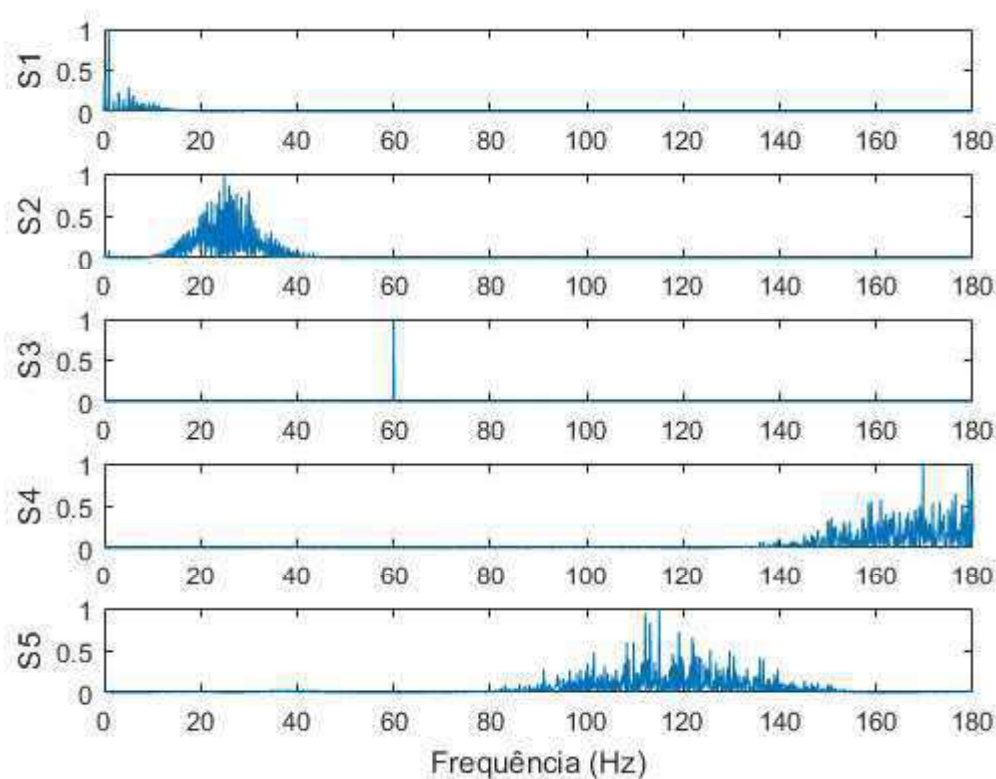
Fonte: do autor (2020)

Em seguida, o conjunto de observações composto pela saída de cada filtro é utilizado para aplicação da ICA através dos algoritmos SOBI, JADE e FastICA, com o objetivo de extrair os componentes independentes. A Figura 4.3 apresenta um exemplo do espectro das fontes independentes extraídas pela ICA para o sinal ECG 102 com a utilização do algoritmo SOBI.

Observa-se que o componente independente S3 extraído pela ICA é referente ao ruído da rede elétrica com frequência fundamental de 60 Hz. Os demais componentes do sinal ECG são decompostos de acordo com a resposta dos filtros. Para todos os componentes extraídos é calculada a energia espectral na faixa de frequência próxima a frequência fundamental da rede elétrica e seus múltiplos. Desta forma, é possível identificar qual deles é o ruído, para que este possa ser eliminado.

Todos os sinais citados anteriormente foram submetidos a este método e os resultados obtidos para as medidas de desempenho descritas na Seção 3.3 são apresentadas na Tabela

Figura 4.3 – Espectro dos componentes independentes estimados pela ICA.



Fonte: do autor (2020)

4.1, para cada um dos algoritmos utilizados para aplicação da ICA. O desempenho destes foi comparado e apresentados nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6.

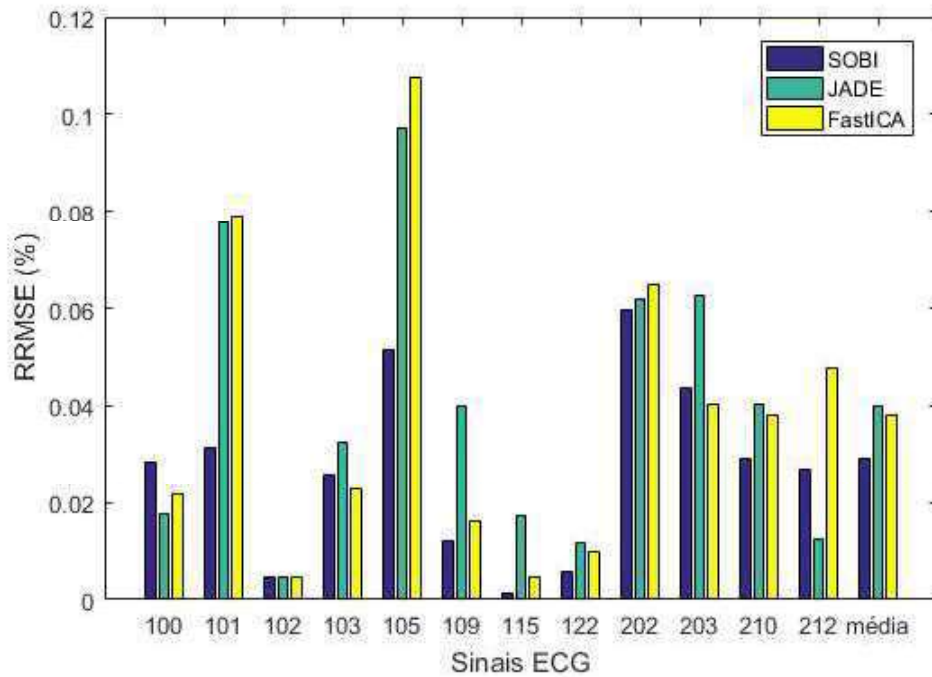
Tabela 4.1 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA.

| Sinal ECG | SOBI | | | JADE | | | FastICA | | |
|---------------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 100 | 0,0284 | 0,0275 | 30,929 | 0,0018 | 0,0023 | 34,976 | 0,0022 | 0,0026 | 33,293 |
| 101 | 0,0315 | 0,0252 | 30,020 | 0,0774 | 0,1320 | 22,244 | 0,0789 | 0,0138 | 22,083 |
| 102 | 0,0047 | 0,0064 | 46,491 | 0,0045 | 0,0056 | 46,932 | 0,0048 | 0,0066 | 46,458 |
| 103 | 0,0258 | 0,0255 | 31,760 | 0,0326 | 0,0189 | 29,726 | 0,0230 | 0,0172 | 32,773 |
| 105 | 0,0516 | 0,1625 | 25,729 | 0,0973 | 0,1625 | 20,253 | 0,1077 | 0,2785 | 19,373 |
| 109 | 0,0121 | 0,0224 | 38,367 | 0,0401 | 0,4047 | 27,957 | 0,0162 | 0,0168 | 35,786 |
| 122 | 0,0056 | 0,0030 | 45,046 | 0,0118 | 0,0010 | 38,571 | 0,0097 | 0,0013 | 40,246 |
| 202 | 0,0597 | 0,1161 | 24,462 | 0,0617 | 0,1159 | 24,174 | 0,0650 | 0,1150 | 23,730 |
| 203 | 0,0437 | 0,1933 | 27,178 | 0,0627 | 0,1573 | 24,047 | 0,0403 | 0,1909 | 27,875 |
| 210 | 0,0291 | 0,0619 | 30,728 | 0,0404 | 0,0434 | 27,872 | 0,0381 | 0,0497 | 28,386 |
| 212 | 0,0269 | 0,0527 | 31,411 | 0,0126 | 0,0034 | 38,004 | 0,0476 | 0,0098 | 26,451 |
| média | 0,029 | 0,077 | 34,978 | 0,040 | 0,090 | 30,841 | 0,038 | 0,071 | 31,953 |
| Desvio Padrão | 0,022 | 0,073 | 9,986 | 0,029 | 0,118 | 7,991 | 0,032 | 0,090 | 9,072 |

Fonte: Do autor (2020).

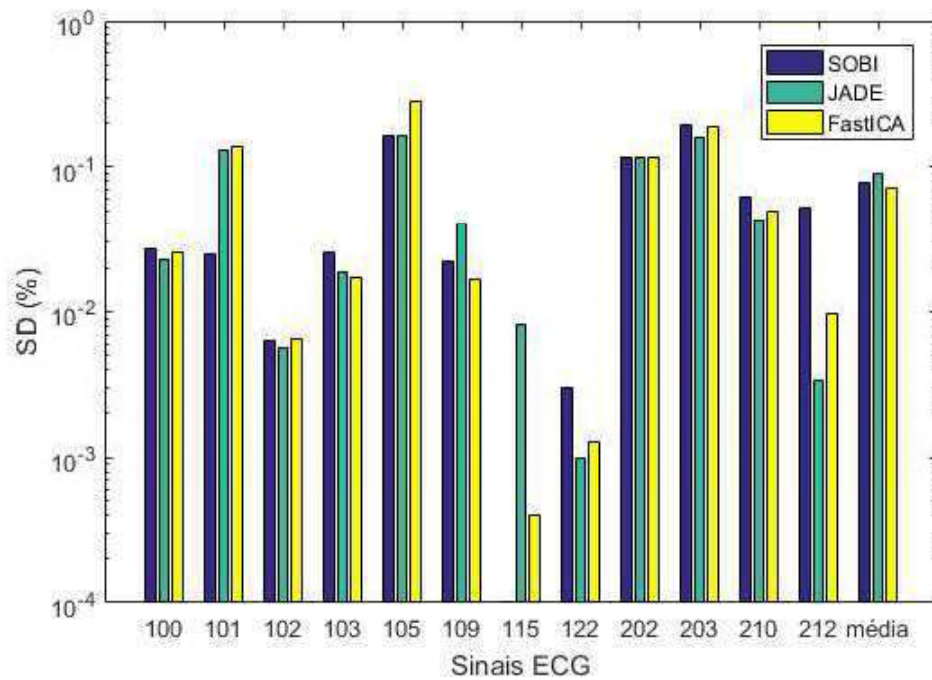
Pela análise da Tabela 4.1 e das Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 nota-se que o método apresentou bons resultados para os três algoritmos utilizados para aplicação da ICA. O algoritmo SOBI foi aquele que apresentou resultado mais consistente, apesar do fato de que em alguns sinais, como

Figura 4.4 – Comparação do RRMSE para os três algoritmos.



Fonte: do autor (2020)

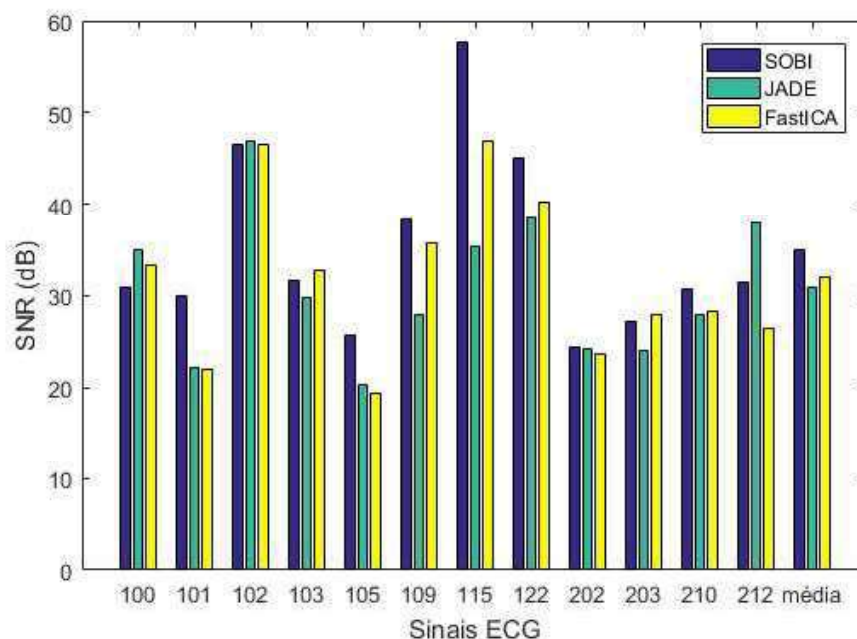
Figura 4.5 – Comparação diferença espectral para os três algoritmos.



Fonte: do autor (2020).

por exemplo, o *record* 102, tanto o JADE como FastICA obtiveram um desempenho melhor quando as métricas são comparadas. Todavia, estes dois algoritmos apresentaram dificulda-

Figura 4.6 – Comparação SNR para os três algoritmos.



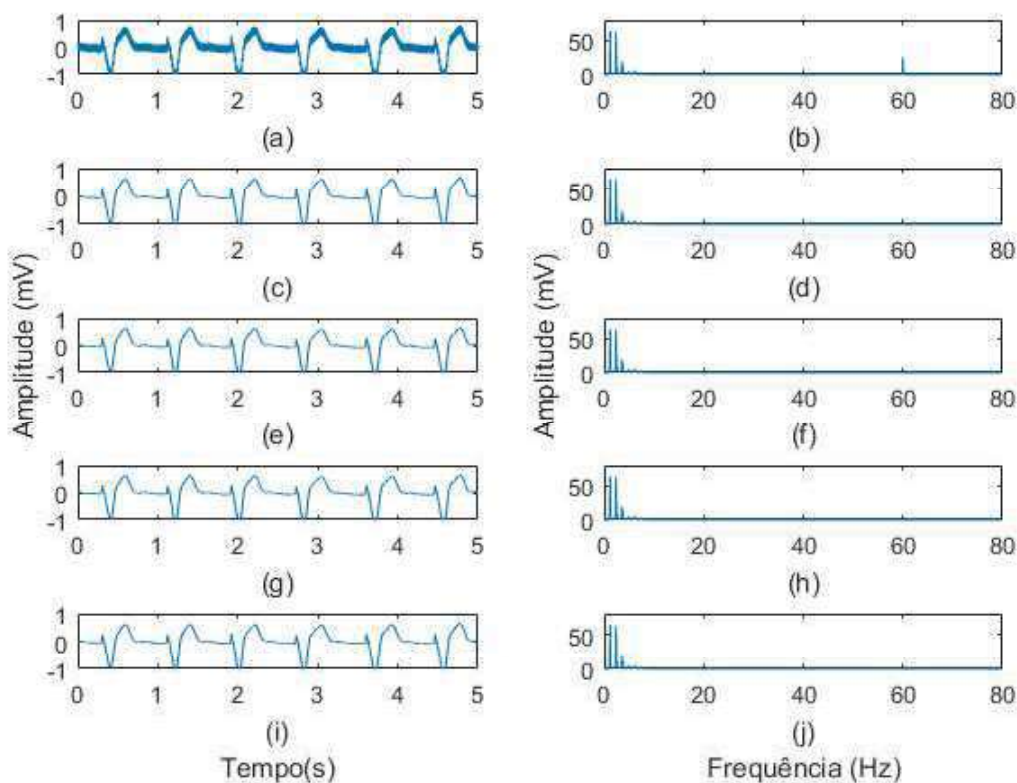
Fonte: do autor (2020)

des na tarefa de estimar os componentes independentes após a aplicação do sinal no banco de filtros em alguns sinais, não conseguindo estimar o ruído da rede elétrica isoladamente. Consequentemente, nestes casos, como do *record* 101, o desempenho do algoritmo SOBI foi bastante superior aos demais.

A Figura 4.7 apresenta a comparação entre o sinal com ruído, o sinal ECG original (*record* 115) e os sinais recuperados com o método e utilizando os três algoritmos para a ICA. Todos os sinais são representados no domínio do tempo à esquerda e no domínio da frequência a direita. É possível perceber pela análise da Figura 4.7 que o método proposto consegue eliminar somente a interferência da rede elétrica e recuperar o sinal com um valor de erro muito pequeno, como apresentado na Tabela 4.1. Este fato pode ser confirmado com base na análise da Figura 4.8 que mostra a diferença entre o sinal ECG com ruído e o sinal recuperado pelo método. Nota-se que esta diferença é o sinal senoidal proveniente da rede elétrica, com frequência fundamental de 60 Hz adicionado aos sinais.

Em situações reais a frequência fundamental da rede elétrica pode apresentar pequenas variações dentro de uma pequena faixa de valores. No Brasil estes valores são estabelecidos pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) através do Módulo 8 do PRODIST (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional), e a faixa de frequência é de 59,9 a 60,1 Hz (ANEEL, 2018). Como forma de avaliar o desempenho do mé-

Figura 4.7 – Comparação entre o sinal ECG com ruído, original e a saída do método para os três algoritmos utilizados. (a) e (b) sinal ECG com ruído. (c) e (d) sinal ECG sem ruído. (e) e (f) saída SOBI. (g) e (h) saída JADE. (i) e (j) saída FastICA.



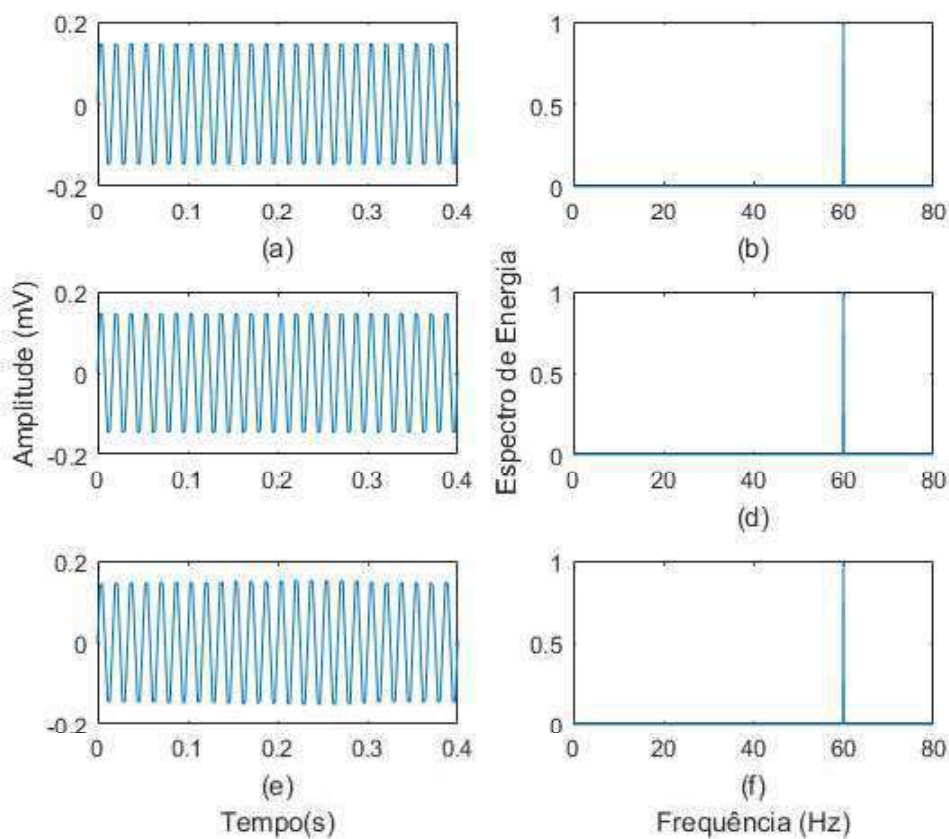
Fonte: do autor (2020)

todo em situações reais, o ruído adicionado aos sinais teve a frequência alterada dentro desta faixa. Novamente foi utilizado o sinal 115 como base para estes testes. O resultado é apresentado na Tabela 4.2.

Como pode ser observado na Tabela 4.2 quando a frequência varia em valores menores que 0,1 Hz o método proposto tem uma queda de desempenho. Isto pode ser explicado pela resolução em frequência da FFT, que é de 0,1 Hz para os sinais gravados por 10 segundos. Se o mesmo sinal for obtido durante 60 segundos, a resolução é alterada para 0,016 Hz e o método melhora seu desempenho para variações de frequência menores que 0,1 Hz, como pode ser observado na Tabela 4.3.

Foi avaliado se o método proposto interfere no sinal ECG mesmo sem a presença do ruído da rede elétrica. Para isto, o método foi aplicado ao sinal 102 livre de ruído. Como pode ser visto na Figura 4.9, não há diferença entre o sinal original e a saída do método.

Figura 4.8 – Diferença entre sinal ECG com ruído e sinal recuperado pelo método proposto no domínio do tempo e frequência para os três algoritmos padrão ICA utilizados. (a) e (b) SOBI. (c) e (d) JADE. (e) e (f) FastICA.



Fonte: do autor (2020)

Tabela 4.2 – Desempenho do método para variações de frequência.

| Sinal ECG | SOBI | | | JADE | | | FastICA | | |
|-----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 59,90 | 0,0022 | 0,0001 | 53,268 | 0,0300 | 0,0256 | 30,456 | 0,0313 | 0,0280 | 30,080 |
| 59,95 | 0,1372 | 0,2159 | 17,334 | 0,1392 | 0,2162 | 17,210 | 0,1385 | 0,2160 | 17,2536 |
| 60,00 | 0,0013 | 0,0001 | 57,617 | 0,0171 | 0,0082 | 35,342 | 0,0045 | 0,0004 | 46,989 |
| 60,02 | 0,1116 | 0,1934 | 19,103 | 0,1121 | 0,1935 | 19,060 | 0,1136 | 0,1940 | 18,951 |
| 60,10 | 0,0023 | 0,0001 | 52,6396 | 0,0097 | 0,0032 | 40,3092 | 0,0016 | 0,0001 | 56,072 |

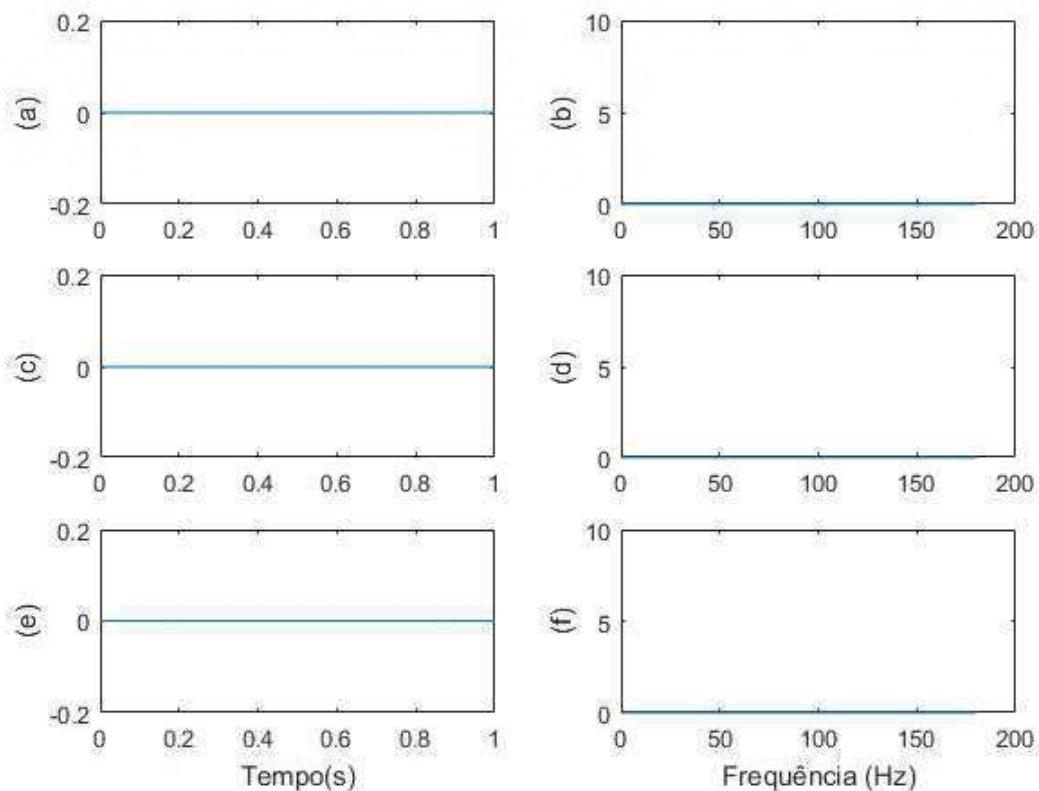
Fonte: Do autor (2020).

Tabela 4.3 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA.

| Sinal ECG | SOBI | | | JADE | | | FastICA | | |
|-----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 59,90 | 0,0029 | 0,0013 | 50,767 | 0,0224 | 0,1079 | 33,007 | 0,0144 | 0,0408 | 36,837 |
| 59,95 | 0,0026 | 0,0012 | 51,721 | 0,0237 | 0,1168 | 32,520 | 0,0317 | 0,2092 | 29,973 |
| 60,00 | 0,0031 | 0,0012 | 50,295 | 0,0258 | 0,1451 | 31,758 | 0,0172 | 0,0656 | 35,297 |
| 60,02 | 0,0677 | 0,3144 | 23,408 | 0,0654 | 0,2599 | 23,702 | 0,0614 | 0,2205 | 24,259 |
| 60,10 | 0,0028 | 0,0012 | 51,016 | 0,0324 | 0,2222 | 29,8015 | 0,0219 | 0,1025 | 33,195 |

Fonte: Do autor (2020).

Figura 4.9 – Diferença entre sinal ECG e sinal recuperado pelo método proposto. (a) e (b) SOBI. (c) e (d) JADE. (e) e (f) FastICA.



Fonte: do autor (2020)

Devido ao fato do sinal ECG não conter a interferência da rede elétrica próximo a 60 Hz, nenhuma componente independente estimada pela ICA possui valor de energia significativo próximo a esta frequência. Portanto, o método não classifica nenhum dos componentes como ruído da rede elétrica. Assim, o sinal é apenas decomposto e reconstruído pela ICA, sem perder nenhuma informação.

O método também foi testado com a introdução do ruído proveniente da rede elétrica com diferentes níveis de SNR. Para isto, foi utilizado o *record 122* para os testes, e o valor de SNR para o ruído adicionado variou entre -15 a 40 dB. Novamente, foram obtidos os resultados para as métricas utilizadas na análise do desempenho para os três algoritmos. Os resultados são apresentados na Tabela 4.4.

O método apresentou bons resultados e mostrou-se robusto a variações nos níveis de SNR do sinal ECG com ruído. O melhor desempenho foi obtido com a utilização do algoritmo SOBI, que apresentou menor oscilação frente as variações na relação sinal-ruído.

Tabela 4.4 – Comparação das métricas entre algoritmos SOBI, JADE e FastICA.

| SNR (dB) | SOBI | | | JADE | | | FastICA | | |
|---------------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| -15 | 0,0067 | 0,0002 | 43,540 | 0,0121 | 0,0017 | 38,371 | 0,0065 | 0,0004 | 43,758 |
| -10 | 0,0057 | 0,0002 | 44,923 | 0,0057 | 0,0001 | 44,909 | 0,0043 | 0,0003 | 47,420 |
| -5 | 0,0056 | 0,0003 | 45,007 | 0,0050 | 0,0002 | 46,003 | 0,0061 | 0,0002 | 44,241 |
| 0 | 0,0057 | 0,0003 | 44,911 | 0,0050 | 0,0003 | 45,977 | 0,0052 | 0,0002 | 45,682 |
| 5 | 0,0057 | 0,0004 | 44,913 | 0,0070 | 0,0003 | 43,146 | 0,0052 | 0,0003 | 45,718 |
| 10 | 0,0056 | 0,0003 | 45,046 | 0,0118 | 0,0010 | 38,571 | 0,0097 | 0,0013 | 40,246 |
| 15 | 0,0054 | 0,0003 | 45,324 | 0,0208 | 0,0022 | 33,648 | 0,0146 | 0,0006 | 36,715 |
| 20 | 0,0050 | 0,0003 | 45,967 | 0,0358 | 0,0090 | 28,934 | 0,0252 | 0,030 | 31,969 |
| 25 | 0,0046 | 0,0002 | 46,670 | 0,0570 | 0,0255 | 24,899 | 0,0379 | 0,0102 | 28,439 |
| 30 | 0,0066 | 0,0004 | 43,613 | 0,0778 | 0,0497 | 22,200 | 0,0429 | 0,0134 | 27,362 |
| 35 | 0,0072 | 0,0007 | 42,835 | 0,0178 | 0,0041 | 35,006 | 0,0178 | 0,0041 | 34,998 |
| 40 | 0,0040 | 0,0001 | 47,902 | 0,0100 | 0,0016 | 40,005 | 0,0100 | 0,0016 | 39,994 |
| Média | 0,0056 | 0,0004 | 45,054 | 0,0231 | 0,0085 | 36,806 | 0,0155 | 0,0030 | 38,878 |
| Desvio Padrão | 0,0023 | 0,0004 | 1,381 | 0,0242 | 0,0156 | 8,094 | 0,0132 | 0,0044 | 6,946 |

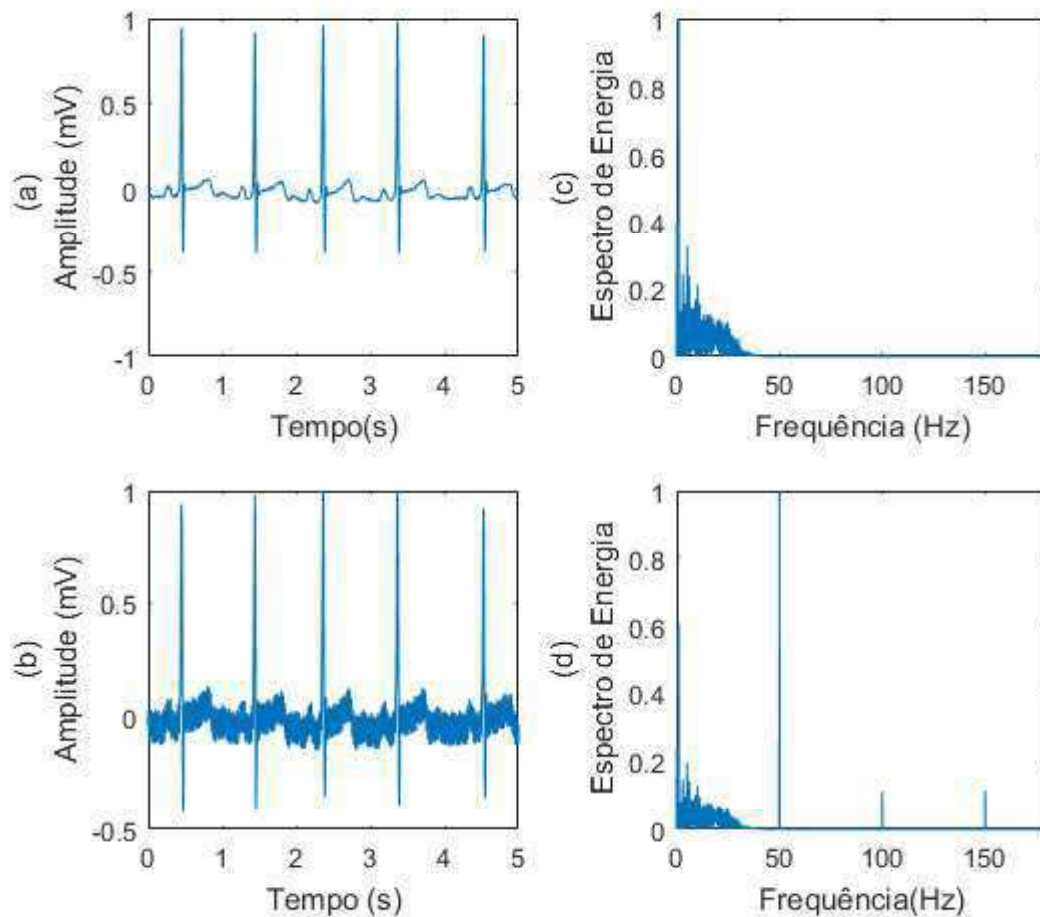
Fonte: Do autor (2020).

Por fim, o método foi submetido a sinais de eletrocardiograma contaminado com o ruído da rede elétrica e componentes harmônicas de segunda e terceira ordem. Para simular esta condição, será considerada a frequência fundamental da rede elétrica como 50 Hz. Pois, como frequência de amostragem dos sinais ECG é de 360 Hz, o Teorema de Nyquist impõe a condição de que o sinal deve ter componentes de frequência menores que a metade da frequência de amostragem, ou seja, menores que 180 Hz, que seria a componente harmônica de terceira ordem.

Utilizando o sinal ECG 115, foi adicionado o ruído da rede elétrica na frequência fundamental de 50 Hz, com uma relação sinal-ruído de 10 dB, com a presença de componentes harmônicas de segunda e terceira ordens. Em seguida o sinal foi submetido ao método proposto para eliminação do ruído. A Figura 4.10 apresenta o sinal ECG original e com ruído, e a Figura 4.11 mostra os componentes independentes estimados pela ICA para este sinal, com a utilização do algoritmo SOBI. É possível visualizar que a componente fundamental e suas múltiplas componentes são extraídas adequadamente, cada uma como uma fonte independente. Desta forma, o algoritmo consegue identificar as fontes e fazer a eliminação do ruído.

Após a eliminação do ruído o sinal foi reconstruído adequadamente, como pode ser visto na Figura 4.12, que mostra o sinal ECG com ruído, original e recuperado pelo método. Apenas foram eliminados os componentes referente a interferência da rede elétrica. Isto pode ser confirmado através da Figura 4.13, que mostra a diferença entre o sinal ECG com o ruído e o sinal recuperado. Observe que a diferença é exatamente um sinal senoidal com frequência fundamental de 50 Hz e seus componentes de segunda e terceira ordem, nas frequências de 100 e 150 Hz, respectivamente.

Figura 4.10 – Sinal ECG com a presença de ruído e componentes harmônicos.(a) sinal original. (b) sinal ECG com ruídos. (c) espectro do sinal original. (d) espectro do sinal ECG com ruídos.



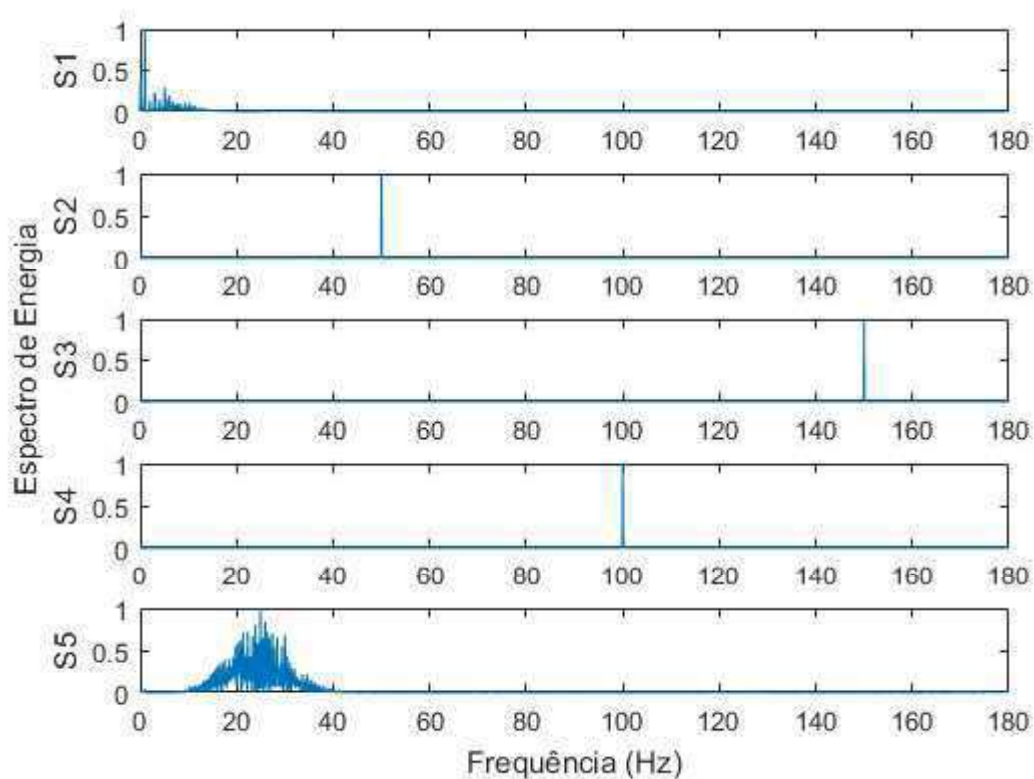
Fonte: do autor (2020).

Os resultados da extração dos componentes e da recuperação do sinal através dos algoritmos JADE e FastICA foram omitidos para não comprometer a organização deste texto, assim como o resultado do cálculo das medidas de desempenho. Contudo, os dois algoritmos apresentaram bons resultados e também conseguem eliminar este ruído. O SOBI apresentou um desempenho ligeiramente melhor, com extração adequada de todos os componentes independentes. Vale ressaltar ainda, que o método consegue eliminar o ruído com apenas uma iteração, sem necessitar de ajustes em nenhuma etapa.

4.1.1 Comparação com outros métodos

O método proposto neste trabalho foi comparado com dois outros métodos abordados na literatura, que são os filtros *notch* e adaptativo com algoritmo LMS, apresentados na Seção 3.3.1. Estes dois métodos foram submetidos aos mesmos testes realizados para o método

Figura 4.11 – Componentes independentes extraídos pela ICA.



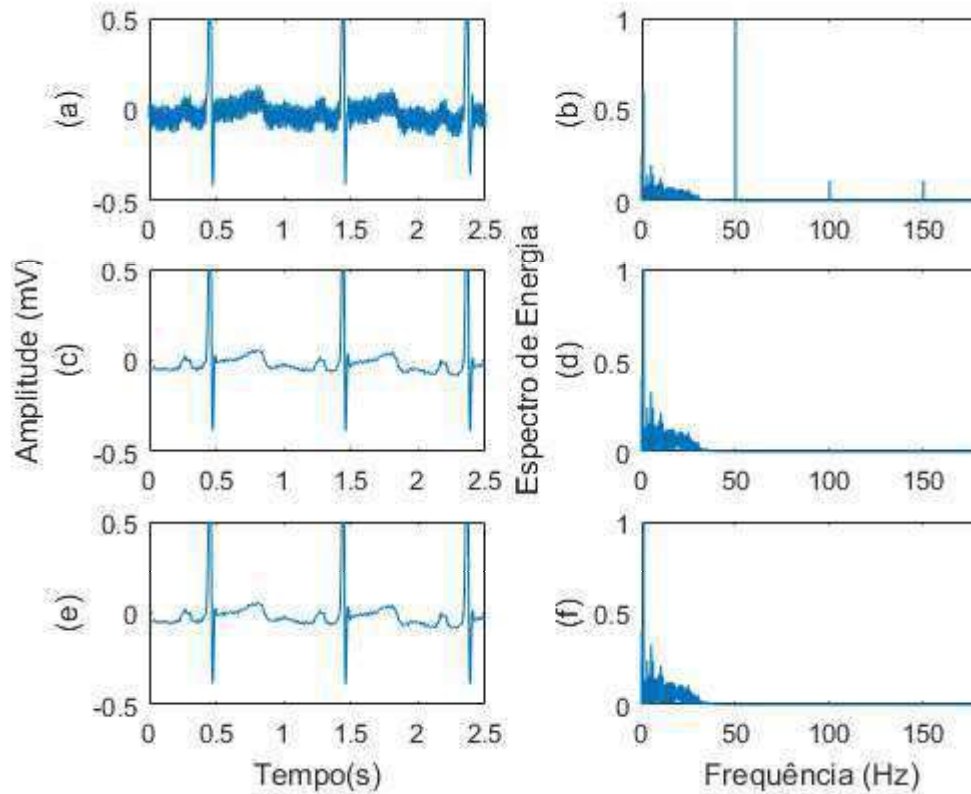
Fonte: do autor (2020).

desenvolvido neste trabalho. Primeiramente, todos os sinais contendo o ruído da rede elétrica com frequência fundamental de 60 Hz foram aplicados nestes filtros. Os resultados obtidos para cada métrica são apresentados na Tabelas 4.5 e comparados com o método proposto nas Figuras 4.14, 4.15 e 4.16.

É possível observar pela Tabela 4.5 que o filtro adaptativo combinado com o algoritmo LMS apresenta melhores resultados quando comparado com o filtro *notch*. Entretanto, quando comparado ao método proposto neste trabalho o filtro adaptativo apresenta resultado inferior quando é utilizado o algoritmo SOBI. Quando são utilizados os algoritmo JADE e FastICA, o filtro apresenta um resultado superior para alguns sinais testados, como pode ser visto facilmente na análise das Figuras 4.14, 4.15 e 4.16.

Posteriormente, foi realizado o teste para estes dois filtros adicionando um ruído da rede elétrica ao sinal biomédico com frequência diferente de 60 Hz, para avaliar o desempenho destas duas técnicas. Além disto, também foi testado se para um período de gravação dos sinais de 60 segundos ocorreria uma alteração no desempenho dos mesmos. Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.6 e 4.7.

Figura 4.12 – Sinais ECG com ruído, original e recuperado pelo método proposto no domínio do tempo e frequência, respectivamente. (a) e (b) ECG com ruído. (c) e (d) ECG original. (e) e (f) recuperado pelo método.



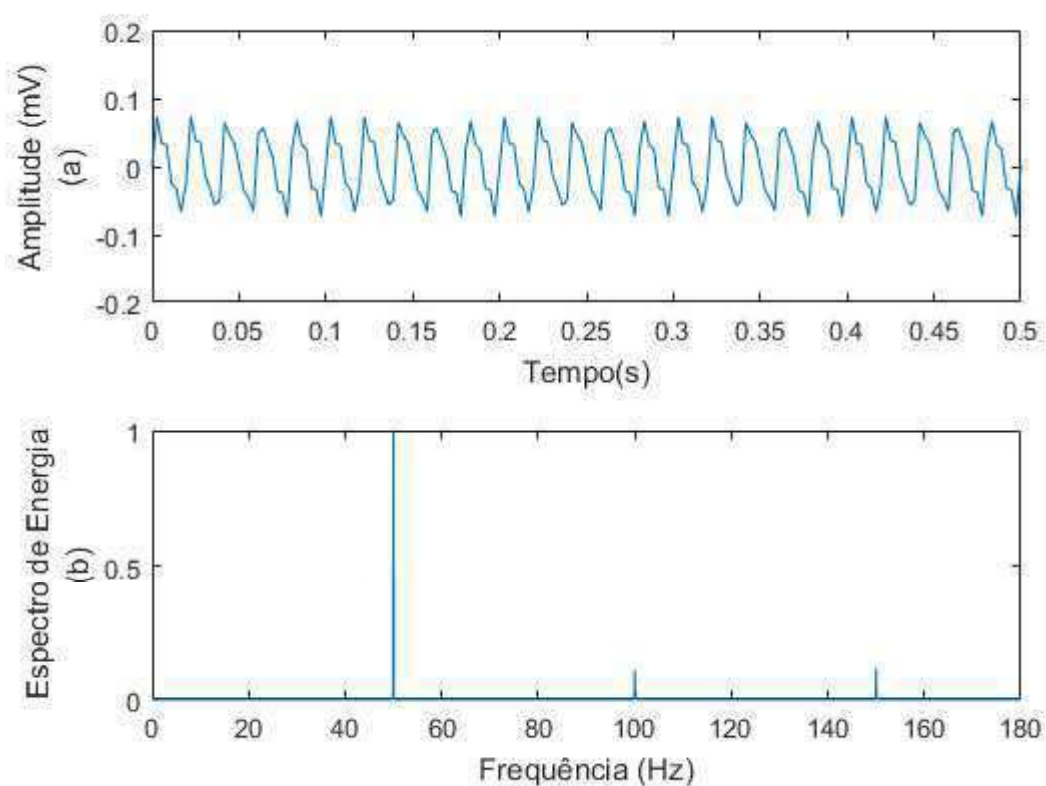
Fonte: do autor (2020).

Os resultados obtidos para estes filtros foram comparados com os valores obtidos pelo método proposto para os três algoritmos para ICA. A comparação é realizada para todas as métricas, para o sinal ECG 115, gravado por 10 e 60 segundos. Os resultados são apresentados na forma de gráfico de barras para facilitar a visualização e são apresentados nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19, para RRMSE, SD e SNR, respectivamente.

O método proposto teve desempenho melhor para oscilação da frequência quando o sinal foi gravado por 60 segundos, o que melhora a resolução em frequência da FFT. Como mencionado, o filtro *notch* apresentou menor variação nos resultados, contudo, quando o problema de resolução da FFT é corrigido o método proposto apresentou melhores resultados, principalmente com a utilização do algoritmo SOBI. A única exceção é para o valor de frequência do ruído em 60.02 Hz, devido ao problema de resolução, mencionado anteriormente.

Foi realizado o teste também com a variação da relação sinal-ruído de entrada no sinal ECG 115. Com esta relação variando de -15 a 40 dB. Os resultados obtidos para os filtros *notch* e adaptativo são apresentados na Tabela 4.8.

Figura 4.13 – Diferença entre sinal ECG com ruído e recuperado pelo método.



Fonte: do autor (2020).

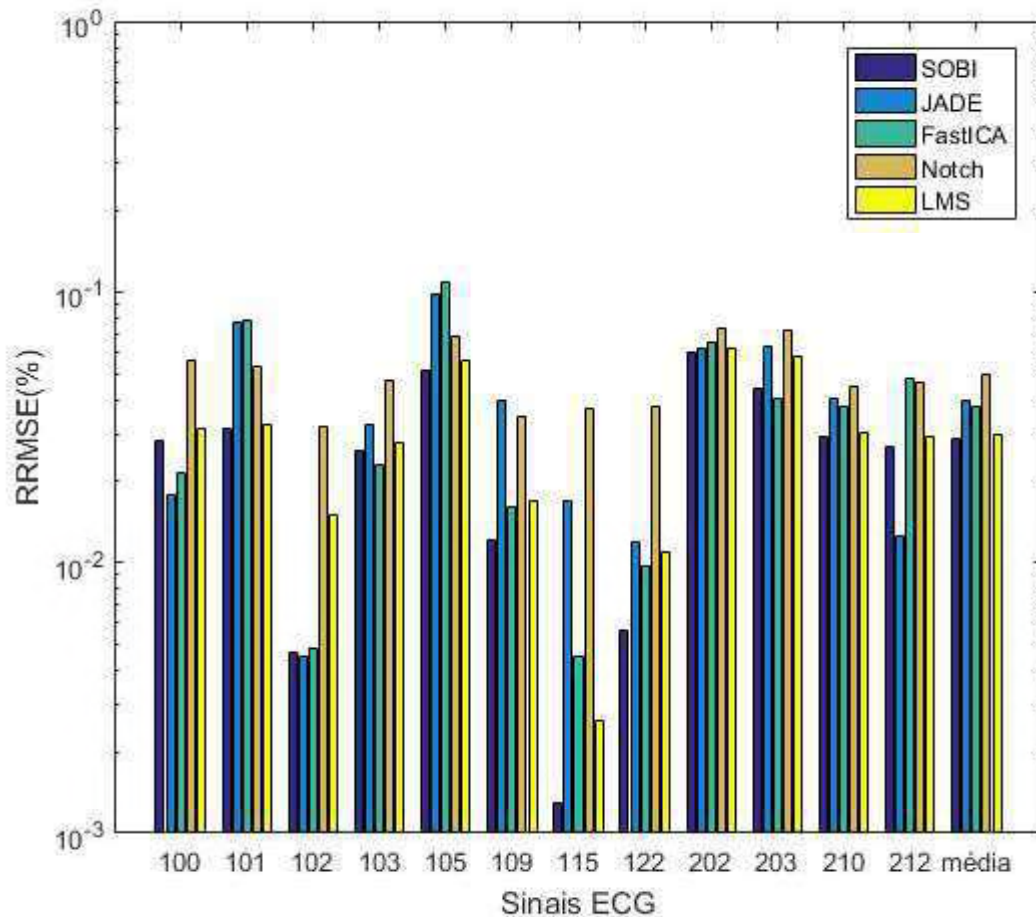
Tabela 4.5 – Comparação das métricas para o filtro *notch* e adaptativo com LMS.

| Sinal ECG | Notch | | | LMS | | |
|-----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 100 | 0,0562 | 0,1696 | 25,256 | 0,0313 | 0,0290 | 30,109 |
| 101 | 0,0529 | 0,1766 | 25,782 | 0,0325 | 0,0263 | 29,775 |
| 102 | 0,0319 | 5,769 | 30,189 | 0,0152 | 2,4259 | 36,459 |
| 103 | 0,0474 | 0,4148 | 26,728 | 0,0276 | 0,0378 | 31,186 |
| 105 | 0,0691 | 1,039 | 23,446 | 0,0562 | 0,1931 | 25,019 |
| 109 | 0,0347 | 3,3463 | 29,450 | 0,0171 | 1,0105 | 35,400 |
| 115 | 0,0369 | 0,1791 | 28,911 | 0,0026 | 0,0090 | 51,647 |
| 122 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0109 | 0,1048 | 39,316 |
| 202 | 0,0737 | 0,3024 | 22,883 | 0,0616 | 0,1166 | 24,210 |
| 203 | 0,0724 | 0,8564 | 23,045 | 0,0578 | 0,2440 | 24,785 |
| 210 | 0,0452 | 0,6378 | 27,150 | 0,0304 | 0,0975 | 30,377 |
| 212 | 0,0464 | 0,6407 | 26,917 | 0,0292 | 0,9950 | 30,709 |
| média | 0,050 | 1,195 | 26,534 | 0,031 | 0,441 | 32,416 |
| Δ | 0,015 | 1,678 | 2,519 | 0,019 | 0,720 | 7,651 |

Fonte: Do autor (2020).

O filtro *notch* não apresentou oscilação no desempenho para os diferentes valores de SNR. Já o filtro adaptativo melhorou seu desempenho a medida que o nível da relação sinal-

Figura 4.14 – Comparação RRMSE com todos os métodos.

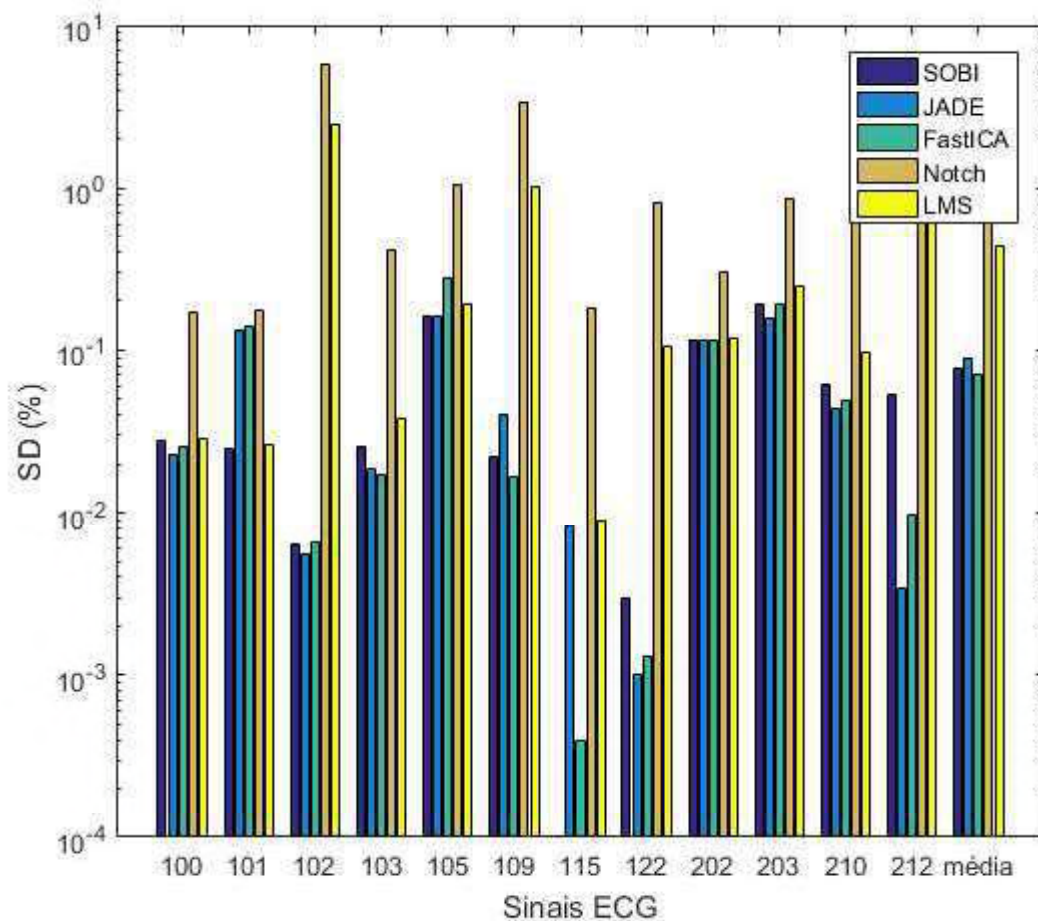


Fonte: do autor (2020)

ruído aumentou. O desempenho dos filtros foi comparado com o método proposto com base nas médias obtidas de SNR depois da eliminação do ruído, e esta comparação pode ser vista na Figura 4.20. É possível observar que o método proposto utilizando o algoritmo SOBI foi o que apresentou melhor resultado, com a maior média para esta métrica.

O teste realizado com o sinal ECG contaminado pelo ruído da rede elétrica e seus componentes múltiplos da frequência fundamental não foi realizado para os filtros *notch* e adaptativo. Estes métodos são capazes de remover estes componentes, mas alguns ajustes devem ser feitos para que isto seja possível. Para a eliminação da componente fundamental, mais as componentes de segunda e terceira ordem, deve ser previsto um filtro *notch* específico para cada uma das frequências de ocorrência destes distúrbios. E o filtro adaptativo necessitaria de um sinal de referência contendo um sinal senoidal com estas frequências. Outra opção seria

Figura 4.15 – Comparação diferença espectral (SD) com todos os métodos.



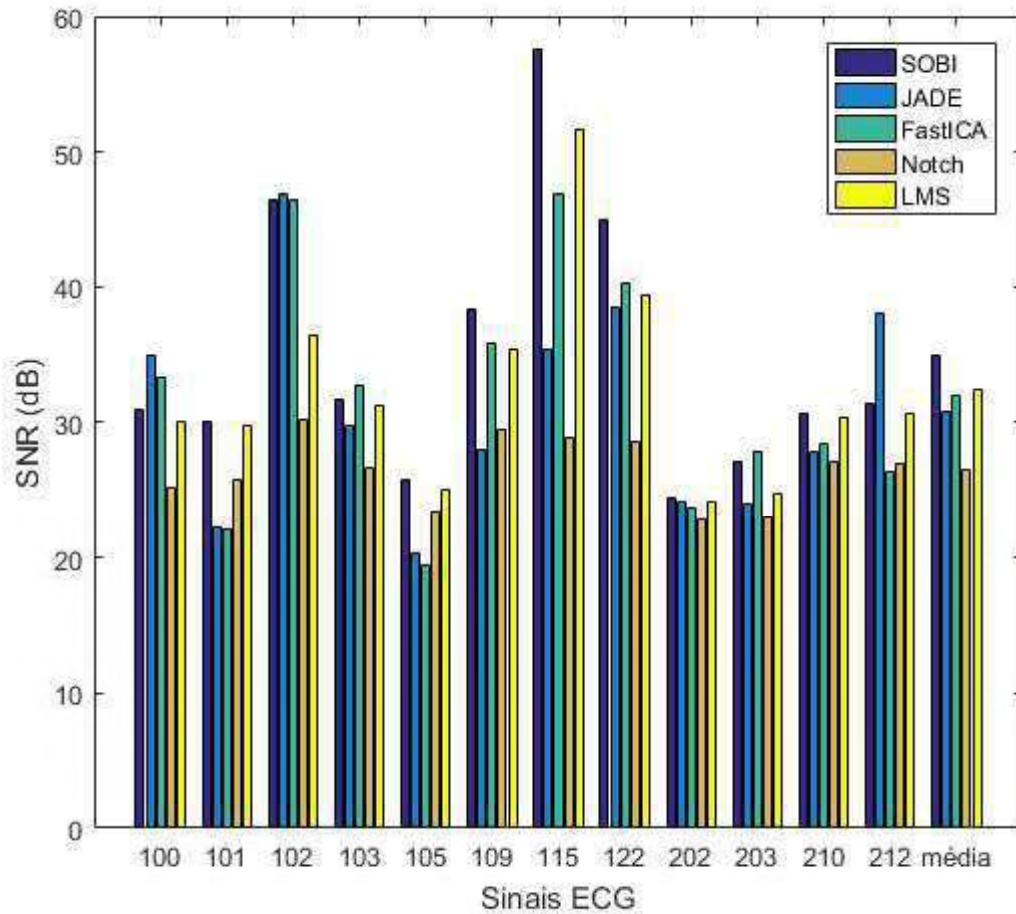
Fonte: do autor (2020)

repetir a filtragem por três vezes, com um filtro para cada frequência no caso do *notch*, e um sinal senoidal de referência em cada frequência.

4.2 Sinal com interferência da rede elétrica real

Para comprovar o funcionamento do método proposto neste trabalho, foram utilizados 7 sinais de ECG com a presença do ruído da rede elétrica originalmente. Foram utilizados os dados 1007823 (II), 1034914 (III), 1098605 (V1), 1105115 (V2), 1124627 (aVL), 2209843 (I), 1138505 (I), obtidos a partir da base de dados *Challenge 2011 (Training Set A)*. A Figura 4.21 mostra como exemplo o sinal 1138505, no domínio do tempo e frequência. É possível observar nesta figura que no sinal ECG está presente o ruído da rede elétrica com a frequência fundamental de 60 Hz e seus harmônicos de segunda e terceira ordem, em 120 e 180 Hz, respectivamente.

Figura 4.16 – Comparação SNR com todos os métodos.



Fonte: do autor (2020)

Tabela 4.6 – Comparação das métricas para o filtro *notch* e adaptativo com LMS com variação da frequência fundamental.

| Sinal ECG | Notch | | | LMS | | |
|-----------|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 59,90 | 0,0417 | 0,1792 | 27,862 | 0,2387 | 1,7198 | 12,694 |
| 59,95 | 0,0584 | 0,1770 | 24,929 | 0,1974 | 0,7229 | 14,270 |
| 60,00 | 0,0370 | 0,1789 | 28,911 | 0,0029 | 0,0090 | 51,647 |
| 60,02 | 0,0453 | 0,1786 | 27,135 | 0,0933 | 0,1145 | 20,653 |
| 60,10 | 0,0418 | 0,1789 | 27,823 | 0,2389 | 1,7174 | 12,687 |

Fonte: Do autor (2020).

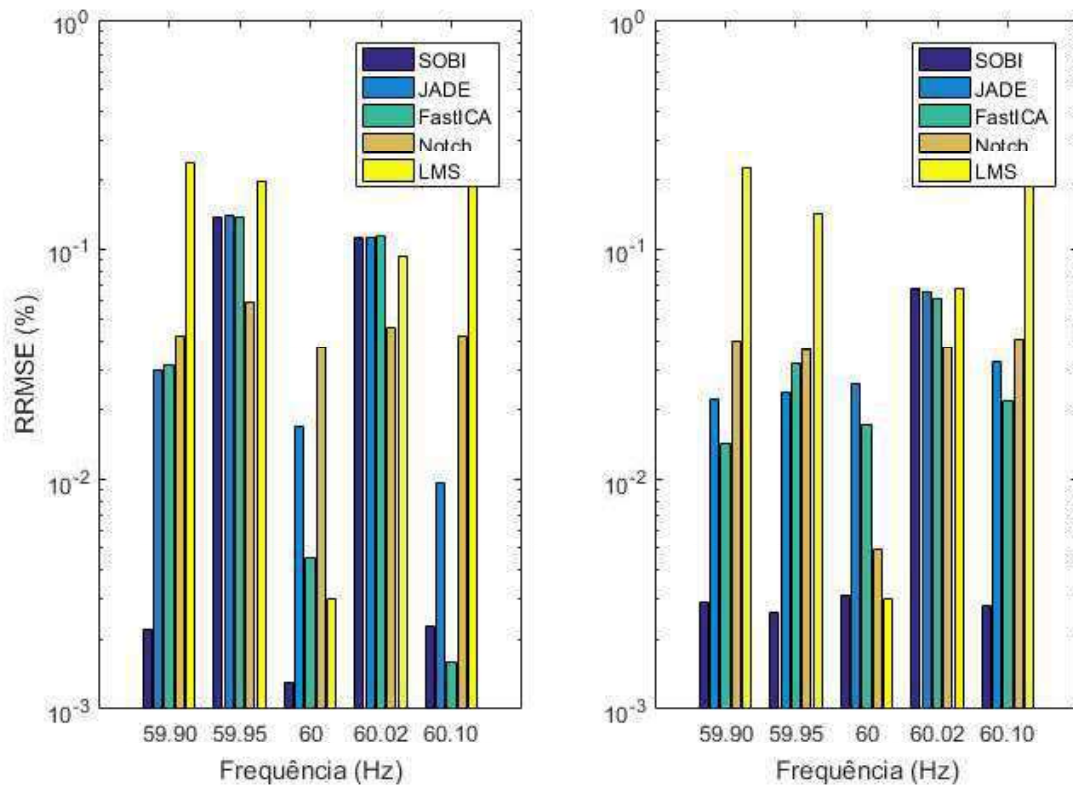
Para estes sinais não foi possível realizar os testes com a variação da frequência nem da relação sinal-ruído do sinal senoidal com sinal ECG, visto que, foram gravados originalmente com os distúrbios. Assim, os sinais foram submetidos ao método proposto para os três algoritmos com seus resultados comparados de acordo com as métricas descritas na Seção 3.3.

Tabela 4.7 – Comparação das métricas para o filtro *notch* e adaptativo com LMS com variação da frequência fundamental para sinal gravado por 60 segundos.

| Sinal ECG | Notch | | | LMS | | |
|-----------|-----------|--------|----------|-----------|---------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| 59,90 | 0,0400 | 1,5686 | 28,213 | 0,2244 | 10,4630 | 13,206 |
| 59,95 | 0,0368 | 1,5672 | 28,939 | 0,1426 | 4,2030 | 17,016 |
| 60,00 | 0,0349 | 1,5671 | 29,267 | 0,0029 | 0,0089 | 51,748 |
| 60,02 | 0,0371 | 1,5676 | 28,869 | 0,0677 | 0,5241 | 23428 |
| 60,10 | 0,0402 | 1,5691 | 28,164 | 0,2246 | 10,464 | 13,197 |

Fonte: Do autor (2020).

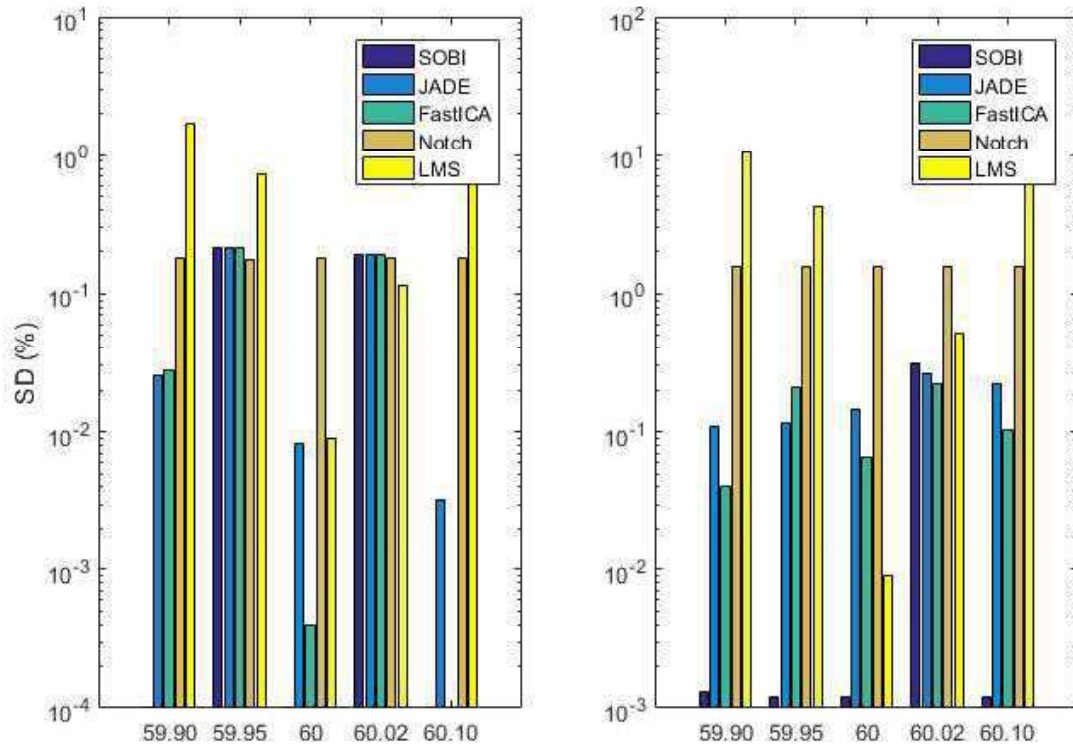
Figura 4.17 – Comparação RRMSE para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos.



Fonte: do autor (2020)

O mesmo banco de filtros projetado é utilizado para os sinais ECG reais, e a saída destes filtros é aplicada a ICA. A Figura 4.22 apresenta o espectro das fontes independentes estimadas pela ICA para este sinal utilizando o algoritmo SOBI. Note que os componentes de segunda e terceira ordem da rede elétrica não são completamente isolados, no entanto, o método consegue eliminar apenas o ruído da rede elétrica, como mostra a Figura 4.23, que é o resultado da subtração do sinal ECG original pelo sinal recuperado pelo método proposto.

Figura 4.18 – Comparação SD para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos.

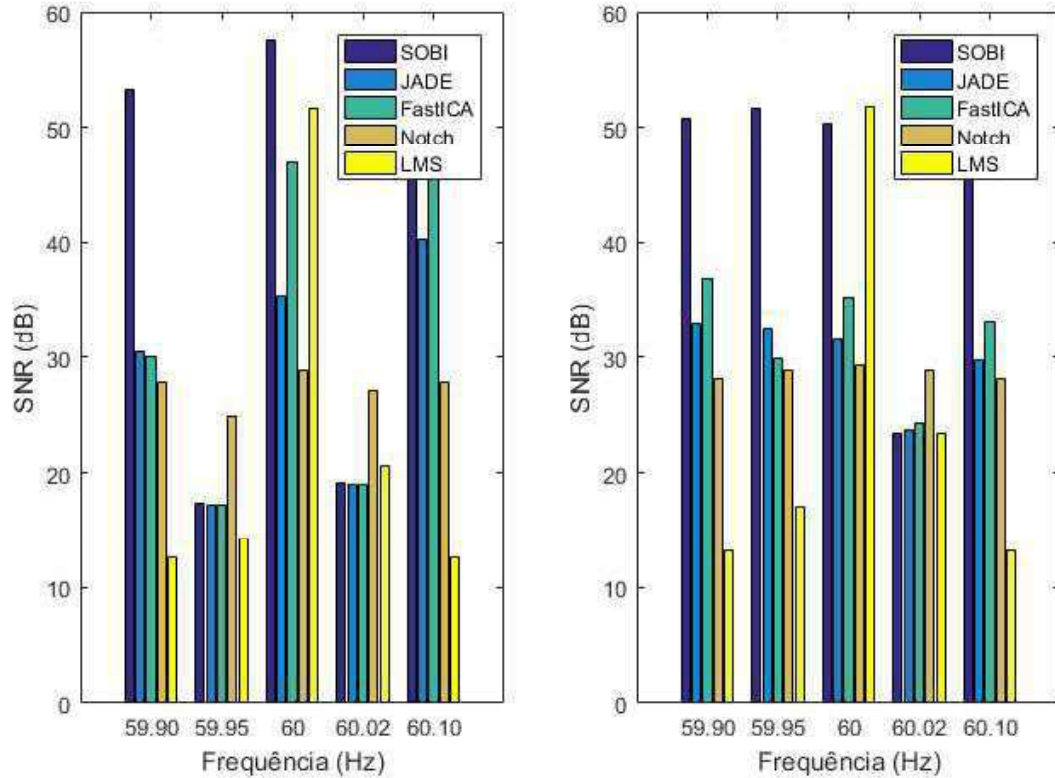


Fonte: do autor (2020)

Todos os sinais mencionados foram submetidos a este método utilizando os três algoritmos para aplicação da ICA. Foi calculada a diferença espectral fora da faixas de frequência onde o ruído da rede elétrica poderia ocorrer, como explicado na Seção 3.3. Os resultados para cada um dos algoritmos são apresentados e comparados na Figura 4.24, onde no eixo das abscissas temos os sinais ECG, de 1 a 7, na ordem em que foram apresentados acima, e no eixo da ordenadas o valor obtido para a métrica. Comparando estes valores percebe-se que o método conseguiu agir apenas nas faixas de frequências desejadas, visto que o valor da diferença espectral tem valores muito pequenos, com uma diferença mínima para as outras frequências do sinal ECG original.

Este mesmo teste foi realizado com os filtros *notch* e adaptativo, utilizados anteriormente. O resultado é apresentado na Figura 4.25. Posteriormente, foi utilizada a média da diferença espectral em cada segmento para todas as técnicas empregadas, a fim de realizar uma comparação entre os métodos. A comparação pode ser feita a partir da análise da Figura 4.26.

Figura 4.19 – Comparação SNR para todos métodos com variação da frequência do ruído da rede elétrica. (a) sinal ECG gravado por 10 segundos. (b) sinal ECG gravado por 60 segundos.



Fonte: do autor (2020)

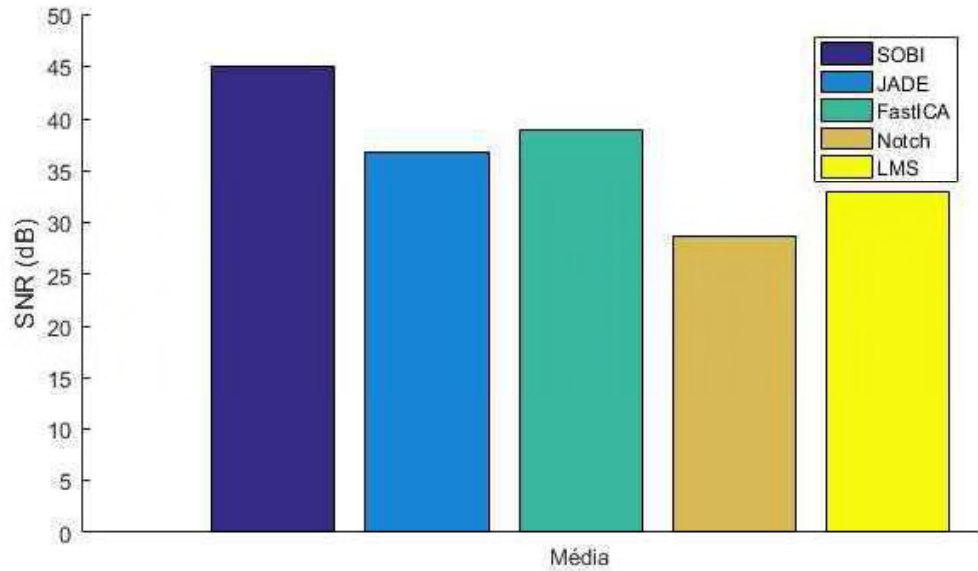
Tabela 4.8 – Comparação das métricas para o filtro *notch* e adaptativo com LMS com variação da relação sinal-ruído (SNR).

| SNR (dB) | Notch | | | LMS | | |
|---------------|-----------|--------|----------|-----------|---------|----------|
| | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) | RRMSE (%) | SD (%) | SNR (dB) |
| -15 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,9310 | 0,4998 | 4,586 |
| -10 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,6610 | 22,1661 | 7,739 |
| -5 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,1514 | 4,0083 | 17,534 |
| 0 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0485 | 1,1036 | 26,624 |
| 5 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0208 | 0,3350 | 33,730 |
| 10 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,011 | 0,1048 | 39,316 |
| 15 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0071 | 0,0331 | 42,931 |
| 20 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0062 | 0,0108 | 44,198 |
| 25 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0060 | 0,0044 | 44,384 |
| 30 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0060 | 0,0032 | 44,403 |
| 35 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0060 | 0,0030 | 44,403 |
| 40 | 0,0380 | 0,8085 | 28,647 | 0,0060 | 0,0030 | 44,405 |
| média | 0,038 | 0,809 | 28,647 | 0,155 | 2,356 | 32,854 |
| desvio padrão | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,308 | 6,342 | 15,104 |

Fonte: Do autor (2020).

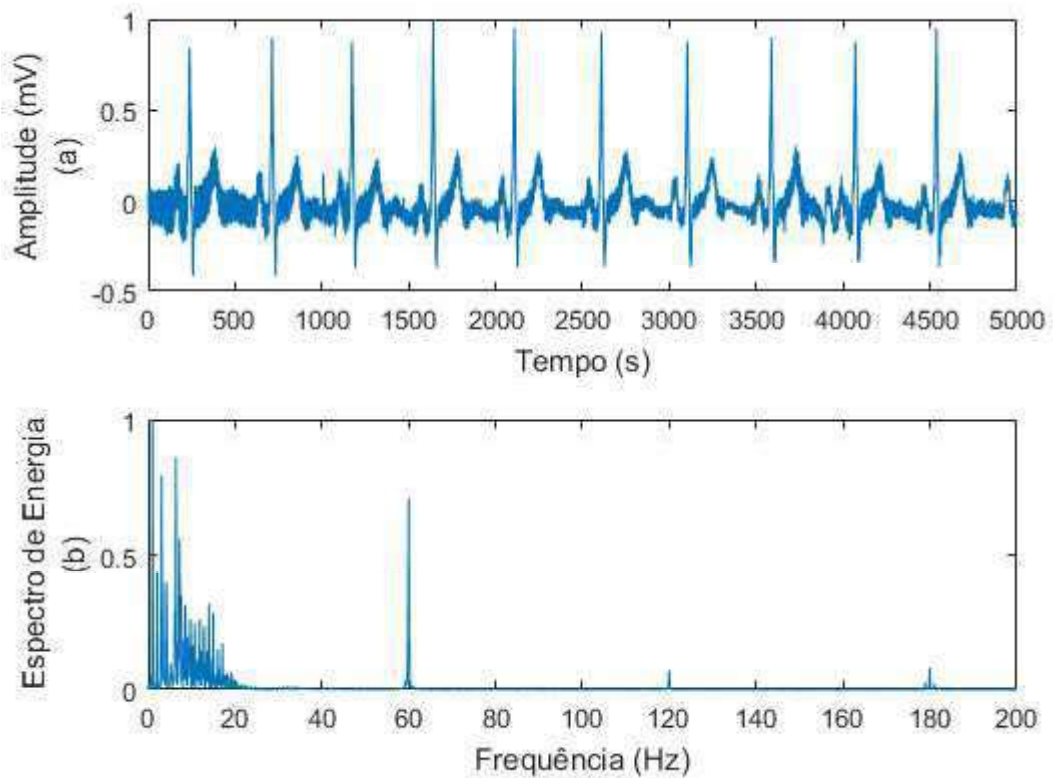
O filtro *notch* foi aquele que apresentou pior resultado em todas as faixas de frequência, especialmente na primeira, antes de 60 Hz. Nesta primeira métrica, o método proposto teve um desempenho melhor com os algoritmos SOBI e FastICA. Já para as outras métricas o filtro

Figura 4.20 – Comparação a partir da média no valor SNR para todos métodos com variação da relação sinal-ruído no sinal ECG antes da eliminação do ruído.



Fonte: do autor (2020)

Figura 4.21 – Sinal ECG real no domínio do tempo e frequência.



Fonte: do autor (2020)

Figura 4.22 – Componentes independentes estimados pela ICA.

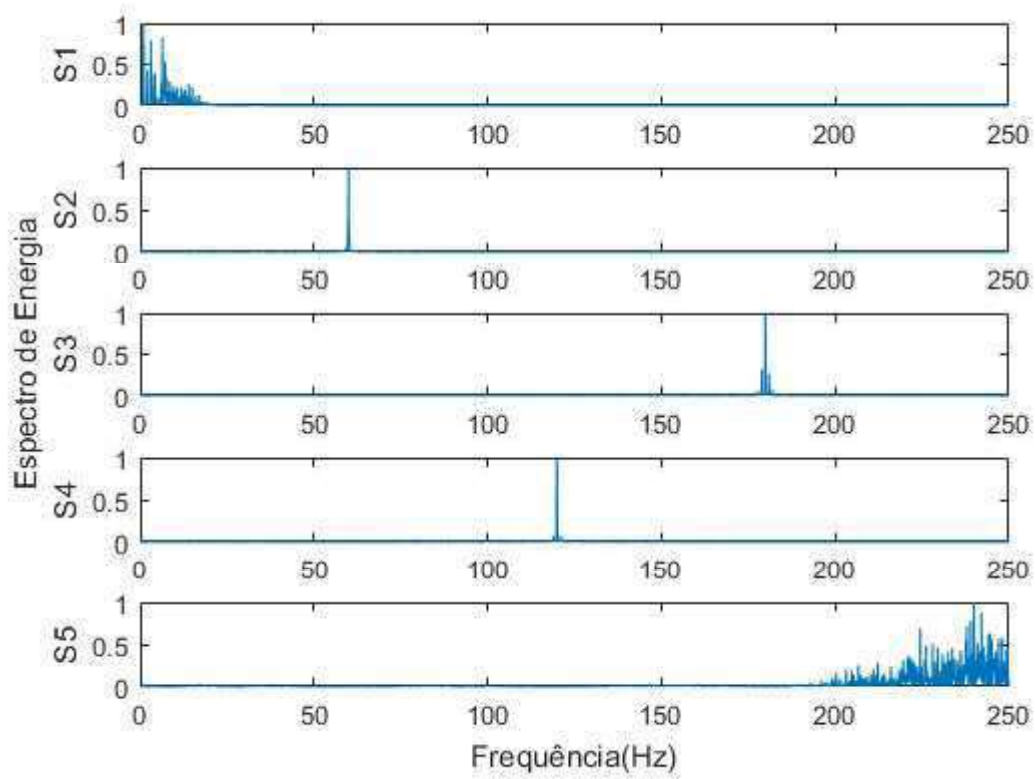
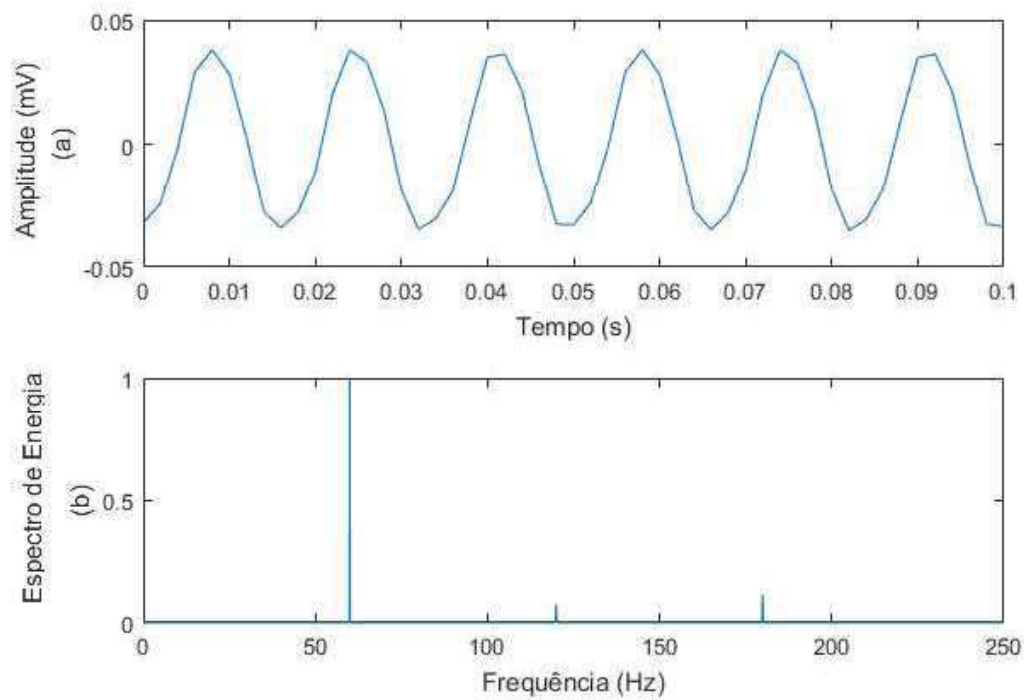
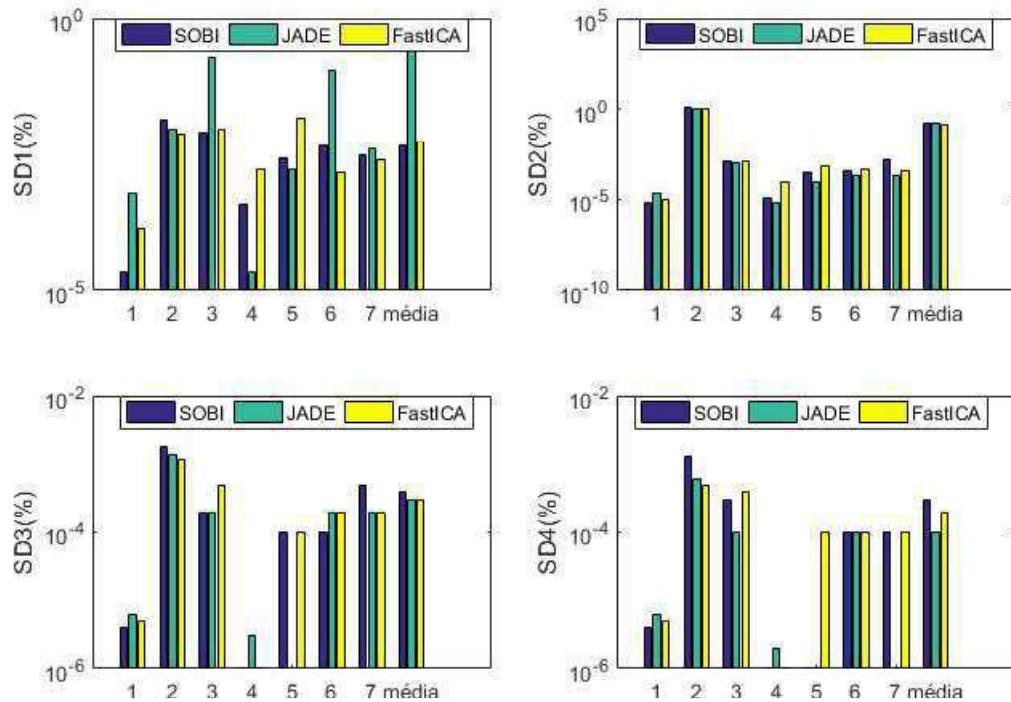


Figura 4.23 – Diferença entre sinal ECG com ruído e sinal recuperado pelo método proposto.



Fonte: do autor (2020).

Figura 4.24 – Comparação do desempenho obtido por cada algoritmo padrão ICA.

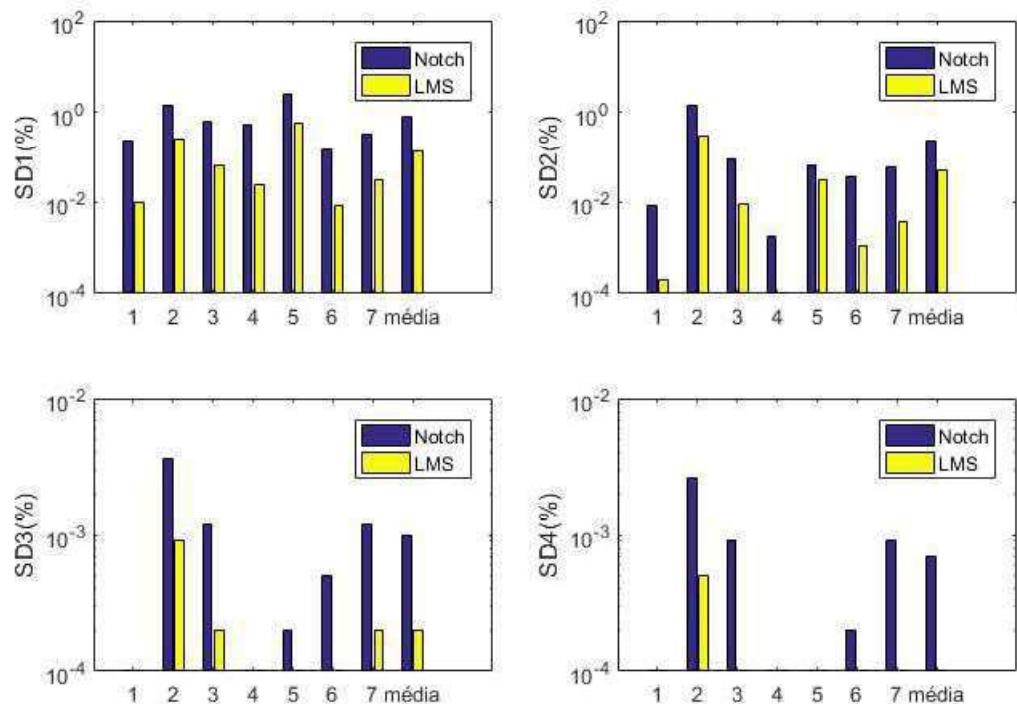


Fonte: do autor (2020).

adaptativo apresentou melhor média. Este fato foi causado por um resultado ruim do método, com os três algoritmos para o sinal 1034914, principalmente na segunda faixa de frequências. Isto fez com que a média fosse elevada, no entanto, desconsiderando o resultado para este sinal, o método obteve melhor desempenho.

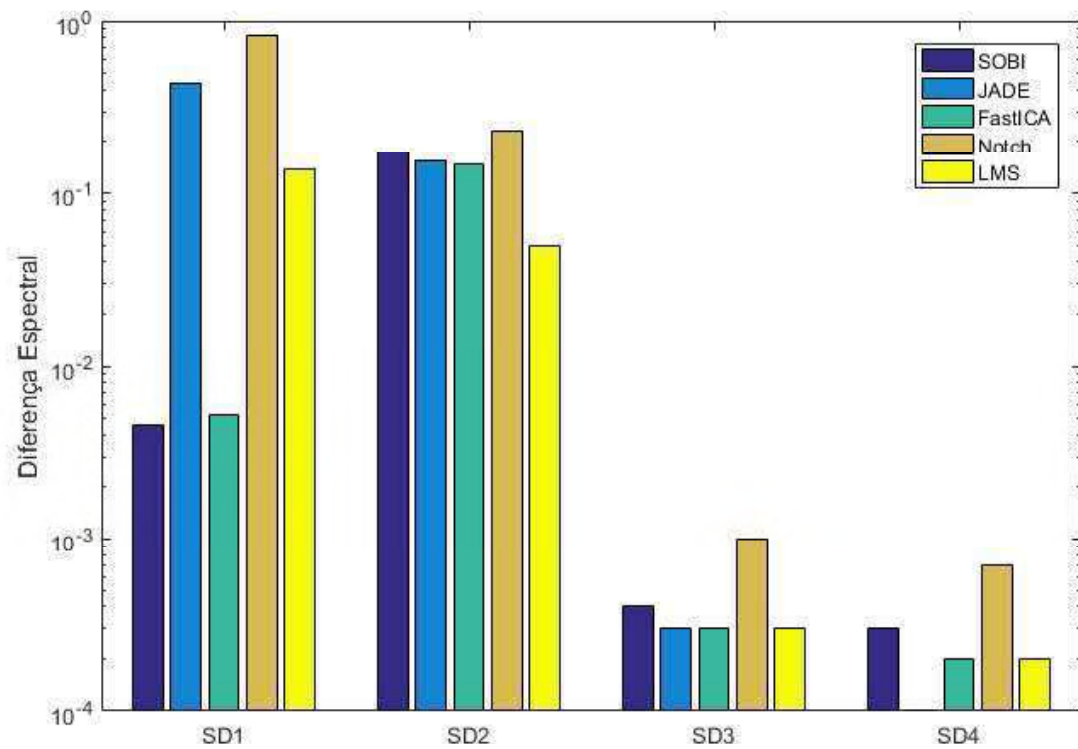
Todos os sinais utilizados possuem, além do ruído da rede elétrica na frequência fundamental, algum componente harmônico, seja de segunda ou terceira ordem. Desta forma, para correta eliminação do ruído da rede elétrica, os filtros utilizados para comparação deveriam ser ajustados, utilizando um filtro *notch* para cada frequência e utilizando um sinal senoidal com diferentes frequências para referência do filtro adaptativo. Esta é uma das vantagens do método proposto neste trabalho, com o ajuste correto do banco de filtros várias componentes em diferentes frequências podem ser separadas em fontes independentes em apenas uma iteração. Esta separação facilita o processo de eliminação do ruído.

Figura 4.25 – Comparação do desempenho obtido pelos filtros.



Fonte: do autor (2020).

Figura 4.26 – Comparação do desempenho obtido pelos filtros e o método proposto.



Fonte: do autor (2020).

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Para desenvolver um método para remoção da interferência da rede elétrica em sinais de eletrocardiograma foram empregados conhecimentos em filtros digitais, Análise de Componentes Independentes e Transformada de Fourier. Além disto, o trabalho realizou a comparação entre três algoritmos que implementam a ICA, que foram o SOBI, JADE e FastICA.

A utilização desta metodologia para aplicação em sinais biomédicos foi inovadora no sentido de aplicar um banco de filtros para gerar observações a partir de um único canal ECG. Bons resultados foram alcançados, tanto para os sinais com ruído sintético, quanto para os sinais reais de eletrocardiograma que já estavam afetados pelo ruído. Ademais, o método permitiu eliminar também as componentes harmônicas do sinal senoidal além do componente fundamental em uma única execução do método. Esta foi uma das vantagens do método quando comparado às outras duas técnicas empregadas neste trabalho, que foram os filtros *notch* e adaptativo com algoritmo LMS. Nestas duas técnicas, para eliminação dos componentes harmônicos é necessário a aplicação de mais de um filtro, ou a utilização de outro sinal de referência. Vale ressaltar também que o método proposto é capaz de eliminar a interferência da rede elétrica mantendo o máximo possível de informações do sinal ECG em comparação com os filtros Notch e adaptativo implementados.

O método também se mostrou capaz de eliminar o ruído mesmo com grandes variações na relação sinal-ruído entre o sinal ECG original e o sinal senoidal adicionado. O melhor resultado foi obtido com a utilização do algoritmo SOBI, que obteve uma média melhor nas métricas utilizadas, e uma menor variação, quando comparado a outras técnicas de ICA como FastICA e JADE.

Uma das limitações do método é em relação a sua sensibilidade em relação à variação da frequência do ruído da rede elétrica devido à resolução da FFT.

5.1 Perspectiva de Trabalhos Futuros

Ainda na linha desta pesquisa, novos trabalhos podem ser realizados, como:

- Utilizar a estrutura deste trabalho para remover outros ruídos presentes em sinais biomédicos, como o provocado pelo movimento de respiração.
- Testar novas técnicas na etapa de eliminação do ruído, tornando o método menos sensível a variações na oscilação da frequência.

- Implementação da ICA online através do algoritmo EASI (*Equivariant Adaptive Source Separation*).

REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, S.; GUPTA, A. Fractal and emd based removal of baseline wander and powerline interference from ecg signals. **Computers in biology and medicine**, Elsevier, v. 43, n. 11, p. 1889–1899, 2013.
- AHLSTROM, M.; TOMPKINS, W. Digital filters for real-time ecg signal processing using microprocessors. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, IEEE, n. 9, p. 708–713, 1985.
- ALMAHAMDY, M.; RILEY, H. B. Performance study of different denoising methods for ecg signals. **Procedia Computer Science**, Elsevier, v. 37, p. 325–332, 2014.
- ALSTE, J. A. V.; SCHILDER, T. Removal of base-line wander and power-line interference from the ecg by an efficient fir filter with a reduced number of taps. **IEEE transactions on biomedical engineering**, IEEE, n. 12, p. 1052–1060, 1985.
- ANEEL. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional: Módulo 8 - Qualidade da Energia Elétrica**. [S.l.]: PRODIST, 2018. 53 p.
- AWAL, M. A. et al. An adaptive level dependent wavelet thresholding for ecg denoising. **Biocybernetics and biomedical engineering**, Elsevier, v. 34, n. 4, p. 238–249, 2014.
- AZZERBONI, B. et al. A new approach based on wavelet-ica algorithms for fetal electrocardiogram extraction. In: **ESANN**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 193–198.
- BELOUHRANI, A. et al. A blind source separation technique using second-order statistics. **IEEE Transactions on signal processing**, IEEE, v. 45, n. 2, p. 434–444, 1997.
- BISWAS, U.; MANIRUZZAMAN, M. Removing power line interference from ecg signal using adaptive filter and notch filter. In: **2014 International Conference on Electrical Engineering and Information Communication Technology**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–4.
- CARDOSO, J.-F. High-order contrasts for independent component analysis. **Neural computation**, MIT Press, v. 11, n. 1, p. 157–192, 1999.
- CARDOSO, J.-F.; SOULOUMIAC, A. Blind beamforming for non-gaussian signals. In: **IET. IEE proceedings F (radar and signal processing)**. [S.l.], 1993. v. 140, n. 6, p. 362–370.
- CHEN, B. et al. Removal of power line interference from ecg signals using adaptive notch filters of sharp resolution. **IEEE Access**, IEEE, v. 7, p. 150667–150676, 2019.
- FELDMAN, J.; GOLDWASSER, G. P. Eletrocardiograma: recomendações para a sua interpretação. **Revista da SOCERJ**, v. 14, n. 4, p. 256, 2004.
- GLOVER, J. Adaptive noise canceling applied to sinusoidal interferences. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, IEEE, v. 25, n. 6, p. 484–491, 1977.
- GOLDBERGER, A. L. et al. Physiobank, physiotoolkit, and physionet: components of a new research resource for complex physiologic signals. **Circulation**, Am Heart Assoc, v. 101, n. 23, p. e215–e220, 2000.
- HAMILTON, P. S. A comparison of adaptive and nonadaptive filters for reduction of power line interference in the ecg. **IEEE transactions on biomedical engineering**, IEEE, v. 43, n. 1, p. 105–109, 1996.

- HAYKIN, S. S. **Adaptive filter theory**. [S.l.]: Pearson Education India, 2005.
- HAYKIN, S. S.; VEEN, B. V. **Sinais e sistemas**. [S.l.]: Bookman, 2001.
- HYVARINEN, A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. **IEEE transactions on Neural Networks**, IEEE, v. 10, n. 3, p. 626–634, 1999.
- HYVÄRINEN, A.; KARHUNEN, J.; OJA, E. Independent component analysis. John Wiley & Sons. **Inc. New York**, 2001.
- HYVÄRINEN, A.; OJA, E. Independent component analysis: algorithms and applications. **Neural networks**, Elsevier, v. 13, n. 4-5, p. 411–430, 2000.
- JENKAL, W. et al. An efficient algorithm of ecg signal denoising using the adaptive dual threshold filter and the discrete wavelet transform. **Biocybernetics and Biomedical Engineering**, Elsevier, v. 36, n. 3, p. 499–508, 2016.
- JUNIOR, C. A. R. **Extração de harmônicos, inter e sub-harmônicos utilizando análise de componentes independentes**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, 2019.
- LIMA, M. A. et al. A novel method for power quality multiple disturbance decomposition based on independent component analysis. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 42, n. 1, p. 593–604, 2012.
- LIMA, M. A. A. **Uma nova metodologia para análise da qualidade da energia elétrica sob condições de ocorrência de múltiplos distúrbios**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.
- LIO, G.; BOULINGUEZ, P. Greater robustness of second order statistics than higher order statistics algorithms to distortions of the mixing matrix in blind source separation of human eeg: implications for single-subject and group analyses. **NeuroImage**, Elsevier, v. 67, p. 137–152, 2013.
- LIU, H. et al. Joint power line interference suppression and ecg signal recovery in transform domains. **Biomedical Signal Processing and Control**, Elsevier, v. 44, p. 58–66, 2018.
- LYNN, P. Recursive digital filters for biological signals. **Medical & biological engineering**, Springer, v. 9, n. 1, p. 37–43, 1971.
- MADDIRALA, A. K.; SHAIK, R. A. Separation of sources from single-channel eeg signals using independent component analysis. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 67, n. 2, p. 382–393, 2017.
- MATEO, J.; SÁNCHEZ-MORLA, E. M.; SANTOS, J. A new method for removal of powerline interference in ecg and eeg recordings. **Computers & Electrical Engineering**, Elsevier, v. 45, p. 235–248, 2015.
- MCMANUS, C. D.; NEUBERT, K.-D.; CRAMER, E. Characterization and elimination of ac noise in electrocardiograms: a comparison of digital filtering methods. **Computers and Biomedical research**, Elsevier, v. 26, n. 1, p. 48–67, 1993.

- MIJOVIC, B. et al. Source separation from single-channel recordings by combining empirical-mode decomposition and independent component analysis. **IEEE transactions on biomedical engineering**, IEEE, v. 57, n. 9, p. 2188–2196, 2010.
- MISHRA, S. et al. A power-line interference canceler based on sliding dft phase locking scheme for ecg signals. **IEEE transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 64, n. 1, p. 132–142, 2014.
- MITRA, S. K.; KUO, Y. **Digital signal processing: a computer-based approach**. [S.l.]: McGraw-Hill, New York, 2006. v. 2.
- MNENEY, S. **An Introduction to Digital Signal Processing**. [S.l.]: River Publishers, 2009.
- MOODY, G. B.; MARK, R. G. The impact of the mit-bih arrhythmia database. **IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine**, IEEE, v. 20, n. 3, p. 45–50, 2001.
- NANAVATI, S. P.; PANIGRAHI, P. K. Wavelets: applications to image compression-i. **Resonance**, Springer, v. 10, n. 2, p. 52–61, 2005.
- NEUMAN, M. R. Biopotential amplifiers. **Medical instrumentation: application and design**, New York: Wiley, p. 316–318, 1998.
- OJA, E.; YUAN, Z. The fastica algorithm revisited: Convergence analysis. **IEEE Transactions on Neural Networks**, IEEE, v. 17, n. 6, p. 1370–1381, 2006.
- OLIVEIRA, B. R. d. et al. A wavelet-based method for power-line interference removal in ecg signals. **Research on Biomedical Engineering**, SciELO Brasil, v. 34, n. 1, p. 73–86, 2018.
- OPPENHEIM, A. V. **Discrete-time signal processing**. [S.l.]: Pearson Education India, 1999.
- PALANIAPPAN, R. **Biological signal analysis**. [S.l.]: BookBoon, 2011.
- RAKSHIT, M.; DAS, S. An efficient ecg denoising methodology using empirical mode decomposition and adaptive switching mean filter. **Biomedical Signal Processing and Control**, Elsevier, v. 40, p. 140–148, 2018.
- SHARMA, R. R.; PACHORI, R. B. Baseline wander and power line interference removal from ecg signals using eigenvalue decomposition. **Biomedical Signal Processing and Control**, Elsevier, v. 45, p. 33–49, 2018.
- SHENOI, B. A. **Introduction to digital signal processing and filter design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005.
- SINGHAL, A. et al. An efficient removal of power-line interference and baseline wander from ecg signals by employing fourier decomposition technique. **Biomedical Signal Processing and Control**, Elsevier, v. 57, p. 101741, 2020.
- SUCHETHA, M.; KUMARAVEL, N. Empirical mode decomposition based filtering techniques for power line interference reduction in electrocardiogram using various adaptive structures and subtraction methods. **Biomedical Signal Processing and Control**, Elsevier, v. 8, n. 6, p. 575–585, 2013.
- SUCHETHA, M. et al. A comparative analysis of emd based filtering methods for 50 hz noise cancellation in ecg signal. **Informatics in Medicine Unlocked**, Elsevier, v. 8, p. 54–59, 2017.

THAKOR, N. V.; ZHU, Y.-S. Applications of adaptive filtering to ecg analysis: noise cancellation and arrhythmia detection. **IEEE transactions on biomedical engineering**, IEEE, v. 38, n. 8, p. 785–794, 1991.

THOMAS, C. W.; HUEBNER, W. P.; LEIGH, R. J. A low-pass notch filter for bioelectric signals. **IEEE transactions on biomedical engineering**, IEEE, v. 35, n. 6, p. 496–498, 1988.

WIDROW, B. et al. Adaptive noise cancelling: Principles and applications. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 63, n. 12, p. 1692–1716, 1975.

WIDROW, B.; HOFF, M. E. **Adaptive switching circuits**. [S.l.], 1960.

ZHENG, Y.; HU, X. Interference removal from electromyography based on independent component analysis. **IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering**, IEEE, v. 27, n. 5, p. 887–894, 2019.