



LOUIZIANE RIBEIRO CARVALHO

**MODELOS PARA DESCREVER A CURVA DE LACTAÇÃO
DE OVELHAS SANTA INÊS E MISTIÇAS SANTA INÊS X
LACAUNE**

**LAVRAS – MG
2024**

LOUIZIANE RIBEIRO CARVALHO

**MODELOS PARA DESCREVER A CURVA DE LACTAÇÃO DE OVELHAS SANTA
INÊS E MESTIÇAS SANTA INÊS X LACAUNE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

**LAVRAS – MG
2024**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Carvalho, Louiziane Ribeiro.

Modelos para descrever a curva de lactação de ovelhas Santa
Inês e mestiças Santa Inês x Lacaune / Louiziane Ribeiro Carvalho.
- 2024.

69 p.

Orientador(a): Joel Augusto Muniz.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de
Lavras, 2024.

Bibliografia.

1. Modelos não lineares. 2. Modelo Wood. 3. Ovinocultura
leiteira. I. Muniz, Joel Augusto. II. Título.

LOUIZIANE RIBEIRO CARVALHO

**MODELOS PARA DESCREVER A CURVA DE LACTAÇÃO DE OVELHAS SANTA
INÊS E MISTIÇAS SANTA INÊS X LACAUNE**

**MODELS TO DESCRIBE THE LACTATION CURVE OF SANTA INÊS SHEEP AND
SANTA INÊS X LACAUNE CROSSBRED SHEEP**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

Aprovada em 10 de outubro de 2024.

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes UFLA
Prof.^a Dr.^a Taciana Villela Savian ESALQ - USP

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

**LAVRAS – MG
2024**

DEDICO

este trabalho *in memoriam*

a dois grandes pesquisadores da Estatística e Experimentação Agropecuária:
professor **Luiz Henrique de Aquino**, meu primeiro orientador na Estatística

(querido professor “Caveira”) e

Fabyano Fonseca e Silva, com quem eu tive o privilégio

de conviver e adquirir conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida, resiliência, força e determinação para superar os obstáculos e ir atrás dos meus objetivos.

Aos meus amados filhos, Henrique, João e Lucas, pelo amor, carinho e compreensão. Vocês são minha vida, meu mundo, meu tudo.

Aos meus pais, Angela e Carlos, pelo exemplo de vida e por todo apoio.

Ao meu amado irmão Armando pelo exemplo, pela ajuda, pelo carinho e respeito.

A minha família, por todo apoio e carinho, especialmente: tia Maria, tia Dorinha, tia Mundinha, e os queridos primos e primas: Rinaldi, Stella, Lívia, Cacá, Lilian, Suelen e Lucas.

Aos meus amigos, especialmente Eliana, Alex, Eliane e ao grupo “PC” pela torcida, carinho e compreensão.

Aos colegas da matemática, Lucas, Thaís, Erlizei, Mirlana e Pedro, que mesmo à distância continuaram torcendo por mim.

Aos meus orientadores da monitoria, professores Paulo Cesar Lima, Paulo Henrique e Sérgio.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), pelo ensino de excelência e por estar presente em boa parte da minha vida, me proporcionando conhecer pessoas incríveis.

Ao Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas (ICET) pelos professores e funcionários, especialmente Maria, Magali e Fernando.

Ao Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos.

Ao meu querido orientador, professor Joel, por ter me acolhido, acreditado em mim e compartilhado muitos ensinamentos.

Ao professor Tales pela enorme contribuição na minha pesquisa, por ter me encorajado a fazer a pós-graduação na Estatística e por ser um grande exemplo de professor e pesquisador.

À professora Taciana, pela disponibilidade, pela grande contribuição no meu trabalho e por ser um exemplo como ser humano e profissional. Esse reencontro trouxe boas lembranças “da época em que eu era feliz e não sabia”, como dizia nosso querido professor Luiz Henrique.

Ao professor Nakamura por todo conhecimento compartilhado, apoio e compreensão.

Ao professor Sérgio pelos ensinamentos e grande ajuda.

Ao professor Luiz Otávio pela simpatia, disponibilidade e ajuda.

À professora Thelma pelos ensinamentos compartilhados e pela compreensão.

A todo o corpo docente do Departamento de Estatística que tem contribuído com minha formação, especialmente, o professor Daniel, a professora Izabela e a professora Carla.

À professora Iraídes do Departamento de Zootecnia da UFLA e ao professor Idalmo do Departamento de Zootecnia da UFMG pela disponibilidade e ajuda.

À minha grande e querida amiga Maria Vitória, uma das pessoas mais iluminadas que já conheci, por todo carinho e ajuda.

Às queridas colegas e amigas Victória e Valdeline pelo carinho e apoio.

À querida colega e amiga Natiele por me ajudar a “dar os primeiros passos” nos modelos não lineares.

À minha queridíssima amiga Vivi, pelo carinho, ajuda e alegria contagiante.

Ao colega Rafael Genaro pela ajuda ao longo do curso e pela valiosa contribuição no meu trabalho.

A todos os colegas da pós-graduação pelo convívio e companheirismo, especialmente, Raul, Alex, Taís, Giovani, Sara, Lucas, Gean, Ali e Roxana.

Aos colegas do NLIN, Núcleo de Estudos em Regressão Não Lineares Aplicada, pela troca de conhecimentos e experiências, especialmente Mirian, Edilene e Rafaela pelos ensinamentos e ajuda.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha trajetória:

MEU MUITO OBRIGADA.

RESUMO

A ovinocultura leiteira, embora represente uma menor parcela quando comparada à produção de carne ovina, é uma atividade de grande importância em várias regiões do mundo. O leite de ovelha é mais concentrado que o leite de cabra e vaca, servindo como base para produtos lácteos de alto valor agregado. A produção de leite de ovelha no Brasil é recente, com destaque para a raça leiteira Lacaune, de origem francesa. Já a raça Santa Inês, de origem brasileira, é especializada na produção de carne. A curva de lactação representa a produção de leite ao longo do tempo, destacando-se como uma ferramenta importante no manejo nutricional e melhoramento genético do rebanho. O objetivo deste estudo foi comparar diferentes modelos de regressão para descrever a curva de lactação de ovelhas da raça Santa Inês e do cruzamento entre as raças Santa Inês e Lacaune (mestiças). Adicionalmente, por meio de cálculos foram obtidas equações para estimar o pico de lactação e a produção total de leite para os modelos estudados. Os dados analisados foram extraídos do estudo de Ferreira (2009). Foram utilizados os modelos propostos por Brody *et al.* (1924), Nelder (1966), Wood (1967), Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995) e Cobuci *et al.* (2000). Para estimar os parâmetros dos modelos, foi utilizado o método de mínimos quadrados, usando o algoritmo de convergência de Gauss-Newton, no *software* R. A análise de resíduos incluiu testes de normalidade (Shapiro-Wilk), homocedasticidade (Breusch-Pagan) e independência (Durbin-Watson). A qualidade de ajuste dos modelos foi avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e do critério de informação de Akaike (AIC). Com base nos critérios de avaliação e qualidade de ajuste, pela vantagem da interpretação prática dos parâmetros e pela possibilidade de estimar a persistência da lactação, o modelo Wood foi considerado o melhor modelo para descrever a curva de lactação de ovelhas. As estimativas dos parâmetros do modelo Wood para as ovelhas Santa Inês foram: $a = 1,033$; $b = 0,267$ e $c = 0,061$; e para as ovelhas mestiças: $a = 1,611$; $b = 0,434$ e $c = 0,102$. O pico de produção, estimado pelo modelo Wood, foi de 1,174 litro para as ovelhas Santa Inês e 1,954 litro para as ovelhas mestiças, ambos ocorrendo entre a 4ª e 5ª semana de lactação. A produção total de leite foi de 108 litros para as ovelhas Santa Inês e 164 litros para as mestiças. A persistência da lactação, estimada pelo modelo Wood, foi de 3,55 e 3,27 para as ovelhas Santa Inês e mestiças, respectivamente. Foram obtidas as equações e as estimativas que caracterizam o pico de lactação e a produção total de leite para os modelos em estudo.

Palavras-chave: modelos não lineares; modelo Wood; ovinocultura leiteira.

ABSTRACT

Dairy sheep farming, although a smaller segment compared to sheep meat production, plays a significant role in various regions of the world. Sheep milk is more concentrated than goat and cow milk, serving as the basis for high-value-added dairy products. Sheep milk production in Brazil is relatively recent, with the Lacaune breed, a French dairy breed, standing out. In contrast, the Santa Inês breed, of Brazilian origin, is specialized in meat production. The lactation curve, which represents milk production over time, is an important tool for nutritional management and genetic improvement of the herd. The objective of this study was to compare different regression models to describe the lactation curve of Santa Inês sheep and crossbred sheep (a mix of Santa Inês and Lacaune breeds). Additionally, equations were derived to estimate the lactation peak and total milk production for the studied models. The data analyzed were extracted from the study by Ferreira (2009). The models proposed by Brody *et al.* (1924), Nelder (1966), Wood (1967), Cappio-Borlino, Pulina, and Rossi (1995), and Cobuci *et al.* (2000) were used. Model parameters were estimated using the least squares method with the Gauss-Newton convergence algorithm in R software. Residual analysis included normality (Shapiro-Wilk), homoscedasticity (Breusch-Pagan), and independence (Durbin-Watson) tests. Model fit quality was assessed using the adjusted coefficient of determination (R_{aj}^2) and the Akaike Information Criterion (AIC). Based on the evaluation criteria, fit quality, practical interpretability of model parameters, and the ability to estimate lactation persistence, the Wood model was considered the best for describing the lactation curve of sheep. The parameter estimates for the Wood model were: $a = 1.033$, $b = 0.267$, and $c = 0.061$ for Santa Inês sheep, and $a = 1.611$, $b = 0.434$, and $c = 0.102$ for crossbred sheep. The lactation peak, as estimated by the Wood model, was 1.174 liters for Santa Inês sheep and 1.954 liters for crossbred sheep, both occurring between the 4th and 5th weeks of lactation. Total milk production was 108 liters for Santa Inês sheep and 164 liters for crossbred sheep. Lactation persistence, estimated by the Wood model, was 3.55 for Santa Inês and 3.27 for crossbred sheep. Equations and estimates were derived to characterize the lactation peak and total milk production for the models under study.

Keywords: nonlinear models; Wood model; dairy sheep farming.

INDICADORES DE IMPACTO

O estudo sobre modelos de regressão para descrever a curva de lactação de ovelhas da raça Santa Inês e do cruzamento Santa Inês x Lacaune oferece contribuições significativas para a ovinocultura leiteira no Brasil, uma atividade ainda recente e com grande potencial de expansão. A principal raça leiteira criada no país, a Lacaune, de origem europeia, contrasta com a Santa Inês, uma raça brasileira tradicionalmente voltada para a produção de carne, mas cujo potencial produtivo de leite foi explorado nesta pesquisa. Os resultados evidenciam que a raça Santa Inês pode ser uma alternativa para valorizar os recursos genéticos nacionais e diversificar a ovinocultura leiteira no país. O trabalho é relevante pela aplicação de modelos de regressão em um contexto com escassez de estudos sobre curvas de lactação de ovelhas no Brasil, oferecendo dados e análises que podem subsidiar futuras pesquisas e melhorias na modelagem de sistemas agropecuários. Socialmente, a pesquisa beneficia produtores rurais ao promover o fortalecimento da ovinocultura leiteira, e tecnicamente, contribui para o manejo e a seleção genética mais eficazes. Economicamente, os resultados mostram que a produção de leite de ovelha pode ampliar a rentabilidade da criação de ovinos.

IMPACT INDICATORS

This study on regression models to describe the lactation curve of Santa Inês sheep and Santa Inês x Lacaune crossbred sheep makes significant contributions to the development of dairy sheep farming in Brazil, an emerging sector with considerable potential for growth. The primary dairy breed raised in the country, the Lacaune, of European origin, contrasts with the Santa Inês, a traditional Brazilian breed primarily focused on meat production but whose milk production potential was explored in this research. The results reveal that the Santa Inês breed can serve as an alternative to enhance national genetic resources and diversify dairy sheep farming in Brazil. This study is particularly relevant for its application of regression models in a context where research on sheep lactation curves in Brazil is scarce, offering data and analyses that can inform future studies and advancements in agricultural systems modeling. Socially, the research supports rural producers by strengthening dairy sheep farming, while technically, it contributes to more effective management and genetic selection practices. Economically, the findings demonstrate that sheep milk production can improve the profitability of sheep farming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Ovelhas da raça Santa Inês	20
Figura 2.2	Ovelhas da raça Lacaune	21
Figura 2.3	Gráfico da curva de lactação	21
Figura 2.4	Gráfico da função densidade de probabilidade gama	31
Figura 2.5	Curva de lactação conforme a descrição de Wood (1967)	33
Figura 4.1	Curva de lactação, dos modelos estudados, para ovelhas da raça Santa Inês ...	44
Figura 4.2	Curvas de lactação, dos modelos estudados, para ovelhas mestiças	44
Figura 4.3	Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas Santa Inês	48
Figura 4.4	Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas mestiças	49
Figura 4.5	Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas	50
Figura A.1	Modelo Brody <i>et al.</i> (1924) para curva de lactação de ovelhas	66
Figura A.2	Modelo Nelder (1966) para curva de lactação de ovelhas	67
Figura A.3	Modelo Cappio-Borlino <i>et al.</i> (1995) para curva de lactação de ovelhas	68
Figura A.4	Modelo Cobuci <i>et al.</i> (2000) para curva de lactação de ovelhas	69

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1	Modelos utilizados no estudo da curva de lactação de ovelhas	38
Quadro 4.1	Modelos utilizados no estudo	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Composição do leite de diferentes espécies (g/100ml)18
Tabela 3.1	Valores iniciais utilizados no <i>software</i> R de acesso livre (R Core Team, 2024) para estimação dos parâmetros dos modelos estudados.....39
Tabela 4.1	Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros dos modelos para curvas de lactação de ovelhas43
Tabela 4.2	Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos estudados para curva de lactação de ovelhas Santa Inês e mestiças Santa Inês x Lacaune45
Tabela 4.3	Avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos estudados para curva de lactação de ovelhas Santa Inês e mestiças Lacaune x Santa Inês46
Tabela 4.4	Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros do modelo Wood para curva de lactação de ovelhas47
Tabela 4.5	Estimativas da persistência da lactação de ovelhas51
Tabela 4.6	Estimativas para a data do pico de lactação (x_{max}), a produção no pico (Y_{max}) e a produção total de leite (PT)57
Tabela A.1	Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros dos modelos para as curvas de lactação de ovelhas64

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Os ovinos e a ovinocultura leiteira	17
2.1.1	O leite de ovelha	18
2.1.2	A raça Santa Inês	19
2.1.3	A raça Lacaune	20
2.2	Curvas de Lactação	21
2.3	Modelos de regressão	22
2.4	Modelos de regressão lineares e não lineares	23
2.5	Métodos de estimação de parâmetros dos modelos	25
2.5.1	Modelo de regressão linear	25
2.5.2	Modelos de regressão não lineares	26
2.6	Modelos para curva de lactação	28
2.6.1	Modelo Brody	28
2.6.2	Modelo Nelder	29
2.6.3	Modelo Wood	30
2.6.4	Modelo Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (Modelo Cappio).....	33
2.6.5	Modelo Cobuci.....	34
2.7	Crítérios para avaliação dos modelos	35
2.7.1	Coeficiente de determinação (R^2) e Coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2)... 35	
2.7.2	Crítério de Informação de Akaike (AIC).....	35
3	METODOLOGIA.....	37
3.1	Manejo e Delineamento Experimental	37
3.2	Modelos e estimação dos parâmetros	38
3.3	Análise dos resíduos.....	39
3.4	Comparação e seleção dos modelos	40
3.5	Pico de lactação	40
3.6	Produção total de leite.....	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
4.1	Estimativa dos parâmetros dos modelos.....	42
4.2	Análise de resíduos.....	45
4.3	Avaliação dos modelos	45
4.4	Modelo Wood	47

4.4.1	Persistência da lactação	50
4.5	Equações para estimar o pico de lactação e a produção total	52
4.5.1	Modelo Brody	52
4.5.2	Modelo Nelder	53
4.5.3	Modelo Wood	54
4.5.4	Modelo Cappio-Borlino.....	54
4.5.5	Modelo Cobuci.....	55
4.6	Estimativas do pico de lactação e da produção total de leite.....	56
5	CONCLUSÕES	59
	REFERÊNCIAS	60
	APÊNDICE A.....	64

1 INTRODUÇÃO

Os ovinos são considerados um dos primeiros animais domesticados e criados pelo homem. Esses animais podem ser explorados para produção de carne e/ou leite, pele e lã, com importância econômica e social em diversas regiões do mundo, especialmente na Ásia e na África, onde encontram-se os maiores rebanhos mundiais e a criação de ovinos é tradicional. No Brasil, a ovinocultura é uma atividade de destaque, especialmente no Nordeste, onde o clima semiárido favorece a criação extensiva dos animais, destinados para a produção de carne. A maior parte do rebanho nacional é destinada ao abate e comercialização da carne, principalmente de animais jovens. Os estados da Bahia, Pernambuco e Rio Grande do Sul possuem os maiores rebanhos ovinos nacionais.

As ovelhas têm sido criadas para produção de leite há 11.000 anos, antes mesmo da criação de bovinos. No entanto, a indústria do leite de ovelha é menor quando comparada à indústria do leite de vaca (Nguyen, 2022). Em 2018, a produção de leite de vaca representava 81% da produção de leite produzida no mundo, enquanto o leite ovino correspondia a 1,3% da produção (Roy *et al.*, 2020).

A ovinocultura leiteira, embora tenha uma menor representatividade na atividade leiteira e corresponda uma menor parcela em comparação com a produção da carne ovina, é uma atividade de grande importância econômica e social em várias regiões do mundo. Países como Espanha, França, Itália e Grécia se destacam na produção de leite e queijos de ovelha. No Brasil, a atividade leiteira dentro da ovinocultura é uma atividade recente, porém promissora, especialmente nas regiões Sul e Sudeste, principalmente devido às condições climáticas e de manejo serem favoráveis ao desenvolvimento da ovinocultura leiteira.

A raça Santa Inês, originária do Nordeste brasileiro, é amplamente criada em nosso território, especialmente para produção de carne. Entretanto, pelo fato de apresentar boa habilidade materna, ela pode ser considerada com potencial para a produção de leite. Por outro lado, a raça Lacaune, originária da França, é uma raça especializada na produção de leite que passou por um intenso processo de melhoramento genético, apresentando alta produtividade.

Devido às suas propriedades, principalmente o elevado teor em sólidos totais, o leite de ovelha serve como base para uma variedade de produtos lácteos de alto valor agregado (Araújo *et al.*, 2024), como queijos e iogurte. O leite ovino se destaca, especialmente na fabricação de queijos com aromas e sabores especiais e de alto valor comercial, como o Roquefort (francês), o Serra da Estrela (português) e o Pecorino (italiano).

O controle leiteiro é a melhor forma de registrar a produção de leite durante a lactação e vida dos animais. Uma forma prática de utilizar esta informação é por meio do estudo da curva de lactação, que é definida como a representação gráfica da produção de leite em função do tempo. Conhecer o formato da curva de lactação e suas implicações é importante para a interpretação de dados observacionais e experimentais, previsão da produção total de leite nas fases iniciais da lactação ou em lactações incompletas, além de ser uma ferramenta para a tomada de decisão no manejo do rebanho em relação a programas de nutrição, melhoramento genético e monitoramento de saúde (Angeles-Hernandez *et al.*, 2021). Na atividade leiteira os modelos de regressão constituem uma importante ferramenta estatística para análise da curva de lactação.

A ovinocultura leiteira é uma atividade relativamente recente no Brasil, sendo limitado o conhecimento do desempenho de ovelhas leiteiras de diferentes raças em nosso território. Na literatura, grande parte dos estudos de curva de lactação são provenientes de dados de bovinos leiteiros, havendo uma lacuna com relação ao conhecimento sobre o uso de modelos para descrever a curva de lactação de ovinos. Essa lacuna é ainda mais evidente no caso de raças nativas, como a Santa Inês, amplamente distribuída em várias regiões do país, e de seus cruzamentos com raças especializadas na produção de leite, como a Lacaune.

O presente estudo teve como objetivo investigar e comparar diferentes modelos de regressão para curvas de lactação de ovelhas da raça Santa Inês e do cruzamento Santa Inês x Lacaune. Além disso, foram obtidas equações para calcular a produção máxima de leite e o tempo em que ela ocorre (pico de lactação) e a produção total de leite ao longo da lactação, para todos os modelos analisados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção apresenta uma revisão sobre a ovinocultura leiteira, as raças Santa Inês e Lacaune, curva de lactação e os modelos de regressão usados para sua análise, assim como os critérios para avaliação de modelos.

2.1 Os ovinos e a ovinocultura leiteira

A principal atividade econômica da criação de ovinos é o abate e comercialização da carne, principalmente de animais jovens. No Nordeste do Brasil a ovinocultura é predominantemente voltada para a produção de carne, onde os animais são criados, na maioria das vezes, de forma extensiva, com pouco ou nenhum controle. O rebanho nessa região é composto por animais Sem Raças Definidas (SRD) ou raças nativas, como a raça Santa Inês e a raça Dorper. Já nas regiões Sul e Sudeste do país é mais utilizado o sistema de confinamento com raças especializadas (Santos *et al.*, 2023).

De acordo com a FAO (Food and Agriculture Organization), em 2021, o continente asiático possuía o maior rebanho de ovinos do mundo, com 44,4% do efetivo mundial, seguido pela África, que detinha 32,4%. Segundo dados do IBGE, em 2022 o rebanho ovino brasileiro era estimado em 21.514.274 cabeças, sendo 15.039.060 delas presentes na região Nordeste, o que corresponde a 69,9% do total do país. A região Sul com 4.252.299 e o Sudeste com 597.786 animais possuem, respectivamente, 19,77% e 2,78% do rebanho nacional. Os estados brasileiros com maior número de ovinos são Bahia (4,3 milhões de cabeças), Pernambuco (3,5 milhões de animais) e Rio Grande do Sul (3,3 milhões de cabeças), seguidos por Ceará e Piauí com cerca de 2,5 e 1,7 milhões de animais, respectivamente.

A exploração de ovinos para produção de leite é recente, visto que seus estudos e produção em escala comercial aumentaram significativamente a partir do ano 2000 na Europa, em países como Portugal, Espanha, França, Itália, Alemanha, Grécia, Reino Unido e Suíça, bem como em alguns países do Oriente Médio, como Israel, seguidos pelos países da América do Norte. No Brasil, a ovinocultura leiteira teve seu início na década de 1990, com a importação de animais da raça Lacaune da França (Figueira *et al.*, 2018).

A Ásia fornece 45,1% do leite de ovelha produzido em todo mundo, seguido pela Europa (30,5%), enquanto a produção da África corresponde a 23,6% e das Américas apenas 0,9%. Os países onde se concentram as maiores produções de leite de ovelha são China, Turquia, Grécia, Síria e Espanha, seguido por Argélia, Itália, Sudão, Romênia e Iran. Diferentes tipos de queijos

podem ser produzidos a partir do leite de ovelha. Com relação à produção de queijo de leite de ovelha, os maiores produtores são Europa (58,1%) e Ásia (34,1%), enquanto a África produz 6,8% e as Américas 1%. Os maiores produtores de queijo de leite de ovelha são Grécia, Itália, China, Espanha e França (FAOSTAT, 2022). No Brasil, as maiores produções de leite de ovelha encontram-se nos estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Minas Gerais.

As principais raças de ovinos leiteiros no mundo são: East Frisian (Alemanha), Lacaune (França), Manchega (Espanha), Sarda (Itália) e Awassi e Assaf (Israel). No Brasil, os genótipos de destaque na ovinocultura leiteira são as raças Lacaune e East Friesian (Araújo *et al.*, 2024).

2.1.1 O leite de ovelha

O leite de ovelha é conhecido por seu alto valor nutricional, possuindo maior concentração de proteína, gordura, minerais e vitaminas quando comparado ao leite de vaca e cabra (Nguyen, 2022). O seu elevado rendimento na fabricação de queijos pode ser explicado pela sua alta concentração em sólidos totais. Na Tabela 2.1 podemos observar a composição média do leite de diferentes espécies.

Tabela 2.1 – Composição do leite de diferentes espécies (g/100ml).

Constituinte	Espécie			
	Ovelha	Cabra	Vaca	Búfala
Sólidos totais	18,1 – 20,0	11,9 – 16,3	11,8 – 13,0	15,7 – 17,2
Gordura	5,00 – 9,00	3,00 – 7,20	3,30 – 5,40	5,30 – 9,00
Lactose	4,10 – 5,90	3,20 – 5,00	4,40 – 5,60	3,20 – 4,90
Proteína	4,50 – 7,00	3,00 – 5,20	3,00 – 3,90	2,70 – 4,70
Caseína	4,18 – 5,26	2,33 – 4,63	2,46 – 2,80	3,20 – 4,00

Fonte: Adaptada de Roy *et al.* (2020).

O teor de gordura do leite de ovelha é superior em relação aos leites de vaca e cabra, o que contribui para seu sabor característico e cremosidade. Os glóbulos de gordura do leite de ovelha são menores e mais dispersos, aumentando sua digestibilidade. A caseína é a principal proteína encontrada no leite ovino, constituindo cerca de 80% do conteúdo proteico total. A alta concentração em caseína favorece a coagulação do leite, tornando o processo de fabricação de queijos mais eficiente, visto que ela tem uma correlação positiva com a quantidade de queijo produzida (Nguyen, 2022).

O leite de ovelha contém aminoácidos e nutrientes essenciais para o consumo humano, além de oferecer um perfil exclusivo de ácidos graxos. A coalhada formada a partir do leite ovino é mais macia, o que auxilia a digestão e a tolerância dos indivíduos (Roy *et al.*, 2020).

De acordo com Araújo *et al.* (2024), o leite de ovelha é uma fonte rica em nutrientes e serve como base para uma variedade de produtos lácteos de alto valor agregado, como queijos e iogurte.

2.1.2 A raça Santa Inês

A raça Santa Inês tem sua origem no Nordeste do Brasil a partir do cruzamento de diferentes raças. No entanto, existem controvérsias em relação às raças que formam sua base genética. A mais provável, conforme Sousa *et al.* (2003), poderia ser traçada a partir da combinação dos seguintes genótipos: as raças Crioula, Bergamácia e Morada Nova, juntamente com ovinos deslanados oriundos do continente africano e finalmente à adição das raças Somalis e Suffolk.

Os ovinos Santa Inês são deslanados e podem apresentar quatro tipos de pelagem: branca, chitada, vermelha e preta (Silva Sobrinho, 2001). Sob condições normais de pastejo e manejo alimentar, o peso de uma ovelha adulta varia entre 40 e 60 kg, enquanto os machos podem chegar a até 120 kg (Sousa *et al.*, 2003). As fêmeas são prolíferas e possuem boa habilidade materna.

A raça Santa Inês possui alto valor adaptativo e reprodutivo, destacando-se como uma excelente opção para a produção de carne em quase todas as regiões do Brasil. Além disso, apresenta boa resistência a parasitas gastrointestinais, excelente qualidade de pele e bom desenvolvimento ponderal. Esses atributos a colocam em uma posição estratégica como uma reserva de diversidade genética viável para uso em programas de melhoramento por meio de seleção e cruzamentos (Sousa *et al.*, 2003).

Embora o rebanho de ovinos da raça Santa Inês tenha grande representatividade no território nacional, o conhecimento sobre a produtividade leiteira desses animais é limitado. No estudo de Ribeiro *et al.* (2007), os autores relatam que a produção média de leite, para 133 dias de lactação, pode chegar a 1,07 Kg com um teor de gordura de 5,84%, e ainda que o rendimento em queijo é de 4,80; 8,29 e 5,99 litros de leite por quilo de queijo, respectivamente para os queijos tipo Azeitão, tipo Pecorino e tipo Roquefort.

Figura 2.1 – Ovelhas da raça Santa Inês.



Fonte: Góes (2024).

2.1.3 A raça Lacaune

A raça Lacaune, desenvolvida em meados do século passado, tem sua origem nas regiões montanhosas do sul da França, a partir de genótipos locais (Figueira *et al.*, 2018). No Brasil, a raça foi introduzida na década de 1990 e se tornou a base dos rebanhos especializados na produção de leite ovino. O Rio Grande do Sul foi o primeiro estado a importar animais dessa raça (Brito *et al.*, 2006). Posteriormente, a raça foi disseminada para outros estados do Sul, como Santa Catarina e Paraná, e para alguns estados do Sudeste: Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo, além do Distrito Federal. A disseminação ocorreu principalmente a partir dos genótipos importados na década de 1990. Conforme Figueira *et al.* (2018), apenas em 2012 é que houve a entrada de uma nova base genética pela importação de sêmen da raça Lacaune.

Os ovinos Lacaune apresentam pelagem predominantemente branca, com poucos traços de pigmentação e a lã não cobre todo o corpo do animal, estando presente mais no dorso superior e metade das faces laterais do corpo e pescoço, a anca e parte dos membros superiores. O peso médio das fêmeas adultas é de 70 a 80 kg, enquanto os machos adultos pesam entre 95 a 100 kg (Figueira *et al.*, 2018).

É uma raça predominantemente leiteira, a sua lactação pode durar de 5 a 6 meses, com produção média de dois litros de leite por dia. No pico da lactação, que ocorre entre 30 a 40 dias pós-parto, a produção de leite desses animais pode atingir três litros diários (Siqueira e Emediato, 2013). A raça Lacaune passou por programas de melhoramento genético resultando em aumento da produção de leite e melhora da composição da carcaça dos cordeiros destinados ao abate (Barillet *et al.*, 2001).

Figura 2.2 – Ovelhas da raça Lacaune.

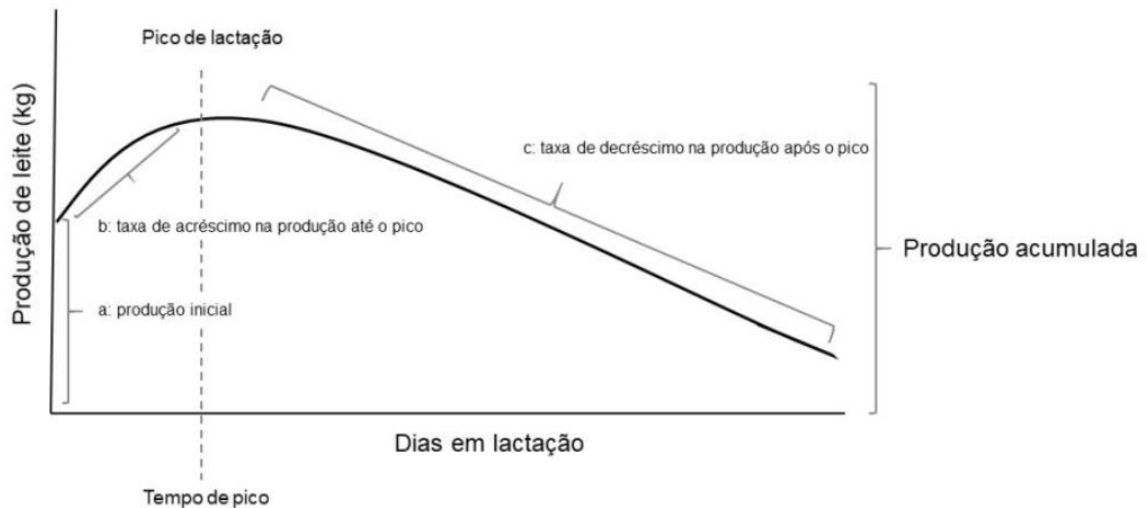


Fonte: Nosso Campo, TV TEM (2018).

2.2 Curvas de Lactação

A curva de lactação é a representação gráfica da produção de leite do animal em função do tempo. Um gráfico de produção ao longo do tempo pode ser dividido em três segmentos: o aumento da produção do parto até que se atinja o pico da lactação, o pico de lactação e o declínio contínuo do pico até a fase final da lactação (Ali e Schaeffer, 1987). A Figura 2.3 representa uma curva de lactação com suas três fases: a fase crescente até o pico de produção, o pico de lactação e a fase decrescente até o final da lactação.

Figura 2.3 – Gráfico da curva de lactação.



Fonte: Adaptada de Daltro (2018).

Wood (1980) considera o conhecimento da curva de lactação de extrema importância para determinar o manejo nutricional de animais em lactação, além de permitir estimar a produção total por lactação, o pico de produção e a persistência de lactação.

A curva de lactação possibilita acompanhar a evolução da produção leiteira dos animais, com o conhecimento de suas variações ao longo de uma lactação, avaliando um animal ou um grupo deles e estimando sua produção de leite parcial ou total (McManus *et al.*, 2003). A forma da curva pode ser influenciada por diversos fatores, tais como o genótipo, o ano de parição, a estação do parto e a idade do animal ao parto (Cobuci *et al.*, 2000; Rosa *et al.*, 2022).

Jacopini *et al.* (2016) destaca que o estudo do comportamento produtivo através da curva de lactação contribui na tomada de decisões sobre o manejo alimentar, o descarte de animais de acordo com o padrão produtivo desejável, além de possibilitar a avaliação de reprodutores com base na produtividade de suas filhas. A curva de lactação tem importância significativa, pois facilita a caracterização da produtividade do animal ao longo da lactação, permitindo a identificação do tempo até o pico, a produção máxima, a persistência e a duração da lactação (Rekaya *et al.*, 2000).

A modelagem da curva de lactação é importante para a interpretação de dados observacionais e experimentais, previsão da produção total de leite nas fases iniciais da lactação ou em lactações incompletas, pois serve como uma ferramenta para a tomada de decisão no manejo do rebanho em relação a programas de nutrição, melhoramento genético e monitoramento de saúde (Angeles-Hernandez *et al.*, 2021). No entanto, embora existam diversas pesquisas relacionadas à curva de lactação de bovinos e, em menor número de caprinos, há uma lacuna com relação ao comportamento da produção de leite de ovelhas, sendo necessário investigar se as mesmas técnicas de análise e os mesmos modelos podem ser ajustados no estudo da lactação de ovinos. Uma das formas mais utilizadas para analisar a curva de lactação de animais é por meio de modelos de regressão.

2.3 Modelos de regressão

A teoria de regressão teve origem no século XIX com Francis Galton (1822-1911). Em um artigo, Galton verificou que, embora existisse uma tendência de que pais altos tivessem filhos altos e pais baixos tivessem filhos baixos, a estatura média das crianças nascidas de pais com uma dada altura tendia a mover-se ou "regredir" à altura média da população como um todo (Galton, 1886).

Análise de regressão é uma abordagem estatística utilizada para estudar a relação existente entre variáveis através da construção de uma equação ou modelo. A utilização dessa técnica pode ter diferentes objetivos como predição, seleção de variáveis, estimação de

parâmetros e inferência. Ela é uma das técnicas estatísticas mais empregadas, com o propósito de modelar a relação entre variáveis por meio de funções matemáticas (Hoffmann, 2015).

Tais modelos são usados para descrever a relação entre uma variável Y , chamada variável dependente ou resposta, e uma ou mais variáveis X , geralmente chamadas de variáveis independentes ou explicativas. Matematicamente essa relação pode ser escrita como:

$$Y = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon$$

onde Y corresponde ao vetor dos valores observados ou variáveis dependentes; X as variáveis independentes; $\boldsymbol{\beta}$ o vetor de parâmetros do modelo; f a função que associa as variáveis e ε o vetor dos resíduos aleatórios atribuídos ao modelo, sendo independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal com média zero e variância constante, ou seja, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

2.4 Modelos de regressão lineares e não lineares

Nos estudos de regressão busca-se relacionar uma variável aleatória Y com uma ou mais variáveis X , especificando-se a função $f(\cdot)$ (Draper e Smith, 1998). Quando Y depende apenas de uma variável X , isto é,

$$Y_i = f(X_i, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) + \varepsilon_i$$

tem-se que $f(\cdot)$ é linear nos parâmetros $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ se tivermos como derivadas parciais:

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_j} = h(\mathbf{X}), \quad j = 0, 1, \dots, k,$$

sendo $h(\mathbf{X})$ dependente apenas de X_i , não dependendo de nenhum parâmetro. Neste caso temos os modelos lineares simples.

Outro caso comum é considerar Y como função de várias variáveis X :

$$Y_i = f(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k}, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) + \varepsilon_i$$

que é linear nos parâmetros se

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_j} = h(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k})$$

isto é, $h(\cdot)$ depende apenas de $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k}$. Esses são os modelos lineares múltiplos.

Um exemplo de função linear é o Modelo de Cobuci *et al.* (2000) para curva de lactação, onde a e c são os parâmetros do modelo:

$$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$$

obtendo as derivadas parciais, elas não dependem de nenhum parâmetro:

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = 1; \quad \frac{\partial Y}{\partial c} = -x$$

No caso de modelos não lineares, a função é não linear nos parâmetros se pelo menos uma das derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial \beta_j}$ depender de pelo menos um dos parâmetros.

Como exemplo de função não linear, temos o Modelo de Wood (1967) para curva de lactação, sendo a , b e c os parâmetros do modelo:

$$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$$

ao obter as derivadas parciais, elas dependem dos parâmetros:

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = x^b e^{-cx}; \quad \frac{\partial Y}{\partial b} = ax^b \ln(x) e^{-cx}; \quad \frac{\partial Y}{\partial c} = -ax^{b+1} e^{-cx}$$

Existem ainda os modelos que não são lineares em seus parâmetros inicialmente, mas que podem se tornar lineares através de alguma transformação. Como exemplo temos:

$$Y = e^{(\alpha + \beta x)} \varepsilon$$

obtendo as derivadas parciais, elas dependem dos parâmetros:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = e^{(\alpha + \beta x)}; \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = x e^{\alpha + \beta x}$$

Aplicando a transformação logarítmica em ambos os lados da equação, como o erro é multiplicativo, obtemos:

$$\ln(Y) = \alpha + \beta x + \ln(\varepsilon)$$

e ao obter as derivadas parciais, nenhuma delas depende de algum parâmetro, caracterizando o modelo linearizável.

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = 1 \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = x$$

2.5 Métodos de estimação de parâmetros dos modelos

Ao definir um modelo de regressão, busca-se estimar os parâmetros do modelo, de tal forma que os desvios entre os valores observados e estimados sejam mínimos.

2.5.1 Modelo de regressão linear

Para estimar os parâmetros de um modelo de regressão linear simples, por exemplo,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$$

de um conjunto de n observações ($i = 1, \dots, n$), o método mais utilizado é o método de mínimos quadrados, que consiste em minimizar a soma de quadrado dos resíduos. A partir da função soma de quadrado dos desvios, deriva-se em relação aos parâmetros, iguala-se a zero e se resolve o sistema de equação obtido. Assim, temos as estimativas de quadrados mínimos dos parâmetros (Mischán e Pinho, 2014). Ilustrando matricialmente o exemplo acima temos:

$$\mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{X}_{n \times p} \boldsymbol{\beta}_{p \times 1} + \boldsymbol{\epsilon}_{n \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$$

Como o processo consiste em minimizar a soma de quadrado dos desvios das n observações de Y em relação aos valores de \hat{Y} preditos, temos:

$$SQRes(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2 = \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_i' \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_i = (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}})' (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{Y}' \mathbf{Y} - 2 \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}' \mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

derivando em relação à $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ e igualando a zero obtemos o Sistema de Equações Normais (SEN):

$$-2 \mathbf{X}' \mathbf{Y} + 2 \mathbf{X}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$\mathbf{X}' \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}' \mathbf{Y} \quad (\text{SEN})$$

que permite estimar o vetor de parâmetros do modelo:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

2.5.2 Modelos de regressão não lineares

No caso de modelos não lineares, representado por

$$Y_i = f(X_i, \theta) + \epsilon_i$$

onde $\theta_{p \times 1}$ é o vetor de p parâmetros, pode-se também formar a função soma de quadrados de desvios, que deve ser minimizada para obter as estimativas dos parâmetros. Esta é, no entanto, uma tarefa mais complexa em relação aos modelos lineares, visto que não é possível obter uma solução por meio de fórmulas algébricas, devendo-se recorrer a métodos numéricos iterativos (Mischan e Pinho, 2014).

Como o método estima os parâmetros minimizando a soma de quadrados dos resíduos (*SQRes*), então:

$$\hat{\epsilon}_i = Y_i - f(X_i, \theta)$$

$$SQRes(\theta) = \sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2 = [Y_i - f(X_i; \theta)]^2$$

Temos que Y_i e X_i são observações fixas, a soma de quadrados estará em função de θ . Para encontrar $\hat{\theta}$, precisamos derivar a equação acima em relação a θ_j , em que j varia de 1 a p , sendo que p é o número de parâmetros do modelo. Isso fornece as p equações normais. As equações normais são da forma:

$$\sum [Y_i - f(X_i, \hat{\theta})] \left[\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{\theta=\hat{\theta}} = 0; \text{ para } j = 1, 2, \dots, p$$

onde $\left[\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{\theta=\hat{\theta}}$ é a derivada de $f(X_i, \theta)$ em relação a θ_j (Draper e Smith, 1998).

Como não é possível obter uma solução para o sistema de equações normais por meio de fórmulas algébricas, utiliza-se os métodos numéricos iterativos, sendo que o Método de Gauss-Newton é um dos mais usados para resolver o sistema e obter as estimativas dos parâmetros de modelos não lineares. O método consiste em linearizar a função não linear utilizando a série de Taylor, com aproximação até a derivada de primeira ordem.

De acordo com Draper e Smith (1998), o método de linearização utiliza os resultados dos mínimos quadrados lineares em uma sucessão de etapas. São estabelecidos valores iniciais

para os parâmetros, por meio de suposições ou estimativas preliminares. Espera-se que esses valores iniciais sejam aprimorados nas iterações sucessivas. Se realizarmos uma expansão em série de Taylor de $f(X, \theta)$ em torno do ponto θ_0 , e interrompemos a expansão na primeira derivada, podemos dizer que, aproximadamente, θ está próximo de θ_0 .

$$f(X_i, \theta) = f(X_i, \theta_0) + \sum_{j=1}^p \left[\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{\theta=\theta_0} (\theta_j - \theta_{j0})$$

se definirmos:

$$f(X_i, \theta_0) = f_i^0$$

$$\theta_j - \theta_{j0} = \beta_j^0$$

$$\left[\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{\theta=\theta_0} = Z_{ji}^0$$

podemos dizer que $Y_i = f(X_i, \theta) + \varepsilon_i$ é aproximadamente da forma:

$$Y_i - f_i^0 = \sum_{j=1}^p \beta_j^0 Z_{ji}^0 + \varepsilon_i$$

e a soma de quadrado dos desvios é:

$$SQRes(\theta) = \sum_{i=1}^n \left\{ Y_i - f(X_i, \theta_0) - \sum_{j=1}^p \beta_j^0 Z_{ji}^0 \right\}^2$$

com $\beta_j^0, j = 1, 2, \dots, p$, onde $\beta_j^0 = \theta_j - \theta_{j0}$. Então, $\theta_{j1}, j = 1, 2, \dots, p$, pode ser considerada a melhor estimativa de θ . Posteriormente, os valores das estimativas de θ_{j1} passam pelo mesmo processo descrito anteriormente, resultando nas estimativas de θ_{j2} , e assim por diante. Este processo iterativo continua e é repetido até obter a convergência, que ocorre quando um critério de parada é atingido:

$$(|\theta_{j(i+1)} - \theta_{ji}|) < \delta$$

onde δ é um valor fixo muito pequeno, por exemplo, $\delta = 10^{-6}$.

Os modelos de regressão não lineares, descritos anteriormente, são amplamente utilizados no estudo de processos biológicos e zootécnicos, como, por exemplo, no

desenvolvimento animal (Fernandes *et al.*, 2019), no crescimento de plantas como café e milho (Fernandes *et al.*, 2014; Gonzaga *et al.*, 2023) e na curva de lactação (Aruna *et al.*, 2024).

2.6 Modelos para curva de lactação

Modelos de curva de lactação possibilitam compreender a dinâmica da produção de leite ao longo da lactação, identificando métricas importantes, como o pico de produção e a persistência da lactação. Nos estudos sobre curva de lactação encontrados na literatura, na maior parte dos casos são utilizados dados de bovinos leiteiros. Em estudos sobre curva de lactação, Rosa *et al.* (2022), avaliaram diferentes modelos para curva de lactação de vacas Gir; Oliveira *et al.* (2020) ajustaram o modelo Wood aos dados de lactação de bovinos; ao passo que Abdelkrim *et al.* (2021) desenvolveram um modelo de curva de lactação para cabras leiteiras. Na maior parte dos casos, os autores utilizam dados de bovinos leiteiros, em menor proporção dados de caprinos, sendo ainda pouco explorado os dados de ovinos.

A escolha de modelos para curva de lactação utilizados pode divergir conforme a raça e a espécie. Dessa forma, o modelo mais adequado para caracterizar a curva de lactação pode variar entre raças em distintas condições ambientais (Ünal *et al.*, 2007).

Diferentes modelos matemáticos foram propostos, ao longo dos anos, para representar a produção de leite em função do tempo. De acordo com Abediran *et al.* (2012), estes modelos podem descrever a lactação por meio de parâmetros com interpretação biológica.

2.6.1 Modelo Brody

A primeira representação matemática para curva de lactação foi proposta por Brody e colaboradores, em 1923, para descrever a lactação de bovinos. Foi proposto o modelo exponencial seguinte:

$$Y = ae^{-bx} + \varepsilon \quad (1)$$

onde Y é a produção de leite, após o início do processo, a e b são os parâmetros do modelo e ε os resíduos. O parâmetro a corresponde ao valor teórico da produção aos dois meses de lactação e o parâmetro b à constante característica do declínio da produção após os dois meses de lactação. Esse primeiro modelo descreve uma curva decrescente, sendo útil apenas para representar a fase de declínio da produção de leite.

No ano seguinte, em 1924, Brody e colaboradores propuseram um outro modelo com duas fases, uma inicial de crescimento seguida por outra de declínio. De acordo com os autores,

a secreção de leite, após o segundo mês, diminui em uma progressão geométrica com o tempo. A curva após o segundo mês de lactação pode, portanto, ser representada pela equação (1) acima. Já a fase inicial da curva de lactação pode ser delineada pela função:

$$Y = a(1 - e^{-cx}) + \varepsilon \quad (2)$$

onde Y é a produção de leite, a e c são os parâmetros do modelo e ε os resíduos. O parâmetro c corresponde à constante característica da fase de elevação da lactação. A curva ascendente e de declínio pode ser representada pela equação que combina as equações (1) e (2), ou seja:

$$Y = ae^{-bx} - ae^{-cx} + \varepsilon \quad (3)$$

onde Y é a produção de leite, a , b e c são os parâmetros do modelo ε os resíduos.

O ponto de máximo da função pode ser obtido derivando Y em relação a x e igualando a zero, dessa forma estima-se o tempo em que ocorre o pico de lactação (x_{max}) dado por:

$$x_{max} = \ln\left(\frac{c}{b}\right) \times \frac{1}{c - b}$$

A produção máxima (Y_{max}) pode ser estimada substituindo x_{max} no modelo, obtendo:

$$Y_{max} = a \exp\left[-\frac{b}{c - b} \times \ln\left(\frac{c}{b}\right)\right] - a \exp\left[-\frac{c}{c - b} \times \ln\left(\frac{c}{b}\right)\right]$$

2.6.2 Modelo Nelder

No ano de 1966 Nelder propôs um modelo polinomial inverso para casos em que a variável resposta, apresenta inicialmente um aumento, seguido depois por uma queda. O modelo pode ser utilizado para descrever lactações que se iniciam com uma baixa taxa de crescimento e atingem o pico de produção em um período de tempo mais curto. O modelo Nelder é representado pela função:

$$Y = \frac{x}{(a + bx + cx^2)} + \varepsilon$$

em que Y é a produção de leite, a , b e c são os parâmetros do modelo e ε os resíduos. De acordo com Guimarães *et al.* (2006), o parâmetro a corresponde à taxa de crescimento da curva até o pico de produção; b representa a inclinação média da curva de lactação e c a inclinação na fase de declínio. Conforme Nelder (1966), os parâmetros a e c descrevem os extremos de subida e descida da curva respectivamente.

Podemos encontrar o ponto de máximo da função derivando Y em relação a x e posteriormente igualando a zero. Dessa forma obtemos:

$$x_{max} = \sqrt{\frac{a}{c}}$$

e substituindo o valor de x_{max} no modelo de Nelder obtemos a produção máxima (Y_{max}), dada por:

$$Y_{max} = \frac{1}{2(ac)^{0,5} + b}$$

2.6.3 Modelo Wood

O modelo mais utilizado nos estudos sobre curva de lactação é o modelo Wood, proposto em 1967. Este modelo permite a estimativa de características básicas da curva, como produção máxima, tempo para atingir essa produção, persistência da lactação - com apenas três parâmetros - além da produção para determinado dia (Wood, 1967). De acordo com Ferreira *et al.* (2015), o frequente ajuste do modelo de Wood deve-se à sua simplicidade e ao seu reduzido número de parâmetros, sendo uma recomendação para o delineamento da curva de lactação em situações práticas.

Segundo Wood (1967), a produção de leite aumenta rapidamente do parto até o pico de lactação, mantém-se por um período, e posteriormente decresce gradualmente até cessar a produção do animal, caracterizando uma curva do tipo gama.

A função gama (Γ) é definida por:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \alpha > 0$$

possuindo as propriedades:

$$\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha)$$

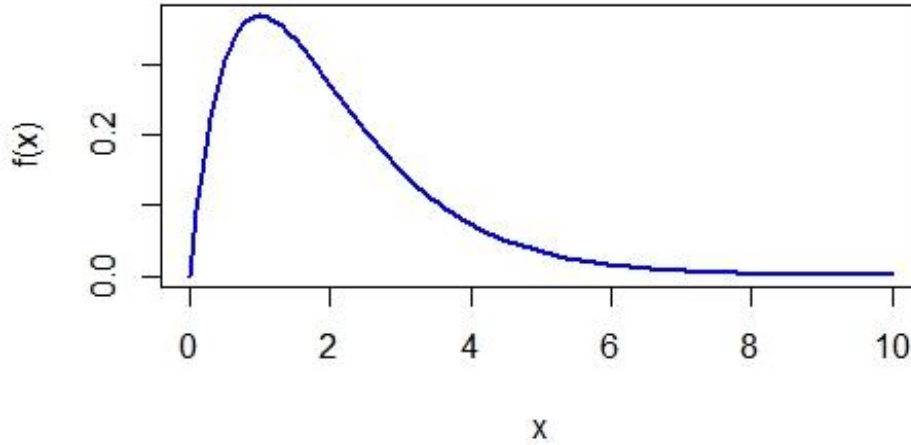
quando n for um número inteiro positivo, temos que:

$$\Gamma(n) = (n - 1)!$$

De acordo com Ferreira (2020), a função gama incompleta, cuja derivada dividida pela função gama, é um caso particular da função densidade de probabilidade gama. A representação da função densidade de probabilidade gama é ilustrada na Figura 2.4.

Figura 2.4 – Gráfico da função densidade de probabilidade gama.

Função Densidade de Probabilidade Gama



Fonte: Da autora (2024).

O modelo Wood é uma função do tipo gama incompleta. A gama incompleta é representada por:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

e o modelo Wood é definido pela função

$$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$$

onde Y é a produção de leite, a , b e c são os parâmetros do modelo e ε os resíduos. O parâmetro a corresponde à produção no início da lactação ($a > 0$); b à taxa crescente de produção até o pico de lactação ($0 < b < 1$) e c à taxa de declínio da produção após atingir o pico ($0 < c < 1$).

A partir da estimativa dos parâmetros a , b e c do modelo é possível obter outras características relacionadas à curva de lactação, de acordo com Wood (1967). A produção máxima ocorre no tempo x_{max} , que é estimado derivando a função (Y) em relação a x e posteriormente igualando a zero, dessa forma temos que:

$$x_{max} = \frac{b}{c}$$

A produção máxima (Y_{max}) pode ser estimada substituindo o valor de x_{max} na função, obtendo:

$$Y_{max} = a \left(\frac{b}{c} \right)^b e^{-b},$$

denominada pico de lactação.

Conforme Wood (1967) a produção total é dada por:

$$Y_{total} = a \int_0^{\infty} x^b e^{-xt} dx.$$

Resolvendo a integral pelo método da substituição, temos que:

$$Y_{total} = \frac{a}{c^{b+1}} \int_0^{\infty} u^b e^{-u} du.$$

Como $\int_0^{\infty} u^b e^{-u} du = \Gamma(b + 1)$, então:

$$Y_{total} = \frac{a}{c^{b+1}} \Gamma(b + 1)$$

O parâmetro b deve ser menor que um, caso contrário teríamos uma produção semanal cada vez maior, dessa forma, $\Gamma(b+1)$ está próximo da unidade, e então a produção total, de acordo com Wood (1967), pode ser expressa como:

$$Y_{total} \leq \frac{a}{c^{b+1}}.$$

O parâmetro a corresponde à produção no início da lactação, então temos que, para animais que apresentam produção inicial semelhantes, a produção de leite estará em função de $c^{-(b+1)}$. Dessa forma, Wood (1967) define que a persistência da lactação (s), pode ser estimada por:

$$s = c^{-(b+1)}$$

ou, usando a função logarítmica, como usualmente é encontrado na literatura, a persistência pode ser estimada por:

$$\ln(s) = -(b + 1) \ln(c)$$

Em seu artigo, Wood (1967) faz o cálculo da persistência das duas formas, como s e como $\ln(s)$. A diferença entre os dois modos de calcular a persistência gera apenas uma diferença de escala.

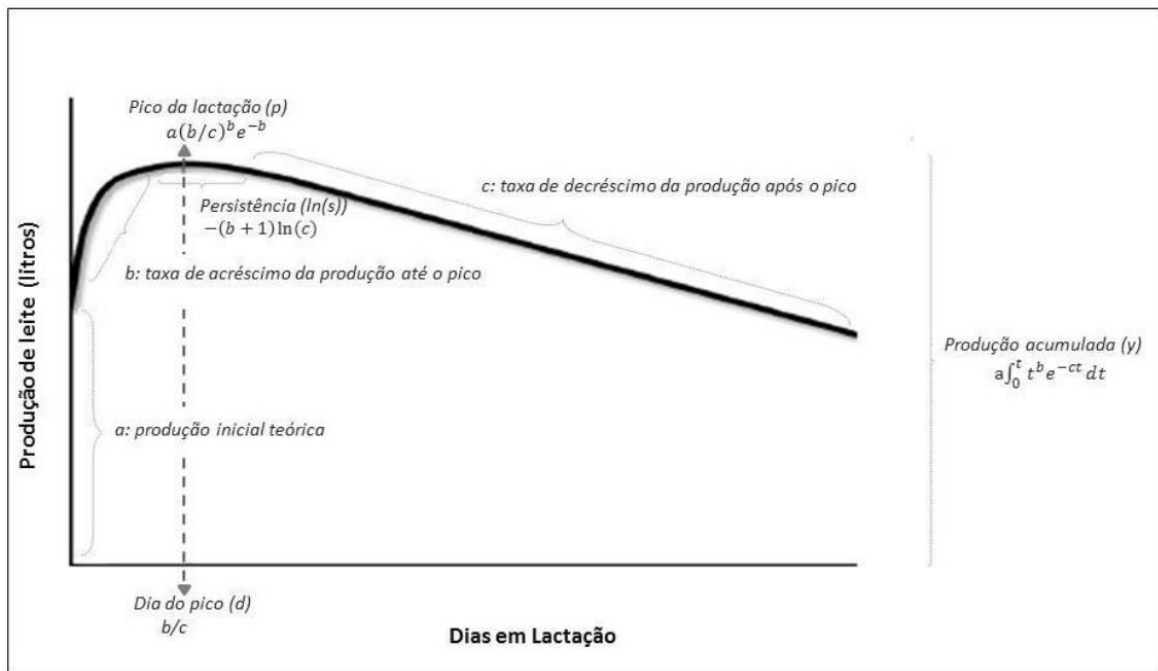
A persistência da lactação pode ser definida como a capacidade do animal em manter sua produção máxima de leite por um determinado período. Segundo Wood (1967), a persistência é o principal parâmetro da curva de lactação, podendo ser estimada de forma prática a partir dos parâmetros do modelo.

Temos ainda que a produção de leite da semana t (Y_t) (Wood, 1967) é estimada por:

$$Y_t = a \int_0^t x^b e^{-cx} dx$$

Na Figura 2.5 está a representação gráfica da curva de lactação descrita por Wood (1967), dividida em três fases: produção inicial (a), taxa de acréscimo até o pico de lactação (b) e taxa de decréscimo do pico até o final da lactação (c).

Figura 2.5 – Curva de lactação conforme a descrição de Wood (1967).



Fonte: Negri (2017)

2.6.4 Modelo Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (Modelo Cappio)

Uma modificação ao modelo de Wood foi proposta por Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995) para descrever a curva de lactação. O objetivo dos autores foi propor um modelo matemático que pudesse ser ajustado aos dados de um rebanho típico de ovelhas leiteiras, contendo poucos parâmetros e que pudesse manter o significado biológico dos parâmetros - individualmente ou pela combinação deles. O modelo procura preservar as fases de aumento e diminuição da curva de lactação e é dado pela função:

$$Y = ax^{be^{-cx}} + \varepsilon$$

onde Y é a produção de leite, a , b e c são os parâmetros do modelo que definem a forma e o comportamento da curva de lactação e ε os resíduos. De acordo com Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995), o parâmetro a corresponde à assíntota horizontal inferior, que na prática pode ser

considerada como a produção de leite no período que antecede o final da lactação. O parâmetro b está relacionado com a taxa de crescimento da produção de leite e o parâmetro c permite estabelecer uma relação com a posição do pico de produção no eixo do tempo.

Conforme Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995), ao obter a primeira derivada e igualar a zero para encontrar o ponto de máximo da função, obtém-se a seguinte equação:

$$c = \frac{1}{x \ln(x)}$$

ao considerar o tempo em que a produção é máxima, pode-se estabelecer uma relação entre o valor do parâmetro c e a posição do pico no eixo do tempo.

De acordo com Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995) o modelo proposto é mais flexível que o de Wood original, sendo especialmente útil em situações de grande variação na produção de leite entre os animais, algo comum em ovelhas leiteiras. Segundo os autores, mesmo que o coeficiente de determinação (R^2) do modelo proposto (0,905) seja ligeiramente inferior ao modelo Wood (0,912), essa pequena diferença é compensada pela capacidade do modelo de descrever fases críticas, como as fases pré e pós-pico de lactação, particularmente em casos de baixa produtividade.

2.6.5 Modelo Cobuci

Cobuci *et al.* (2000), ao analisar a produção de leite de vacas da raça Guzerá, propuseram um modelo linear para descrever a curva de lactação dado pela função:

$$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$$

onde Y é a produção de leite, a e c são os parâmetros do modelo e ε os resíduos. O parâmetro a está relacionado à produção inicial de leite e o parâmetro c com a taxa de declínio da produção.

O pico da lactação corresponde ao ponto de máximo da curva de lactação e pode ser obtido derivando o modelo em relação a x , da seguinte forma:

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = -c + \frac{1}{x}$$

igualando a zero, tem-se que

$$x_{max} = \frac{1}{c}$$

Substituindo o valor de x_{max} no modelo, teremos a produção máxima de leite, estimada por:

$$Y_{max} = a - 1 + \ln\left(\frac{1}{c}\right)$$

2.7 Critérios para avaliação dos modelos

Ao calcular as estimativas para os parâmetros dos modelos, é importante selecionar os melhores ajustes por meio de critérios específicos. Para tal, são empregados avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos.

2.7.1 Coeficiente de determinação (R^2) e Coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2)

O coeficiente de determinação (R^2) indica a proporção da variação dos dados que é explicada pelo modelo e é estimado por:

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTotal} = 1 - \frac{SQRes}{SQTotal}$$

A inclusão de variáveis aumenta o valor de R^2 , pois quanto maior o número de parâmetros do modelo, menor o grau de liberdade do resíduo e maior a soma de quadrados do modelo de regressão. Dessa forma, a utilização do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) permite comparar modelos com números diferentes de parâmetros.

Os modelos com maiores coeficiente de determinação (R^2) ou coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) normalmente apresentam um melhor ajuste. De acordo com Silva *et al.* (2024), o R^2 e o R_{aj}^2 foram eficientes como avaliadores na seleção de modelos de regressão não linear, principalmente por fornecerem uma ideia simples e clara de quanto da variação dos dados é explicada pelo modelo em estudo.

2.7.2 Critério de Informação de Akaike (AIC)

O Critério de Informação de Akaike (AIC), proposto por Hirotugu Akaike em 1973, constitui uma abordagem para a seleção de modelos, fundamentada em informações teóricas derivadas da perda de informação de Kullback-Leibler (K-L) (Akaike, 1998).

Suponhamos que $f()$ seja uma função que representa teoricamente a realidade completa ou verdadeira e usamos $g()$ para denotar um modelo aproximado, a informação de Kullback-Leibler (K-L) é a informação perdida quando o modelo $g()$ é usado para aproximar de $f()$. A informação K-L pode ser considerada como a “distância” entre a realidade completa e um modelo. O melhor modelo será aquele que perde a menor quantidade de informação em relação

a outros modelos. O K-L não pode ser usado diretamente na seleção de modelos porque requer o conhecimento da realidade e dos parâmetros nos modelos aproximados (Burnham e Anderson, 2004).

Akaike (1998) encontrou uma relação formal entre a informação K-L e a teoria da verossimilhança. Essa descoberta possibilita combinar estimativa (máxima verossimilhança ou mínimos quadrados) e seleção de modelos sob uma estrutura unificada de otimização. O Critério de Informação de Akaike (AIC) considera a existência de um modelo “real”, desconhecido, que descreve os dados e busca escolher dentre um grupo de modelos avaliados, o que minimiza a perda de informação de Kullback-Leibler (K-L).

3 METODOLOGIA

Esta seção descreve os procedimentos utilizados para comparar diferentes modelos de regressão na descrição da curva de lactação de ovelhas da raça Santa Inês e mestiças (Santa Inês × Lacaune).

3.1 Manejo e Delineamento Experimental

Os dados analisados na comparação de modelos de regressão para descrever a curva de lactação de ovelhas foram extraídos do estudo de Ferreira (2009). O experimento foi conduzido nas instalações do Laboratório de Metabolismo e Calorimetria Animal do Departamento de Zootecnia da Escola de Veterinária da Universidade Federal de Lavras (UFMG), em Belo Horizonte, MG.

Foram utilizadas 12 ovelhas da raça Santa Inês, oriundas da Fazenda Minas Cabra, situada no município de São Gotardo, MG, e 12 ovelhas mestiças do cruzamento entre as raças Santa Inês e Lacaune, oriundas da Fazenda Duas Barras, localizada no município de Ferros, MG. Foram selecionadas apenas fêmeas de parto simples. Ao final do experimento os animais retornaram às suas fazendas de origem. O trabalho possui o certificado de aprovação pelo Comitê de Ética Animal.

Durante o período experimental, os animais ficaram confinados em galpão de alvenaria, sendo mantidos em baias individuais com dimensões de 2 m de comprimento por 1 m de largura e 1,5 m de altura. Todas as baias possuíam cochos para feno, concentrado e sal mineral, assim como baldes para água.

A dieta dos animais foi calculada de acordo com as recomendações do NRC (2007), considerando as fases de gestação e lactação. Durante o período de lactação, as dietas foram ajustadas mensalmente de acordo com a produção, fase de lactação e peso dos animais. A dieta era composta por farelo de milho (*Zea mays*), farelo de soja (*Glycine Max*), feno de Tifton (*Cynodon spp.*) picado e calcário. Foi fornecido também sal mineral específico para ovinos, à vontade.

Após o parto curou-se o umbigo dos cordeiros com solução de iodo a 10%, três vezes ao dia. Eles permaneceram em tempo integral com as mães por um período de 14 dias.

A partir do 15º dia pós-parto foi realizada a ordenha das ovelhas uma vez por semana, no período da manhã. No dia anterior à ordenha semanal, os cordeiros eram separados de suas

mães às 18h para garantir o enchimento do úbere das ovelhas pelo período de 16 horas, com o objetivo de coletar uma amostragem significativa da produção de leite na manhã seguinte.

As ovelhas foram ordenhadas manualmente, em uma plataforma elevada. O volume individual foi mensurado em uma proveta de 1000 ml e, posteriormente, ajustado para produção de 24 horas, conforme McKusick *et al.* (2002), multiplicando a produção pelo fator de correção de 1,5. Para obtenção de todo conteúdo de leite presente no úbere, foi administrado 0,1 ml de ocitocina, na concentração de 10 UI/ml, aplicada na veia mamária epigástrica logo que as ovelhas eram colocadas sobre a plataforma e imediatamente antes de sua preparação para a ordenha.

Foi utilizado o delineamento inteiramente casualizado com dois tratamentos e doze repetições, considerando os grupos genéticos Santa Inês e cruzamento ½ Lacune x ½ Santa Inês (mestiças) como tratamento. A variável produção de leite foi definida pela média semanal da produção dos animais, da 2ª semana até a 17ª semana de lactação, avaliando, portanto, 16 semanas de lactação (112 dias). Foi feita a análise de variância para verificar se houve diferença significativa na produção de leite entre os genótipos estudados.

3.2 Modelos e estimação dos parâmetros

Para analisar e modelar as curvas de lactação de ovelhas das raças Santa Inês e do cruzamento ½ Santa Inês x ½ Lacaune, foram utilizados os modelos apresentados no Quadro 3.1, a seguir:

Quadro 3.1 – Modelos utilizados no estudo da curva de lactação de ovelhas.

Modelos	Autores
$Y = ae^{-bx} - ae^{-cx} + \varepsilon$	Brody <i>et al.</i> (1924)
$Y = \frac{x}{(a + bx + cx^2)} + \varepsilon$	Nelder (1966)
$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$	Wood (1967)
$Y = ax^{be^{-cx}} + \varepsilon$	Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995)
$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$	Cobuci <i>et al.</i> (2000)

Fonte: Da autora (2024).

A estimação dos parâmetros dos modelos de curva de lactação foi realizada pelo método dos mínimos quadrados, utilizando o algoritmo de convergência de Gauss-Newton, por meio da função *nlme*, no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024). Foram utilizados valores iniciais para estimação dos parâmetros baseados no estudo de Ribeiro (2005) ou conforme o

comportamento dos valores observados. Os valores iniciais utilizados para os diferentes modelos podem ser observados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores iniciais utilizados no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024) para estimação dos parâmetros dos modelos estudados.

Modelos	Parâmetros	Valores iniciais
Brody <i>et al.</i> (1924)	<i>a</i>	1,0000
	<i>b</i>	- 0,0500
	<i>c</i>	0,0300
Nelder (1966)	<i>a</i>	1,0000
	<i>b</i>	0,2000
	<i>c</i>	0,0300
Wood (1967)	<i>a</i>	0,5000
	<i>b</i>	0,3000
	<i>c</i>	0,0045
Cappio-Borlino <i>et al.</i> (1995)	<i>a</i>	1,0000
	<i>b</i>	0,2000
	<i>c</i>	0,0300
Cobuci <i>et al.</i> (200)	<i>a</i>	0,8000
	<i>c</i>	0,2000

Fonte: Da autora (2024).

Para estimar a significância dos parâmetros, em que a hipótese nula (H_0) refere-se ao parâmetro ser igual a zero, e a hipótese alternativa (H_a) refere-se ao parâmetro ser diferente de zero, foi utilizado o teste *t* de *Student*, com um nível de significância de 5%.

Foram obtidos também os intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos, com 95% de confiança, utilizando a função *confint2* do pacote *nlstools* (Baty *et al.*, 2015) no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024).

3.3 Análise dos resíduos

A análise de resíduos é feita com o objetivo de averiguar se o modelo é adequado para realizar inferência. Ao estimar os parâmetros do modelo consideramos que os pressupostos de independência, normalidade e homocedasticidade dos resíduos foram atendidos. Para essa apuração foram realizados os testes seguintes:

Para verificar a normalidade dos resíduos foi realizado o teste de Shapiro-Wilk (Shapiro; Wilk, 1965) ao nível de 1% de significância, por meio da função *shapiro.test* no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024). As hipóteses do teste são:

H_0 : Os resíduos seguem uma distribuição Normal.

H_a : Os resíduos não seguem uma distribuição Normal.

Se a hipótese nula for rejeitada, indica que os resíduos não seguem uma distribuição normal.

Para verificar a homocedasticidade foi utilizado o teste de Breusch-Pagan (Breusch; Pagan, 1979), ao nível de 1% de significância, que testa a hipótese de as variâncias dos resíduos serem homogêneas por meio da função *bptest* do pacote *lmtest* (Zeileis e Hothorn, 2002) no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024). As hipóteses do teste são:

H_0 : As variâncias dos resíduos são homogêneas.

H_a : As variâncias dos resíduos não são homogêneas

Se a hipótese nula ser rejeitada, indica que as variâncias dos resíduos não são homogêneas.

Para testar a hipótese de independência dos resíduos foi realizado o teste de Durbin-Watson (Durbin; Watson, 1971), ao nível de 1% de significância, por meio da função *dwtest* do pacote *car* (Fox e Weisberg, 2019) no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024). As hipóteses do teste são:

H_0 : Os resíduos são independentes.

H_a : Os resíduos não são independentes.

No caso de a hipótese nula ser rejeitada, indica que os resíduos não são independentes.

3.4 Comparação e seleção dos modelos

A avaliação e comparação da qualidade de ajuste dos modelos foi realizada por meio do critério de informação de Akaike (AIC) e do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2). Os modelos com maior coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e menor AIC foram considerados como melhor ajuste.

As análises foram feitas por meio do pacote *qpcR*, utilizando a função *Rsq.ad* para o coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e a função *AIC* para o critério de informação de Akaike no *software* R de acesso livre (R Core Team, 2024).

3.5 Pico de lactação

Por meio das estimativas dos parâmetros dos modelos é possível, em alguns casos, determinar características importantes referentes ao pico de lactação, como o tempo

transcorrido desde o parto até a ocorrência do pico, bem como o valor da produção de leite nesse período.

Foram obtidas equações para estimar o valor da produção máxima (Y_{max}) e o tempo em que ela ocorreu (x_{max}) para os modelos em que foi possível a obtenção de tais equações. O tempo em que ocorreu o pico de lactação (x_{max}) foi estimado pela primeira derivada do modelo (Y_t) em relação x e, posteriormente, igualando-se a zero. A produção máxima (Y_{max}) foi estimada substituindo o valor de x_{max} nos modelos analisados. No caso do modelo Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995), não foi possível isolar a variável x , após obter a primeira derivada, para estimar o x_{max} . Foram consideradas as informações relatadas por Guimarães *et al.*, 2006.

3.6 Produção total de leite

A produção total ou produção acumulada corresponde à produção de leite do animal ao longo de todo período de lactação. Os dados analisados correspondem à produção de leite da 2ª até a 17ª semana de lactação. O controle da produção de leite (controle leiteiro) começou na segunda semana de lactação e foi realizado semanalmente até a 17ª semana de lactação, ou seja, 16 semanas (112 dias). O intervalo entre controle leiteiro foi de uma semana, ou seja, 7 dias.

A produção total de leite (PT), para os modelos e genótipos analisados, foi calculada pelas integrais das funções estimadas dos modelos, com limite de integração definido de 2 a 17, que corresponde às semanas de lactação analisadas e posteriormente multiplicado pelo intervalo entre controles leiteiros ($I = 7$), ou seja:

$$PT = \int_2^{17} f(x) dx \times I$$

em que $f(x)$ será substituído pelas funções dos modelos e as estimativas dos parâmetros dos modelos analisados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos são provenientes dos dados da média semanal da produção de leite de dois genótipos de ovelhas: Santa Inês e cruzamento ½ Lacaune x ½ Santa Inês (mestiças), sendo utilizados 12 animais para cada um deles. As análises foram feitas considerando a média de produção de leite semanal, da 2ª até a 17ª semana de lactação. A produção média de leite das ovelhas Santa Inês foi de 1,023 litro, com desvio padrão de 0,141, e das ovelhas mestiças foi de 1,550 litro, com desvio padrão de 0,350. A análise de variância mostrou que houve diferença significativa entre os genótipos com relação à produção média de leite.

4.1 Estimativa dos parâmetros dos modelos

No estudo das curvas de lactação foram utilizados os modelos do Quadro 4.1 a seguir.

Quadro 4.1 – Modelos utilizados no estudo.

Modelos	Autores
$Y = ae^{-bx} - ae^{-cx} + \varepsilon$	Brody <i>et al.</i> (1924)
$Y = \frac{x}{(a + bx + cx^2)} + \varepsilon$	Nelder (1966)
$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$	Wood (1967)
$Y = ax^{be^{-cx}} + \varepsilon$	Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995)
$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$	Cobuci <i>et al.</i> (2000)

Fonte: Da autora (2024).

É importante ressaltar que, mesmo que os modelos utilizem letras semelhantes para representar os parâmetros, eles não possuem a mesma interpretação.

As estimativas dos parâmetros dos modelos e seus respectivos intervalos de confiança podem ser observados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros dos modelos para curvas de lactação de ovelhas.

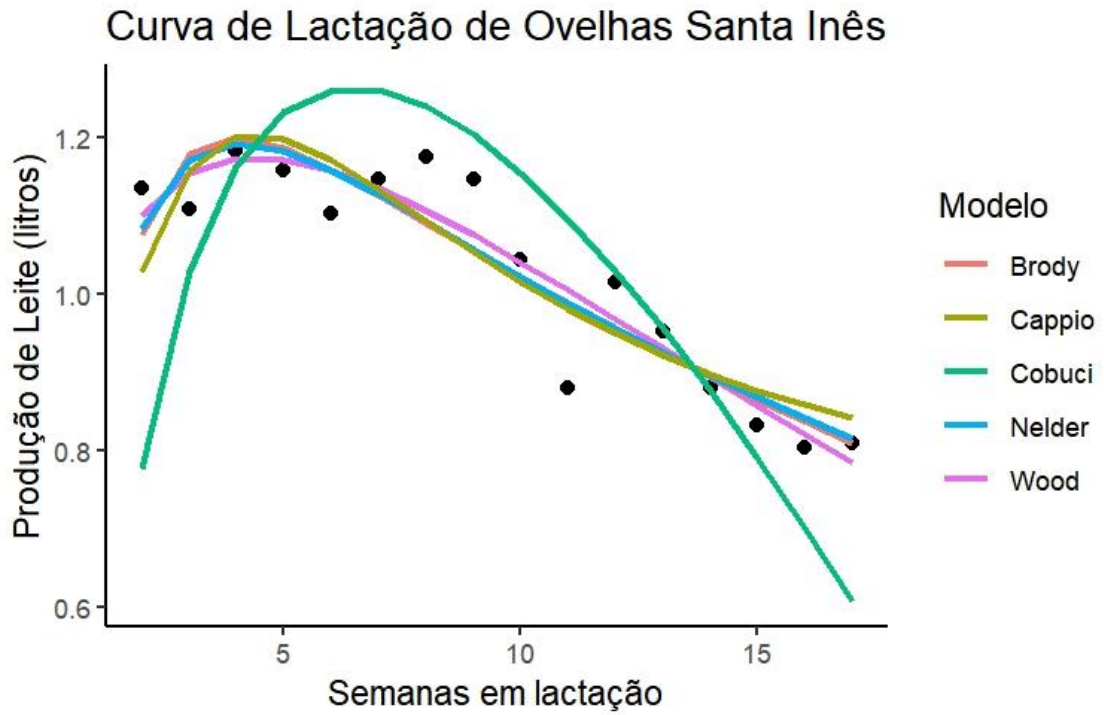
Modelo	Genótipo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
Brody	Santa Inês	<i>a</i>	1,424 ± 0,075**	1,261	1,587
		<i>b</i>	0,033 ± 0,005**	0,023	0,044
		<i>c</i>	0,857 ± 0,155**	0,522	1,192
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	2,840 ± 0,203**	2,402	3,279
		<i>b</i>	0,061 ± 0,006**	0,047	0,075
		<i>c</i>	0,634 ± 0,089**	0,441	0,826
Nelder	Santa Inês	<i>a</i>	0,649 ± 0,205**	0,206	1,091
		<i>b</i>	0,520 ± 0,081**	0,346	0,694
		<i>c</i>	0,039 ± 0,006**	0,027	0,052
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	0,742 ± 0,146**	0,426	1,058
		<i>b</i>	0,127 ± 0,059 ^{NS}	-0,001	0,254
		<i>c</i>	0,046 ± 0,005**	0,036	0,056
Wood	Santa Inês	<i>a</i>	1,033 ± 0,071**	0,879	1,186
		<i>b</i>	0,267 ± 0,074**	0,106	0,427
		<i>c</i>	0,061 ± 0,010**	0,038	0,083
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	1,611 ± 0,124**	1,343	1,879
		<i>b</i>	0,434 ± 0,086**	0,247	0,620
		<i>c</i>	0,102 ± 0,013**	0,075	0,129
Cappio-Borlino	Santa Inês	<i>a</i>	0,737 ± 0,063**	0,602	0,873
		<i>b</i>	0,655 ± 0,093**	0,453	0,856
		<i>c</i>	0,155 ± 0,023**	0,105	0,205
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	0,917 ± 0,086**	0,731	1,103
		<i>b</i>	1,128 ± 0,108**	0,895	1,361
		<i>c</i>	0,167 ± 0,017**	0,130	0,204
Cobuci	Santa Inês	<i>a</i>	0,392 ± 0,083**	0,213	0,571
		<i>c</i>	0,154 ± 0,008**	0,137	0,171
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	1,313 ± 0,073**	1,156	1,470
		<i>c</i>	0,196 ± 0,007**	0,181	0,210

** significativo a 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2024).

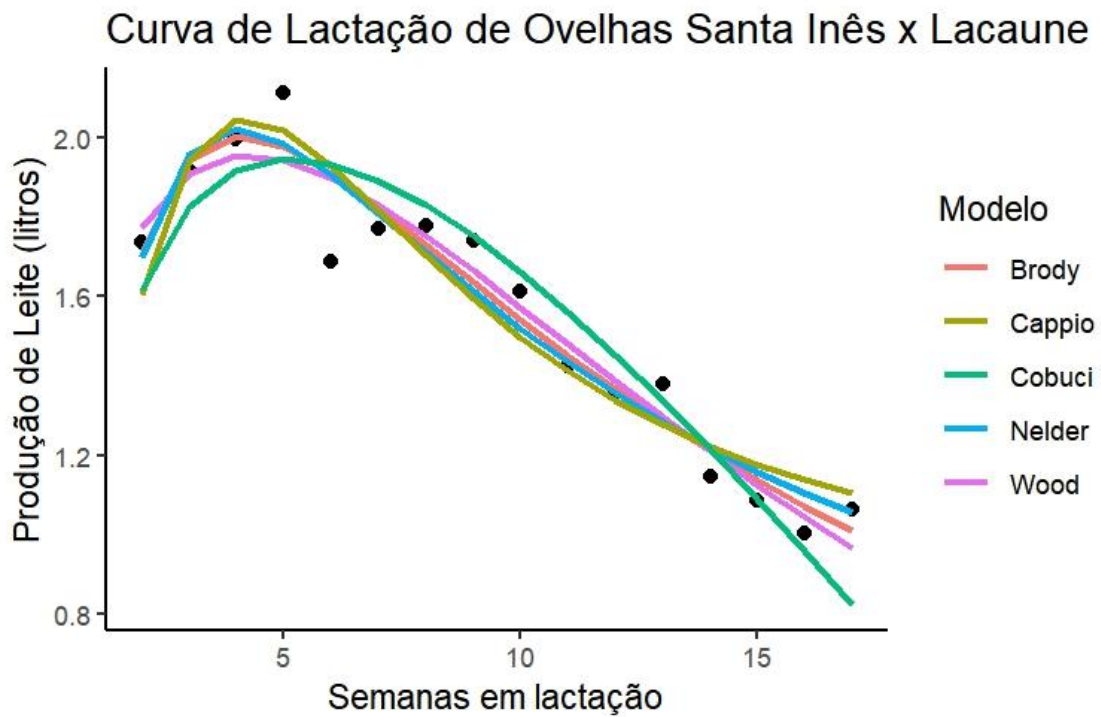
As curvas dos modelos, para os dois genótipos estudados, podem ser visualizadas na Figura 4.1 e Figura 4.2.

Figura 4.1 – Curva de lactação, dos modelos estudados, para ovelhas da raça Santa Inês.



Fonte: Da autora (2024).

Figura 4.2 – Curvas de lactação, dos modelos estudados, para ovelhas mestiças.



Fonte: Da autora (2024).

4.2 Análise de resíduos

Foi realizada a análise de resíduos por meio dos testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson para testar, respectivamente, se as pressuposições de normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos foram atendidas. Os resultados obtidos do valor-p dos testes podem ser visualizados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos estudados para curva de lactação de ovelhas Santa Inês e mestiças Lacaune x Santa Inês.

Genótipo	Modelo	SW	BP	DW
Santa Inês	Brody	0,9167	0,7559	0,1472
	Nelder	0,9653	0,8363	0,1592
	Wood	0,4611	0,5760	0,2962
	Cappio-Borlino	0,3969	0,8715	0,0623
	Cobuci	0,3486	0,3103	0,0158
Lacaune x Santa Inês	Brody	0,3754	0,1752	0,4603
	Nelder	0,5807	0,2079	0,2706
	Wood	0,4141	0,2306	0,4755
	Cappio-Borlino	0,4925	0,6461	0,0661
	Cobuci	0,9999	0,0393	0,0243

Fonte: Da autora (2024).

Conforme os resultados do valor-p dos testes da análise de resíduos, todas as pressuposições foram atendidas, ou seja, todos os testes foram não significativos, ao nível de 1% de probabilidade ($p > 0,01$), para os modelos e genótipos estudados.

4.3 Avaliação dos modelos

Os modelos foram avaliados por meio do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e do critério de informação de Akaike (AIC) e os resultados são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos estudados para curva de lactação de ovelhas Santa Inês e mestiças Lacaune x Santa Inês.

Genótipo	Modelo	R_{aj}^2	AIC
Santa Inês	Brody	0,8226	- 39,7570
	Nelder	0,8181	- 40,7696
	Wood	0,8607	- 44,1279
	Cappio-Borlino	0,7656	- 36,4669
	Cobuci	0,8111	- 12,3839
Lacaune x Santa Inês	Brody	0,9284	- 25,7540
	Nelder	0,9135	- 23,7430
	Wood	0,9294	- 25,7311
	Cappio-Borlino	0,8835	- 18,7975
	Cobuci	0,9080	- 16,5587

Fonte: Da autora (2024).

De acordo com os resultados da Tabela 4.3, os valores do coeficiente de determinação ajustados (R_{aj}^2) foram superiores a 0,76 para as ovelhas Santa Inês e superiores a 0,88 para as ovelhas mestiças $\frac{1}{2}$ Lacaune x $\frac{1}{2}$ Santa Inês. Considerando os avaliadores de qualidade de ajuste R_{aj}^2 e AIC, o modelo Wood (1967) foi o modelo mais adequado para descrever a curva de lactação de ovelhas da raça Santa Inês e também do cruzamento Santa Inês x Lacaune, pois apresentou maior coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e menor critério de informação de Akaike (AIC). Sob o ponto de vista de Tekel *et al.* (2019), a maioria dos modelos usados para descrever a lactação de bovinos podem ser usados para descrever a lactação de caprinos e ovinos, sendo o modelo Wood o mais utilizado. Mesmo que os modelos Brody (1924) e Nelder (1966) tenham valores de R_{aj}^2 e AIC próximos ao modelo Wood (1967), este apresenta a vantagem de que as estimativas dos parâmetros possuem interpretação biológica e permitem estimar a persistência da lactação.

Como o modelo Wood foi considerado o modelo mais adequado para descrever a lactação de ovelhas Santa Inês e mestiças, a seguir serão apresentados os resultados da análise desse modelo. Os resultados dos demais modelos em estudo encontram-se no Apêndice A.

4.4 Modelo Wood

$$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$$

O modelo Wood foi o que obteve o melhor desempenho para descrever a lactação de ovelhas, conforme dados da Tabela 4.3, apresentando coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) de 0,86 e AIC de $-44,1279$ para as ovelhas Santa Inês e R_{aj}^2 de 0,93 e AIC de $-25,7311$ para as ovelhas $\frac{1}{2}$ Santa Inês x $\frac{1}{2}$ Lacaune.

As estimativas e os intervalos de confiança dos parâmetros do modelo Wood para os genótipos estudados podem ser observadas na Tabela 4.4 a seguir.

Tabela 4.4 – Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros do modelo Wood para curva de lactação de ovelhas.

Modelo	Genótipo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
Wood	Santa Inês	<i>a</i>	1,0329 **	0,8794	1,1863
		<i>b</i>	0,2665 **	0,1056	0,4273
		<i>c</i>	0,0606 **	0,0382	0,0830
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	1,6108 **	1,3429	1,8786
		<i>b</i>	0,4337 **	0,2471	0,6204
		<i>c</i>	0,1023 **	0,0753	0,1293

** significativo a 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2024).

O parâmetro *a* do modelo Wood representa a produção de leite no início da lactação. Seu valor foi de 1,0329 litro para as ovelhas Santa Inês e de 1,6108 litro para as ovelhas mestiças Santa Inês x Lacaune, conforme dados da Tabela 4.4. Não houve sobreposição entre os intervalos de confiança para o parâmetro *a* para os dois genótipos estudados, indicando que a produção inicial das ovelhas mestiças foi superior em relação às ovelhas Santa Inês.

O parâmetro *b* do modelo corresponde à taxa crescente de produção de leite do início da lactação até o pico de produção. Seu valor foi de 0,2665 litro/semana para as ovelhas Santa Inês e 0,4337 litro/semana para as ovelhas mestiças (Tabela 4.4). No entanto, como os intervalos de confiança para o parâmetro *b* se sobrepueram, isso indica que não houve diferença entre as estimativas para os genótipos estudados. Ou seja, a taxa crescente de produção de leite do parto até o pico de lactação foi semelhante para as ovelhas Santa Inês e mestiças Santa Inês x Lacaune.

Com relação ao parâmetro *c* do modelo, pelo fato de haver sobreposição entre os intervalos de confiança (Tabela 4.4), indica que não houve diferença entre os genótipos, ou seja,

a taxa de decréscimo da produção de leite do pico até o final da lactação foi semelhante para as ovelhas Santa Inês e para as mestiças.

A partir dos resultados das estimativas dos parâmetros do modelo Wood, no presente estudo, infere-se que o parâmetro a foi o principal responsável pela diferença entre as curvas de lactação das ovelhas Santa Inês e mestiças Santa Inês x Lacaune.

Ribeiro (2005), usando o modelo Wood para descrever a lactação de ovelhas Santa Inês, encontrou que as estimativas dos parâmetros do modelo foram: $a = 1,458$; $b = 0,773$ e $c = 0,209$, usando ocitocina exógena no momento da ordenha. Esses resultados são superiores aos observados para a raça Santa Inês no presente estudo, que também utilizou a ocitocina.

A seguir temos a representação da curva de lactação para cada genótipo estudado e dos dois em conjunto.

A curva de lactação das ovelhas Santa Inês, ajustada pelo modelo Wood, está ilustrada na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas Santa Inês.

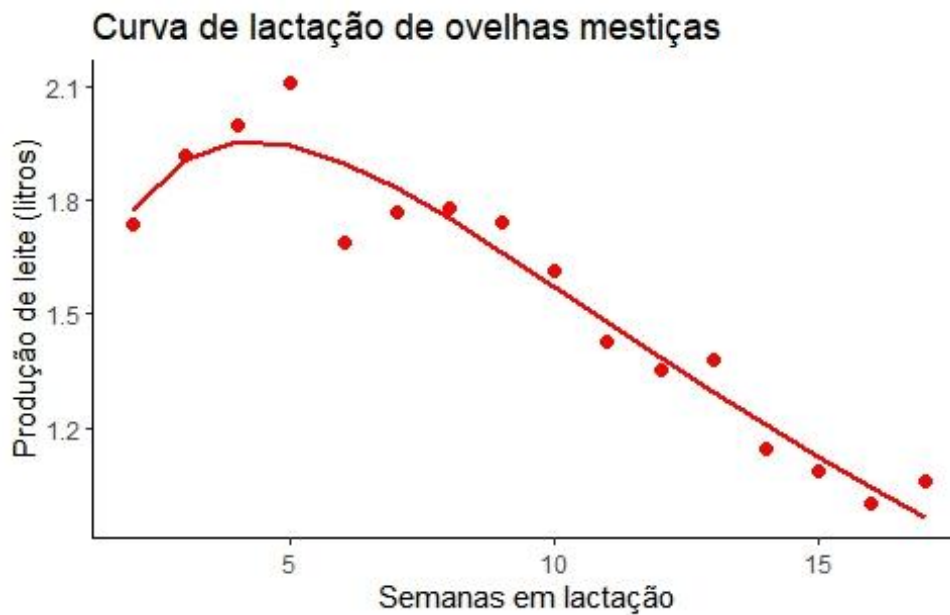


Fonte: Da autora (2024).

A figura acima ilustra os resultados obtidos para as estimativas dos parâmetros do modelo Wood (Tabela 4.4). As ovelhas Santa Inês apresentaram uma produção inicial de 1,0329 litros de leite, uma taxa de crescimento na produção de 0,2665 litros por semana até o pico de lactação e uma taxa de decréscimo na produção após o pico de 0,0606 litros por semana.

A curva de lactação das ovelhas mestiças Santa Inês x Lacaune, ajustada pelo modelo Wood, está ilustrada na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas mestiças.

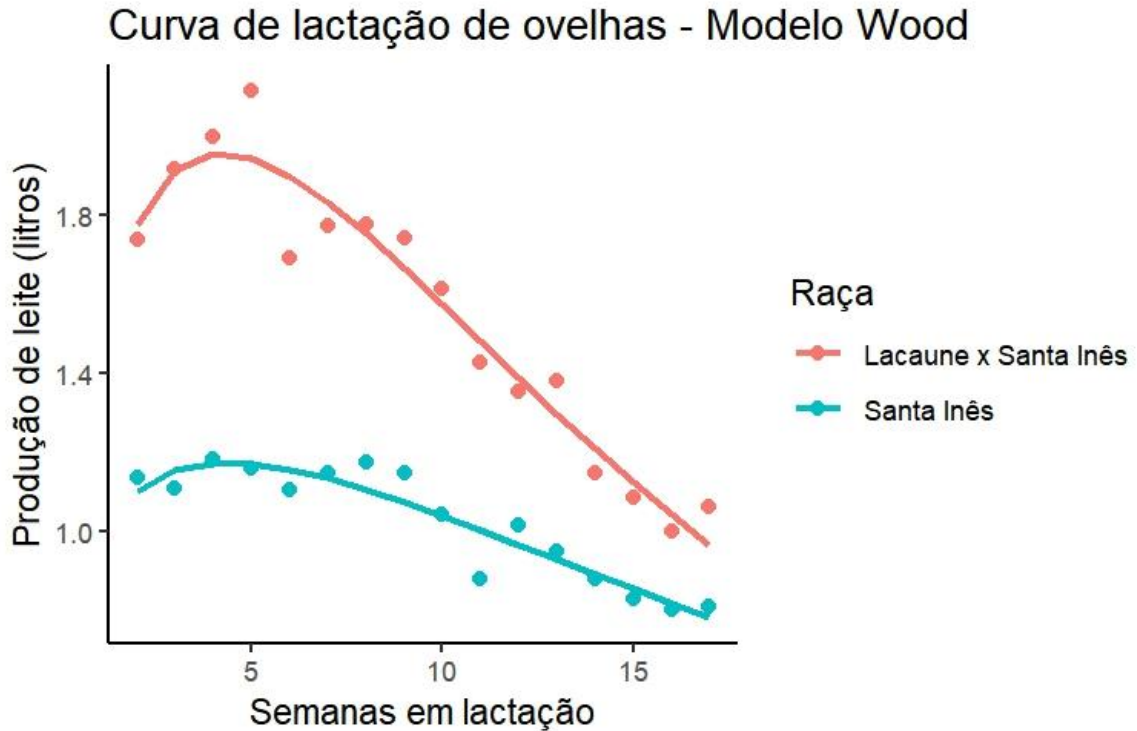


Fonte: Da autora (2024).

A Figura 4.4 ilustra os resultados obtidos para as estimativas dos parâmetros do modelo Wood para as ovelhas mestiças (Tabela 4.4). A produção inicial foi de 1,6108 litros, a taxa de crescimento na produção até o pico de lactação foi de 0,4337 litros por semana e a taxa de decréscimo após o pico foi de 0,1023 litros por semana.

Analisando as figuras 4.3 e 4.4, observa-se que a variação na produção de leite, ao longo da lactação, foi menor para as ovelhas Santa Inês, com uma amplitude (diferença entre o maior e o menor valor), de aproximadamente 0,390 litros, enquanto a amplitude para as ovelhas mestiças foi cerca de 0,900 litros. A diferença no comportamento da curva de lactação das ovelhas Santa Inês e das mestiças foi influenciada principalmente pela diferença na variação da produção de leite ao longo da lactação e pela produção de leite no início da lactação. A representação das curvas de lactação, para os dois genótipos estudados, ajustadas pelo modelo Wood, está ilustrada na Figura 4.5.

Figura 4.5 – Modelo Wood para curva de lactação de ovelhas.



Fonte: Da autora (2024).

As ovelhas mestiças Santa Inês x Lacaune apresentaram uma maior produção de leite quando comparado com as ovelhas Santa Inês, o que sugere que o cruzamento entre as raças Santa Inês e Lacaune pode aumentar a produtividade dos animais.

4.4.1 Persistência da lactação

A persistência da lactação é o tempo em que o animal consegue manter sua produção de leite, próximo do nível máximo (pico de lactação). Para o modelo de Wood a persistência da lactação é estimada por (Wood, 1967):

$$pers = s = c^{-(b+1)} \quad e/ou \quad \ln(s) = -(b+1) \ln(c)$$

A partir das estimativas dos parâmetros do modelo Wood foi obtido a persistência da lactação. O fator de persistência da lactação (s) foi obtido como s e como $\ln(s)$ e os resultados podem ser observados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Estimativas da persistência da lactação de ovelhas.

Modelo	Genótipo	s	ln(s)
Wood	Santa Inês	34,83	3,55
	Santa Inês x Lacaune	26,29	3,27

Fonte: Da autora (2024).

Velarde-Guillén *et al.* (2022) relatam que as correlações entre o dia do pico e persistência sugerem que as ovelhas que atingem o pico de produção mais tarde, durante a lactação, teriam uma persistência maior. Mesmo que as diferenças não sejam muito evidentes, a mesma tendência foi observada no presente estudo. As ovelhas Santa Inês apresentaram o pico de produção um pouco depois que as mestiças e também maior persistência da lactação; o tempo em que ocorreu o pico (t_{max}) foi 4,40 semanas para as ovelhas Santa Inês e 4,24 semanas para as ovelhas mestiças e a persistência ($\ln(s)$) foi de 3,55 para as ovelhas Santa Inês e 3,27 para as mestiças (Tabela 4.5). Em contrapartida, segundo os autores, a correlação negativa entre produção no pico e persistência indica que curvas de lactação com picos altos estariam associadas a uma menor persistência, o que também foi observado no presente estudo, ou seja, as ovelhas mestiças tiveram uma maior produção no pico e uma menor persistência. Portolano *et al.* (1997), estimaram uma persistência de 4,88 a 5,9 em ovelhas da raça Comisana na Itália e concluíram que as curvas com maior persistência têm um menor pico de produção e demoram mais para atingir o pico.

A maior persistência observada nas ovelhas Santa Inês sugere que elas mantêm a produção de leite, após o pico, por um período mais longo, enquanto as ovelhas mestiças, apesar de apresentarem um pico de produção mais elevado, têm um declínio mais acentuado. Uma maior persistência é uma característica da curva de lactação de raças não especializadas, enquanto uma maior produção no pico de lactação, seguido por uma queda mais acentuada, é observada em raças especializadas na produção de leite. Dessa forma podemos inferir que o comportamento da curva de lactação de ovelhas mestiças Santa Inês x Lacaune foi semelhante ao de raças especializadas.

A persistência da lactação é um dos principais componentes da curva de lactação, entretanto, não deve ser analisada de forma isolada. O desejado é uma maior persistência, ou seja, que os animais mantenham por mais tempo a produção máxima de leite, todavia o mais importante é a quantidade de leite produzida ao longo da lactação. As ovelhas mestiças tiveram uma menor persistência, contudo apresentaram maior produção inicial e produziram 56 litros de leite a mais que as ovelhas Santa Inês durante a lactação. Essa é uma diferença considerável para lactação de ovelhas, que produzem em média cerca de 1,5 a 2,0 litros de leite por dia.

Em teoria, uma curva de lactação ideal para maior produção de leite teria um pico alto e uma tendência moderadamente plana em seguida (Marshall *et al.*, 2023). No entanto, correlações entre produção de leite no pico e a persistência têm sido relatadas como negativas em ovelhas (Velarde-Guillén *et al.*, 2022; Portolano *et al.*, 1997). Sendo assim, o pico e a persistência devem ser considerados com cuidado ao selecionar animais leiteiros para a produção de leite (Marshall *et al.*, 2023).

4.5 Equações para estimar o pico de lactação e a produção total

Os cálculos e as equações obtidas, para estimar a produção no pico de lactação (Y_{max}) e momento em que ocorre o pico (x_{max}), para os modelos em estudo são apresentadas a seguir:

4.5.1 Modelo Brody

$$Y = ae^{-bx} - ae^{-cx} + \varepsilon$$

Derivando Y em relação a x e igualando a zero, para obter o ponto de máximo (x_{max}), temos:

$$a(-b)e^{-bx} - [a(-c)e^{-cx}] = 0$$

$$abe^{-bx} = ace^{-bx}$$

Aplicando \ln temos:

$$\ln(ab) - bx = \ln(ac) - cx$$

$$x(c - b) = \ln\left(\frac{ac}{ab}\right)$$

$$x_{max} = \ln\left(\frac{c}{b}\right) \times \frac{1}{c - b}$$

essa é a equação para estimar o instante em que ocorre o pico de lactação para o modelo Brody.

Substituindo x_{max} no modelo Brody, para estimar a produção máxima (Y_{max}) temos:

$$Y_{max} = a \exp\left[-\frac{b}{c - b} \times \ln\left(\frac{c}{b}\right)\right] - a \exp\left[-\frac{c}{c - b} \times \ln\left(\frac{c}{b}\right)\right]$$

essa é a equação para estimar a produção de leite no pico de lactação para o modelo Brody.

4.5.2 Modelo Nelder

$$Y = \frac{x}{(a + bx + cx^2)} + \varepsilon$$

Para obter o ponto de máximo da função, inicialmente aplicando o ln temos:

$$\ln(Y) = \ln(x) - \ln(a + bx + cx^2) + \ln(\varepsilon)$$

derivando e igualando a zero, temos:

$$\frac{1}{x} - \left(\frac{b + 2cx}{a + bx + cx^2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{x} = \frac{b + 2cx}{a + bx + cx^2}$$

$$bx + 2cx^2 = a + bx + cx^2$$

$$cx^2 = a \Rightarrow x^2 = \frac{a}{c}$$

$$x_{max} = \sqrt{\frac{a}{c}}$$

essa é a equação para estimar o instante em que ocorre o pico de lactação para o modelo Nelder.

Substituindo x_{max} no modelo Nelder, para estimar a produção máxima (Y_{max}) temos:

$$Y_{max} = \frac{\sqrt{\frac{a}{c}}}{a + b\sqrt{\frac{a}{c}} + c\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{c}}}{2a + b\sqrt{\frac{a}{c}}}$$

$$Y_{max} = \frac{\sqrt{\frac{a}{c}}}{2\sqrt{a}\sqrt{a}\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}} + b\sqrt{\frac{a}{c}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{c}}}{2\sqrt{ac}\sqrt{\frac{a}{c}} + b\sqrt{\frac{a}{c}}}$$

$$Y_{max} = \frac{1}{2\sqrt{ac} + b}$$

essa é a equação para estimar a produção de leite no pico de lactação para o modelo Nelder.

4.5.3 Modelo Wood

$$Y = ax^b e^{-cx} + \varepsilon$$

Para obter o ponto de máximo da função, inicialmente aplicando o ln temos:

$$\ln(Y) = b \times \ln(ax) - cx + \ln(\varepsilon)$$

derivando e igualando a zero, temos:

$$\frac{b}{x} - c = 0 \Rightarrow c = \frac{b}{x}$$

$$x_{max} = t_{max} = \frac{b}{c}$$

essa é a equação para estimar o instante em que ocorre o pico de lactação para o modelo Wood.

Substituindo x_{max} no modelo Wood, para estimar a produção máxima (Y_{max}) temos:

$$Y_{max} = a \left(\frac{b}{c} \right)^b e^{-b}$$

essa é a equação para estimar a produção de leite no pico de lactação para o modelo Wood.

4.5.4 Modelo Cappio-Borlino

$$Y = ax^{be^{-cx}} + \varepsilon$$

Para obter o ponto de máximo da função, inicialmente aplicando o ln temos:

$$\ln(Y) = \ln(a) + be^{-cx} \ln(x) + \ln(\varepsilon)$$

derivando, usando a regra do produto, e igualando a zero, temos:

$$b \left(-ce^{-cx} \ln(x) + \frac{e^{-cx}}{x} \right) = 0$$

$$\frac{be^{-cx}}{x} = be^{-cx} c \ln(x) \Rightarrow \frac{1}{x} = c \ln(x)$$

$$x \ln(x) = \frac{1}{c}$$

não sendo possível isolar a variável x .

Esse resultado também foi descrito por Cappio-Borlino, Pulina e Rossi (1995).

Para estimar o tempo em ocorre o pico de lactação (x_{max}) e a produção no pico (Y_{max}) foi considerado por:

$$x_{max} = \frac{b}{c}$$

$$Y_{max} = a \left(\frac{b}{c} \right)^{be^{-b}}$$

conforme descreve Guimarães *et al.* (2006).

4.5.5 Modelo Cobuci

$$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$$

Derivando Y em relação a x e igualando a zero, para obter o ponto de máximo (x_{max}), temos:

$$-c + \frac{1}{x} = 0$$

$$x_{max} = \frac{1}{c}$$

essa é a equação para estimar o instante em que ocorre o pico de lactação para o modelo Cobuci.

Substituindo x_{max} no modelo Cobuci, para estimar a produção máxima (Y_{max}) temos:

$$Y_{max} = a - 1 + \ln\left(\frac{1}{c}\right)$$

essa é a equação para estimar a produção de leite no pico de lactação para o modelo Cobuci.

As equações obtidas, a partir das estimativas dos parâmetros dos modelos, para a raça Santa Inês (SI) e para o cruzamento Santa Inês x Lacune (SI x L), são apresentadas a seguir:

Modelo Brody

$$\text{SI:} \quad PT = \int_2^{17} 1,4237e^{-0,0332x} - 1,4237e^{-0,8567x} dx \times 7$$

$$\text{SI x L:} \quad PT = \int_2^{17} 2,8404e^{-0,0609x} - 2,8404e^{-0,6335x} dx \times 7$$

Modelo Nelder

$$\text{SI:} \quad PT = \int_2^{17} \frac{x}{(0,6485 + 0,5197 x + 0,0393 x^2)} dx \times 7$$

$$\text{SI x L:} \quad PT = \int_2^{17} \frac{x}{(0,7418 + 0,1265 x + 0,0458 x^2)} dx \times 7$$

Modelo Wood

$$\text{SI:} \quad PT = \int_2^{17} 1,0329 x^{0,2665} e^{-0,0606x} dx \times 7$$

$$\text{SI x L:} \quad PT = \int_2^{17} 1,6108 x^{0,4337} e^{-0,1023 x} dx \times 7$$

Modelo Cappio

$$\text{SI:} \quad PT = \int_2^{17} 0,7373 x^{0,6545} e^{-0,1551 x} dx \times 7$$

$$\text{SI x L:} \quad PT = \int_2^{17} 0,9169 x^{1,1281} e^{-0,1668 x} dx \times 7$$

Modelo Cobuci

$$\text{SI:} \quad PT = \int_2^{17} 0,3922 - 0,1540 x + \ln(x) dx \times 7$$

$$\text{SI x L:} \quad PT = \int_2^{17} 1,3131 - 0,1955 x + \ln(x) dx \times 7$$

onde o valor 7 representa o intervalo entre os controles leiteiros.

4.6 Estimativas do pico de lactação e da produção total de leite

Usando as equações obtidas no item 4.5, estimou-se o pico de lactação e a produção total de leite para os modelos estudados. Os dados referentes ao pico de lactação, estimativas da produção máxima de leite (Y_{max}) e o instante em que ela ocorre (x_{max}), assim como a produção total ao longo de toda lactação (PT) dos modelos e genótipos estudados encontram-se na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Estimativas para a data do pico de lactação (x_{max}), a produção no pico (Y_{max}) e a produção total de leite (PT).

Modelo	Genótipo	x_{max} (semana)	Y_{max} (litros)	PT (litros)
Wood	Santa Inês	4,40	1,174	108,066
	Santa Inês x Lacaune	4,24	1,954	164,162
Brody	Santa Inês	3,95	1,201	108,102
	Santa Inês x Lacaune	4,09	2,002	164,336
Nelder	Santa Inês	4,06	1,192	108,077
	Santa Inês x Lacaune	4,03	2,020	164,389
Cobuci	Santa Inês	6,49	1,263	110,007
	Santa Inês x Lacaune	5,12	1,946	165,344
Cappio-Borlino	Santa Inês	4,22	1,203	108,195
	Santa Inês x Lacaune	6,76	1,843	164,558

Fonte: Da autora (2024).

De acordo com os dados da Tabela 4.6, para o modelo Wood, que teve o melhor desempenho para descrever a lactação de ovelhas, observa-se que a produção máxima de leite (pico de lactação) das ovelhas Santa Inês foi de 1,174 litro e ocorreu após a quarta semana de lactação e das ovelhas mestiças foi de 1,954 litro, ocorrendo logo após a quarta semana de lactação. Muñeton *et al.* (2023), utilizando o modelo Wood para descrever a lactação de ovelhas mestiças das raças East Friesian, Pelibuey, Suffolk e Black Belly, descreve que o pico de lactação das ovelhas ocorreu na 5ª semana de lactação (37 dias) e a produção no pico foi de 0,72 litro. Conforme Velarde-Guillén *et al.* (2022), utilizando um modelo polinomial de grau 5, o pico de lactação para ovelhas Awassi ocorreu na 5ª semana de lactação (35 dias) com uma produção de 1,00 litro e para raça East Friesian ocorreu na 6ª semana de lactação (43 dias) com produção de 1,30 litro.

Conforme os dados da Tabela 4.6, o pico de lactação para os modelos Brody e Nelder também ocorreram por volta da 4ª semana de lactação para os dois genótipos, enquanto para modelo Cobuci ocorreu entre a 6ª e 7ª semana de lactação para as ovelhas Santa Inês e após a 5ª semana para as ovelhas mestiças. De acordo com Ochoa-Cordero *et al.* (2002), o pico de produção de leite em ovelhas ocorre entre a terceira e a quinta semanas de lactação.

A produção total de leite foi estimada para 16 semanas de lactação (112 dias), visto que durante as duas primeiras semanas não houve controle leiteiro, pelo fato das ovelhas estarem amamentando seus cordeiros. Conforme os dados da Tabela 4.6, a produção total estimada pelo modelo Wood foi de aproximadamente 108 litros para as ovelhas Santa Inês e de aproximadamente 164 litros para as ovelhas mestiças. Para os modelos Brody, Nelder e Cappio-

Borlino, a produção total de leite estimada para a raça Santa Inês também foi de aproximadamente 108 litros, e para o modelo Cobuci foi de 110 litros. Com relação às ovelhas $\frac{1}{2}$ Santa Inês x $\frac{1}{2}$ Lacaune, a produção total estimada foi de aproximadamente 164 litros para os modelos Brody e Nelder e de aproximadamente 165 litros para os modelos Cappio-Borlino e Cobuci. Não houve muita variação com relação às estimativas da produção total de leite entre os modelos em estudo.

De acordo com os resultados obtidos na Tabela 4.6, a produção total de leite das ovelhas Santa Inês, de aproximadamente 108 litros (112 dias de lactação), foi similar aos estudos de Muñeton *et al.* (2023), que, utilizando o modelo Wood para descrever a lactação de ovelhas mestiças das raças East Friesian, Pelibuey, Suffolk e Black Belly, encontraram uma produção total de 104,5 litros, e de Stancheva *et al.* (2021), que observaram 103,18 litros de produção total (120 dias de lactação) para ovelhas búlgaras. As produções totais encontradas no presente estudo são superiores às de Marshall *et al.* (2023), que, usando um polinômio de grau quatro para modelar a curva de lactação de ovelhas Dairymeade na Nova Zelândia, registraram uma produção total de 86,1 litros de leite para 130 dias de lactação. Deve-se destacar, no entanto, que se trata de raças e condições ambientais diferentes e que a quantidade de leite produzida durante a lactação é influenciada pelo genótipo e pelas condições ambientais (Ünal *et al.*, 2007).

A produção total de leite é influenciada pela produção inicial de leite, pela persistência, pelo pico de produção e pela duração da lactação, sendo a persistência um dos componentes principais da curva de lactação. Uma das vantagens em se utilizar o modelo Wood é poder mensurar a persistência, de forma prática, a partir dos parâmetros do modelo. De acordo com os resultados obtidos pelo modelo Wood, as ovelhas mestiças tiveram uma maior produção inicial, maior produção no pico de lactação, maior produção total e menor persistência quando comparado às ovelhas Santa Inês. A persistência é uma característica importante da curva de lactação, no entanto, o comportamento da curva não depende apenas dela, mas sim da associação dela com os outros parâmetros da curva. A combinação de produção inicial, taxa de aumento na produção até o pico, pico de lactação, persistência e taxa de declínio após o pico de lactação irão determinar a produção total de leite, refletindo o potencial leiteiro dos animais.

Corroborando os resultados obtidos neste estudo, Ticiane *et al.* (2013) relataram que a maior produção total de leite de ovelhas Lacaune pode ser atribuída à alta produção no início do período experimental, refletindo uma maior produção no pico de lactação. No entanto, essa raça apresentou uma queda mais acentuada, demonstrando menor persistência da lactação.

5 CONCLUSÕES

O modelo Wood foi considerado o mais adequado para descrever a lactação dos dois genótipos estudados, por obter valores maiores para o R_{aj}^2 e menores para o AIC. Outra vantagem do modelo Wood é permitir estimar a persistência da lactação, de forma prática, a partir dos parâmetros do modelo, visto que a persistência é uma das principais características da curva de lactação.

A produção total de leite das ovelhas mestiças foi cerca de 50% superior à das ovelhas da raça Santa Inês. Esse resultado nos dá indícios que o cruzamento da raça Santa Inês com a raça Lacaune pode contribuir significativamente para o aumento da produção de leite.

Conforme os resultados obtidos para o modelo Wood, o parâmetro que mais impactou a diferença de produção entre os dois genótipos foi o parâmetro a , que representa a produção de leite no início da lactação, sendo que as ovelhas mestiças tiveram uma produção inicial superior.

Mais pesquisas são necessárias para entender e descrever o comportamento da curva de lactação de ovinos. É importante que diferentes modelos sejam testados para diferentes raças e seus cruzamentos sob diferentes condições ambientais.

REFERÊNCIAS

- ABDELKRIM, A. B.; PUILLET, L.; GOMES, P. et al. Lactation curve model with explicit representation of perturbations as a phenotyping tool for dairy livestock precision farming. **Animal**, v. 15, n. 1, p. 100074, 2021.
- ADEDIRAN, S. A. et al. Comparative evaluation of a new lactation curve model for pasture-based Holstein-Friesian dairy cows. **Journal of Dairy Science**, v. 95, p. 5344-5356, 2012.
- AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In: **Selected papers of Hirotugu Akaike**. New York, NY: Springer New York, p. 199-213, 1998.
- ALI, T. E.; SCHAEFFER, L. R. Accounting for covariances among test days milk yield in dairy cows. **Canadian Journal of Animal Science**, v. 67, n. 3, p. 637-644, 1987.
- ANGELES-HERNANDEZ, Juan Carlos et al. Physiology of milk production and modelling of the lactation curve. **CABI Reviews**, n. 2021, 2021.
- ARAÚJO, L. C. S. R. et al. Produção de leite ovino: caracterização das propriedades e do manejo higiênico-sanitário da Ordenha. **Observatório de la economia Latino-americana**, v. 22, n. 7, p. e5679-e5679, 2024.
- ARUNA, T. S. et al. Bayesian approach for evaluation of lactation curve in cross bred cattle based on monthly and bimonthly test day milk yield. **Tropical Animal Health and Production**, v. 56, n. 3, p. 1-6, 2024.
- BARILLET, F. et al. The French Lacaune dairy sheep breed: use in France and abroad in the last 40 years. **Livestock Production Science**, Amsterdam, v. 71, p. 17-29, 2001.
- BATY F., et al. (2015). A Toolbox for Nonlinear Regression in R: The Package nlstools. *Journal of Statistical Software*, 66(5), 1-21. doi 10.18637/jss.v066.i05.
- BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 1287-1294, 1979.
- BRITO, M. A. et al. Composição do sangue e do leite em ovinos leiteiros do sul do Brasil: variações na gestação e na lactação. **Ciência Rural**, v. 36, n. 3, p. 942-948, 2006.
- BRODY, S.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. **The Journal of General Physiology**, v. 5, n. 4, p. 441-444, 1923.
- BRODY, S.; TURNER, C. W.; RAGSDALE, A. C. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **The Journal of General Physiology**, v. 6, n. 5, p. 541-545, 1924.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel inference: understanding AIC and BIC in model selection. **Sociological Methods & Research**, v. 33, n. 2, p. 261-304, 2004.
- CAPPIO-BORLINO, A., PULINA, G., ROSSI, G. A non-linear modification of Wood's equation fitted to lactation curves of Sardinian dairy ewes. **Small Ruminant Research**, v. 18, p. 75-79, 1995.
- COBUCI, J. A. et al. Curva de lactação na raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 29, n. 5, p. 1332-1339, 2000.
- DALTRO, D. S. **Heterose na curva de lactação de bovinos da raça Girolando**. 2018. 144 p. Tese (Doutorado em Zootecnia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: J. Wiley, 1998.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression. **III. Biometrika**, v. 58, n. 1, p. 1-19, 1971.

FAO (Food and Agriculture Organizations), 2021. FAO database. Disponível em <https://www.fao.org/faostat/en/#data>. Acesso em: maio de 2024.

FAOSTAT (Food and Agriculture Organization of the United Nations), 2022. Statistics database. Disponível em <https://www.fao.org/faostat/en/#data>. Acesso em: agosto de 2024.

FERNANDES, F. A. *et al.* Growth curves of meat-producing mammals by von Bertalanffy's model. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 54, 2019.

FERNANDES, T. J. *et al.* Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, v. 9, n. 2, p. 207-215, 2014.

FERREIRA, A. G. T. *et al.* Fitting mathematical models to lactation curves from holstein cows in the southwestern region of the state of Parana, Brazil. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 87, n. 01, p. 503-517, 2015.

FERREIRA, D. F. **Fundamentos de Probabilidade**. Lavras: UFLA, 2020. 707 p.

FERREIRA, M. I. C. **Produção e composição do leite de ovelhas Santa Inês e mestiças, Lacaune x Santa Inês, e biometria de seus cordeiros**, 2009. 83 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

FIGUEIRA, L. M.; ALVES, N. G.; da FONSECA, J. F. In: Workshop sobre Produção de Caprinos na Região da Mata Atlântica, 15., 2018, Coronel Pacheco. **Anais...** Brasília, DF: Embrapa, p. 53-68, 2018.

FOX J, WEISBERG S (2019). *An R Companion to Applied Regression*, 3 ed. Sage, Thousand Oaks CA. Disponível em: <https://socialsciences.mcmaster.ca/jfox/Books/Companion/>.

GALTON, F. Family likeness in stature. **Proceedings of Royal Society of London**, v. 40, n. 242-245, p. 42-73, 1886.

GÓES, M. Rebanho SIM participa da 8ª Exposição Nacional Santa Inês. Foto. **Página Rural**. Disponível em: <https://www.paginarural.com.br/noticia/120829/rebanho-sim-participa-da-8ordf-exposicao-nacional-santa-ines>. Acesso em: novembro de 2024.

GONZAGA, N., A. *et al.* Corn plant dry mass accumulation considering the previous crop by non-linear models. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 41, p. 424-444, 2023.

GUIMARÃES, V. P. *et al.* Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 35, n. 2, p.535-543, 2006.

HOFFMANN, R. **Análise de regressão: uma introdução à econometria [recurso eletrônico]**. Piracicaba: ESALQ/USP, 2015.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/explica/producao-agropecuaria/ovino/br>. Acesso em: maio de 2024.

JACOPINI, L. A. *et al.* Desempenho produtivo de vacas Girolando estimado pelo modelo de Wood ajustado por metodologia Bayesiana. **Archives of Veterinary Science**, v. 21, n. 3, p. 43-54, 2016.

MARSHALL, A. C. *et al.* Modelling lactation curves for dairy sheep in a New Zealand lock. **Animals**, v. 13, n. 3, p. 349, 2023.

- McKUSICK, B. C. *et al.* Effect of milking interval on alveolar versus cisternal milk accumulation and milk production and composition in dairy ewes. **Journal of Dairy Science**, v. 85, n. 9, p. 2197-2206, 2002.
- McMANUS, C. *et al.* Fatores que influenciam os parâmetros das curvas de lactação em cabras no Distrito Federal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 32, n. 6, p. 1614-1623, 2003.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento** [recurso eletrônico]. 1. ed. – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.
- MUÑETON, L. P. G. *et al.* Shape of curve lactation affects the fitting of empirical and mechanistic models applied to dairy sheep lactations in Mexico. **Archivos Latinoamericanos de Producción Animal**, v. 31, n. Suplemento, p. 305-311, 2023.
- NEGRI, R. **Aspectos genéticos da curva de lactação em ovinos da raça Lacaune**. 2017. 67 p. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Dois Vizinhos, 2017.
- NELDER, J.A. Inverse polynomials a useful group of multi-factor response functions. **Biometrics**, v. 22, n. 1, p. 128-141, 1966.
- NGUYEN, V. Q Nutritional value and factors affecting milk production and milk composition from dairy sheep: A review. **CTU Journal of Innovation and Sustainable Development**, v. 14, n. 3, p. 53-64, 2022.
- NOSSO CAMPO, TV TEM. Ovelhas para produzir leite em Porto Feliz. Foto. **TV TEM**. Disponível em: <https://g1.globo.com/sp/sorocaba-jundiai/nosso-campo/noticia/2018/10/21/ovelhas-para-produzir-leite-em-porto-feliz.ghtml>. Acesso em: novembro de 2024.
- NRC (NATIONAL RESEARCH COUNCIL). **Nutrient requirements of small ruminants: sheep, goats, cervids, and new world camelids**. Washington, DC, 2007. 362p.
- OCHOA-CORDERO, M. A *et al.* Milk yield and composition of Rambouillet ewes under intensive management. **Small Ruminant Research**, Amsterdam, v. 43, n. 3, p. 269-274, 2002.
- OLIVEIRA, J. G. *et al.* The geometry of the lactation curve based on Wood's equation: a two-step prediction. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 49, p. e20200023, 2020.
- PEREIRA, A. A. *et al.* Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar Rubi MG 1192, utilizando modelos de regressão, **Coffee Science**, v. 9, n. 2, p. 236-271, 2014.
- PORTOLANO, B. *et al.* Application of the Wood model to lactation curves of Comisana sheep. **Small Ruminant Research**, v. 24, n. 1, p. 7-13, 1997.
- R Core Team (2024). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.
- REKAYA, R.; CARABÁNO, M. J.; TORO, M. A. Bayesian analysis of lactation curves of Holstein-Friesian cattle using a nonlinear model. **Journal of Dairy Science**, v. 83, n. 11, p. 2691-2701, 2000.
- RIBEIRO, L. C. **Produção, composição e rendimento em queijos do leite de ovelhas Santa Inês**. 2005. 64p. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2005.
- RIBEIRO, L. C. *et al.* Produção, composição e rendimento em queijo do leite de ovelhas Santa Inês tratadas com ocitocina. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 36, n. 2, p. 438-444, 2007.
- ROSA, M. *et al.* Linear and nonlinear models to describe the lactation curve of Girolando cows. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 57, p. e02678, 2022.

- ROY, D. et al. Composition, structure, and digestive dynamics of milk from different species - A review. **Frontiers in Nutrition**, v. 7, p. 577759, 2020.
- SANTOS, W. S. *et al.* Diagnóstico da cadeia produtiva de caprinos e ovinos no Brasil e na Região Nordeste. **Brazilian Journal of Development**, v. 9, n. 7, p. 21283-21303, 2023.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, Cambridge, v. 52, n. 3-4, p. 591-611, 1965.
- SILVA SOBRINHO, A. G. **Criação de ovinos**. 2 ed. Jaboticabal: Funep, 2001. 302 p.
- SILVA, W. S. *et al.* Accuracy of goodness-of-fit criteria for nonlinear regression: a study via Monte Carlo simulation. **Acta Scientiarum**. Technology, v. 46, e63428, 2024.
- SIQUEIRA, E. R.; EMEDIATO, R. M. S. Qualidade do leite de ovinos. X Simpósio Brasileiro de Melhoramento Animal. Uberaba, MG. **Anais... SBMA**, 2013.
- SOUSA, W. H.; LÔBO, R. N. B.; MORAIS, O. R. Ovinos Santa Inês: estado de arte e perspectivas. *In: Simpósio Internacional sobre Caprinos e Ovinos de Corte, 2. Simpósio Internacional sobre Agronegócio da Caprinocultura Leiteira, 1.* **Anais... João Pessoa: EMEPA-PB**, p. 501-522, 2003.
- STANCHEVA, Nevyana et al. Lactation curve of the sheep from bulgarian dairy synthetic population. **Tradition & Modernity in Veterinary Medicine**, v. 6, n. 2, 2021.
- TEKEL, N. et al. Comparison of different lactation curve models to describe lactation curve in Awassi sheep raised in Turkey. **Applied Ecology and Environmental Research**, v.17, n. 6, p.15507-15517, 2019.
- TICIANI, E. *et al.* Persistência da lactação e composição do leite em ovelhas leiteiras das raças Lacaune e East Friesian. **Ciência Rural**, v. 43, p. 1650-1653, 2013.
- ÜNAL, Necmettin et al. Comparison of various models for lactation curves of Akkaraman and its crossbreds (Chios x Akkaraman F1 and Kivrıcık x Akkaraman F1) ewes. **Lalahan Hayvancılık Araştırma Enstitüsü Dergisi**, v. 47, n. 2, p. 7-14, 2007.
- VELARDE-GUILLÉN, J. *et al.* Factors affecting the lactation curve parameters of crossbred dairy ewes in a flock of the highlands of Mexico. **Tropical Animal Health and Production**, v. 54, n. 6, p. 373, 2022.
- WOOD, P. D. P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**, v. 216, n. 5111, p. 164-165, 1967.
- WOOD, P. D. P. Breed variations in the shape of the lactation curve of cattle and their implications for efficiency. **Animal Science**, v. 31, n. 2, p. 133-141, 1980.
- ZEILEIS A., HOTHORN T. (2002). Diagnostic Checking in Regression Relationships. *R News* 2(3), 7-10. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>.

APÊNDICE A

Modelos Brody, Nelder, Cappio-Borlino e Cobuci

Os resultados das análises dos modelos Brody, Nelder, Cappio-Borlino e Cobuci são mostrados a seguir.

As estimativas dos parâmetros dos modelos, com seus respectivos intervalos de confiança, podem ser observadas na Tabela A.1.

Tabela A.1 – Estimativas e intervalos de confiança de 95% para os parâmetros dos modelos para as curvas de lactação de ovelhas.

Modelo	Genótipo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
Brody	Santa Inês	<i>a</i>	1,4237 **	1,2608	1,5865
		<i>b</i>	0,0332 **	0,0228	0,0436
		<i>c</i>	0,8567 **	0,5219	1,1915
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	2,8404 **	2,4019	3,2790
		<i>b</i>	0,0609 **	0,0471	0,0746
		<i>c</i>	0,6335 **	0,4410	0,8260
Nelder	Santa Inês	<i>a</i>	0,6485 **	0,2059	1,0912
		<i>b</i>	0,5197 **	0,3455	0,6938
		<i>c</i>	0,0393 **	0,0265	0,0522
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	0,7418 **	0,4260	1,0575
		<i>b</i>	0,1265 ^{NS}	-0,0007	0,2536
		<i>c</i>	0,0458 **	0,0356	0,0560
Cappio-Borlino	Santa Inês	<i>a</i>	0,7373 **	0,6018	0,8728
		<i>b</i>	0,6545 **	0,4529	0,8561
		<i>c</i>	0,1551 **	0,1051	0,2052
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	0,9169 **	0,7309	1,1028
		<i>b</i>	1,1281 **	0,8954	1,3610
		<i>c</i>	0,1668 **	0,1300	0,2035
Cobuci	Santa Inês	<i>a</i>	0,3922 **	0,2133	0,5711
		<i>c</i>	0,1540 **	0,1371	0,1710
	Lacaune x Santa Inês	<i>a</i>	1,3131 **	1,1561	1,4701
		<i>c</i>	0,1955 **	0,1806	0,2103

** significativo a 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2024).

É importante ressaltar que mesmo que os modelos utilizem letras semelhantes para representar os parâmetros, eles não possuem a mesma interpretação.

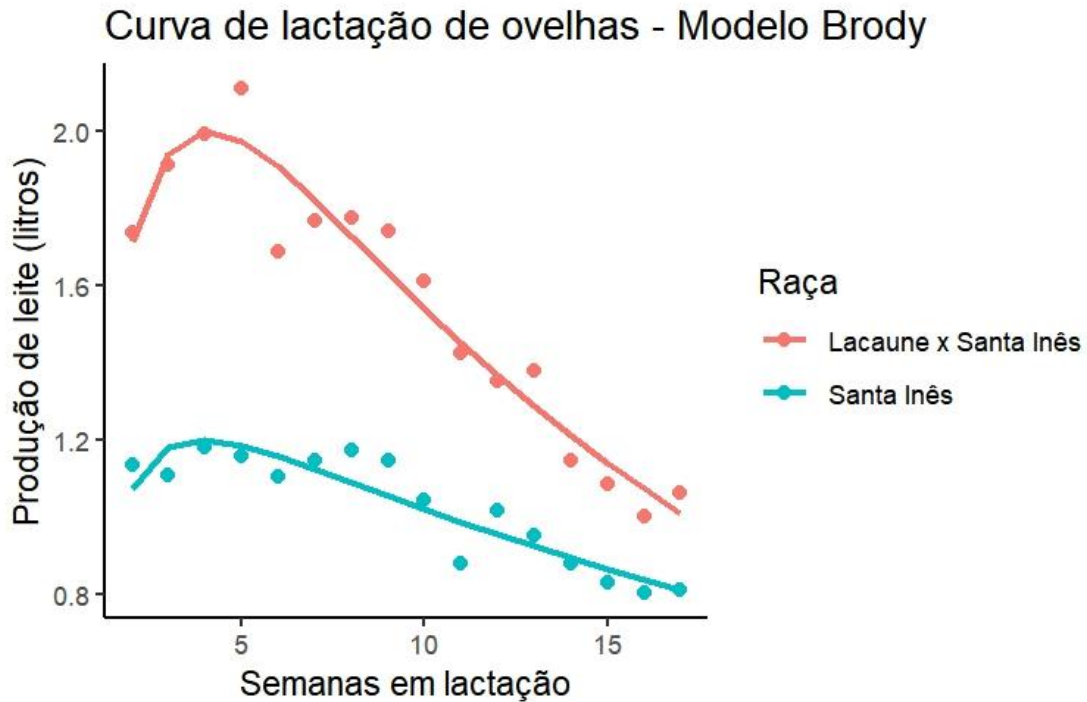
Modelo Brody

$$Y = ae^{-bx} - ae^{-cx} + \varepsilon$$

A primeira parte da função de Brody corresponde à fase de decréscimo da produção após o pico de lactação, enquanto a segunda parte corresponde a fase inicial da lactação, ou seja, a fase crescente do parto até o pico de produção. O parâmetro b , que corresponde à taxa de decréscimo da produção após o pico, foi de 0,0332 litro/semana para as ovelhas Santa Inês e 0,0609 litro/semana para as mestiças (Tabela A.1). Pelo fato de não haver sobreposição entre os intervalos de confiança, as estimativas do parâmetro b são estatisticamente diferentes entre os genótipos estudados, logo, a taxa de decréscimo na produção de leite após o pico foi mais acentuada para as ovelhas mestiças. O parâmetro c corresponde à taxa de crescimento da produção de leite, do parto até o pico de lactação, seu valor foi de 0,8567 litro/semana para as ovelhas Santa Inês e 0,6335 litro/semana para as ovelhas mestiças (Tabela A.1), não havendo diferença estatística entre eles, devido à sobreposição dos intervalos de confiança. O parâmetro a não possui uma interpretação prática, ele influencia o formato da curva nas duas fases de produção, antes e após o pico de produção. Houve diferença entre os genótipos estudados, pois não houve sobreposição entre os intervalos de confiança, sendo $a = 1,4237$ para raça Santa Inês e $a = 2,8404$ para o cruzamento Santa Inês x Lacaune.

As curvas de lactação do modelo Brody estão representadas na figura a seguir.

Figura A.1 – Modelo Brody *et al.* (1924) para curva de lactação de ovelhas.



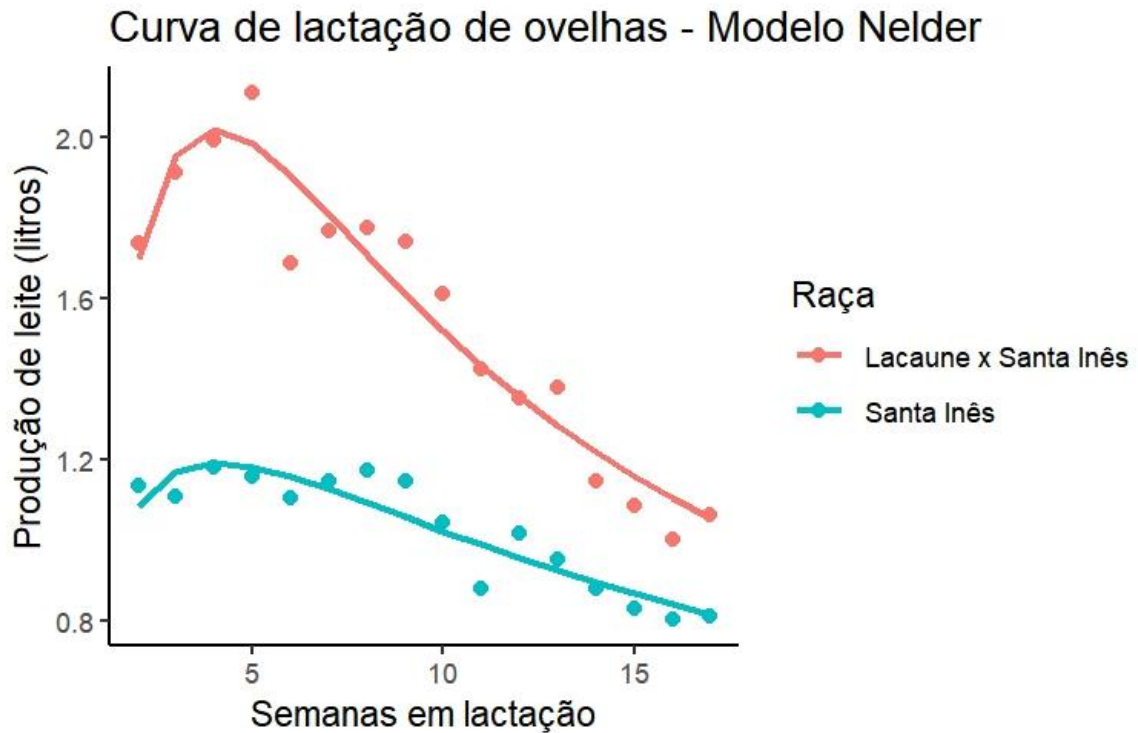
Modelo Nelder

$$Y = \frac{x}{(a + bx + cx^2)} + \varepsilon$$

De acordo com a Tabela A.1, o parâmetro b do modelo Nelder para as ovelhas mestiças foi não significativo, mas devido ao p -valor ter sido igual 0,0511, estando próximo da significância ($p < 0,05$), ele será considerado como significativo no presente estudo. Os parâmetros dos modelos definem o formato da curva de lactação, no caso do modelo Nelder. De acordo com os resultados observados (Tabela A.1), o intervalo de confiança das estimativas do parâmetro a se sobrepuseram, indicando não haver diferença para este parâmetro entre os genótipos. Analisando o parâmetro b , os intervalos de confiança das estimativas não se sobrepõem, ou seja, indica haver diferença entre os genótipos para este parâmetro, $b = 0,5197$ para as ovelhas Santa Inês e $b = 0,1265$ para as ovelhas mestiças (Tabela A.1). Com relação ao parâmetro c , não há diferença entre as estimativas desse parâmetro para as ovelhas Santa Inês e mestiças, pelo fato de haver sobreposição entre os intervalos de confiança do parâmetro.

As curvas de lactação do modelo Nelder estão representadas na Figura A.2.

Figura A.2 – Modelo Nelder (1966) para curva de lactação de ovelhas.



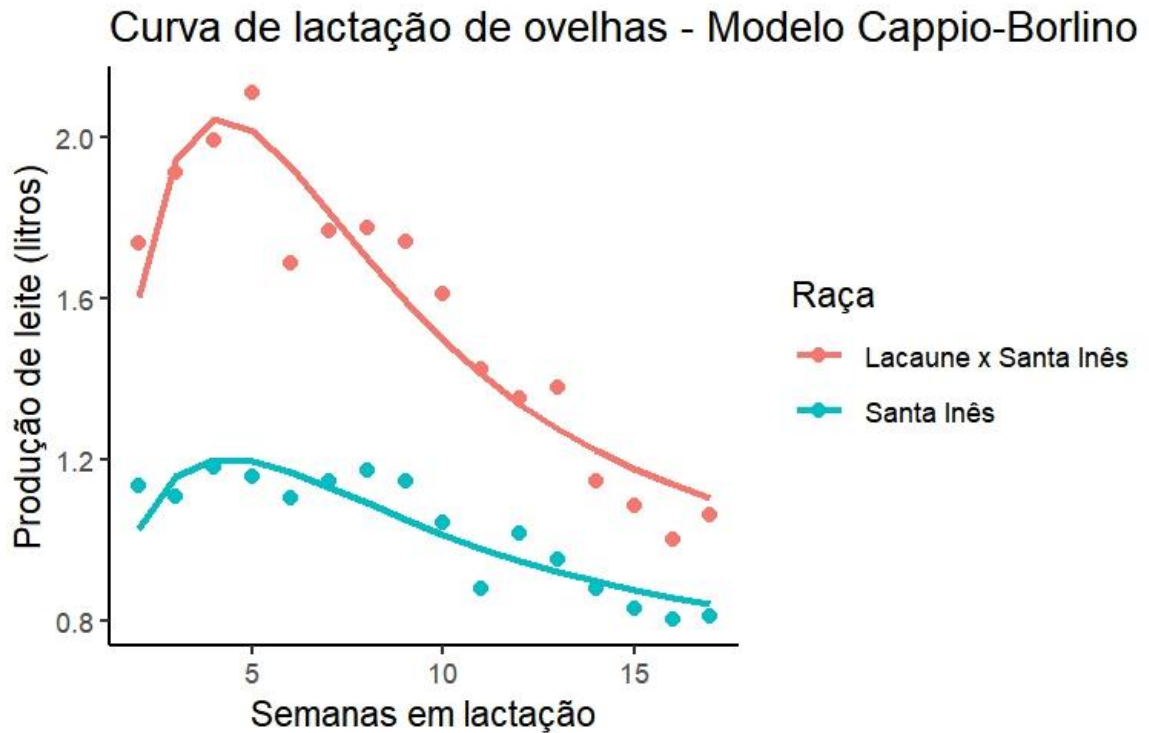
Modelo Cappio-Borlino, Pulina e Rossi

$$Y = ax^{be^{-cx}} + \varepsilon$$

Os intervalos de confiança para as estimativas dos parâmetros a e c se sobrepuseram, indicando não haver diferença entre eles para os genótipos estudados. Já com relação ao parâmetro b , houve diferença entre os genótipos, visto que os intervalos de confiança para as estimativas do parâmetro não se sobrepuseram. As estimativas para o parâmetro b foi de 0,6545 para as ovelhas Santa Inês e 1,1281 para as ovelhas mestiças (Tabela A.1).

As curvas de lactação do modelo Cappio-Borlino estão representadas na Figura A.3.

Figura A.3 – Modelo Cappio-Borlino *et al.* (1995) para curva de lactação de ovelhas.



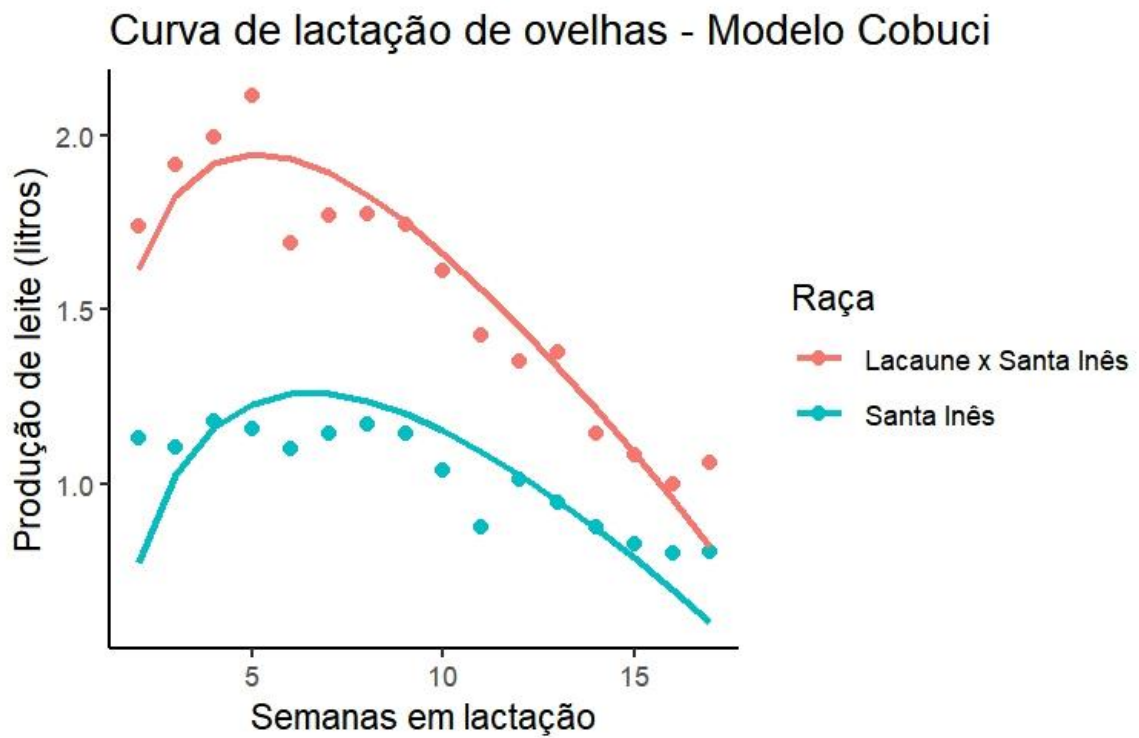
Fonte: Da autora (2024).

Modelo Cobuci

$$Y = a - cx + \ln(x) + \varepsilon$$

Os intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros a e c não se sobrepuseram, indicando haver diferença entre os genótipos estudados para os dois parâmetros (Tabela A.1). O parâmetro a , que corresponde à produção inicial de leite, foi de 0,3922 litro para as ovelhas Santa Inês e de 1,3131 litro para as ovelhas mestiças. O parâmetro b representa o declínio da produção de leite ao longo da lactação. Seu valor foi de 0,1540 litro/semana para as ovelhas Santa Inês e de 0,1955 litro/semana para as ovelhas mestiças.

As curvas de lactação do modelo Cobuci estão representadas na Figura A.4.

Figura A.4 – Modelo Cobuci *et al.* (2000) para curva de lactação de ovelhas.

Fonte: Da autora (2024).