

**FUNÇÃO RESPOSTA A IMPULSO E  
DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA DO ERRO DE  
PREVISÃO APLICADOS ÀS PRINCIPAIS BOLSAS DE  
VALORES**

**HIRON PEREIRA FARIAS**

**2008**

**HIRON PEREIRA FARIAS**

**FUNÇÃO RESPOSTA A IMPULSO E DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA  
DO ERRO DE PREVISÃO APLICADOS ÀS PRINCIPAIS BOLSAS DE  
VALORES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de "Mestre".

Orientadora  
Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Thelma Sáfadi

**LAVRAS  
MINAS GERAIS -BRASIL  
2008**

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca Central da UFLA**

Farias, Hiron Pereira.

Função resposta a impulso e decomposição da variância do erro de  
previsão aplicados às principais bolsas de valores / Hiron Pereira  
Farias. – Lavras : UFLA, 2009.

55 p.: il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2009.

Orientadora: . Thelma Sáfyadi.

Bibliografia.

1. Teste de causalidade de Granger. 2. Vetores auto-regressivos. 3.  
Função resposta. 4. Decomposição da variância. I. Universidade Federal  
de Lavras. II. Título.

CDD – 519.55

**HIRON PEREIRA FARIAS**

**FUNÇÃO RESPOSTA A IMPULSO E DECOMPOSIÇÃO DA VARIÂNCIA  
DO ERRO DE PREVISÃO APLICADOS ÀS PRINCIPAIS BOLSAS DE  
VALORES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de "Mestre".

APROVADA em 19 de dezembro de 2008.

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes	UFLA
Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> . Cristina Lélis Leal Calegário	UFLA
Prof. Dr. Renato Ribeiro de Lima	UFLA

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Thelma Sáfadi  
UFLA  
(Orientadora)

LAVRAS  
MINAS GERAIS - BRASIL

## **DEDICATÓRIA**

À minha família, a base de toda minha estrutura.

À minha esposa, Marília Farias, pela compreensão e apoio.

Aos meus pais, Nilton e Noemia, pelo exemplo de vida.

A meus irmãos, Alvimar, Edmar, Elimar, Manoel, Antônio, Evaldo, Maria Júlia, Angelina, Marlúcia, Aparecida, Augusta, Veralúcia e Izabel Cristina, pela nossa união .

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS, pela saúde, proteção, força e coragem, concedidas para realização deste trabalho.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária pela oportunidade e confiança no meu trabalho.

À professora Thema Sáfadi, pela orientação, dedicação e paciência.

Ao CNPq pela bolsa, permitindo-me dedicação exclusiva a meus estudos.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração desta dissertação.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS . . . . .	i
LISTA DE FIGURAS . . . . .	ii
RESUMO . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
1 INTRODUÇÃO . . . . .	1
1.1 Objetivo Geral . . . . .	2
1.2 Objetivos Específicos . . . . .	2
2 REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .	3
2.1 Mercados Emergentes (BRIC) . . . . .	3
2.2 Mercados Desenvolvidos (G8) . . . . .	4
2.3 Bolsa de valores . . . . .	5
2.4 Séries Temporais Estocásticas . . . . .	11
2.5 Modelo Auto-Regressivo (AR) . . . . .	13
2.6 Modelos Lineares Multivariados . . . . .	16
2.7 Séries Temporais Estacionárias . . . . .	17
2.7.1 Estimação . . . . .	19
2.8 Modelo Auto-Regressivo Vetorial (VAR) . . . . .	20
2.9 Representação Multivariada de Wold . . . . .	22
2.10 Construção de Modelos VAR . . . . .	22
2.10.1 Identificação . . . . .	22
2.11 Seleção da ordem de Defasagem . . . . .	24
2.11.1 Estimação . . . . .	24
2.11.2 Diagnóstico . . . . .	25
2.11.3 Previsão . . . . .	25

2.12 Estrutura de Análise . . . . .	26
2.12.1 Teste de Causalidade de Granger . . . . .	26
2.12.2 Função Resposta a Impulso (FRI) . . . . .	28
2.12.3 Decomposição da Variância do Erro de Previsão . . . . .	32
3 MATERIAL E MÉTODOS . . . . .	34
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .	36
4.1 Análise dos índices econômicos dos países do grupo BRC . . . . .	36
4.2 Análise dos índices econômicos dos países do grupo ERJ . . . . .	41
4.3 Análise dos índices econômicos dos países do grupo G4 . . . . .	48
5 CONCLUSÕES . . . . .	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	53

## LISTA DE TABELAS

1	Índices e Mercados Analisados . . . . .	34
2	Teste de Causalidade de Granger para o grupo BRC . . . . .	38
3	Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo BRC . . .	38
4	Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo ERJ . . .	43
5	Teste de Causalidade de Granger para o grupo ERJ . . . . .	44
6	Teste de Causalidade de Granger para o grupo G4 . . . . .	48
7	Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo G4 . . .	49

## LISTA DE FIGURAS

1	Gráficos das séries de índices IBOV, RTS e HS e dos retornos RI-BOV, RRTS e RHS período de 04/12/2006 a 07/11/2008 . . . . .	37
2	Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo BRC devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões . . . . .	39
3	Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo BRC, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abscissas (X) o horizonte de tempo em dias . . . . .	40
4	Gráficos das séries de índices DJ, FTS, NIK e dos retornos RDJ, RFTS e RNIK, no período de 04/12/2006 a 07/11/2008 . . . . .	42
5	Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo ERJ devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões . . . . .	45
6	Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo ERJ, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abscissas (X) o horizonte de tempo em dias . . . . .	47
7	Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo G4 devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões. . . . .	50

8	Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo G4, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abcissas (X) o horizonte de tempo em dias. . . . .	51
---	---	----

## RESUMO

FARIAS, Hiron Pereira. **Função Resposta a Impluso e Decomposição da Variância do Erro de Previsão Aplicados às principais Bolsas de Valores**. 2008. 55p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG. \*

Neste trabalho, foram realizadas análises dos índices de retornos de dois grupos das principais bolsas de valores. Um denominado BRC, composto pelo Brasil, Rússia e China, e o outro, composto pelos Estados Unidos, Reino Unido e Japão, denominado ERJ. Em cada análise, ajustou-se um modelo VAR e, utilizando-se de ferramentas estatísticas multivariadas, tais como: teste de causalidade de Granger, critérios de seleção de modelos, função resposta a impulso e decomposição da variância do erro de previsão, buscou-se verificar o grau de dependência dentro e entre cada grupo ( países emergentes e país desenvolvidos ). Nas análises realizadas, tanto nos mercados emergentes quanto nos desenvolvidos, os mercados brasileiro e americano mostraram forte influência sobre os demais mercados, e, na análise entre os grupos, considerou-se o mercado dos EUA do grupo ERJ e todos os mercados emergentes do grupo BRC. O mercado americano mostrou forte influência. Para prever os principais índices das bolsas de valores dos mercados analisados é importante considerar o índice Dow Jones, pois melhora de forma significativa sua previsão.

---

\*Orientadora: Thelma Sáfydi - UFLA.

## ABSTRACT

FARIAS, Hiron Pereira. **Impulse Response Function and Forecast Error Variance Decomposition Applied to the main Stock Exchanges.** 2008. 55p. Dissertation (Master of Statistics and Agricultural Experimentation ) Federal University of Lavras, Lavras, MG. \*

In this work, analyses of the indices returns of two groups of the main stock exchanges were performed. One denominated BRC, composed by Brazil, Russia and China, and the other composed of the United States, the United Kingdom and Japan, denominated ERJ. In each analysis, a VAR model was adjusted and, by means of multivariate statistical tools, such as, Granger's causality Test, model selection Criteria, impulse response Functions and forecast error variance Decompositions, it was attempted to verify the degree of dependence in and between each group (developed countries and emerging countries). In the performed analyses, for the emerging countries, as well as the developed countries, both the Brazilian and American countries showed strong influence over the other markets, and, in the analysis between the groups, the USA market from the ERJ group and all of the other emerging markets from the BRC group were considered. The American market also showed strong influence. To preview the main indices of the stock exchanges of the analysed markets, it is important to consider the Dow Jones index, for it improves the preview in a significant way.

---

\* **Adviser:** Thelma Sáfadi - UFLA.

## 1 INTRODUÇÃO

O processo histórico a que se denomina globalização é bem recente, datando de 1989 e 1991, com o colapso do bloco socialista e o conseqüente fim da guerra fria. A globalização se consolidou com a abertura comercial e livre circulação de capitais e serviços em escala mundial. As disputas acirradas no âmbito do mercado global, entre empresas e países, favoreceram a formação de blocos econômicos numa "guerra" de mercado, em que os parceiros estabelecem relações econômicas privilegiadas. Em consequência da globalização financeira, inúmeras são as oportunidades de novos investimentos e de novos negócios. Segundo Lamounier & Nogueira (2007), a intensificação da interação econômica entre os países, sobretudo na última década, vem proporcionando uma expansão das oportunidades. Tendo em vista as recentes quedas das restrições ao capital internacional que atualmente movimenta-se com maior liberdade, o crescente processo de intensificação das relações de trocas comerciais e de serviços entre os diversos países, os investidores começaram a perceber a possibilidade de expandir seus negócios para além de suas fronteiras domésticas, ampliando o seu horizonte até mesmo para os mercados emergentes.

O ponto central deste trabalho é a análise dos mercados dos países emergentes que fazem parte do BRIC com exceção da Índia, buscando mostrar como os mercados do Brasil, Rússia e China se comportam entre si e como se comportam diante do mercado dos EUA, Analisando também, como os países emergentes do grupo G8, EUA, Reino Unido e Japão se comportam.

Este trabalho está organizado em cinco seções, incluindo esta introdução.

A segunda seção consiste da apresentação dos conceitos sobre bolsa de valores e uma revisão das técnicas de séries temporais, a serem utilizadas na análise

dinâmica das séries de índices.

Na terceira seção, em material e métodos, são descritas as séries utilizadas no estudo, bem como os passos a serem seguidos na análise dinâmica proposta neste trabalho.

Na quarta seção, os resultados e discussões, subdividem-se em três subseções: na primeira, faz-se uma análise das séries de retorno de índices das bolsas de São Paulo, Moscou e Hong Kong; na segunda, faz-se uma análise das séries de retorno de índices das bolsas de Nova York, Londres e Tóquio; na terceira, faz-se uma análise das séries de retorno de índices das bolsas de valores de Nova York, São Paulo, Moscou e Hong Kong.

Finalmente, na quinta seção, são apresentadas às conclusões referentes as análises dinâmicas realizadas.

## **1.1 Objetivo Geral**

Analisar séries temporais de retorno de índices econômicos de algumas das principais bolsas de valores do mundo, divididas em dois blocos, utilizando ferramentas estatísticas multivariadas, buscando verificar as relações dinâmicas dentro e entre os mercados emergentes, o BRC, e desenvolvidos, o ERJ.

## **1.2 Objetivos Específicos**

- Fazer uma análise das séries temporais de retorno de índices dentro de cada bloco;
- Fazer uma análise das séries de índices entre os dois blocos.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

Para Lamounier & Nogueira ( 2007), entender o funcionamento e as relações entre os mercados emergentes e capitalizados torna-se um instrumento necessário para que o investidor saiba como alocar de maneira mais eficiente os recursos de modo a minimizar suas perdas.

Muitos são os estudos que procuram analisar o grau de associação entre os mercados de diversos países. Nesse sentido, Lamounier & Nogueira ( 2007) analisou os mercados do Brasil, Rússia, Índia, China, México, EUA, Reino Unido e Japão, entre 1995-2002 e entre 2003-2005. No período de 1995-2000, verificou-se que apenas o retorno do mercado emergente da Rússia sofreu grandes impactos ante os choques dos retornos dos outros mercados. Entre 2003-2005, os mercados do Brasil e México, responderam de forma significativa aos choques nos retornos de demais mercados.

Para Pereira et al.(2000), com a globalização dos mercados e a incorporação das informações econômicas instantâneas, os fenômenos são captados permanentemente pelos países, influenciando o comportamento dos países e, sendo influenciado por eles. Dentro desta linha de raciocínio, Pereira et al.(2000) procurou identificar e aferir a magnitude das oscilações e o grau de causalidade entre os mercados dos EUA, Japão, Brasil, México, Venezuela, Chile, Peru e Argentina no período de julho de 1994 a novembro de 1998. Verificou-se o efeito em cadeia e a simultaneidade do comportamento das bolsas desses mercados.

### **2.1 Mercados Emergentes (BRIC)**

O termo BRIC foi criado em 2001 pelos analistas de mercado, do banco Goldman Sachs, para fazer referência a quatro países, são eles: Brasil, Rússia, Índia

dia e China. Esses países têm sido apontados, nos últimos cinco anos, como os prováveis candidatos a crescer de forma vigorosa, juntando-se ao clube dos países desenvolvidos nas próximas décadas (Brasil,Rússia,Índia,China-BRIC, 2008a).

Esses analistas argumentam que os quatro grandes emergentes Brasil, Rússia, Índia e China são capazes de compensar a desaceleração econômica mundial resultante da queda no consumo dos Estados Unidos e que uma grande parcela da demanda global continua a ser criada a partir dos BRIC e, de acordo com suas últimas estimativas, até agora, nesta década, tem havido tanta demanda gerada pelos BRIC quanto pelos Estados Unidos, para eles, mesmo que os mercados considerem que exista uma redução de crédito em todos os países, "é, improvável que seja verdade que todos os países enfrentem a mesma situação"BRIC, 2008b).

Ao contrário do que algumas pessoas pensam, esses países não compõem um bloco econômico, apenas compartilham de uma situação econômica com índices de desenvolvimento e situações econômicas parecidas.

## **2.2 Mercados Desenvolvidos (G8)**

Desde 1975, um grupo de chefes de estado e diplomatas das sete mais ricas e industrializadas nações democráticas do mundo se reúne todos os anos para discutir grandes questões econômicas e políticas (G8, 2008).

O movimento que culminou com a criação do G8 tem origem na crise do petróleo de 1973, e na recessão econômica mundial que ela causou. Naquele ano, os Estados Unidos promoveram uma reunião informal entre os ministros de finanças de alguns governos europeus, do Japão e de seu próprio, para discutir os problemas criados pela crise. Por iniciativa do então presidente francês Valéry Giscard d'Estaing, uma reunião nos moldes daquela foi realizada em Rambouillet, na França, em novembro de 1975. Desta vez, no entanto, os próprios chefes de

estado de França, Reino Unido, Alemanha, Itália, Japão e Estados Unidos foram ao encontro, em vez dos economistas. A partir de então, estes países decidiram que esta reunião aconteceria anualmente (G8, 2008).

Integram o G8 a França, os Estados Unidos, o Reino Unido, a Alemanha, a Itália, o Japão, o Canadá e a Rússia. Enquanto os seis primeiros participam de todos os encontros, desde 1975, o Canadá juntou-se aos demais, no ano seguinte. Já a Rússia foi formalmente admitida apenas em 2006, quando sediou a primeira reunião do G8 em seu território. O país, entretanto, já participava das conversas desde 1994 e foi, aos poucos, sendo recebido pelos outros sete, como um reconhecimento pelo esforço em abandonar a antiga economia socialista e implantar reformas democráticas (G8, 2008).

Ao contrário do que se pensa, o G8 não reúne as oito maiores economias do mundo e, sim, as auto-proclamadas oito mais industrializadas nações democráticas. Daí a ausência da China, cujo PIB supera os de Alemanha, Reino Unido, França, Itália e Canadá.

### **2.3 Bolsa de valores**

Segundo Assaf (2001), a bolsa de valores é o mercado organizado onde são negociadas ações de empresas de capital aberto (públicas ou privadas) e outros instrumentos financeiros.

É uma associação civil, sem fins lucrativos, que mantém o local ou sistema de compra e venda de títulos e valores mobiliários. Seu patrimônio é representado por títulos pertencentes às sociedades corretoras que a compõem. A bolsa deve preservar elevados padrões éticos de negociação, divulgando com rapidez, amplitude e detalhes as operações executadas.

As bolsas de valores têm o dever de repassar aos investidores( por meio de

revistas, boletins e meios eletrônicos) informações sobre seus negócios diários, comunicados relevantes de empresas abertas, dados de mercado e tudo o mais que contribua para a transparência das operações. No Brasil, a atividade das bolsas é fiscalizada pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM)(Assaf, 2001).

A principal função da bolsa de valores é manter transparente e adequado o local para as negociações de compra e vendas de ações entre as sociedades corretoras membro.

Os preços das ações servem também para indicar o valor de mercado das empresas cotadas em bolsa. Dessa forma, diversos negócios podem ser realizados entre elas e com outros investidores.

Os movimentos dos preços no mercado são captados por meio de índices chamados Índices de Bolsa de Valores.

Tradicionalmente, os negócios aconteciam fisicamente no próprio recinto da bolsa: pregão viva voz, porém, atualmente as transações são cada vez mais realizadas por meios eletrônicos, em tempo real, onde são colocados as ordens pelos compradores e vendedores: pregão eletrônico.

### **Ações**

Segundo Assaf ( 2001), uma empresa tem seu capital social dividido em pequenas parcelas chamadas ações, uma unidade de títulos emitidos por sociedades anônimas. Quando as ações são emitidas por companhias abertas ou assemelhadas, são negociadas em bolsa de valores.

As ações representam a menor fração do capital social de uma empresa, ou seja, é o resultado da divisão do capital social em partes iguais, sendo o capital social o investimento dos donos na empresa, ou seja, o patrimônio da empresa. Esse dinheiro compra máquinas, paga funcionários , etc. O capital social, assim, é a própria empresa (Assaf, 2001).

De certa forma, o mercado de ações concretiza o sonho de muitas pessoas que desejam o próprio negócio, mas não têm capital ou condições para ir adiante. Mesmo com pouco dinheiro, pode-se fazer bons negócios comprando ações de grandes empresas. O investidor torna-se sócio da empresa da qual adquiriu ações e os poderes a ele atribuídos são limitados pelo tipo de ação que comprou e também pela quantidade de ações que possui.

### **Índice de Bolsa de Valores**

Os movimentos de uma bolsa de valores são captados por meio de índices. Tais índices englobam o valor médio em moeda corrente de determinado grupo de ações, consideradas mais representativas no movimento total do mercado ou de empresas atuantes em determinados setores da economia.

Existem, pois, índices gerais para cada bolsa de valores. A variação do índice espelha a tendência da bolsa de alta ou de baixa em um determinado momento do pregão, ou ao final dele, comparando-se com o índice do dia anterior.

Os índices de ações tendem a seguir um movimento em grupo, desvalorizando-se ou valorizando-se conjuntamente, principalmente nos casos onde o índice sofre variações bruscas. Os índices geralmente englobam as ações mais negociadas no mercado a que se referem.

Para Leite & Sanvicente (1994), são os índices que possibilitam a comparação entre os vários mercados acionários do mundo e viabilizam o complexo processo decisório de investimentos, pois é através deles que os investidores podem distinguir as "marolas" das "ondas" que caracterizam o comportamento geral das cotações das bolsas de valores e estas das 'tempestades' que, com maior frequência, ocorrem nos pregões.

Segundo Fontes (2006), os índices de mercado servem, como referência para análise do comportamento dos preços de determinada ação, as quais obedecem,

em linha geral, às de mercado, que são fielmente retratadas pelos índices.

Para que um índice possa efetivamente ser utilizado como instrumento de avaliação de desempenho de um mercado ou de uma bolsa, deve ser composto por uma suposta carteira de ativos que representa de forma mais eficiente possível o comportamento do mercado (Fontes, 2006).

Conforme Fontes (2006), o critério de seleção das carteiras dos índices faz com que a performance dos diferentes índices não seja a mesma, ainda que sejam representativos da mesma bolsa. Esse critério de seleção e o tipo de metodologia utilizada para a formação das carteiras são, portanto, os fatores que levam à personalização dos índices e impõem a necessidade de constantes revisões das carteiras de índices, a fim de isolar os ativos que tenham frequência mínima nos pregões e números mínimos de negócios.

#### **Bolsa de valores de São Paulo**

A bolsa de valores de São Paulo - Bovespa foi fundada em 23 de agosto de 1890. Desde 2000, com o acordo de integração das bolsas de valores brasileiras, tornou-se a única a negociar ações no Brasil. Atualmente é o maior centro de negociação com ações da América Latina, concentrando cerca de 70% do volume de negócios realizados na América Latina e, tendo um papel de destaque nos mercados internacionais.

Em 2008, com integração da bovespa holding S.A. e BM&F, surge a bolsa de valores, Mercadorias e Futuros- BM&F BOVESPA S.A., a terceira maior bolsa do mundo em valor de mercado.

O índice bovespa (Ibovespa) é o mais importante indicador do desempenho médiodas cotações das ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo. Trata-se da formação de uma suposta carteira de investimentos que, atualmente, é composta de 64 ações, retratando a movimentação dos principais papéis negociados na

Bovespa, representando não só o comportamento médio dos preços, mas também o perfil das negociações - do mercado à vista - observadas nos pregões. Essas ações, em conjunto, representam 80% do volume transacionado nos doze meses anteriores à formação da carteira. Como critério adicional, exige-se que a ação apresente, no mínimo, 80% de presença nos pregões do período. Portanto, o critério de corte é a liquidez do papel. Para que sua representatividade se mantenha ao longo do tempo, a composição da carteira é reavaliada a cada quatro meses. Essa reavaliação é feita com base nos últimos 12 meses, quando são verificadas alterações na participação de cada ação (Bolsa de Valores de São Paulo, 2008).

#### **Bolsa de Valores de Londres**

A Bolsa de Valores de Londres, ou, em inglês, London Stock Exchange (LSE), a principal da Inglaterra, fundada em 1801 é uma das maiores do mundo, com companhias britânicas e transnacionais sendo negociadas, tendo 2749 empresas listadas e seus principais índices são: FTSE 100 Index, FTSE 250 Index e FTSE 350 Index.

O FTSE -100 é um índice calculado pela FTSE the index company e composto por um rol de 100 ações mais representativas da Bolsa de Valores de Londres, visando detectar movimentos de alta ou baixa nas cotações(Cavalcante et al., 2005).

#### **Bolsa de valores de Nova York**

Em inglês, “ New York Stock Exchange” (NYSE), foi criada em 1792 e está localizada em Manhattan, na Wall Street é administrada pela NYSE Euronext, e, uma das mais influentes do mundo.

Um de seus principais índices é o Dow Jones Industrial Average (DJIA), é o valor avaliado de trinta grandes ações industriais, cujos negócios passam pela Bolsa de Nova York.

### **Bolsa de Valores de Tóquio**

A bolsa de valores de Tóquio, em inglês “Tokyo Stock Exchange” é a segunda maior bolsa de valores do mundo em valor de mercado, atrás apenas da bolsa de valores de Nova York.

Está localizada em Tóquio, Japão e está entre as bolsas mais dinâmicas e importantes do mundo, e seu índice de referência é o Nikkei-225, principal índice econômico da bolsa de valores de Tóquio.

O Nikkei- 225, o mais tradicional índice do mercado de ações japonês, foi implantado em 16 de maio de 1949. O índice Nikkei refere-se as flutuações das cotações de uma carteira formada por 225 ações mais negociadas e de maior capitalização deste mercado.

As ações são selecionadas diante de critérios que levam em conta a representatividade das ações, níveis de negociação e de capitalização e distribuição setorial da carteira de forma a reproduzir o perfil das carteiras mantidas pelos grandes investidores institucionais do Japão (Fontes, 2006).

### **Bolsa de Valores de Hong Kong**

Hong Kong, antiga colônia britânica e, desde julho de 1997 administrada pela República Popular da China (RPC) é um dos maiores centros financeiros do mundo.

A “Hong Kong Exchange and Clearing” (HKEx) é a bolsa de valores de Hong Kong e mais tradicional da grande China, tendo com seu principal índice o Hang Seng.

O termo grande China refere-se à junção da China continental com Hong Kong, Macau e Taiwan. O termo é usado principalmente em contextos econômicos em razão da ambiguidade da palavra china.

O Hang Seng, é o índice da bolsa de Hong Kong, é constituído das 33 ações

mais representativas do mercado, uma espécie de termômetro do mercado de ações de Hong Kong (BRIC, 2008a).

#### **Bolsa de Valores da Rússia**

Estabelecida em 1995, como o primeiro mercado de ações regulamentado da Rússia, a RTS atualmente negocia a plena abrangência de instrumentos financeiros desde ações de dinheiro e futuros de commodities.

O índice RTS, primeiramente calculado em primeiro de setembro de 1995, tornou-se o principal referencial para a indústria de seguros russa, é calculado tanto em rublos russo quanto em dólar americano, e é baseado nas 50 mais líquidas e capitalizadas ações da bolsa (BRIC, 2008a).

### **2.4 Séries Temporais Estocásticas**

Segundo Pindyck & Rubinfeld (2004), os modelos de séries temporais se baseiam na pressuposição de que a série foi gerada por um processo estocástico. Em outras palavras, seja  $X_t$  uma série temporal, supõe-se que cada valor  $x_1, x_2, \dots, x_n$  na série é extraído de uma distribuição de probabilidades, isto é, cada uma dessas observações são variáveis aleatórias. Ao construir o modelo de um processo, tentamos descrever as características desse processo aleatório.

Infelizmente, em geral é impossível especificar completamente a função de distribuição de probabilidades de uma série temporal. Ainda que, normalmente, seja impossível obter uma descrição completa de um processo estocástico, um processo que recebeu atenção pelos analistas de séries temporais é o chamado processo estocástico estacionário. Em linhas gerais, diz-se que um processo estocástico é estacionário quando a sua média e a sua variância são constantes ao longo do tempo e quando o valor da covariância entre os dois períodos de tempo depende apenas da distância, do intervalo ou da defasagem entre os dois períodos

de tempo, e não do próprio tempo que a covariância é calculada.

Como a maioria dos procedimentos de análise estatística de séries temporais supõe que estas sejam estacionárias, será necessário transformar os dados originais, se estes não formam uma série estacionária.

A transformação mais comum consiste em tomar diferenças sucessivas da série original, até se obter uma série estacionária.

A primeira diferença de  $X_t$  é definida por

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} .$$

A segunda diferença é

$$\Delta^2 X_t = \Delta[\Delta X_t] = \Delta[X_t - X_{t-1}] = \Delta X_t - \Delta X_{t-1} .$$

Assim, de modo geral, a  $d$ -ésima diferença de  $X_t$  é  $\Delta^d X_t = \Delta[\Delta^{d-1} X_t]$ .

Em geral, se uma série temporal  $X_t$  tem de ser diferenciada  $d$  vezes para se tornar estacionária, dizemos que essa série temporal é integrada de ordem  $d$  e a denotaremos por  $X_t \sim I(d)$  e, em situações normais, será suficiente tomar uma ou duas diferenças para que a série se torne estacionária.

Para Pindyck & Rubinfeld (2004), a distinção entre séries temporais estacionárias e não-estacionárias tem implicação no fato da tendência que se observa nas séries temporais ser determinística ou estocástica. Em termos gerais, se a tendência em uma série temporal for totalmente previsível e não variável, ela é denominada tendência determinística, ao passo que, se não for previsível, é denominada tendência estocástica .

Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_n$  observações de uma série temporal.

A média amostral de  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , é

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t.$$

A função de auto-covariância amostral é

$$\hat{\gamma}_\tau = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-|\tau|} (x_{t+|\tau|} - \bar{x})(x_t - \bar{x}), \quad -n < \tau < n.$$

A função de auto-correlação amostral é

$$\hat{\rho}_\tau = \frac{\hat{\gamma}_\tau}{\hat{\gamma}_0}, \quad -n < \tau < n.$$

Dizemos que  $\{a_t, t \in Z\}$  é um ruído branco discreto se as variáveis aleatórias  $a_t$  são não correlacionadas, isto é,  $cov\{a_t a_s\} = 0, t \neq s$ .

Os operadores definidos serão úteis quando optarmos por escrever um modelo de série temporal na sua forma compacta( reduzida).

1. Operador translação para o passado, denotado por B é definido por :

$$B^m X_t = X_{t-m};$$

2. Operador translação para o futuro, denotado por F é definido por:

$$F^m X_t = X_{t+m};$$

3. Operador diferença , denotado por  $\Delta$  é definido por:

$$X_t - X_{t-1} = \Delta X_t = (1 - B)X \quad \text{segue-se que} \quad \Delta = (1 - B);$$

4. Operador soma por S e definido por

$$S X_t = \sum_{k=0}^{\infty} X_{t-k} = X_t + X_{t+1} + \dots = (1 + B + B^2 + \dots) X_t.$$

## 2.5 Modelo Auto-Regressivo (AR)

Segundo Pindyck & Rubinfeld ( 2004), um modelo de série temporal reflete o padrão de movimentos passados de uma variável e usa essa informação para prever seus movimentos futuros. Em certo sentido, um modelo de série temporal

não passa de método de extrapolação sofisticado. Contudo, às vezes oferece um instrumento eficaz para previsões.

Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_n$  observações de uma série temporal estacionária  $X_t$ . No processo auto-regressivo de ordem  $p$  a observação corrente  $X_t$  é gerada por uma média ponderada de observações passadas que recua  $p$  períodos, junto com uma perturbação aleatória no período corrente. Denotaremos esse processo por AR( $p$ ) e escrevemos a equação como

$$X_t = \theta_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t, \quad (2.1)$$

em que  $a_t$  é um ruído branco de média zero e variância  $\sigma^2$  e  $\theta_0$  é um termo que se relaciona com a média do processo estocástico.

Sendo  $X_t$  uma série temporal estacionária, logo  $E(X_t) = \mu$ .

Subtraindo  $X_t$  por  $\mu$ , tem-se

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t, \quad (2.2)$$

neste caso  $E(X_t) = 0$ .

Observe que no modelo auto-regressivo apenas estão envolvidos os valores atual e passado da série temporal estacionária  $X_t$ ; não há outros regressores. Nesse sentido, dizemos que "os dados falam por si mesmos".

Utilizando os operadores, pode-se escrever um AR( $p$ ) como se segue

$$X_t = \phi_1 B X_t + \phi_2 B^2 X_t + \dots + \phi_p B^p X_t + a_t,$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = a_t, \text{ ou}$$

$$\phi(B) X_t = a_t \quad (2.3)$$

Uma outra maneira de escrever um processo AR( $p$ ) estacionário de média zero

é escrever os termos defasados, utilizando uma forma recursiva. Esta maneira de escrever é chamada de decomposição de Wold. Para entender a decomposição de Wold consideremos um AR(1)

$$X_t = \phi X_{t-1} + a_t \quad (2.4)$$

da equação (2.4) segue que

$$X_{t-1} = \phi X_{t-2} + a_{t-1} \quad (2.5)$$

substituindo (2.5) em (2.4) temos

$$X_t = \phi^2 X_{t-2} + \phi a_{t-1} + a_t \quad (2.6)$$

da equação (2.4) segue que

$$X_{t-2} = \phi X_{t-3} + a_{t-2} \quad (2.7)$$

substituindo (2.7) em (2.6) temos

$$X_t = \phi^3 X_{t-3} + \phi^2 a_{t-2} + \phi a_{t-1} + a_t \quad (2.8)$$

continuando o processo recursivo veremos que

$$X_t = a_t + \phi a_{t-1} + \phi^2 a_{t-2} + \phi^3 a_{t-3} + \dots$$

Como a série temporal  $X_t$  em (2.2) é um processo AR(p) estacionário de média zero. Então pela decomposição de Wold podemos escrever  $X_t$  como

$$X_t = \phi(B)a_t = \sum_{i=0}^{\infty} b_i a_{t-i} \quad a_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (2.9)$$

onde  $b_0 = 1$  e  $\sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 < \infty$

De (2.9) temos que a média e a variância do processo é

$$E(X_t) = E\left(\sum_{i=0}^{\infty} b_i a_{t-i}\right) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i E(a_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i 0 = 0$$

$$\text{var}(X_t) = \text{var}\left(\sum_{i=0}^{\infty} b_i a_{t-i}\right) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 \text{var}(a_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 \sigma^2 = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2$$

## 2.6 Modelos Lineares Multivariados

Nesta seção, estamos interessados em estabelecer modelos para uma série temporal vetorial  $\mathbf{X}_t$ , com  $n$  componentes  $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}$ , observadas em  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Além da análise de cada componente individual  $X_{it}$ , como tratado anteriormente, estaremos estudando as relações dinâmicas entre as séries componentes. Usaremos a notação  $\mathbf{X}_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt})'$ ,  $t \in Z$ .

Segundo Morettin (2008), é comum representarmos todo o conjunto multivariado contendo as  $n$ -variáveis mensuradas nas  $T$  unidades amostrais por uma matriz de dados  $\mathbf{X}_t$  de dimensões  $(n \times T)$  da seguinte forma:

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1j} & \cdots & X_{1T} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2j} & \cdots & X_{2T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nj} & \cdots & X_{nT} \end{bmatrix}$$

em que cada linha da matriz seja um vetor  $T$ -dimensional, de observações multivariadas e cada coluna, um vetor  $n$ -dimensional, das observações de uma determinada série (variável).

O vetor de médias de  $\mathbf{X}_t$  será denotado por:

$$\boldsymbol{\mu}_t = (\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{nt})', t \in Z. \quad (2.10)$$

A matriz de covariâncias de  $\mathbf{X}_t$  é definida por

$$\Gamma(t + \tau, t) = E\{(\mathbf{X}_{t+\tau} - \boldsymbol{\mu}_{t+\tau})(\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu}_t)'\}. \quad (2.11)$$

Denota-se por  $\gamma_{ij}(t + \tau, t)$  para  $i, j = 1, 2, \dots, n$  as componentes da matriz  $\Gamma(t + \tau, t)$ , então

$$\gamma_{ij}(t + \tau, t) = cov\{X_{i,t+\tau}, X_{j,t}\} = E\{(X_{i,t+\tau} - \mu_{i,t+\tau})(X_{j,t} - \mu_{j,t})\} \quad (2.12)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$ , é a covariância entre  $X_{i,t+\tau}$  e  $X_{j,t}$ , logo pode-se escrever

$$\mathbf{\Gamma}(t + \tau, t) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(t + \tau, t) & \gamma_{12}(t + \tau, t) & \cdots & \gamma_{1p}(t + \tau, t) \\ \gamma_{21}(t + \tau, t) & \gamma_{22}(t + \tau, t) & \cdots & \gamma_{2p}(t + \tau, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{p1}(t + \tau, t) & \gamma_{p2}(t + \tau, t) & \cdots & \gamma_{pp}(t + \tau, t) \end{bmatrix}$$

Na diagonal principal tem-se as auto-covariâncias das séries individuais, calculadas nos instantes  $t + \tau$  e  $t$ , enquanto fora da diagonal principal temos as covariâncias cruzadas entre as séries  $X_{i,t+\tau}$  e  $X_{j,t}$   $i \neq j$ .

## 2.7 Séries Temporais Estacionárias

Para Morettin (2008), a série n-variada  $\mathbf{X}_t$  é estacionária se a média  $\boldsymbol{\mu}_t$  e a matriz de covariância  $\mathbf{\Gamma}(t + \tau, t)$ ,  $t \in Z$ , não dependem do tempo  $t$ . Nesse caso tem-se

$$\boldsymbol{\mu}_t = E(\mathbf{X}_t) = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)', t \in Z \quad (2.13)$$

$$\mathbf{\Gamma}(\tau) = E\{(\mathbf{X}_{t+\tau} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu})'\} \quad (2.14)$$

No caso particular de  $\tau = 0$  tem-se

$$\Gamma(0) = E\{(\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu})'\}$$

que é a matriz de covariâncias contemporâneas. Em particular ,

$$\gamma_{ii}(t + \tau, t) = Var(X_{it}) , \gamma_{ii}(0) = cov\{X_{it} , X_{jt}\} .$$

O coeficiente de correlação contemporâneo entre  $X_{it}$  e  $X_{jt}$  é então dado por

$$\rho_{ij}(0) = \frac{\gamma_{ij}(0)}{\sqrt{\gamma_{ii}(0) \gamma_{jj}(0)}} \quad (2.15)$$

em que,  $-1 \leq \rho_{ij}(0) \leq 1$  , para todo  $i, j = 1, 2, \dots, n$  .

A matriz de correlações de lag  $\tau$  é definida por

$$\boldsymbol{\rho}(\tau) = \mathbf{D}^{-1} \Gamma(\tau) \mathbf{D}^{-1} \quad (2.16)$$

sendo  $\mathbf{D} = diag\{\sqrt{\gamma_{ii}(0)}, \dots, \sqrt{\gamma_{pp}(0)}\}$  e

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{\gamma_{ij}(\tau)}{\sqrt{\gamma_{ii}(0) \gamma_{jj}(0)}} \quad (2.17)$$

que é o coeficiente de correlação entre  $X_{i,t+\tau}$  e  $X_{j,t}$

Quando  $\tau > 0$  , este coeficiente mede a dependência linear de  $X_{it}$  ,  $X_{jt}$ , que ocorreu antes do instante  $t + \tau$ . Então, se  $\rho_{ij}(\tau) \neq 0$ , dizemos que  $X_{jt}$  é antecedente a  $X_{it}$ .

As matrizes  $\Gamma(\tau)$  e  $\boldsymbol{\rho}(\tau)$  não são em geral, simétricas. O que vale é a seguinte proposição.

**Proposição.** As seguintes propriedades são válidas:

- i)  $\Gamma(\tau) = \Gamma'(-\tau)$ .
- ii)  $|\gamma_{ij}(\tau)| \leq \sqrt{\gamma_{ii}(0) \gamma_{jj}(0)}$  ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .
- iii)  $\gamma_{ii}(\tau)$  é uma função de auto-covariância, para todo  $i$ .

iv)  $\sum_{j,k=1}^m \mathbf{a}'_j \Gamma(j-k) \mathbf{a}_k \geq 0$ , para quaisquer  $m$  e  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m$  vetores de  $R^n$ .

Segundo Morettin (2008), a série  $\mathbf{a}_t, t \in Z$  é um ruído branco multivariado ( $n \times 1$ ), com média  $\mathbf{o}$  e matriz de covariâncias  $\Sigma$  se  $\mathbf{a}_t$  é estacionário com média 0 e sua matriz de covariâncias é dada por

$$\Gamma(\tau) = \begin{cases} \Sigma, & \text{se } \tau = 0; \\ \mathbf{0}, & \text{se } \tau \neq 0. \end{cases}$$

Utiliza-se a notação  $\mathbf{a}_t \sim RB(\mathbf{0}, \Sigma)$  para indicar que  $\mathbf{a}_t$  é um ruído branco com média zero e matriz de covariância  $\Sigma$ . Se além disso os vetores  $\mathbf{a}_t$  forem independentes e identicamente distribuídos, escrevemos  $\mathbf{a}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma)$

### 2.7.1 Estimação

Supondo que temos observações  $\{\mathbf{X}_t, t = 1, 2, \dots, T\}$  do processo estacionário  $\{\mathbf{X}_t, t \in Z\}$ , a média  $\boldsymbol{\mu}$  pode ser estimada pelo vetor de médias amostrais

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{t=1}^T \mathbf{X}_t}{T} \quad (2.18)$$

Segue-se que a média  $\mu_j$  é estimada por  $\bar{X}_j = \frac{\sum_{t=1}^T X_{jt}}{T} = \frac{1}{T} \mathbf{X}_t \mathbf{1}$

em que  $\mathbf{X}_t$  é a matriz de dados de dimensões  $(n \times T)$ ,  $\mathbf{1}$  é um vetor de dimensão  $T$  composto de elementos iguais a 1.

Podemos obter a matriz de covariâncias amostrais a partir dos vetores amostrais. Logo para estimar  $\Gamma(\tau)$ , utiliza-se

$$\hat{\Gamma}(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-\tau} (\mathbf{X}_{t+\tau} - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})', & \text{se } 0 \leq \tau \leq T-1; \\ \frac{1}{T} \sum_{t=-\tau+1}^T (\mathbf{X}_{t+\tau} - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})', & \text{se } -T+1 \leq \tau \leq 0. \end{cases}$$

A matriz de correlações pode ser estimada por

$$\hat{\rho}(\tau) = \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\Gamma} \hat{\mathbf{D}}^{-1} \quad (2.19)$$

em que  $\hat{\mathbf{D}}$  é a diagonal  $n \times n$  dos desvios padrões amostrais das séries individuais.

## 2.8 Modelo Auto-Regressivo Vetorial (VAR)

Seja  $\mathbf{X}_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$  denotado por um vetor ( $n \times 1$ ) de variáveis de séries temporais. Dizemos que o processo  $\mathbf{X}_t$  de ordem ( $n \times 1$ ), segue um modelo VAR(p) se

$$\mathbf{X}_t = \Phi_0 + \Phi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \Phi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \Phi_p \mathbf{X}_{t-p} + \mathbf{a}_t \quad (2.20)$$

em que  $\mathbf{a}_t \sim RB(\mathbf{0}, \Sigma)$ ,  $\Phi_0 = (\phi_{10}, \phi_{20}, \dots, \phi_{n0})'$  é um vetor ( $n \times 1$ ) de constantes e  $\Phi_k$  são matrizes ( $n \times n$ ) constantes (Morettin, 2008).

Se  $\mathbf{I}_n$  é uma matriz identidade de ordem n, (2.20) pode ser escrito na forma

$$\Phi(B) \mathbf{X}_t = \Phi_0 + \mathbf{a}_t \quad (2.21)$$

em que  $\Phi(B) = \mathbf{I}_n - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p$  é o operador auto-regressivo vetorial de ordem p, ou ainda, um polinômio matricial ( $n \times n$ ) em B.

Para um modelo VAR(p), tem-se os seguintes resultados:

i) O processo  $\mathbf{X}_t$  será estacionário se as soluções de

$$|\mathbf{I}_n - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p| = 0$$

estiverem fora do círculo unitário.

ii) Se  $\mathbf{X}_t$  for estacionário,

$$\boldsymbol{\mu} = E(\mathbf{X}_t) = (\mathbf{I}_n - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p)^{-1} \Phi_0$$

iii) Escrevendo o modelo (2.20) na forma

$$\widetilde{\mathbf{X}}_t = \Phi_1 \widetilde{\mathbf{X}}_{t-1} + \Phi_2 \widetilde{\mathbf{X}}_{t-2} + \dots + \Phi_p \widetilde{\mathbf{X}}_{t-p} + \mathbf{a}_t \quad (2.22)$$

com  $\widetilde{\mathbf{X}}_t = \mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu}$  e se pós-multiplicarmos esta equação por  $\widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}$  e tomando a esperança, obtém-se respectivamente.

$$\widetilde{\mathbf{X}}_t \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau} = \Phi_1 \widetilde{\mathbf{X}}_{t-1} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau} + \Phi_2 \widetilde{\mathbf{X}}_{t-2} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau} + \dots + \Phi_p \widetilde{\mathbf{X}}_{t-p} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau} + \mathbf{a}_t \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}$$

e

$$E(\widetilde{\mathbf{X}}_t \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}) = \Phi_1 E(\widetilde{\mathbf{X}}_{t-1} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}) + \Phi_2 E(\widetilde{\mathbf{X}}_{t-2} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}) + \dots + \Phi_p E(\widetilde{\mathbf{X}}_{t-p} \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau}) + E(\mathbf{a}_t \widetilde{\mathbf{X}}'_{t-\tau})$$

logo

$$\boldsymbol{\Gamma}(\tau) = \Phi_1 \boldsymbol{\Gamma}(\tau - 1) + \Phi_2 \boldsymbol{\Gamma}(\tau - 2) + \dots + \Phi_p \boldsymbol{\Gamma}(\tau - p), \tau > 0$$

que são as equações de Yule-Walker no caso de um modelo VAR(p).

Para  $\tau = 0$ , tem-se

$$\boldsymbol{\Gamma}(0) = \Phi_1 \boldsymbol{\Gamma}(-1) + \Phi_2 \boldsymbol{\Gamma}(-2) + \dots + \Phi_p \boldsymbol{\Gamma}(-p) + \boldsymbol{\Sigma}$$

usando o fato que  $\boldsymbol{\Gamma}(\tau) = \boldsymbol{\Gamma}'(-\tau)$  concluímos que

$$\boldsymbol{\Gamma}(0) = \Phi_1 \boldsymbol{\Gamma}'(1) + \Phi_2 \boldsymbol{\Gamma}'(2) + \dots + \Phi_p \boldsymbol{\Gamma}'(p) + \boldsymbol{\Sigma}.$$

Estas equações podem ser utilizadas para calcular  $\boldsymbol{\Gamma}(\tau)$  recursivamente, para  $\tau \geq p$ . Para  $|\tau| < p$ , temos que usar a representação VAR(1) de um processo VAR(p).

## 2.9 Representação Multivariada de Wold

Segundo Zivot & Wang (2005), se  $\mathbf{X}_t$  é um vetor ( $n \times 1$ ) de séries temporais multivariadas estacionárias, então  $\mathbf{X}_t$  tem uma representação de Wold da seguinte forma

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{a}_t + \boldsymbol{\Psi}_1 \mathbf{a}_{t-1} + \boldsymbol{\Psi}_2 \mathbf{a}_{t-2} + \cdots = \boldsymbol{\mu} + \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\Psi}_k \mathbf{a}_{t-k}, \quad (2.23)$$

em que  $\boldsymbol{\Psi}_0 = \mathbf{I}_n$  e  $\mathbf{a}_t$  é um ruído branco multivariado com vetores de média  $\mathbf{0}$  e variância  $E(\mathbf{a}_t \mathbf{a}_t') = \boldsymbol{\Sigma}$ . Em (2.23),  $\boldsymbol{\Psi}_k$  é uma matrix ( $n \times n$ ) com (i,j)-ésimo elemento  $\Psi_{ij}^k$ . Na notação de operador, a forma de Wold é

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Psi}(B) \mathbf{a}_t,$$

em que  $\boldsymbol{\Psi}(B) = \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\Psi}_k B^k$

Os momentos de  $\mathbf{X}_t$  são dados por

$$E(\mathbf{X}_t) = \boldsymbol{\mu}$$
$$\text{var}(\mathbf{X}_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\Psi}_k \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Psi}_k'$$

## 2.10 Construção de Modelos VAR

Segundo Morettin (2008), a construção de modelos VAR segue o mesmo ciclo de identificação, estimação e diagnóstico para modelos univariados da classe AR.

### 2.10.1 Identificação

Uma maneira de identificar a ordem  $p$  de um modelo VAR( $p$ ) consiste em ajustar, sequencialmente, modelos auto-regressivos vetoriais de ordem  $1, 2, \dots, k$  e testar a significância dos coeficientes (matrizes).

Considere, pois, os modelos

$$\mathbf{X}_t = \Phi_0^{(1)} + \Phi_1^{(1)} \mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{a}_t^{(1)}$$

$$\mathbf{X}_t = \Phi_0^{(2)} + \Phi_1^{(2)} \mathbf{X}_{t-1} + \Phi_2^{(2)} \mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{a}_t^{(2)}$$

⋮

$$\mathbf{X}_t = \Phi_0^{(k)} + \Phi_1^{(k)} \mathbf{X}_{t-1} + \Phi_2^{(k)} \mathbf{X}_{t-2} + \cdots + \Phi_k^{(k)} \mathbf{X}_{t-k} + \mathbf{a}_t^{(k)}$$

Os parâmetros podem ser estimados por MQ ordinários, que fornecem estimadores consistentes e eficientes.

Testamos, então,

$$H_0 : \Phi_k^k = \mathbf{0}$$

$$H_1 : \Phi_k^k \neq \mathbf{0} \quad k = 1, 2, \dots$$

o teste da razão de verossimilhança é baseado nas estimativas das matrizes de covariâncias dos resíduos dos modelos ajustados. Para a k-ésima equação, considere

$$\hat{\mathbf{a}}_t = \mathbf{X}_t - \hat{\Phi}_1 \mathbf{X}_{t-1} - \hat{\Phi}_2 \mathbf{X}_{t-2} - \hat{\Phi}_3 \mathbf{X}_{t-3} - \cdots - \hat{\Phi}_k \mathbf{X}_{t-k}$$

A matriz de covariância dos resíduos, que estima  $\Sigma$ , é dada então por

$$\widehat{\Sigma} = \frac{1}{(T-k)} \sum_{t=k+1}^T \hat{\mathbf{a}}_t (\hat{\mathbf{a}}_t)'$$

em que para  $k=0$ ,  $\hat{\mathbf{a}}_t = \mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}}$ . A estatística da razão de verossimilhanças para o teste é dada por

$$RV(k) = (T-k) \ln \frac{|\widehat{\Sigma}_{k-1}|}{|\widehat{\Sigma}_k|} \quad (2.24)$$

que tem distribuição qui-quadrado com  $n^2$  graus de liberdade,  $\chi_{n^2}^2$ .

Outra maneira de identificar a ordem de um VAR é usar algum critério de informação.

## 2.11 Seleção da ordem de Defasagem

Para Zivot & Wang (2005), a ordem da defasagem para o modelo VAR(p) pode ser determinada, usando critérios de seleção do modelo. A abordagem geral é ajustar modelos VAR(p) com ordens  $p = 0, 1, 2, \dots, p_{max}$  e escolher o valor de  $p$  que minimiza alguns critérios de seleção de modelo. Os critérios de seleção de modelo para modelos VAR(p) tem a forma

$$IC(p) = \ln |\widehat{\Sigma}(p)| + C_T \varphi(n,p)$$

em que  $\widehat{\Sigma}(p) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \widehat{\varepsilon} \widehat{\varepsilon}'$  é a matriz de covariância residual sem uma correção do número de graus de liberdade de um modelo VAR(p),  $C_T$  é uma sequência indexada pelo tamanho da amostra  $T$ , e  $\varphi(n,p)$  é uma função de penalidade a qual penaliza grandes modelos VAR(p). Os três critérios de informação mais comuns são os de Akaike (AIC), Schwarz-Bayesiano (BIC) e Hannan-Quinn (HQ):

$$AIC(k) = \ln |\widehat{\Sigma}_k| + \frac{2}{T} p n^2 \quad (\text{Akaike})$$

$$BIC(k) = \ln |\widehat{\Sigma}_k| + \frac{\ln T}{T} p n^2 \quad (\text{Schwarz})$$

$$HQ(k) = \ln |\widehat{\Sigma}_k| + \frac{\ln \ln T}{T} p n^2 \quad (\text{Hannan-Quinn})$$

### 2.11.1 Estimação

Identificado o valor de  $p$  e supondo  $a_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$ , pode estimar os coeficientes por máxima verossimilhança. Neste caso, os estimadores de MQ são equivalentes a estimadores de MV condicionais.

### 2.11.2 Diagnóstico

Para testar se o modelo é adequado, usam-se os resíduos para construir a versão multivariada da estatística de Box-Ljung-Pierce, dada por

$$Q(m) = T^2 \sum_{\tau=1}^m \frac{1}{(T-\tau)} \text{tr}(\widehat{\Gamma}(\tau)' \widehat{\Gamma}(0)^{-1} \widehat{\Gamma}(\tau) \widehat{\Gamma}(0)^{-1}) \quad (2.25)$$

que sob  $H_0$  a série  $\mathbf{a}_t$  é ruído branco, tem distribuição  $\chi^2_{(n^2(m-p))}$ . Para que o número de graus de liberdade seja positivo,  $m$  deve ser maior do que  $p$ .

### 2.11.3 Previsão

Considerando, o modelo VAR(p), com parâmetros supostos conhecidos,  $\mathbf{a}_t$  uma seqüencia i.i.d. e  $\mathcal{F}_t = \{\mathbf{X}_s : s \leq t\}$ , obtemos

$$\mathbb{E}(\mathbf{X}_{t+h} | \mathcal{F}_t) = \Phi_0 + \Phi_1 \mathbb{E}(\mathbf{X}_{t+h-1} | \mathcal{F}_t) + \dots + \Phi_p \mathbb{E}(\mathbf{X}_{t+h-p} | \mathcal{F}_t), \text{ pois}$$

$$\mathbb{E}(\mathbf{a}_{t+h}) = 0,$$

para todo  $h > 0$ .

Para  $h = 1$ , obtemos

$$\widehat{\mathbf{X}}_t(1) = \Phi_0 + \Phi_1 \mathbf{X}_t + \dots + \Phi_p \mathbf{X}_{t+h-p}.$$

e para  $h = 2$  temos

$$\widehat{\mathbf{X}}_t(2) = \Phi_0 + \Phi_1 \mathbf{X}_t(1) + \Phi_2 \mathbf{X}_t(2) + \dots + \Phi_p \mathbf{X}_{t+h-p}$$

de modo que as previsões podem ser obtidas recursivamente.

Nesse caso, o erro de previsão de horizonte  $h$  é dado por

$$\mathbf{e}_T(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \Psi_{j-k} \mathbf{a}_{T+h-j} \quad (2.26)$$

onde as matrizes  $\Psi_j$  são obtidas recursivamente por

$$\Psi_j = \sum_{k=0}^{h-1} \Psi_{j-k} \Phi_k, \quad (2.27)$$

com  $\Psi_0 = I_n$  e  $\Phi_j = 0, j > p$ .

## 2.12 Estrutura de Análise

Segundo Zivot & Wang (2005), o modelo VAR(p) geral tem muitos parâmetros, e isso pode dificultar a interpretação em razão das interações complexas e feedback entre as variáveis do modelo. A propriedade dinâmica de um VAR(p) é resumida, usando vários tipos de estrutura de análise. Os três mais importantes tipos de resumo de estrutura de análises são (1) Teste de causalidade de Granger; (2) Função resposta a impulso; e (3) Decomposição do erro de previsão da variância. A seguir, será apresentada uma breve descrição desses resumos.

### 2.12.1 Teste de Causalidade de Granger

Segundo Gujarati (2006), embora a análise de regressão lide com a dependência de uma variável em relação a outras, isso não implica necessariamente causalidade. Em outras palavras, a existência de uma relação entre variáveis não prova causalidade nem direção de influência.

Segundo Morettin (2008), para sistemas, Granger define causalidade em termos de previsibilidade: a variável X causa Y, com respeito a um dado universo de informação ( que inclui X e Y ), se o presente de Y pode ser previsto mais eficientemente usando esse passado, toda e qualquer outra informação disponível (incluindo valores passados de Y) sendo usada em ambos os casos.

Segundo Pindyck & Rubinfeld (2004), uma vez que o futuro não pode prever o passado, se a variável X (granger) causa a variável Y, então variações em X de-

veriam preceder variações em Y. Portanto, em uma regressão de Y contra outras variáveis (incluindo seus valores passados), se incluirmos valores passados ou defasados de X e eles melhoram significativamente a previsão de Y, então, podemos dizer que X(granger) causa Y. Uma definição similar se aplica se Y (granger) causa X.

Sejam  $X_t$  e  $Y_t$  séries temporais estacionárias, dizemos que:

1.  $X_t \rightarrow Y_t$ :  $X_t$  causa  $Y_t$  no sentido de Granger, se  $Y_t$  pode ser melhor prevista usando toda a informação disponível, incluindo o passado de  $Y_t$  e  $X_t$ , nesse caso, dizemos que  $X_t$  é exógena ou antecedente a  $Y_t$ .
2.  $X_t \Rightarrow Y_t$ : causa instantaneamente  $Y_t$  no sentido de Granger, se o valor presente de  $Y_t$  é melhor previsto se o valor de  $X_t$  for incluído.
3. Há feedback, e escrevemos  $X_t \leftrightarrow Y_t$ , se  $X_t$  causa  $Y_t$  e  $Y_t$  causa  $X_t$ .
4. Há causalidade unidirecional de  $X_t$  para  $Y_t$  se  $X_t \rightarrow Y_t$  e não há feedback.

O teste de causalidade de Granger pressupõe que a informação relevante para a previsão das respectivas variáveis,  $X_t$  e  $Y_t$ , está contida unicamente nos dados da série temporal dessas variáveis.

Segundo Pindyck & Rubinfeld (2004), para testar se X causa Y, a hipótese nula é  $\sum_{i=1}^p \beta_i = 0$  "X não causa Y", com estimativas de duas regressões:

Estimamos uma regressão de Y em relação a valores defasados de Y bem como a valores defasados de X na regressão irrestrita, isto é,

$$Y = \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i X_{t-i} + a_t. \quad (2.28)$$

Em seguida uma regressão de Y apenas em relação a valores defasados de Y, a regressão restrita, dada por

$$Y = \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + a_t \quad (2.29)$$

e usamos a soma de quadrados dos resíduos de cada regressão para calcular a estatística F, dada pela expressão

$$F = \frac{(SQR_R - SQR_{IR})/q}{(SQR_{IR})/(N - K)} \quad (2.30)$$

em que  $SQR_R$  e  $SQR_{IR}$  são a soma de quadrados dos resíduos nas regressões restrita e irrestrita, respectivamente; N é o número de observações; K é o número de parâmetros estimados na regressão irrestrita; e q é o número de restrições de parâmetros. Essa estatística tem distribuição F(q, N-K).

Se o valor da estatística F for superior ao valor crítico de F(q, N-K) no nível de significância selecionado, rejeita-se a hipótese nula e, nesse caso, "X causa Y".

### 2.12.2 Função Resposta a Impulso (FRI)

Segundo Pindyck & Rubinfeld (2004), um modelo VAR(p) oferece um meio de deixar os dados, e não o pesquisador, determinar a estrutura dinâmica de um modelo.

Assim, depois de estimar um VAR(p), é importante ser capaz de caracterizar nitidamente sua estrutura dinâmica. As respostas a impulso fazem isso ao mostrar como um choque em qualquer das variáveis se filtra através do modelo, afetando todas as demais variáveis endógenas, e, eventualmente retroage sobre a própria variável. Se o modelo é linear e se os termos de erro não têm correlação entre si, isso se faz diretamente. Em um modelo não-linear, isso pode ser impossível, porque talvez não apareça apenas uma variável do lado esquerdo de cada equação. Mesmo em um modelo linear, se os erros são correlacionados, não há maneira

simples e sem ambiguidade de identificar choques com variáveis específicas. A razão disso é que os erros terão componentes comuns que afetarão mais de uma variável. Quando isso acontece (com frequência é o caso), o procedimento comum é atribuir arbitrariamente todos os efeitos de tais componentes comuns à variável que aparece primeiro no sistema. O único problema com esse procedimento é que as respostas a impulso dependerão da ordem particular das equações do modelo.

Para calcular a resposta ao impulso, introduza um choque de um período em uma variável endógena. Por exemplo, aumente  $a_1$  de um desvio padrão no tempo  $t = 0$ . (o choque é mantido para um só período e, portanto, é um "impulso") Na medida em que essa variável endógena afeta as outras variáveis endógenas, o choque se filtrará por meio do modelo, afetando todas as variáveis.

Em seguida, introduzimos um choque de um período para a variável endógena seguinte (digamos, aumentando  $a_2$  de 1 desvio padrão por um período) e de novo rastreamos os efeitos sobre todas as variáveis do modelo, e assim por diante, para as demais variáveis endógenas.

Segundo Zivot & Wang (2005), todo processo VAR(p) estacionário tem uma representação de Wold da forma

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + a_t + \Psi_1 a_{t-1} + \Psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (2.31)$$

em que  $\Psi_s$  são matrizes médias móveis de ordem  $(n \times n)$  determinadas recursivamente, usando (2.27). É tentador interpretar os  $i,j$ -ésimos elemento,  $\Psi_{ij}^s$ , da matriz  $\Psi_s$  como o multiplicador dinâmico ou resposta a impulso

$$\frac{\partial x_{i,t+s}}{\partial a_{j,t}} = \frac{\partial x_{i,t}}{\partial a_{j,t-s}} = \Psi_{ij}^s, \quad i,j = 1,2,\dots,n \quad (2.32)$$

No entanto, esta interpretação somente é possível se  $\text{var}(a_t) = \Sigma$  é uma matriz di-

agonal em que os elementos de  $a_t$  são não-correlacionados. Uma maneira de tornar os erros não correlacionados é estimar o modelo VAR(p) estrutural triangular.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1t} = c_1 + \gamma'_{11}\mathbf{X}_{t-1} + \dots + \gamma'_{1p}\mathbf{X}_{t-p} + \eta_{1t}, \\ x_{2t} = c_1 + \beta_{21}x_{1t} + \gamma'_{21}\mathbf{X}_{t-1} + \dots + \gamma'_{2p}\mathbf{X}_{t-p} + \eta_{2t}, \\ x_{3t} = c_1 + \beta_{31}x_{1t} + \beta_{32}x_{2t} + \gamma'_{31}\mathbf{X}_{t-1} + \dots + \gamma'_{3p}\mathbf{X}_{t-p} + \eta_{3t}, \\ \vdots \\ x_{nt} = c_1 + \beta_{n1}x_{1t} + \dots + \beta_{n,n-1}x_{n-1,t} + \gamma'_{n1}\mathbf{X}_{t-1} + \dots + \gamma'_{np}\mathbf{X}_{t-p} + \eta_{nt}, \end{array} \right. \quad (2.33)$$

em forma matricial, o modelo VAR(p) estrutural triangular é

$$\mathbf{B}\mathbf{X}_t = \mathbf{c} + \Gamma_1\mathbf{X}_{t-1} + \Gamma_2\mathbf{X}_{t-2} + \dots + \Gamma_p\mathbf{X}_{t-p} + \boldsymbol{\eta}_t \quad (2.34)$$

em que

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\beta_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} & -\beta_{n2} & -\beta_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

é uma matriz triangular inferior com 1's ao longo da diagonal. A álgebra de mínimos quadrados assegurará que a matrix de covariância estimada do vetor de erro  $\eta_t$  seja diagonal. Os erros não-correlacionados/ortogonais  $\boldsymbol{\eta}_t$  são chamados de erros estruturais. O modelo estrutural (2.33) impõe a ordenação causal recursiva

$$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_n \quad (2.36)$$

A ordenação (2.36) significa que os valores contemporâneos das variáveis da es-

querda da seta  $\rightarrow$  afetam os valores contemporâneos das variáveis a direita da seta mas não vice-versa.

Esses efeitos contemporâneos são capturados pelos coeficientes  $\beta_{ij}$  em (2.33). Por exemplo, a ordenação  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3$  impõe as restrições :  $x_{1t}$  afeta  $x_{2t}$  e  $x_{3t}$ , mas  $x_{2t}$  e  $x_{3t}$  não afetam  $x_{1t}$ ;  $x_{2t}$  afeta  $x_{3t}$ , mas  $x_{3t}$  não feta  $x_{2t}$ . Do mesmo modo, a ordenação  $x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_1$  impõe as restrições:  $x_{2t}$  afeta  $x_{3t}$  e  $x_{1t}$ , mas  $x_{3t}$  e  $x_{1t}$  não afetam  $x_{2t}$ ;  $x_{3t}$  afeta  $x_{1t}$ , mas  $x_{1t}$  não feta  $x_{3t}$ . Para um VAR(p) com n variáveis há n! possíveis ordenações causais recursivas. Qual ordenação usar na prática depende do contexto e se a teoria a priori pode ser usada para justificar uma ordenação específica. Os resultados de ordenações alternativas podem ser sempre comparados para determinar a sensibilidade dos resultados para a ordenação imposta.

Uma vez que uma ordenação recursiva tenha sido estabelecida, a representação de Wold  $\mathbf{X}_t$  baseada nos erros ortogonais  $\boldsymbol{\eta}_t$ , é dada por

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Theta}_0 \boldsymbol{\eta}_t + \boldsymbol{\Theta}_1 \boldsymbol{\eta}_{t-1} + \boldsymbol{\Theta}_2 \boldsymbol{\eta}_{t-2} + \dots \quad (2.37)$$

em que  $\boldsymbol{\Theta}_0 = \mathbf{B}^{-1}$  é uma matriz triangular inferior. As respostas a impulsos de choques ortogonais  $\eta_{ij}$  são

$$\frac{\partial x_{i,t+s}}{\partial \eta_{j,t}} = \frac{\partial x_{i,t}}{\partial \eta_{j,t-s}} = \theta_{ij}^s, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; s > 0 \quad (2.38)$$

em que  $\Theta_{ij}^s$  é o i,j-ésimo elemento de  $\boldsymbol{\Theta}^s$ . Um gráfico de  $\theta_{ij}^s$  contra s é chamado de função de resposta a impulso ortogonal de  $x_i$  com relação a  $\eta_j$ . Com n variáveis há  $n^2$  possíveis funções de resposta a impulso.

Na prática, a função resposta a impulso ortogonalizada (2.38) baseada no VAR(p) triangular (2.33) pode ser computado diretamente dos parâmetros do VAR(p)

(2.20) não triangular como se segue. Primeiramente, decompõe a matriz de covariância residual  $\Sigma$  como

$$\Sigma = ADA'$$

em que  $A$  é uma matriz triangular inferior invertível com 1's ao longo da diagonal e  $D$  é uma matriz diagonal com elementos diagonais positivos. Em seguida, define os erros estruturais como

$$\eta_t = A^{-1}a_t$$

Estes erros estruturais são ortogonais por construção, uma vez que

$var(\eta_t) = A^{-1}\Sigma(A^{-1})' = A^{-1}ADA'(A^{-1})' = D$ . Finalmente, re-exprime a representação (2.31) como

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}a_t + \boldsymbol{\Psi}_1\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}a_{t-1} + \boldsymbol{\Psi}_2\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}a_{t-2} + \dots = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Theta}_0\eta_t + \boldsymbol{\Theta}_1\eta_{t-1} + \boldsymbol{\Theta}_2\eta_{t-2}$$

em que  $\boldsymbol{\Theta}_j = \boldsymbol{\Psi}_j\mathbf{A}$ . Note que a matriz  $\mathbf{B}$  estrutural em (2.34) é igual a  $\mathbf{A}^{-1}$ .

### 2.12.3 Decomposição da Variância do Erro de Previsão

Segundo Zivot & Wang (2005) a decomposição de variância de erro de previsão responde a pergunta: Qual percentagem(proporção) da variância do erro de previsão ao prever  $x_{T+h}$  é devido ao choque estrutural  $\eta_j$  ? Usando choques ortogonais  $\eta_j$ , o vetor  $h$ - passos a frente, com coeficientes VAR conhecidos , pode ser expresso como

$$\mathbf{X}_{T+h} - \mathbf{X}_{T+h|T} = \sum_{s=0}^{h-1} \boldsymbol{\Theta}_s \eta_{t+h-s}.$$

Para uma variável específica  $x_{i,T+h}$ , este erro de previsão tem a forma

$$x_{i,T+h} - x_{i,T+h|T} = \sum_{s=0}^{h-1} \theta_{i1}^s \eta_{1,t+h-s} + \dots + \sum_{s=0}^{h-1} \theta_{in}^s \eta_{n,t+h-s}.$$

Uma vez que os erros estruturais são ortogonais, a variância do erro de previsão  $h$ -passos a frente é

$$\text{var}(x_{i,T+h} - x_{i,T+h|T}) = \sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{i1}^s)^2 + \dots + \sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{in}^s)^2,$$

em que  $\sigma_{\eta_j}^2 = \text{var}(\eta_{jt})$ . A parte da  $\text{var}(x_{i,T+h} - x_{i,T+h|T})$  devido ao choque  $\eta_j$ , é então

$$DVEP_{i,j}(h) = \frac{\sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{ij}^s)^2}{\sigma^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{i1}^s)^2 + \dots + \sigma^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{in}^s)^2} \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Para Diebold (2004), a função resposta a impulso e a decomposição variância do erro de previsão apresentam a mesma informação, embora graficamente tenham maneiras diferentes de serem apresentadas.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção, serão apresentadas as séries dos índices, como ocorrerá a análise e os passos seguidos para alcançar os objetivos que foram propostos. A partir dos dados originais foram obtidos as séries de retornos, por que são séries que em geral são estacionárias.

Se  $X_t$  é o valor do índice no instante  $t$ , o log retorno ou retorno é dado por

$$r_t = \Delta \ln X_t = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1}).$$

Os dados utilizados referem-se aos principais índices de fechamentos diários das bolsas de valores do mundo, que foram coletados no banco de dados dos sites PlaDin e RTS Stock Exchange. Nas datas em que as bolsas estiveram fechadas em razão de feriados nacionais ou quaisquer outros motivos, os índices utilizados, para o dia em questão, foram aqueles referentes ao último dia de negociação antes da paralisação. A amostra compreende o período de 04/12/2006 a 07/11/2008 constando de 509 observações em cada uma das séries. A Tabela 1 apresenta os índices a serem analisados assim como a respectiva sigla.

TABELA 1: Índices e Mercados Analisados

PAÍS	BOLSA	ÍNDICE	SIGLA
Brasil	São Paulo	Ibovespa	IBOV
Rússia	Moscou	RTS Index	RTS
China	Hong Kong	Hang Seng	HS
Estados Unidos	Nova York	Dow Jones	DJ
Japão	Tóquio	Nikkei-225	NIK
Reino Unido	Londres	FTS -100	FTS

As séries de índices foram divididas em dois grupos denominados BRC e ERJ em que as componentes de cada grupos são respectivamente {IBOV, RTS, HS} e {DJ, FTS, NIK }, Como a Rússia pertence aos dois grupos, mas considerando

como critério econômico, ela pode ser considerada como uma economia emergente, optou-se por incluí-la no grupo do BRC.

A seguir será definido como as análises foram realizadas:

1. Na análise dentro de cada grupo, foi estimado um modelo VAR(p), e na construção do VAR foi utilizado o teste de causalidade de Granger para ordenar as séries, os critérios de Akaike, Schwarz e Hannan-Quinn para determinar a ordem p do modelo VAR.
2. Depois de ajustado o modelo VAR(p), será realizada uma análise dinâmica entre os índices que compõem o sistema gerado, utilizando, o teste de causalidade de Granger, os gráficos das funções de respostas a impulsos e da decomposição da variância do erro de previsão.
3. Na análise entre grupos, analisaremos apenas o índice DJ contra os índices do grupo BRC, utilizando os mesmos passos mencionados no primeiro e segundo item, nessa análise dinâmica o índice DJ virá primeiro, pois buscaremos observar se DJ está interferindo no BRC.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Análise dos índices econômicos dos países do grupo BRC

Na Figura 1, apresentam-se os gráficos das séries de índices IBOV, RTS e HS e seus respectivos retornos (RIBOV, RRTS e RHS).

Em uma análise dos gráficos dos retornos na Figura 1, observa-se que os índices de retornos se desenvolve ao longo do tempo, ao redor de um valor constante zero e apresenta uma forma de equilíbrio estável, neste caso, pode-se concluir que os retornos dos índices Ibovespa, RTS e Hang Seng são estacionários.

Na Tabela 2, são apresentados os resultados do teste causalidade de Granger para os mercados do grupo BRC. O índice RIBOV causa no sentido de Granger os índices de retornos RRTS e RHS. No entanto, estes índices não causam no mesmo sentido, o índice RIBOV.

Conforme resultados apresentados, a previsibilidade do retorno brasileiro não sofreu interferências dos mercados da Rússia e China, mas ajuda a melhorar a previsibilidade dos retornos dos índices RTS e HS.

A previsibilidade do retorno do índice HS sofreu influência dos retornos das Bolsas do Brasil e Rússia, mas não influenciou na previsibilidade dos retornos de nenhum desses mercados.

Observa-se também que o índice de retorno RRTS causa no sentido de Granger o índice de retorno RHS. No entanto, o índice RHS não causa no sentido de Granger o índice RRTS.

Para ajustar um modelo VAR, o teste de causalidade de Granger sugere a seguinte ordenação,  $RIBOV \rightarrow RRTS \rightarrow RHS$  e os critérios de informação de Schwarz e Hannan-Quinn apresentados na Tabela 3, selecionou-se a ordem  $p = 1$  para o modelo.

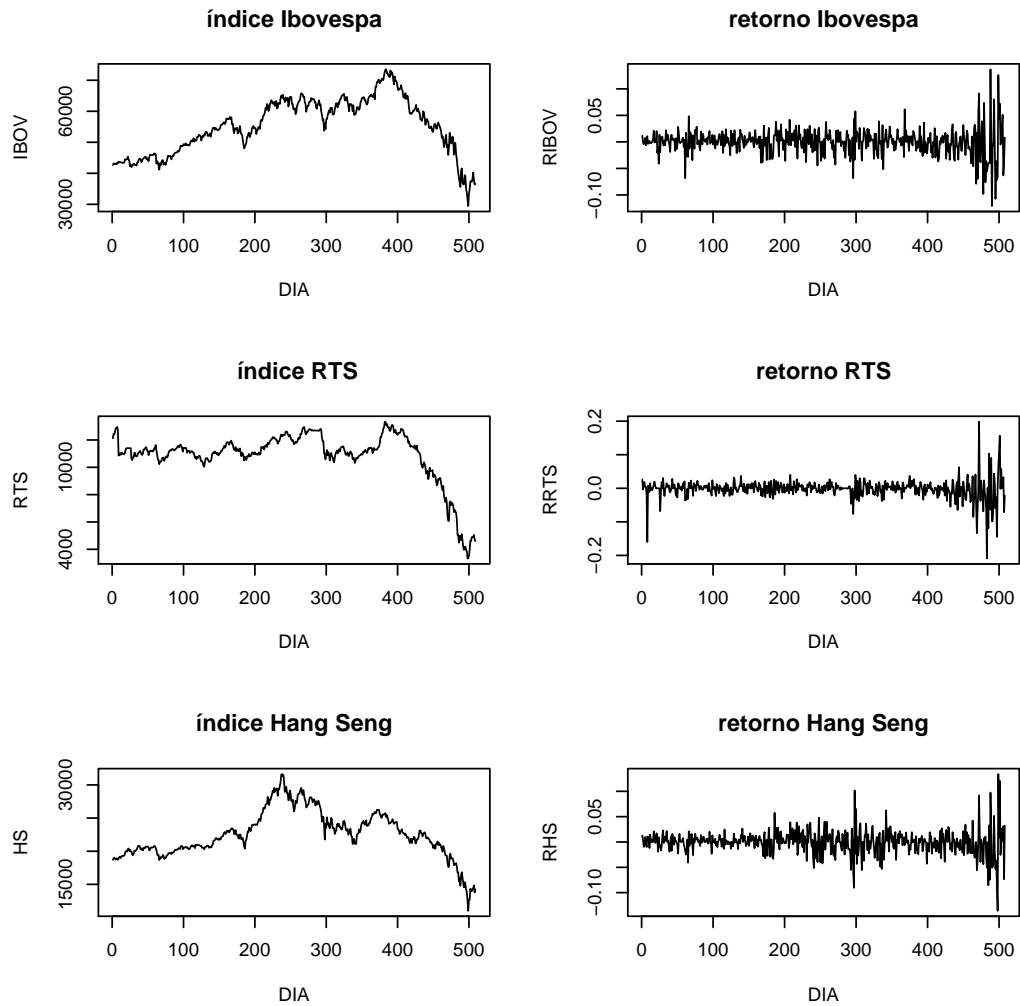


FIGURA 1: Gráficos das séries de índices IBOV, RTS e HS e dos retornos RIBOV, RRTS e RHS período de 04/12/2006 a 07/11/2008

Os gráficos das funções de respostas a impulsos e decomposição da variância do erro de previsão estão apresentados na Figura 2 e Figura 3 respectivamente.

A Figura 2 apresenta nas colunas as respostas ao impulso de RIBOV, RRTS

TABELA 2: Teste de Causalidade de Granger para o grupo BRC

Hipótese Nula	Estatística-F
RRTS não causa RIBOV	0,05402
RIBOV não causa RRTS	72,5799*
RHS não causa RIBOV	1,03986
RIBOV não causa RHS	131,855*
RHS não causa RRTS	0,33970
RRTS não causa RHS	26,0922*

\* Teste significativo ao nível significância de 10%

TABELA 3: Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo BRC

defasagem	AIC	SC	HQ
0	-14,01113	-13,98600	-14,00127
1	-14,37832	-14,27778*	-14,33888*
2	-14,39814	-14,22220	-14,32913
3	-14,40206	-14,15072	-14,30347
4	-14,40582*	-14,07907	-14,27765

\* indica a ordem da defasagem selecionada pelos critérios

AIC: Critério de Informação de Akaike

SC: Critério de Informação de Schwarz

HQ: Critério de Informação de Hannan-Quinn

e RHS decorrente de um choque de uma unidade de desvio padrão em RIBOV, RRTS e RHS respectivamente.

Pode-se observar que em razão de um choque unitário no RIBOV, os retornos RRTS e RHS reagem positivamente. Em seguida, eles reagem negativamente para se estabilizarem em um terceiro momento. Em razão de um choque no índice RRTS, o índice RIBOV mantém-se estável, o RHS reage positivamente e se estabiliza no dia seguinte. Em razão do choque no índice de retorno RHS os índices RIBOV e RRTS reagem de forma negativa de modo não significativo.

Observando a Figura 3, em colunas, ela representa as proporções da variância

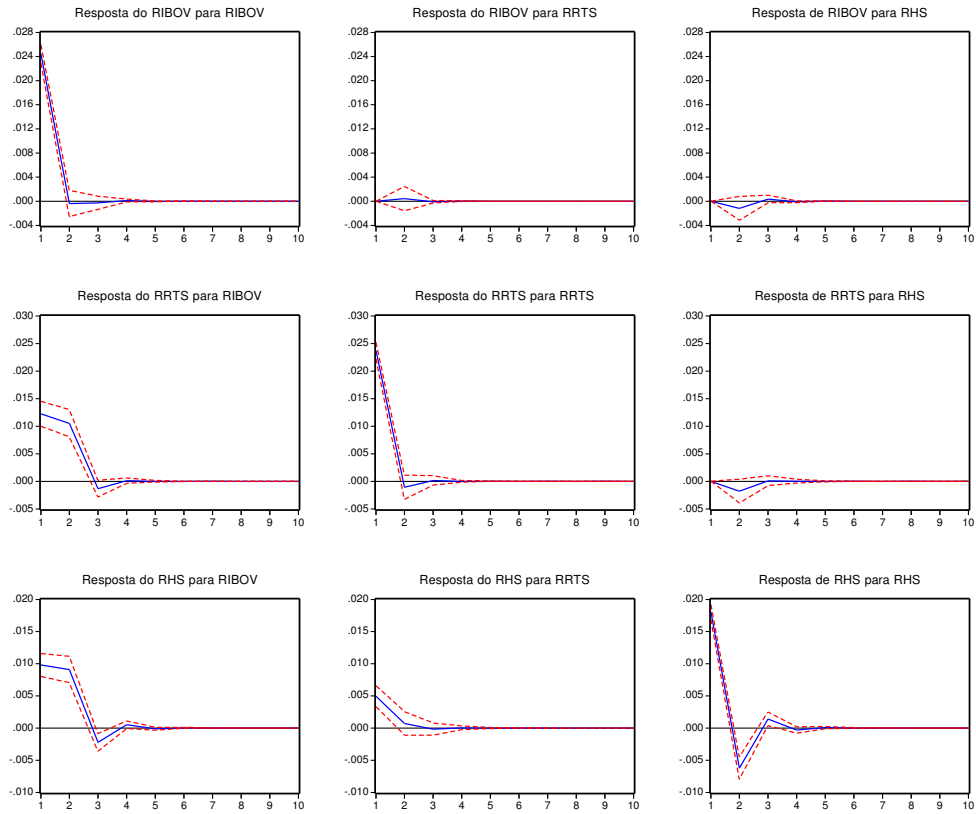


FIGURA 2: Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo BRC devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões

do erro de previsão de RIBOV, RRTS e RHS em razão de um choque de uma unidade de desvio padrão em RIBOV, RRTS e RHS, respectivamente.

Fazendo uma leitura na mesma ordem apresentada, pode-se observar que aproximadamente 100%, 30% e 30% da variância do erro de previsão de RIBOV, RRTS

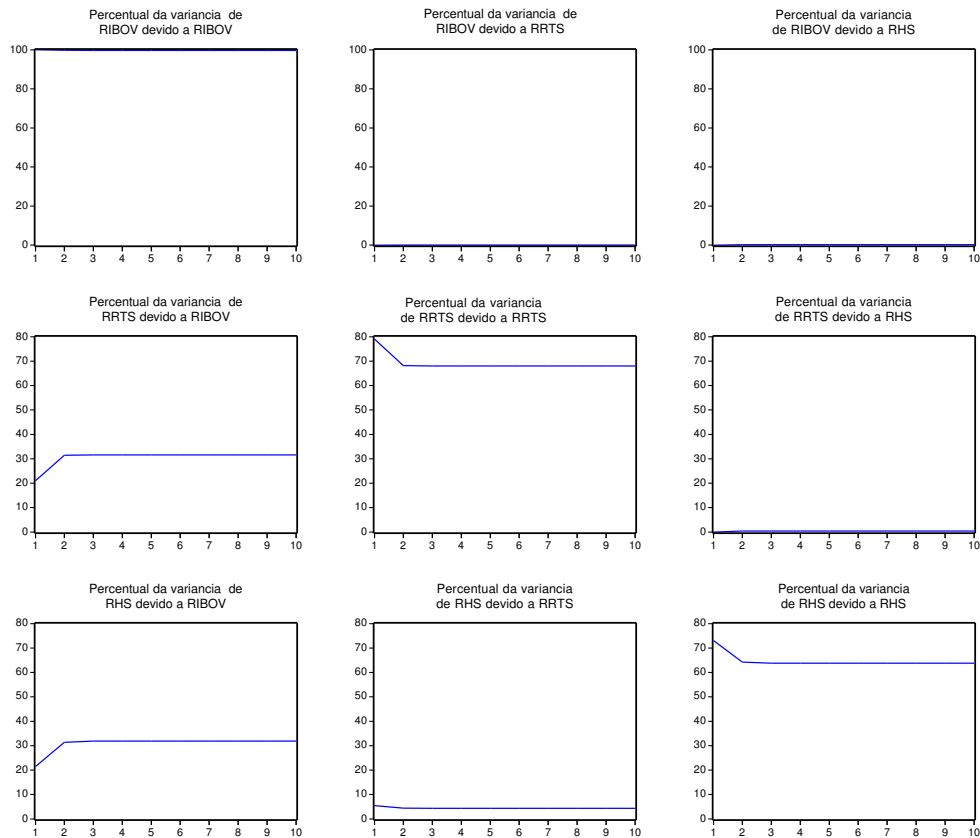


FIGURA 3: Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo BRC, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abcissas (X) o horizonte de tempo em dias

e RHS são decorrentes de um choque em RIBOV. Em razão de um choque no retorno do índice RTS são respectivamente zero, 70% e 5% as proporções das variâncias do erro de previsão de RIBOV, RRTS e RHS e para um choque unitário em RHS temos que 50% da proporção da variância do erro de previsão são decorrentes

deste choque e zero a proporção da variância do erro de previsão dos retornos RIBOV e RRTS decorrente deste choque.

Observando a Figura 3 em linhas, temos que:

Na primeira linha, conclui-se que da variação total do erro de previsão do RIBOV, 100% são decorrentes de um choque no RIBOV, RRTS e RHS, da segunda conclui-se que da variação total do erro de previsão do RRTS, 30%, 70%, 0% são decorrentes de um choque no RIBOV, RRTS e RHS e, da terceira linha, conclui-se que da variação total do erro de previsão do RHS, 30%, 5%, 65% são decorrentes de um choque respectivamente no RIBOV, RRTS e RHS.

Conclui-se das análises gráficas realizadas das funções respostas a impulsos e da decomposição da Variância ( Figuras 2 e 3 ), que são leituras equivalentes , isto é, há influência do mercado brasileiro sobre os mercados russo e chinês.

#### **4.2 Análise dos índices econômicos dos países do grupo ERJ**

Nesta seção, serão apresentados os resultados da análise realizada com as séries de índices de retorno dos mercados dos EUA, Reino Unido e Japão, denotado por ERJ.

Na Figura 4, apresentam-se os gráficos das séries de índices DJ, FTS e NIK e seus respectivos retornos (RDJ, RFTS e RNIK).

Em uma análise dos gráficos de retornos na Figura 4, pode-se concluir que os índices de retornos são estacionários, pois se desenvolvem ao longo do tempo ao redor do valor zero e apresentam uma variabilidade estável ao redor do valor constante zero.

Na Tabela 5, são mostrados os resultados do teste de causalidade de Granger para os mercados desenvolvidos EUA, Reino Unido e Japão. Observa-se que o índice RDJ causam no sentido de Granger os índices RFTS e RNIK, no entanto

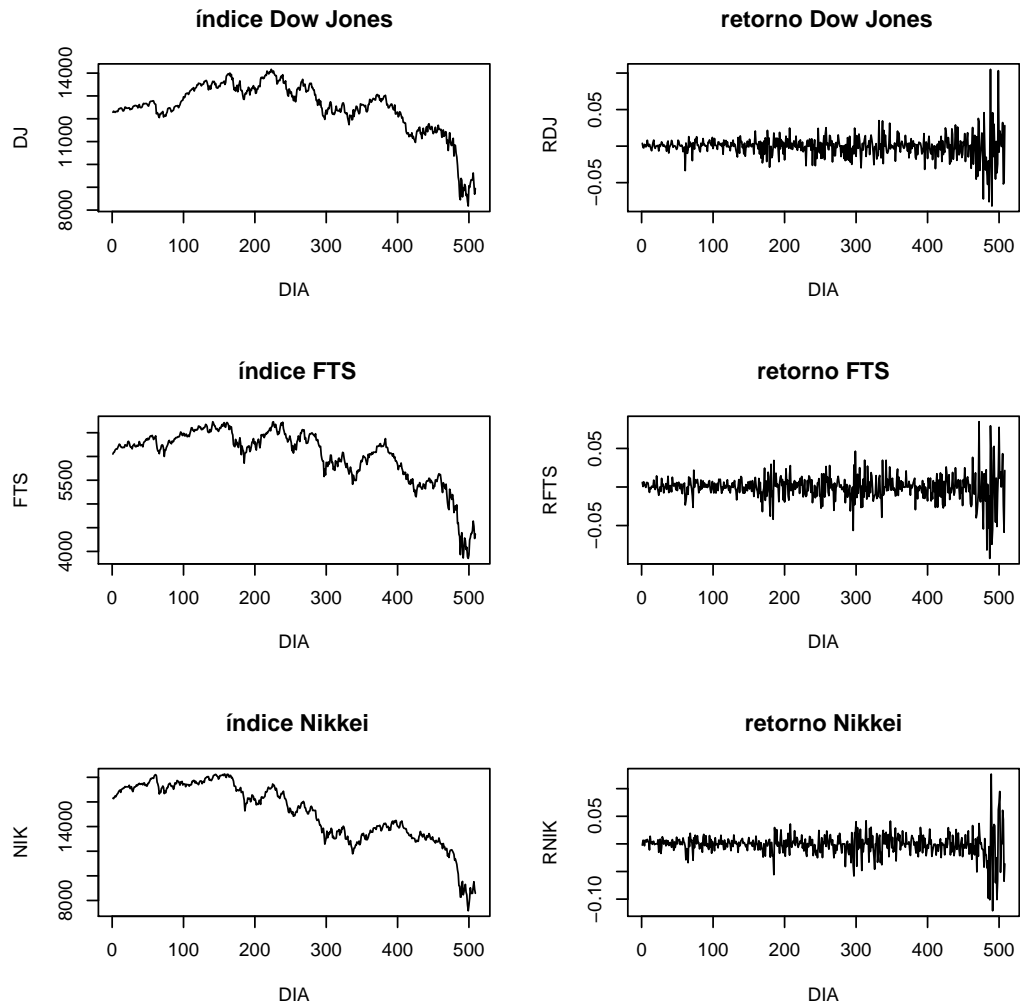


FIGURA 4: Gráficos das séries de índices DJ, FTS, NIK e dos retornos RDJ, RFTS e RNIK, no período de 04/12/2006 a 07/11/2008

estes índices não causa no sentido de Granger o RDJ.

Observa-se também que o índice RFTS causa no sentido de Granger o índice RNIK, mas RNIK não granger causa RFTS, em outras palavras, em um modelo de

previsão, o índice RFTS ajuda na previsão do índice RNIK, enquanto que RNIK não contribui de maneira significativa para prever RFTS.

A previsibilidade do retorno americano RDJ não sofreu interferências dos mercados do Reino Unido e Japão, mas ajudou a melhorar significativamente a previsibilidade dos retornos dos índices RFTS e RNIK desses mercados.

A previsibilidade do retorno do índice NIK sofreu influência dos retornos das Bolsas do EUA e Reino Unido, mas não influenciou na previsibilidade dos retornos de nenhum desses mercados.

A partir dos resultados observados do teste de causalidade de Granger, Tabela 5, a seguinte ordenação para estimar o modelo VAR é proposta:  $RDJ \rightarrow RFTS \rightarrow RNIK$ . De acordo com o critério de informação de Schwarz, na Tabela 4, selecionou-se ordem  $p=2$  para ajustar o modelo VAR.

TABELA 4: Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo ERJ

defasagem	AIC	SC	HQ
0	-16,3334	-16,30831	-16,32358
1	-17,24494	-17,14440	-17,20550
2	-17,34958	-17,17364*	-17,28056
3	-17,42135*	-17,17001	-17,32276*
4	-17,42124	-17,09449	-17,29307

\* indica a ordem da defasagem selecionada pelos critérios

AIC: Critério de Informação de Akaike

SC: Critério de Informação de Schwarz

HQ: Critério de Informação de Hannan-Quinn

Ao ajustar um modelo VAR(2), os gráficos da função resposta a impulso e Decomposição da variância estão plotados na Figura 5 e Figura 6 respectivamente. Na Figura 5 apresentam-se, nas colunas, as respostas ao impulso de RDJ, RFTS e RNIK em razão de um choque de uma unidade de desvio padrão em RDJ, RFTS e

RNIK respectivamente.

Pode-se observar que decorrente de um choque unitário no RDJ, a resposta de RDJ é instantaneamente positiva em torno de 1,5%. Nos dois dias subsequentes são de reações negativas chegando -0,3% no terceiro dia, reagindo positivamente no quarto e quinto dia e se estabiliza a partir do sexto dia. A resposta de RFTS é instantaneamente positiva em torno de 0,09%. No segundo dia, reage positivamente, mas em queda, no terceiro dia, reage negativamente em torno de -0,04%, no quinto dia volta ser positiva e se estabiliza-se a partir do sexto dia. A resposta de RNIK é instantaneamente positiva em torno de 1,3%. No segundo dia, continua a reagir positivamente, no terceiro reage negativamente em torno de -0,04% e no quarto e quinto dia reagem positivamente para estabilizar-se a partir do sexto dia.

TABELA 5: Teste de Causalidade de Granger para o grupo ERJ

Hipótese Nula	Estatística-F
RFTS não causa RDJ	1,73511
RDJ não causa RFTS	73,6876*
RNIK não causa RDJ	0,55953
RDJ não causa RNIK	190,909*
RNIK não causa RFTS	2,27686
RFTS não causa RNIK	71,0500*

\* Teste significativo ao nível significância de 10%

Em razão de um choque unitário no RFTS, a resposta de RFTS é instantaneamente positiva 0,4%, e, no segundo dia, reage negativamente, em torno de -0,3% e se estabiliza a partir do terceiro dia. A resposta de e RNIK reage instantaneamente e positivamente em torno de 0,4%; no segundo dia reage positivamente, mas em queda, e no terceiro dia reage negativamente em torno de 0,02%. RDJ não reage de forma significativa.

Os retornos reagem instantaneamente positivamente no primeiro dia, reagem negativamente no segundo, voltam a reagir positivamente no terceiro e estabilizam-

se a partir do quarto dia.

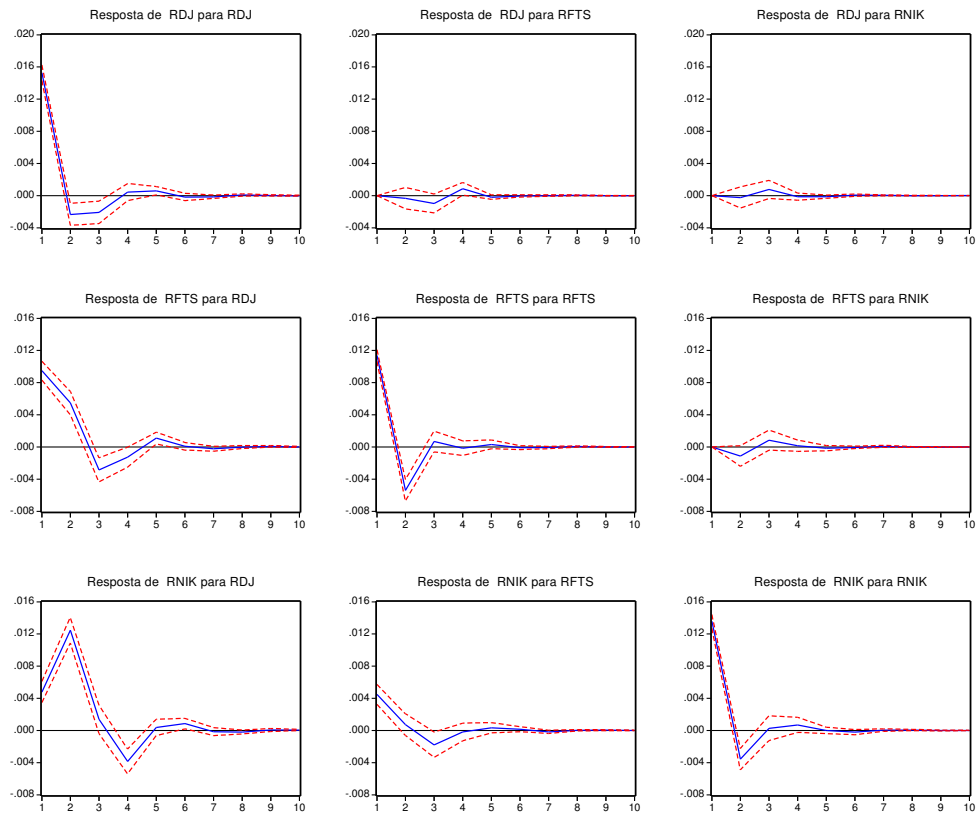


FIGURA 5: Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo ERJ devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões

Na Figura 6, apresenta-se nas colunas, a proporção da variância do erro de previsão de RDJ, RFTS e RNIK a um choque de uma unidade de desvio-padrão no RDJ e RFTS e no RNIK, respectivamente.

Na primeira coluna, observamos que aproximadamente 100%, 45% e 40% da variância do erro de previsão de RDJ, RFTS e RNIK, respectivamente são decorrentes de um choque no RDJ.

Na segunda coluna, percebe-se que, aproximadamente, 0%, 55% e 5% são, respectivamente, a proporção da variância do erro de previsão de RDJ, RFTS e RNIK decorrente de um choque em RFTS.

Na terceira coluna, aproximadamente 0%, 0% e 50% são respectivamente, a proporção da variância do erro de previsão de RDJ, RFTS e RNIK em razão de um choque em RNIK.

Observando a Figura 6 em linhas, percebe-se que:

Na primeira linha, na variação total do erro de previsão do RDJ, 100% são decorrentes de um choque no RDJ, na segunda linha, conclui-se que, da variação total do erro de previsão do RFTS, 45%, 55%, 0% são decorrentes de um choque no RDJ, RFTS e RNIK e na terceira linha, conclui-se que, da variação total do erro de previsão do RNIK, 45%, 5%, 50% são decorrentes de um choque respectivamente no RDJ, RFTS e RNIK.

Na Figura 6, apresenta-se na primeira linha, a variação total do erro de previsão do RDJ, e observa-se que 100% do erro de previsão são decorrentes de um choque no RDJ, na segunda tem-se a variação total do erro de previsão do RFTS e, observa-se que 45%, 55% e 0% são decorrentes de um choque no RDJ, RFTS e RNIK respectivamente e na terceira temos a variação total do erro de previsão do RNIK e observa-se que 45%, 5% e 50% são decorrentes de um choque no RDJ, RFTS e RNIK respectivamente.

Conclui-se das análises gráficas realizadas, observando as Figuras 5 e 6 que são leituras equivalentes, isto é, há influência do mercado americano sobre os mercados inglês e japonês.

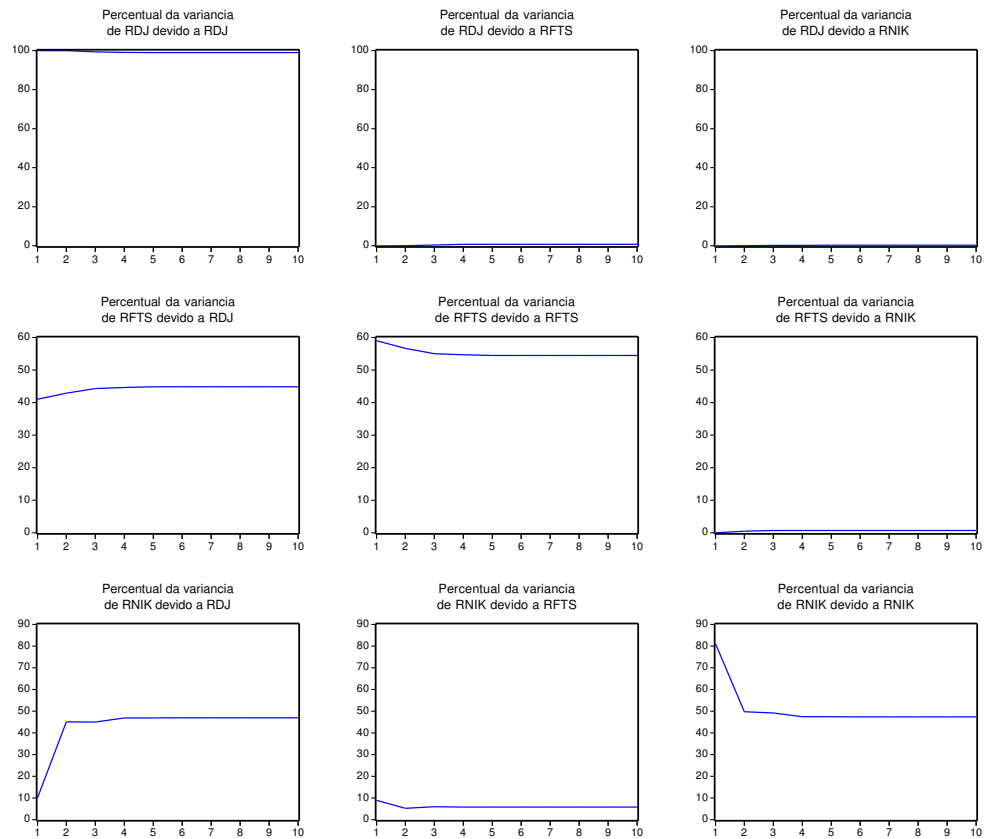


FIGURA 6: Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo ERJ, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abcissas (X) o horizonte de tempo em dias

### 4.3 Análise dos índices econômicos dos países do grupo G4

Na Tabela 6, apresentam-se os resultados da causalidade de Granger para os mercados dos EUA, Brasileiro, Russo e Chinês, denotado por grupo G4.

TABELA 6: Teste de Causalidade de Granger para o grupo G4

Hipótese Nula	Estatística-F
RIBOV não causa RDJ	0,97611
RDJ não causa RIBOV	4,05968*
RRTS não causa RDJ	0,10308
RDJ não causa RRTS	62,2703*
RHS não causa RDJ	7,15883*
RDJ não causa RHS	99,4420*

\* Teste significativo ao nível significância de 10%

O índice RDJ causa no sentido de Granger os índices RIBOV, RRTS e RHS, em outras palavras, o índice RDJ tem influencia na previsão dos índices RIBOV, RRTS e RHS, no entanto, o índice RDJ não é influenciado de forma significativa na previsão por estes índices.

Os resultados do teste causalidade de Granger, comparando os índices RIBOV, RRTS e RHS são os mesmos da Tabela 3, por isso, não foram apresentados na Tabela 6.

Os resultados apresentados na Tabela 6 do teste de causalidade de Granger sugerem que a direção de causalidade seja  $RDJ \rightarrow RIBOV \rightarrow RRTS \rightarrow RHS$ , e pelo critério de informação de Schwarz, apresentado na Tabela 7, selecionou-se ordem  $p=1$  para ajustar o modelo VAR.

Na Figura 7, apresentam-se na primeira coluna as respostas ao impulso de RDJ, RIBOV, RRTS e RHS, respectivamente, para um choque de uma unidade de desvio-padrão em RDJ. Observa-se que RIBOV, RRTS e RHS reagem instantaneamente positivamente a um choque em RDJ, no segundo dia RIBOV reage

TABELA 7: Critério de seleção da ordem da defasagem para o grupo G4

defasagem	AIC	SC	HQ
0	-20,34783	-20,81431	-20,33468
1	-20,78214	-20,61457*	-20,71641
2	-20,83629	-20,53468	-20,71798*
3	-20,84991*	-20,41425	-20,67902
4	-20,83726	-20,26755	-20,61378

\* indica a ordem da defasagem selecionada pelos critérios

AIC: Critério de Informação de Akaike

SC: Critério de Informação de Schwarz

HQ: Critério de Informação de Hannan-Quinn

positivamente mas em queda e RDJ, RRTS e RHS reagem negativamente, ambos os índices estabilizam-se após o quarto dia.

Na Figura 8, apresentam-se, na primeira coluna, aproximadamente 100%, 55%, 20% e 20% respectivamente a proporção da variância do erro de previsão de RDJ, RIBOV, RRTS e RHS em razão do choque em RDJ e, na primeira linha, a variação total do erro de previsão do RDJ e observa-se que, aproximadamente, 100% do erro de previsão são decorrentes de um choque no próprio RDJ.

Conclui-se, das análises realizadas observando as Figuras 7 e 8 que são leituras equivalentes, isto é, há influência do mercado americano sobre os mercados emergentes brasileiro, russo e chinês.

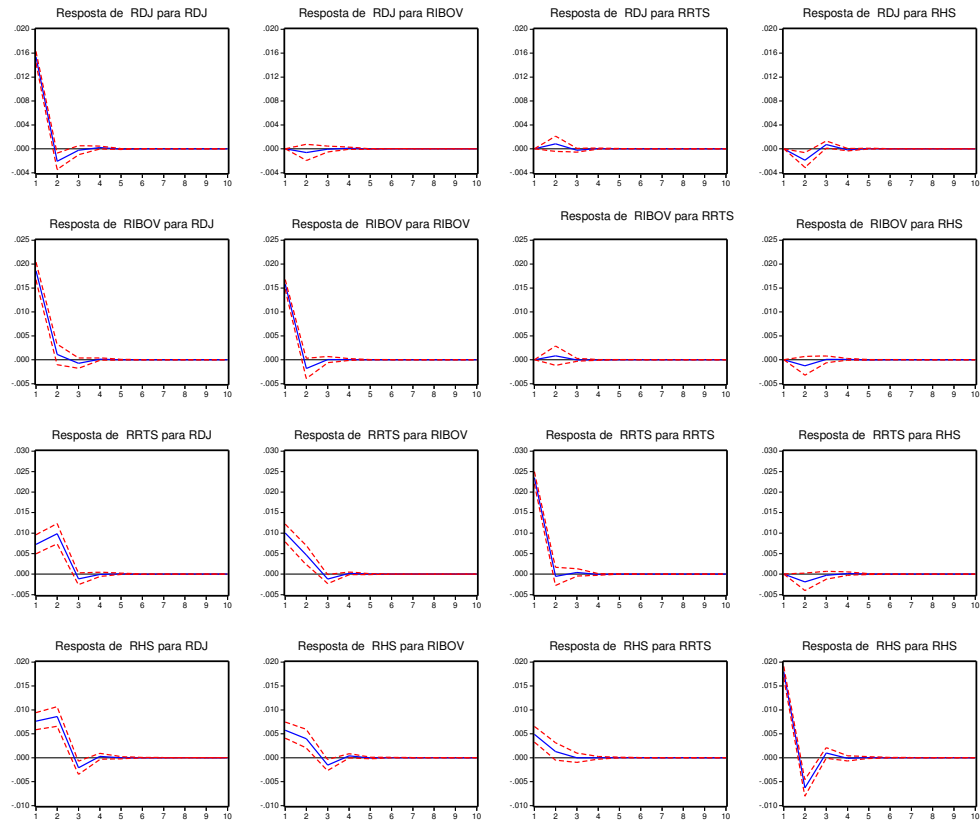


FIGURA 7: Gráficos das funções respostas a impulsos dos retornos do grupo G4 devido a um choque de 1 desvio-padrão nos retornos, no eixo das abscissas (X) tem-se o tempo em dias e no eixo das ordenadas (Y) a mudança em desvio-padrões.

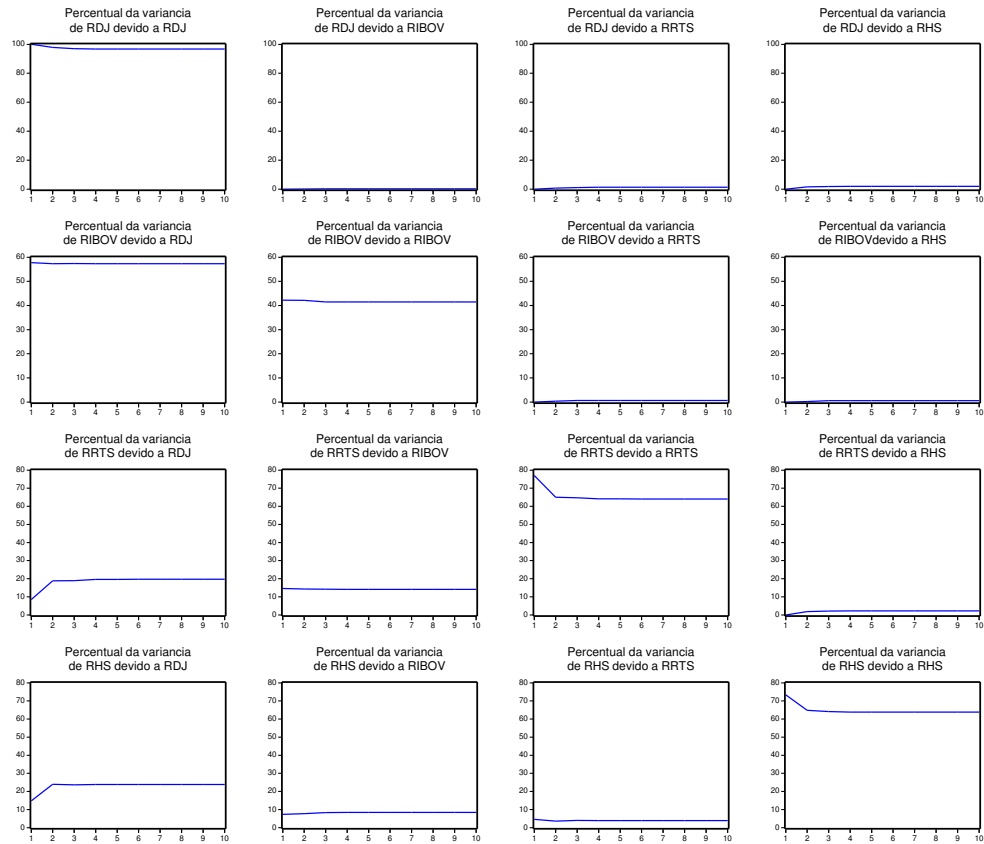


FIGURA 8: Gráficos da decomposição da variância do erro de previsão dos retornos do grupo G4, no eixo das ordenadas (Y) tem-se a porcentagem da variância de previsão dos retornos e no eixo das abscissas (X) o horizonte de tempo em dias.

## 5 CONCLUSÕES

Por meio de modelo VAR foram realizadas análises, utilizando teste de causalidade de Granger, função resposta a impulso e decomposição da variância do erro de previsão, das séries de retornos dos índices dos mercados emergentes: brasileiro, russo e chinês e mercados desenvolvidos: americano, inglês e japonês, conclui-se que:

- O mercado brasileiro mostrou ter influência sobre os mercados russo e chinês, enquanto o mercado brasileiro não é influenciado por estes mercados.
- O mercado americano mostrou ter influência na previsão dos índices dos mercados inglês e japonês, enquanto o mercado americano não é influenciado por nenhum desses mercados.
- Para estimar os retornos dos índices dos mercados brasileiro, russo e chinês é importante considerar o índice Dow Jones, pois estes mercados são influenciados pelo mercado americano.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

BOLSA de Valores de São Paulo. Disponível em: < <http://www.bovespa.com.br> >. Acesso em: 8 nov. 2008.

BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M.; REINSEL, G.C. **Time series analysis: forecasting and control**. 3. ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.

BRASIL,RÚSSIA,ÍNDIA e CHINA-BRIC. Disponível em: < <http://www2.camara.gov.br/fiquePorDentro/temasanteriores/bric>>. Acesso em: 09 nov. 2008a

BRASIL,RÚSSIA,ÍNDIA e CHINA-BRIC: o que é, características comuns dos países, economia, informações gerais, desenvolvimento econômico. Disponível em: <<http://www.suapesquisa.com/pesquisa/bric.htm>> Acesso em: 8 nov. 2008b.

BROCKWELL, P.J.; DAVIS, R.A. **Introduction to time series and forecasting**. 2. ed. New York: Springer, 2002.

CAVALCANTE, F. ; MISUMI, J. F. ; RUDGE, L. F. **Mercado de capitais: o que é, como funciona**. 6 ed. Rio de Janeiro: Campus, 2005.

CRYER, J.D.; CHAN, K. **Times series analysis: with applications in R**. 2. ed. New York: Springer, 2008.

DIEBOLD, F.X. **Elements of forecasting**. 3. ed. Pennsylvania: Thomson/South-Western, 2004.

FONTES, R.E. **Construção de um índice agrícola para o mercado derivativo de commodities agrícolas na BM&F**. 2006. 147p. Tese (Doutorado em Administração) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.

G8. Disponível em: < <http://www.brasilecola.com/geografia/g8.htm> >. Acesso em: 10 set. 2008.

GNEDENKO, B.V. **A Teoria da probabilidade**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

GUJARATI, D. **Econometria básica**. 4. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2006.

LAMOUNIER, W.M.; NOGUEIRA, E.M. Causalidade entre os retornos de mercados de capitais emergentes e desenvolvidos. **Revista de Contabilidade Finanças**, São Paulo, v.18, n. 43, p.34-48, jan./abr. 2007.

LEITE, H. de P.; SANVICENTE, A.Z. **Índice Bovespa**: um padrão para os investimentos brasileiros. São Paulo: Atlas, 1994.

SILVA, W.S. **Modelagem da Volatilidade dos Índices Financeiros Ibovespa, Dow Jones e Standard & Poors Utilizando Modelos da Classe ARCH**. 2003. 95p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. 2. ed. São Paulo: E. Blucher, 2006.

MORETTIN, P.A. **Econometria financeira**: um curso em séries temporais financeiras. São Paulo: E. Blucher, 2008.

PEREIRA, A.F.O.A.; COSTA JÚNIOR, N.C.A.; DANTAS, A.B. Causalidade e Co-integração das Principais Bolsas de Valores do Mundo e da América Latina. In: ENCONTRO DA ANPAD, 24., 2000. Florianópolis. **Anais ...** Florianópolis: Enanpad, 2000. Disponível em:  
<<http://www.anpad.org.br/enanpad/2002/dwn/enanpad2002-fin-806.pdf>>. Acesso em: 2 ago. 2008.

PEREIRA, A.F.O.A.; DANTAS, A.B; COSTA JÚNIOR, N.C.A. Estimação da co-integração das principais bolsas da América Latina, Estados Unidos e Japão pela metodologia Johanse. In: ENCONTRO DA ANPAD, 26., 2002, Salvador. **Anais ...** Salvador: Enanpad, 2002. Disponível em:  
<<http://www.anpad.org.br/evento.php?acao=trabalho&cod edicao subsecao=49&cod evento edicao=6&cod edicao trabalho=2522>>. Acesso em: 3 ago. 2008.

PEREIRA, A.F.O.A.; DANTAS, A.B; COSTA JÚNIOR, N.C.A. Crise, Co-integração e Previsão: uma aplicação nos mercados acionários da América Latina, Estados Unidos e Japão e Inglaterra. In: ENCONTRO DA ENANPAD, 28., 2004, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Enanpad, 2004. Disponível em:  
<<http://www.anpad.org.br/evento.php?=1&acao=trabalho&cod edicao subsecao=39&cod evento edicao=8&cod edicao trabalho=1155&idioma=3 self>>. Acesso em: 4 ago. 2008.

PINDYCK, R.S. ; RUBINFELD, D.L. **Econometria**: modelos e previsões. 4. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004.

PLANETA dinheiro. Disponível em: < <http://www.pladin.uol.com.br> >. Acesso em: 1 dez. 2008.

RTS Rússia Stock Exchange. Disponível em: <<http://www.rts.ru/?tid=541>>. Acesso em: 1 dez. 2008.

ZIVOT, E.; WANG, J. **Modeling financial time series with S-plus**. 2. ed. New York: Springer, 2005.