



IZADORA APARECIDA RAMOS

**ALGORITMOS DE POSICIONAMENTO POR PONTO
PRECISO EM TEMPO REAL PARA VEÍCULOS AGRÍCOLAS
CONECTADOS**

LAVRAS – MG

2025

IZADORA APARECIDA RAMOS

**ALGORITMOS DE POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO EM TEMPO REAL
PARA VEÍCULOS AGRÍCOLAS CONECTADOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, para obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. Felipe Oliveira e Silva
Orientador

Prof. DSc. Danilo Alves de Lima
Coorientador

LAVRAS – MG

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo(a) autor(a) através do Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA.

Ramos, Izadora

Algoritmos de Posicionamento por Ponto Preciso em Tempo Real para Veículos Agrícolas Conectados / Izadora Aparecida Ramos. – Lavras : UFLA, 2025.

92 p. : il.

Dissertação (Mestrado Acadêmico)–Universidade Federal de Lavras, 2025.

Orientador: Prof. DSc. Felipe Oliveira e Silva.

Bibliografia.

1. Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS). 2. Posicionamento por Ponto Preciso (PPP). 3. Agricultura de Precisão (AP). I. Oliveira e Silva, Felipe. II. Alves de Lima, Danilo. III. Universidade Federal de Lavras. IV. Título.

IZADORA APARECIDA RAMOS

**ALGORITMOS DE POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO EM TEMPO REAL
PARA VEÍCULOS AGRÍCOLAS CONECTADOS
REAL-TIME PRECISE POINT POSITIONING ALGORITHMS FOR CONNECTED
AGRICULTURAL VEHICLES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 21 de Fevereiro de 2025.

Prof. DSc. Felipe Oliveira e Silva UFLA
Prof. DSc. Danilo Alves de Lima UFLA
Prof. DSc. Leandro da Silva Camargo IFSul
Prof. DSc. Antônio Haroldo Marques IME

Prof. DSc. Felipe Oliveira e Silva
Orientador

Prof. DSc. Danilo Alves de Lima
Co-Orientador

**LAVRAS – MG
2025**

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais pois sem eles nada disso seria possível, estes que nunca mediram esforços e incentivos durante toda minha jornada acadêmica.

Aos meus familiares e amigos por estarem sempre presentes me dando forças e conselhos para enfrentar todos os desafios encontrados.

Ao meu orientador, Prof. Felipe Oliveira e Silva, expresso meu reconhecimento por sua paciência e compreensão desde o princípio, compreendendo a árdua tarefa de conciliar mestrado e trabalho. Agradeço, também, pelos ensinamentos compartilhados durante todo o mestrado os quais foram de valor imensurável.

Aos membros da banca, estendo meu agradecimento por suas contribuições exemplares e construtivas, que foram fundamentais para a conclusão deste trabalho, com destaque ao meu coorientador Prof. Danilo Alves de Lima. Suas análises enriqueceram sobremaneira este processo.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), em particular ao Programa de Mestrado em Engenharia de Sistemas e Automação (PPGESISA), por todo suporte necessário para a realização deste trabalho.

A todos aqueles que, de uma forma ou outra, compartilharam dessa jornada comigo, minha mais sincera gratidão.

RESUMO

Sistemas Globais de Navegação por Satélite (GNSS) desempenham um papel crítico na Agricultura de Precisão (AP), a qual tem revolucionado as práticas agrícolas, possibilitando um uso mais eficiente dos recursos e uma melhor tomada de decisões. A aplicação bem-sucedida do GNSS na AP tem oferecido benefícios significativos em termos de eficiência, produtividade e sustentabilidade aprimoradas. Poucas décadas após o primeiro GNSS ter sido disponibilizado para uso civil, ele se consolidou como a principal tecnologia de navegação devido à sua cobertura global, baixo custo e versatilidade em diferentes aplicações. O Posicionamento por Ponto Preciso em Tempo Real (PPP-TR) é uma técnica que melhora a precisão do posicionamento corrigindo Erros de Modo Comum (CME) presentes em observáveis GNSS por meio de produtos disponibilizados em tempo real por agências especializadas, como o Serviço Internacional de GNSS (IGS) e a Faculdade de Ciências Astronômicas e Geofísicas (FCAG) da Universidade Argentina de La Plata (UNLP). O Serviço em Tempo Real (RTS) do IGS fornece vários fluxos de correção para implantação do PPP-TR, cuja disponibilidade é superior a 95% para o Sistema de Posicionamento Global (GPS) e 90% para o *GLobal NAVigation Satellite System* (GLONASS). Para aproveitar ao máximo as vantagens do PPP e do *Real-Time Kinematic* (RTK) e superar as limitações de ambas as técnicas, o PPP-RTK, o qual pode ser considerado uma extensão do modelo PPP, permite aos usuários obter posicionamento absoluto usando um único receptor, com maior precisão e velocidade de convergência aplicando resolução das ambiguidades. O primeiro e principal, objetivo deste trabalho, o qual figura como primeiro de uma série de estudos é a pesquisa, implementação, análise e validação de um protótipo que realize o PPP-TR, sem contudo resolver as ambiguidades inteiras (PPP-RTK), mas focado no uso de receptores de simples frequência (baixo custo) e apenas observáveis do tipo pseudo-distâncias e deslocamentos *Doppler* do GPS. Como principal contribuição do trabalho, são desenvolvidos e embarcados em um microcomputador de tempo tempo-real, dois *softwares* de PPP-TR via GPS, os quais têm a funcionalidade de obter os dados de observáveis e efemérides do receptor (*rover*), coletar as correções necessárias em tempo real e realizar o processamentos do mesmo aplicando as técnicas estudadas, sendo que o primeiro tem como estratégia de processamento os Mínimos Quadrados Iterados Ponderado (*Weighted and Iterated Least Squares* - WILS) e o segundo, um Filtro de Kalman Estendido (*Extended Kalman Filter* - EKF). Durante as épocas em que os fluxos de correção podem ficar momentaneamente indisponíveis ou, quando ocorrem problemas de comunicação/latência, o usuário do equipamento não tem outra opção a não ser utilizar produtos desatualizados, os quais podem degradar a precisão da posição. Um segundo objetivo deste trabalho, portanto, é avaliar o impacto do uso de produtos PPP-TR desatualizados na precisão do posicionamento GPS em território brasileiro. Como contribuição desta análise, mostra-se que a precisão do posicionamento GPS PPP-TR não é significativamente degradada quando são utilizados produtos desatualizados em até 25 minutos, podendo atender a especificação J2945 da Sociedade dos Engenheiros Automotivos (SAE), a qual estipula um erro máximo de 1,5 metros para a posição horizontal, a 68% de probabilidade, visando aplicações de Veículos Autônomos Conectados (CAV). Testes experimentais, conduzidos em ambiente estacionário, validam as constatações supracitadas. Além do problema da latência/indisponibilidade de produtos PPP-TR, este trabalho investiga, também, o efeito de erros residuais nas observáveis GNSS, que precisam ser mitigados quando se deseja melhorar ainda mais a precisão do posicionamento. Dentre esses erros, pode-se destacar o troposférico, que é um CME para o qual atualmente não são fornecidos produtos PPP-TR, e também o de multicaminho, que é um Erro de Modo Não-Comum (NCME) cujo efeito está associado à recepção de múltiplos sinais GNSS refletidos do ambiente circundante. Neste trabalho, propõe-se estimar os erros residuais de multicaminho como processos de Gauss-Markov (GM) de primeira ordem, os quais

são adicionados ao vetor de estado do EKF, após terem seus tempos de correlação e a Densidade Espectral de Potência (PSD) dos ruídos diretores devidamente identificados. Já o erro troposférico é estimado e compensado por meio do modelo empírico da Universidade de New Brunswick 3 (UNB3), adicionando-se um estado ao EKF, que considera o atraso troposférico úmido residual, o qual é modelado de acordo com função de mapeamento de Niell. Portanto, o terceiro, e último objetivo deste trabalho é avaliar a eficácia das técnicas acima mencionadas, e como principal contribuição, mostra-se que o uso das técnicas de mitigação dos erros residuais propostas, além de trazer maior complexidade, não produz melhorias significativas na precisão do posicionamento quando comparada à solução PPP-TR padrão com simples frequência. Resultados de testes experimentais, conduzidos em ambiente dinâmico validam as constatações supracitadas.

Palavras-chave: GNSS. GPS. PPP-TR. WLS. EKF. Multicaminho. AP.

ABSTRACT

Global Navigation Satellite Systems (GNSS) play a critical role in Precision Agriculture (PA), which has revolutionized agricultural practices by enabling more efficient use of resources and improved decision-making. The successful application of GNSS in PA has offered significant benefits in terms of improved efficiency, productivity and sustainability. A few decades after the first Global Navigation Satellite System (GNSS) was made available to civilians, it has already become the main navigation technology due to its global coverage, low-cost, and versatility in different applications. Real-time Precise Point Positioning (RT-PPP) is a technique that improves positioning accuracy by correcting common mode errors present in GNSS observables by means of products made available in real-time by specialized agencies, such as the International GNSS Service (IGS) and the Faculty of Astronomical and Geophysical Sciences (FCAG) of the Argentine University of La Plata (UNLP). The Real-Time Service (RTS) of IGS provides various correction streams for RT-PPP deployment, whose availability is beyond 95% for the Global Positioning System (GPS) and 90% for the GLObal NAVigation Satellite System (GLONASS). To take full advantage of the advantages of PPP and Real-Time Kinematic (RTK) and overcome the limitations of both techniques, PPP-RTK, which can be considered an extension of the PPP model, allows users to obtain absolute positioning using a single receiver, with greater accuracy and convergence speed by applying ambiguity resolution. The main objective of this work, which is the first in a series of studies and researches and which comprises the scope of this work, is the research, implementation, analysis and validation of a prototype that performs RT-PPP, without however resolving the entire ambiguities (PPP-RTK), but focused on the use of single frequency receivers (low cost) and only GPS pseudorange and doppler observables. As the main contribution of this work, a system composed of two GPS RT-PPP softwares is developed, which have the functionality to collect observables and ephemeris data from the receiver (rover), collect the necessary corrections in real time and applying the studied techniques in the processing of this data, the first having as processing strategy the Weighted and Iterated Least Squares (WILS) and the second, an Extended Kalman Filter (EKF). During the epochs the correction streams become momentarily unavailable or, when communication problems/latency occur, the equipment user has no other option than to use outdated products, which may degrade position accuracy. One of the objectives of this work is to evaluate the impact of using outdated RT-PPP products on GPS positioning accuracy in Brazilian territory. As main contribution, we show that the RT-PPP GPS positioning accuracy is not significantly degraded when outdated products up to 25 minutes are used, being able to comply with the Society of Automotive Engineers (SAE) J2945 specification, which stipulates a maximum horizontal position error of 1.5 meter, at 68% of probability, aiming at Connected Autonomous Vehicle (CAV) applications. Results from experimental tests are conducted, in a stationary environment, which validates the outline verifications. In addition to the communication latency/interruption problem in obtaining IGS products for corrections provided by RT-PPP products, this work investigates the existence of residual errors that remain in the GNSS observables, which need to be addressed if one aims to further improve positioning accuracy. Among these errors, stand out the tropospheric error, which is a Common Mode Error (CME) for which no RT-PPP products are currently provided, and also the multipath error, which is a Non-Common Mode Error (NCME) whose effect is associated with the reception of multiple GNSS signals reflected from the surrounding environment. In this work, we propose to estimate the multipath residual errors as 1st order Gauss-Markov (GM) processes, which are augmented to the Extended Kalman Filter (EKF) state vector, after having their correlation times and driven noise Power Spectral Densities (PSDs) suitably identified. For the tropospheric error, we estimate (and compensate) the latter via the University of New Brunswick 3 (UNB3) empirical model, as well

as augmenting the EKF for one additional state, to account for the residual wet tropospheric delay, which is modeled according to Niell's mapping function. Therefore, the second objective of this work is to evaluate the effectiveness of the aforementioned techniques, and as a main contribution, we show that the use of the proposed residual error mitigation techniques, besides bringing increased complexity, does not yield significant accuracy improvements when compared to the standard single-frequency code-based RT-PPP solution. Results of experimental tests, conducted in a dynamic environment, validate the aforementioned findings.

Keywords: GNSS. GPS. RT-PPP. WLS. EKF. Multipath.PA.

INDICADORES DE IMPACTO

Neste trabalho, intitulado “ALGORITMOS DE POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO EM TEMPO REAL PARA VEÍCULOS AGRÍCOLAS CONECTADOS”, foi realizada a pesquisa, implementação, análise e validação de um protótipo capaz de realizar o PPP-TR, sem contudo resolver as ambiguidades inteiras (PPP-RTK), e focado no uso de receptores de simples frequência (baixo custo) e apenas observáveis do tipo pseudo-distâncias e deslocamentos Doppler do GPS. Foram conduzidos testes utilizando dados reais coletados tanto em ambiente estacionário como dinâmico, onde o algoritmo mostrou-se eficiente, apresentando uma acurácia satisfatória em seus valores de posicionamento. O posicionamento via GNSS pode ser adotado nas práticas de AP, sendo uma delas a Aplicação de Taxa Variável (*Variable Rate Application* - VRA). Através dos mapas de prescrição da VRA, é possível a realização de tratamentos adaptados ao campo, e conseqüentemente, a minimização do uso de pesticidas e fertilizantes químicos. O uso de doses adequadamente balanceadas e ajustadas melhora a condição da planta e ajuda a evitar que o excesso de produtos químicos permaneça no solo ou nos cursos d’água. Esta ferramenta, baseada em mapas de VRA, reduz omissões e sobreposições durante tratamentos tais como semeadura, fertilização ou pulverização. A sobreposição é ainda melhor mitigada por sistemas de orientação automatizados, os quais reduzem a necessidade de direção manual pelo operador, permitindo um trabalho autônomo e sem as mãos. Tais sistemas ainda contribuem no sentido de otimizar os custos de combustível e aumentar a eficiência da máquina, tornando possível também operar veículos grandes com precisão centimétrica. O protótipo desenvolvido se alinha com alguns dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU, incluindo agricultura sustentável (ODS 2) e consumo e produção responsáveis (ODS 12), refletindo seu potencial em contribuir para uma agenda global de desenvolvimento sustentável.

IMPACT INDICATORS

In this work, entitled “REAL-TIME PRECISE POINT POSITIONING ALGORITHMS FOR CONNECTED AGRICULTURAL VEHICLES”, the authors carried out the research, implementation, analysis and validation of a prototype that performs RT-PPP, without however resolving the entire ambiguities (PPP-RTK), and focused on the use of single-frequency receivers (low cost) and only GPS pseudoranges and Dopplers observables. Tests were conducted using real data collected in both stationary and dynamic environments, where the algorithm proved to be efficient, presenting satisfactory accuracy in its positioning values. GNSS positioning can be adopted in PA practices, one of which is Variable Rate Application (VRA). Through VRA prescription maps, it is possible to carry out treatments adapted to the field, and consequently, minimize the use of pesticides and chemical fertilizers. The use of properly balanced and adjusted doses improves plant health and helps prevent excess chemicals from remaining in the soil or waterways. This tool, based on VRA maps, reduces omissions and overlaps during treatments such as seeding, fertilization or spraying. Overlap is further mitigated by automated guidance systems, which reduce the need for manual steering by the operator, allowing autonomous and hands-free work. Such systems also contribute to optimizing fuel costs and increasing machine efficiency, also making it possible to operate large vehicles with centimeter precision. The developed prototype aligns with some of the ONU Sustainable Development Goals, including sustainable agriculture (ODS 2) and responsible consumption and production (ODS 12), reflecting its potential to contribute to a global sustainable development agenda.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Geometria do Posicionamento com Satélites.	25
Figura 3.2 – Possibilidades de Reflexão e Difração de Sinais de Satélites GNSS que podem chegar à Antena do Receptor Causando o Efeito do Multicaminho. .	44
Figura 4.1 – Fluxograma Pós-Processado	51
Figura 4.2 – Fluxo de Inicialização Pós-Processado	52
Figura 4.3 – Comparativos dos Erros de Posicionamento no Teste Estático	63
Figura 4.4 – Comparativos dos Erros do Teste Dinâmico	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Erros de Posicionamento Médio do Teste Estático.	64
Tabela 4.2 – Probabilidades dos Erros de Posição Horizontal.	64
Tabela 4.3 – Probabilidades dos Erros de Posição Vertical.	64
Tabela 4.4 – Probabilidades dos Erros de Posição Total.	64
Tabela 4.5 – Erros de Posicionamento Médio do Teste Dinâmico.	66
Tabela 4.6 – Probabilidades dos Erros de Posição Horizontal.	66
Tabela 4.7 – Probabilidades dos Erros de Posição Vertical.	66
Tabela 4.8 – Probabilidades dos Erros de Posição Total.	66

NOMENCLATURE

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>AC</i>	<i>Analysis Centers</i>
<i>AP</i>	Agricultura de Precisão
<i>AR</i>	<i>Ambiguity Resolution</i>
<i>BDS</i>	<i>BeiDou System</i>
<i>BNC</i>	<i>BKG Ntrip Client</i>
<i>C/A</i>	<i>Coarse Aquisition</i>
<i>CAV</i>	Veículos Autônomos Conectados
<i>CME</i>	Erros de Modo Comum
<i>CODE</i>	<i>Center for Orbit Determination in Europe</i>
<i>CORS</i>	<i>Continuously Operating Reference Station</i>
<i>DCB</i>	<i>Differential Code Biases</i>
<i>EKF</i>	<i>Extended Kalman Filter</i>
<i>FCAG</i>	Faculdade de Ciências Astronômicas e Geofísicas
<i>FOC</i>	<i>Full Operational Capability</i>
<i>GIM</i>	<i>Global Ionosphere Map</i>
<i>GLONASS</i>	<i>GLObal NAVigation Satellite System</i>
<i>GM</i>	<i>Gauss-Markov</i>
<i>GNSS</i>	Sistemas Globais de Navegação por Satélite
<i>GPS</i>	Sistema de Posicionamento Global
<i>ICD</i>	Documento de Controle de Interface

IGS Serviço Internacional de GNSS

IOD *Issue of Data*

IONEX *IONosphere EXchange*

IPP *Ionosphere Pierce Point*

IPPP *Integer Precise Point Positioning*

MLE Estimativa de Máxima Verossimilhança

MMSE Erro Quadrático Médio Mínimo

MU *Measurement-Update*

NCME Erros de Modo Não-Comum

NTRIP *Networked Transport of RTCM via Internet Protocol*

OSR *Observable Space Representation*

P *Precise*

PPP – AR *Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution*

PPP – TR Posicionamento por Ponto Preciso em Tempo Real

PPP Posicionamento por Ponto Preciso

PSD Densidade Espectral de Potência

RIM *Regional Ionosphere Map*

RTCM Comissão Técnica de Rádio para Serviços Marítimos

RTK *Real-Time Kinematic*

RTS Serviço em Tempo Real

SAE Sociedade dos Engenheiros Automotivos

SBAS *Satellite-Based Augmentation System*

SSR *State Space Representation*

STEC Slant Total Electron Content

TU Time-Update

UAVs Unmanned Aerial Vehicles

UNB3 Universidade de New Brunswick 3

UNLP Universidade Argentina de La Plata

UPD Uncalibrated Phase Delay

VRA Variable Rate Application

VTEC Vertical Total Electron Content

WILS Weighted Iterated Least Squares

SUMÁRIO

I	INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA	11
1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO DA LITERATURA	17
3	SISTEMA GLOBAL DE NAVEGAÇÃO POR SATÉLITE	24
3.1	Posicionamento GNSS com Pseudo-distância	24
3.1.1	Minimos Quadrados Iterados Ponderados - WILS	26
3.1.1.1	Solução de Navegação de Época Única Utilizando Mínimos Quadrados Iterados	27
3.1.2	Filtro de Kalman Extendido - EKF	28
3.1.2.1	Solução de Navegação Filtrada Utilizando Filtro de Kalman Extendido	29
3.2	Implementação do PPP-TR	34
3.2.1	Correção SSR do IGS para a Órbita do Satélite	35
3.2.2	Correção SSR do IGS para o Relógio do Satélite	36
3.2.3	Correção SSR do IGS para o <i>Bias</i> Instrumental do Satélite	36
3.3	Correções Ionosféricas da FCAG-UNLP	37
3.4	Correção Troposférica Empírica	38
3.5	Técnica para Remoção do Erro Residual Troposférico	40
3.6	Técnicas para Mitigação dos Erros de Modo Não-Comum	40
3.6.1	Remoção do Erro do Relógio do Receptor com Simples Diferenciação entre Satélites	41
3.6.2	Estimação do Erro de Multicaminho utilizando o Filtro de Kalman Estendido	43
3.6.2.1	Modelagem e Identificação do Multicaminho	45
4	IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA	49
4.1	Algoritmo Pós-Processado	49
4.1.1	Função RT_PPP_GNSS	50
4.1.2	Função Parse_GPS_obs_from_RINEX	50
4.1.3	Função Parse_GPS_nav_from_RINEX	52
4.1.4	Função Parse_GPS_cor_from_SSR	53
4.1.5	Função Parse_VTEC_from_IONEX	53

4.1.6	Função Parse_CSV_file_from_ublox_4	54
4.1.7	Função RT_PPP_GNSS_EKF_PR_PRR_innov_test	55
4.1.8	Função Get_GNSS_data	55
4.1.9	Função Process_GNSS_nav_precise_RT	56
4.1.10	Função Correct_GNSS_obs	57
4.1.11	Função GNSS_WLS_PR_PRR_innov_Epoch	58
4.1.12	Função GNSS_EKF_PR_PRR_innov_Epoch	59
4.1.13	Função Calculate_errors_NED	60
4.2	Resultados Estáticos	61
4.3	Resultados Dinâmicos	64
II	TRABALHOS PUBLICADOS	67
5	ARTIGO 01: On the Performance Degradation of GPS Positioning due to Outdated RT-PPP Products	68
6	ARTIGO 02: On the Residual Errors Mitigation in Single-Frequency Code- Based Real-Time PPP	77
III	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
7	CONCLUSÃO	86
	REFERÊNCIAS	88

Parte I

INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA

1 INTRODUÇÃO

A AP revolucionou as práticas agrícolas ao permitir a coleta e análise de dados em tempo real, possibilitando um uso mais eficiente dos recursos e uma melhor tomada de decisões (AMMONIACI et al., 2021). O GNSS desempenha um papel crítico nisso, fornecendo a base geoespacial para atividades como plantio de precisão, semeadura, irrigação, fertilização e colheita (VELEZ et al., 2024). A aplicação bem-sucedida do GNSS na AP tem oferecido benefícios significativos em termos de eficiência, produtividade e sustentabilidade aprimoradas. As tecnologias GNSS, como GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, foram amplamente adotadas em aplicações de AP em todo o mundo (RADOČAJ; PLAŠČAK; JURISČIĆ, 2023).

O posicionamento absoluto usando GNSS fornece um nível moderado de precisão geométrica, normalmente dentro de alguns metros (WANG et al., 2021). No entanto, para operações precisas, as quais são necessárias em AP, técnicas de correção adicionais precisam ser empregadas para aumentar a precisão em nível centimétrico. Um desses métodos é o *Satellite-Based Augmentation System* (SBAS), que emprega satélites geoestacionários adicionais para transmitir dados de correção, melhorando assim a precisão e a integridade. Para requisitos de maior precisão, o posicionamento RTK é amplamente adotado (RADOČAJ et al., 2022). Ele é baseado em uma rede de Estações de Referência Operacional Contínua (*Continuously Operating Reference Station* - CORS), os quais consistem em estações de referência permanentes que monitoram sinais de satélite e fornecem dados de correção por meio da Internet ou comunicação sem fio. Essas correções são transmitidas ao receptor do *rover* em tempo real, permitindo que o *rover* corrija sua posição com precisão de nível centimétrico. O RTK oferece *feedback* em tempo real e é particularmente útil para operações agrícolas dinâmicas onde a precisão imediata é crucial, como direção automática e controle preciso de implementos (LIU; CHENG; KONG, 2019).

Para usar o método RTK GNSS, um receptor de referência (base) deve ser colocado em um ponto de referência conhecido e um receptor móvel (*rover*) no veículo. A base transmite informações de observação ou correção por meio de um link de rádio ou Internet para o *rover*. A base e o *rover* devem comunicar entre si o tempo todo durante a operação do veículo para manter uma boa precisão. No entanto, esse método de orientação sofre algumas limitações, sendo difícil garantir precisão de posicionamento consistente para condições de campo variadas. Outra desvantagem é o atraso de tempo inerente à comunicação, i.e., latência (DONG; HEINEMANN;

KASPER, 2011). Além disso, o pré-investimento necessário para instalação/manutenção dos dispositivos base e *rover* é geralmente alto para as aplicações agrícolas (BUICK, 2006).

Em contraste com o RTK, o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) usa observáveis de pseudo-distância de frequência dupla e fase da onda portadora de um único receptor, bem como posições e relógios de satélite precisos, para determinar sua coordenada absoluta no nível de precisão semelhante ao do RTK, mas com maior flexibilidade, com potencialmente menores custos de investimento e operação/capacidade globais (GUO et al., 2018). A técnica PPP é também denominada Posicionamento por Ponto Simples (*Single-Point Positioning* - SPP) nos casos em que é utilizada apenas a observável de pseudo-distância, e que neste trabalho será referenciado por apenas PPP. Nesse caso, nenhuma correção das estações de referência é necessária para o PPP, exceto os produtos precisos de posição e relógio dos satélite que são fornecidos, gratuitamente por exemplo, pelo IGS (DOW; NEILAN; RIZOS, 2009).

O posicionamento com precisão centimétrica em tempo real pode ser obtido pelo RTK por meio da Resolução de Ambiguidades (*Ambiguity Resolution* - AR) duplamente diferenciadas. No entanto, o desempenho do RTK depende muito dos *links* de comunicação e proximidade de uma estação de referência, o que naturalmente leva a elevados requisitos de banda passante, alto processamento e baixa flexibilidade. Em contraste, o PPP é capaz de obter posições de alta precisão usando um único receptor GNSS, mas requer um maior tempo de convergência, tipicamente, entre 15 a 30 minutos (LAURICHESSE et al., 2009).

Para aproveitar ao máximo as vantagens do PPP e do RTK e superar as limitações de ambas as técnicas, um novo método chamado PPP-RTK foi proposto para realizar uma rápida resolução de ambiguidade com receptor GNSS único aplicando as correções precisas derivadas de uma rede de CORS (WABBENA; SCHMITZ; BAGGE, 2005). O PPP-RTK pode ser considerado uma extensão do modelo PPP, o qual permite aos usuários obter posicionamento absoluto usando um único receptor, com maior precisão e velocidade de convergência aplicando resolução das ambiguidades em tempo real. Ao contrário da correção via Representação no Espaço das Observáveis (*Observable Space Representation* - OSR) adotada pelo RTK, as quais são correções de posicionamento formuladas pela soma global de todos os Erros de Modo Comum (*Common Mode Errors* - CME) relacionados ao GNSS, as correções do PPP-RTK são fornecidas na forma de Representação em Espaço de Estados (*State Space Representation* - SSR), consistindo em várias correções individuais (e precisas), tais como para a órbita e relógio dos satélites, atrasos ionosféricos, troposféricos e Atraso de Fase Não Calibrado (*Uncalibra-*

ted Phase Delay - UPD). As correções SSR reduzem significativamente a taxa de transmissão de dados necessária e, portanto, são capazes de suportar usuários massivos (LI; ZHANG; GE, 2011). Além disso, os erros relacionados ao GNSS contendo diferentes características temporais e espaciais podem ser representados separadamente, levando a possíveis melhorias no desempenho do posicionamento. Nesse sentido, o PPP-RTK pode atingir a mesma precisão e desempenho que o RTK, mas com uma faixa de operação mais ampla, menor taxa de transmissão de dados e maior robustez contra erros, sendo considerado uma tecnologia prospectiva para aplicações emergentes de mercado de massa e veiculares (LI et al., 2022b).

Com base no cenário supracitado, este trabalho expõe a primeira fase de uma série de estudos e pesquisas que tem como objetivo final a implementação de um algoritmo de posicionamento centimétrico em tempo real aplicando o PPP-RTK a fim de se beneficiar das vantagens tanto do RTK quanto do PPP. Esse objetivo final foi dividido em duas fases, sendo a primeira, a qual compreende o escopo deste trabalho, a pesquisa, implementação, análise e validação de um protótipo que realize o PPP em Tempo Real (PPP-TR), sem contudo resolver as ambiguidades inteiras (PPP-RTK), mas focado no uso de receptores de simples frequência (baixo custo) e apenas observáveis do tipo pseudo-distâncias e deslocamentos *Doppler* do GPS. A segunda fase (foco de trabalhos futuros), consistirá na implementação das funcionalidades PPP-RTK, e migração dos algoritmos para multi-constelações GNSS.

Em aplicações de PPP-TR, a disponibilidade e a latência dos produtos entregues aos usuários são de suma importância. A falta de dados de correção elimina os satélites do cálculo de posição, e produtos obsoletos podem introduzir erros cuja magnitude pode aumentar com a latência. Ambos os fatores podem degradar significativamente o desempenho da solução GNSS. Apesar dos atuais produtos PPP-TR serem efetivos na mitigação da maioria dos CMEs presentes nas observáveis do GNSS, há ainda erros residuais que permanecem nas mesmas, a exemplo do troposférico e de multicaminho, os quais também são alvo de investigação deste trabalho.

Portanto, além da pesquisa, implementação, análise e validação de um protótipo que realize o posicionamento via GPS com baixo custo, utilizando receptores de simples frequência, pseudo-distâncias, deslocamentos *Doppler* e técnica de PPP-TR, este trabalho também investiga o efeito das latências na obtenção dos produtos de correções no desempenho do mesmo. Também com o objetivo de melhorar a precisão do posicionamento, este trabalho ainda investiga o desempenho de técnicas avançadas de filtragem que visam mitigar erros residuais de posi-

cionamento que geralmente permanecem após a implementação do PPP-TR. Como principal contribuição do trabalho, é desenvolvido um sistema composto por dois *softwares* de PPP-TR via GPS, os quais têm a funcionalidade de obter os dados de observáveis e efemérides do receptor (*rover*), coletar as correções necessárias em tempo real e realizar os processamentos dos mesmos aplicando as técnicas estudadas, sendo que o primeiro tem como estratégia de processamento o Mínimos Quadrados Iterados Ponderado (*Weighted and Iterated Least Squares - WILS*) e o segundo, um Filtro de Kalman Extendido (*Extended Kalman Filter - EKF*). Testes são realizados em cenários: (a) estáticos no modo pós-processado, (b) dinâmicos, também no modo pós-processado (simulando tempo real), e os resultados evidenciam exatidões das estimativas das posições obtidas via PPP-TR da ordem de 0,65 m no canal horizontal e 1,76 m no canal total para teste estático, já os resultados obtidos para o teste dinâmico foram da ordem de 1,50 m no canal horizontal e 4,27 m no canal total.

No que diz respeito à parte do trabalho que investiga a degradação de desempenho das soluções PPP-TR atualmente disponíveis em função da obsolescência/latência das correções correspondentes em território brasileiro, verifica-se que a precisão do posicionamento PPP-TR via GPS não é significativamente degradada quando são utilizados produtos desatualizados em até 25 minutos sendo, inclusive, capaz de atender a especificação J2945 da SAE, o qual estipula erros de posição horizontal máximos de 1,5 metro, a 68% de probabilidade, visando aplicações de CAV (SAE, 2016).

Por fim, quanto à parte do trabalho que avalia o desempenho de técnicas baseadas em filtragem para mitigar o erro troposférico úmido residual e o erro de multicaminho os quais permanecem após a implantação do PPP-TR, evidencia-se através de extensos testes experimentais, realizados tanto em cenário estático quanto dinâmico, que a utilização das técnicas propostas, além de trazer aumento de complexidade, não apresenta melhorias significativas em relação à solução PPP-TR padrão. Resultados de ambas as investigações supracitadas foram publicados em conferências de destaque da área, a saber: nos anais do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI) (RAMOS et al., 2023) e do *Work-in-Progress in Hardware and Software for Location Computation* (WIPHAL) (RAMOS et al., 2024).

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: A parte I contém as Seções 2 a 5 do trabalho. A Seção 2, em particular, apresenta a revisão da literatura referente ao conteúdo investigado. A Seção 3 apresenta a notação e os conceitos gerais associados à técnica PPP-TR via receptor GNSS de simples frequência e uso exclusivo de pseudo-distâncias e deslo-

camentos Doppler, assim como técnicas para mitigação dos erros residuais, com o foco no erro residual troposférico e de multicaminho. A Seção 4 apresenta um relatório técnico contendo a implementação prática dos algoritmos desenvolvidos, em um microcomputador Raspberry Pi, bem como uma descrição completa dos resultados obtidos. A parte II deste trabalho, caracterizada pela Seção 5 apresenta resultados simulados e experimentais na forma de artigos científicos, sendo o Artigo I, uma análise da degradação do desempenho do posicionamento GPS devido a produtos PPP-TR desatualizados, e o Artigo II um estudo do desempenho de diferentes técnicas para a mitigação de erros residuais PPP-TR, tanto para o cenário estacionário quanto dinâmico. A parte III deste trabalho, por fim, caracterizada pela Seção 7, sumariza as contribuições do trabalho e apresenta as considerações finais, conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Na atualidade, a gestão precisa de insumos agrícolas com base na variabilidade espacial é uma realidade devido à disponibilidade de uma série de tecnologias avançadas, incluindo o GNSS, Veículos Aéreos não Tripulados (*Unmanned Aerial Vehicles* - UAVs), sensoriamento remoto de alta resolução, sensores para medir características do solo e das plantas, e controladores para guiar máquinas agrícolas e aplicar quantidades precisas de insumos (PEREZ-RUIZ; MARTÍNEZ-GUANTER; UPADHYAYA, 2021). Os benefícios da agricultura de precisão são os seguintes:

- O retorno sobre o investimento da produção agrícola pode ser aumentado por melhorias no rendimento e/ou redução de insumos;
- O risco de poluição ambiental pela aplicação excessiva de agroquímicos associados à agricultura tradicional pode ser reduzido;
- A qualidade do produto pode ser melhor garantida a partir do direcionamento preciso e registro de aplicações de campo que melhoram a rastreabilidade.

Uma implementação atual em lavouras agrícolas que adotam práticas de AP é a Aplicação de Taxa Variável (*Variable Rate Application* - VRA). Por meio dos mapas de prescrição da VRA, é possível a realização de tratamentos adaptados ao campo, e conseqüentemente, a minimização o uso de pesticidas e fertilizantes químicos. Taxas de aplicação inadequadas podem resultar em crescimento atrofiado da planta, danos ao sistema radicular e degradação do solo (HE, 2023). Por outro lado, o uso de doses adequadamente balanceadas e ajustadas melhora a condição da planta e ajuda a evitar que o excesso de produtos químicos permaneça no solo ou nos cursos d'água. Para poder atender aos objetivos mencionados acima, os sistemas dedicados à AP permitem que os agricultores usem uma série de funções, como controle de seção. Essa ferramenta, baseada em mapas de VRA, reduz omissões e sobreposições durante tratamentos como do tipo semeadura, fertilização ou pulverização (LUCK et al., 2010). A sobreposição é ainda melhor mitigada por sistemas de orientação automatizados, os quais reduzem a necessidade de direção manual pelo operador, permitindo um trabalho autônomo e sem as mãos. Tais sistemas ainda contribuem no sentido de otimizar os custos de combustível e aumentar a eficiência da máquina, tornando possível também operar veículos grandes com precisão centimétrica (LANGE; PEAKE, 2020).

Os sistemas de orientação automatizados funcionam com um receptor GNSS e empregam um controlador no sistema hidráulico, bem como um sensor de direção (ESAU et al., 2021). O sistema é integrado ao trator na própria fábrica, ou então, faz-se necessária a compra de *hardware* dedicado que adéque o mesmo ao sistema de orientação automatizado (KIM et al., 2013). A precisão que a máquina pode atingir em uma condução autônoma depende de muitos fatores, como: serviços de correção para posicionamento GNSS, condições do terreno e configuração da máquina (HUYGHEBAERT et al., 2013).

Na AP, os receptores GNSS são normalmente montados no topo de um trator, geralmente na frente ou no meio do teto da cabine. O receptor é selecionado seguindo as expectativas do usuário, os requisitos específicos da fazenda, bem como as condições do terreno das lavouras (CATANIA et al., 2020). Existem muitos fabricantes que oferecem equipamentos com diferentes níveis de precisão, variando de 50 cm a 2,5 cm (STOMBAUGH, 2018). Os receptores podem determinar posições usando uma variedade de serviços de correção: os básicos, oferecidos junto com a compra do receptor, e aqueles que exigem uma assinatura adicional e que fornecem desempenho superior. Na AP, as correções PPP são normalmente entregues por satélites geoestacionários, fornecendo alta precisão e exatidão (RADOČAJ; PLAŠČAK; JURISIĆ, 2023). O posicionamento usando a técnica RTK é possível para a maioria dos receptores, sendo a opção mais popular entre os agricultores. A principal desvantagem da técnica é que ela requer uma conexão com uma estação de referência usando rádio ou a Internet. Como a distância mínima da estação de referência ao *rover* deve ser (para o adequado funcionamento da técnica RTK) da ordem de poucos quilômetros, muitos agricultores configuram suas próprias estações base. A vantagem da técnica RTK é que ela atinge uma precisão de centímetro, a qual é desejada pela comunidade de AP.

Apesar da maturidade do posicionamento via GNSS, a precisão e a exatidão são limitadas pela natureza do sinal e pelos produtos dos satélites. Esses últimos são críticos para o PPP e propagam incertezas diretamente no sistema de referência global. Em contraste, para o RTK, é a estação base que define o sistema de coordenadas local (HUISMAN; LIGT, 2022). Além disso, os sinais GNSS são afetados pelo meio de propagação. Embora a maioria das fontes de erro se cancelem na técnica RTK, ou sejam modeladas na técnica PPP, as reflexões de sinal de estruturas circundantes ou do solo, chamados de erros de multicaminhos, continuam sendo as principais fontes de erro. Existe uma variedade de técnicas de monitoramento de integridade de sinais GNSS e elas estão em constante evolução, mas nenhuma delas funciona de forma

suficientemente eficaz em qualquer caso (ZABALEGUI et al., 2020). O multicaminho, assim como o bloqueio de sinal, pode degradar ou até mesmo impedir o posicionamento via GNSS. Na AP, isso requer a troca da condução autônoma para a manual, o que leva à interrupção da continuidade precisa do cultivo (KOWALCZYK; HADAS, 2024).

Nas últimas décadas, o GPS tem sido o sistema mais confiável e passível de aplicações em geodésia, geofísica e navegação. O advento do GNSS, entretanto, tem despertado muito interesse na comunidade científica e vem mudando esse cenário. Além dos pioneiros GPS e GLONASS, o *BeiDou System* (BDS) declarou *Full Operational Capability* (FOC) em julho de 2020, e o Galileo está em fase final de desenvolvimento (GÖTZELMANN et al., 2023). Atualmente, o GPS e o GLONASS estão passando por um significativo processo de modernização, visando aumentar o número de sinais disponíveis e proporcionar maior precisão e interoperabilidade com outros sistemas. Com esses novos desenvolvimentos em GNSS, segundo Wu et al. (2024) atualmente tem-se acesso a mais de 120 satélites operacionais em modo multi-GNSS transmitindo os seus sinais numa gama de diferentes frequências, o que beneficiará um vasto leque de aplicações científicas e comerciais, tanto em termos de posicionamento quanto em outras aplicações, como modelagem atmosférica e serviços meteorológicos (ODOLINSKI; TEUNISSEN; ZHANG, 2020).

O posicionamento GNSS é baseado na transmissão de sinais de satélites em órbita, que fornecem três tipos de medições: pseudo-distância (distância entre o satélite e o receptor durante a transmissão e recepção do sinal GNSS), deslocamento Doppler (associado à velocidade relativa entre o satélite e o receptor) e fase de onda portadora (distância entre satélite e receptor expressa em ciclos da onda portadora). Os sinais GNSS são afetados por várias fontes de erros que influenciam o posicionamento GNSS. As medições de pseudo-distância (a principal observável GNSS e, portanto, aquela na qual este trabalho se concentra) são principalmente afetadas por oito tipos de erros (LACHAPELLE, 1991; TEUNISSEN, 1991), os quais podem ser classificados em duas categorias (FARRELL et al., 1996):

- *Erros de Modo Comum (CME)*: são erros correlacionados espacial e temporalmente, ou seja, são experimentados de maneira semelhante por todos os receptores na mesma vizinhança em curtos intervalos de tempo. Eles compreendem o erro de efemérides, erro do relógio dos satélites, *biases* instrumentais, atrasos ionosféricos e troposféricos;

- *Erros de Modo Não-Comum (NCME)*: são diferentes para cada receptor, mesmo quando separados por distâncias curtas, sendo compostos pelo erro do relógio do receptor, erro de multicaminho e ruído de rastreamento do receptor.

Várias soluções estão disponíveis para reduzir o efeito dos CMEs na estimativa de posição GNSS. Nas últimas décadas, o PPP e seu equivalente em Tempo Real (PPP-TR) surgiram e estão sendo constantemente aprimorados (GRINTER; ROBERTS, 2011; GAO; CHEN, 2004). No PPP tradicional, ou seja, pós-processado, a posição do equipamento do usuário é calculada com base em medições da fase da onda portadora e pseudo-distância de dupla frequência, além de correções precisas (também chamadas de produtos) para as órbitas e relógios dos satélites rastreados. Avanços têm ocorrido na disponibilização em tempo real de tais correções pelo IGS, bem como na determinação de ambiguidades inteiras, em poucos minutos, permitindo ao usuário atingir precisão centimétrica em tempo real.

Como o custo do equipamento GNSS de dupla frequência é, historicamente, maior do que o de simples frequência, o emprego de técnicas que usam dupla frequência pode ser proibitivo, especialmente para aplicações de mercado em massa. Nesse sentido, muitos trabalhos dedicaram tempo para investigar as capacidades/desempenho do PPP-TR exclusivamente para usuários de frequência única baseados em pseudo-distância (BAHADUR; NOHUTCU, 2020; RAHMAN et al., 2022), como é o caso deste trabalho.

Atualmente, o IGS fornece correções PPP-TR com cobertura global para os CMEs remanescentes mais importantes, sendo: órbita de satélites; *biases* do relógio e *hardware* dos satélites; e atraso ionosférico. Além disso, agências regionais conseguiram recentemente estabelecer serviços de correção para melhor atender seus usuários locais. Por exemplo, o trabalho conduzido por Pereira, Machado e Marques (2021) realizou um comparativo entre os resultados de posicionamento absoluto obtidos utilizando os Mapas Regionais da Ionosfera (*Regional Ionosphere Map* - RIM) transmitidos pela Faculdade de Ciências Astronômicas e Geofísicas (FCAG) da Universidade Argentina de La Plata (UNLP), com aqueles baseado nos Mapas Globais da Ionosfera (*Global Ionosphere Map* - GIM) produzido pelo *Center for Orbit Determination in Europe* (CODE), um dos Centros de Análise (*Analysis Centers* - AC) do IGS, assumindo como referência a solução PPP com a combinação sem ionosfera. Os autores mostraram que quando os períodos anormais são removidos, há melhorias consideráveis para a componente vertical do RIM da UNLP, referido como MAGN, sobre a solução GIM do CODE. Portanto, conclui-se que os mapas de ionosfera MAGN podem ser considerados uma boa opção para mo-

delar o efeito ionosférico de primeira ordem no posicionamento absoluto no Brasil. Embora alguns problemas nos mapas MAGN tenham sido encontrados (eventuais dados faltantes), eles apresentam como principal vantagem uma menor latência, se comparado com o produto final CODE-GIM, o que torna possível processar dados GNSS de frequência única em um modo pós-processado ou em tempo quase real. Para o MAGN, a latência declarada é inferior a 10 minutos (MENDOZA; MEZA; PAZ, 2019a). Estudos de Silva, Hu e Farrell (2023) também mostraram que para aplicações de CAV em território brasileiro, os produtos ionosféricos MAGN obtiveram desempenho superior em relação às correções ionosféricas padrão fornecidas pelo RTS do IGS.

Para investigar a disponibilidade de produtos PPP-TR, Hadas e Bosy (2015) empregaram o *software BKG Ntrip Client* (BNC) e mostraram que as correções fornecidas pelo IGS têm uma disponibilidade média de 92% para satélites GPS e GLONASS. Ainda com o objetivo de avaliar o impacto da interrupção da comunicação para obter correções de posicionamento PPP-TR usando apenas produtos de órbita e relógio fornecidos pelo IGS, os autores concluíram que, em média, se espera um erro de posição adicional de 5 cm ao usar correções de órbita com 3 minutos de obsolescência e correção de relógio com atraso de 1 minuto.

O erro troposférico é o único CME para o qual atualmente não há produtos PPP-TR fornecidos por nenhuma agência especializada, embora ele esteja previsto para a terceira etapa de implantação do RTS do IGS (IGS, 2020). Como solução para a atual indisponibilidade de produtos troposféricos PPP-TR, os usuários têm recorrido à implementação de modelos empíricos. Em território brasileiro, por exemplo, Oliveira *et al.* (OLIVEIRA *et al.*, 2023) mostrou que o modelo empírico formulado pela Universidade de New Brunswick 3 (UNB3) é o que apresenta melhor desempenho em termos de precisão de posicionamento.

Quando se utiliza o modelo UNB3, o qual se baseia em dados atmosféricos (temperatura, pressão e umidade) tabelados em função da posição e horário local do usuário, espera-se que existam erros residuais de até 0,2 m, os quais estão associados, principalmente, com os atrasos residuais úmidos. Nesse sentido, um melhor desempenho poderia ser obtido utilizando-se dados locais, e em tempo real, de temperatura, pressão e umidade. A incorporação de sensores meteorológicos na maioria das aplicações de navegação, contudo, não é prática. Para aplicações de alta precisão, os erros residuais propagados pela troposfera úmida podem ser calibrados como parte da solução de navegação. Isto explora o alto grau de correlação entre os erros nos

sinais de diferentes satélites e pode melhorar a precisão do posicionamento em alguns centímetros (GROVES, 2013).

Já o erro de multicaminho se destaca como a principal fonte de NCMEs residuais que afetam as observáveis GNSS. O multicaminho é o fenômeno pelo qual o sinal de um satélite chega ao receptor através de múltiplos caminhos devido à reflexão e difração. Esses sinais de caminho não-direto distorcem o sinal recebido e causam erros tanto na pseudo-distância quanto nas medições de fase da onda portadora, os quais podem estar no nível de metros e de centímetros, respectivamente.

Vários estudos tem sido conduzidos para mitigar os erros de multicaminho, os quais categorizam as técnicas de mitigação em função do: (a) posicionamento da antena; (b) tipo de antena; (c) tipo de receptor; e (d) pós-processamento de medição, que trata diretamente as medições contaminadas por multicaminho (BRAASCH, 2017). Existem inúmeras aplicações nas quais o multicaminho é inevitável, apesar das melhores tentativas de uma escolha ideal de posicionamento da antena e projeto/arquitetura do receptor.

Nos últimos anos, o PPP-RTK ganhou atenção significativa no campo do posicionamento GNSS, particularmente para aplicações de baixo custo. O PPP-RTK é uma técnica de posicionamento híbrida que combina os pontos fortes das técnicas PPP e RTK, fornecendo soluções de posicionamento de alta precisão com equipamentos de baixo custo e sem a necessidade de uma estação base. Comparado ao PPP, o PPP-RTK pode melhorar o tempo de convergência da solução de posicionamento, sendo adequado, portanto, para aplicações de tempo real. O algoritmo PPP emprega órbitas e relógios de satélite precisos para permitir que os usuários de receptores únicos calculem suas posições com uma precisão de decímetro e/ou centímetro (KHODABANDEH, 2021). É muito complexo corrigir ambiguidades de fase para seus valores inteiros corretos porque o PPP não é uma técnica diferencial, portanto, não é possível construir diferenças duplas para eliminar *biases* de fase originados no *hardware* do satélite e do receptor (GLANER; WEBER, 2021). Começando pelo estudo de Wabben, Schmitz e Bagge (2005), vários pesquisadores propuseram diferentes maneiras de se corrigir as ambiguidades de fase não diferenciadas para seus valores inteiros corretos e calcular uma solução PPP fixa, introduzindo a técnica PPP-RTK. Tal técnica, também conhecida como PPP com resolução de ambiguidade inteira (*Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution - PPP-AR*) ou PPP inteiro (*Integer Precise Point Positioning - IPPP*), estende o conceito do PPP ao fornecer aos usuários de receptor único, informações de *biases* de código e fase dos satélites e (opcional-

mente) atrasos atmosféricos, além das correções para as órbitas e relógios, permitindo assim a resolução em tempo real das ambiguidades via receptor único (ROBUSTELLI; CUTUGNO; PUGLIANO, 2023).

3 SISTEMA GLOBAL DE NAVEGAÇÃO POR SATÉLITE

Esta Seção apresenta o referencial teórico utilizado neste trabalho, relacionado à técnica de posicionamento GNSS com o uso do PPP-TR, bem como as técnicas investigadas para a mitigação dos erros residuais, tanto para o erro de multicaminho, como para o erro residual troposférico.

3.1 Posicionamento GNSS com Pseudo-distância

Os sinais eletromagnéticos transmitidos pelos satélites viajam na velocidade da luz. Se o tempo de trânsito for medido, ele pode ser convertido em distância multiplicando-o pela velocidade da luz. Devido a esse escalonamento, cada microssegundo de erro resulta em um erro de distância de cerca de 300 metros; portanto, para atingir a precisão da medição de metros, seriam necessários relógios sincronizados em alguns nanossegundos. Essa precisão de tempo tornaria os receptores GNSS proibitivamente caros. Em vez disso, os receptores GNSS típicos usam relógios de baixo custo baseados em osciladores de cristal e estimam o erro de *bias* do relógio durante o processo de estimação da posição. Portanto, a medição do tempo de trânsito aparente é influenciada por erros nos relógios do usuário e do satélite e, quando multiplicada pela velocidade da luz, é chamada de pseudo-distância (FARRELL, 2008).

Segundo Farrell (2008), se os erros do relógio fossem nulos e as posições exatas dos satélites fossem conhecidas, então cada medição de distância do satélite para o receptor definiria uma esfera de possíveis localizações do receptor. O exemplo geométrico mostrado na Figura 3.1 ilustra que (pelo menos) três medições de distância independentes são necessárias para se determinar as três coordenadas de posição da antena do receptor considerando o erro do relógio do receptor como sendo nulo. Em aplicações reais, contudo, o erro do relógio do receptor é não-nulo. Portanto, em qualquer conjunto de medições simultâneas de pseudo-distância existem quatro incógnitas e pelo menos quatro medições de pseudo-distância são necessárias para que exista uma solução única.

A distância que seria medida se os relógios do receptor e do satélite estivessem perfeitamente sincronizados também não corresponde à distância real devido à refração dos sinais pela ionosfera e troposfera. Portanto, o receptor mede a chamada pseudo-distância, que também é perturbada pelos erros do relógio do satélite e do receptor, conforme descrito na Seção 1. A

pseudo-distância grosseira (subscrito R) medida (sobrescrito \sim) pelo equipamento do usuário a para o sinal do satélite s pode ser modelada como:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{a,R}^s = r_{as} + \delta\rho_c^a + \delta\rho_b^a - \delta\rho_c^s + \delta\rho_b^s + \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s \\ + \delta\rho_E^s + \delta\rho_{M,a}^s + w_{p,a}^s, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde a distância geométrica verdadeira r_{as} entre a posição do usuário \mathbf{r}_{ea}^e no sistema de coordenadas ECEF (do inglês *Earth-Centered Earth-Fixed*) e a posição do satélite \mathbf{r}_{es}^e no ECEF é definida como:

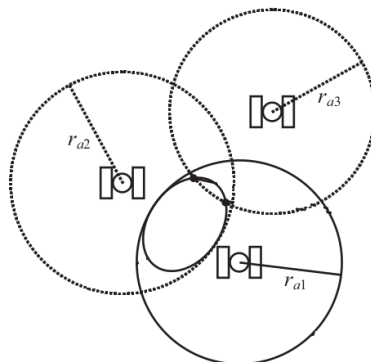
$$r_{as} = |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e|. \quad (3.2)$$

O símbolo \mathbf{C}_e^I representa a Matriz de Cossenos Diretores (DCM) que compensa a rotação do sistema ECEF durante a propagação do sinal GNSS. Para mais detalhes, consulte a Subseção 2.4.1 de (FARRELL, 2008).

Em (3.1), $\delta\rho_c^a$ e $\delta\rho_b^a$ representam os *biases* do relógio e de *hardware* do receptor respectivamente, $\delta\rho_c^s$ e $\delta\rho_b^s$ são os *biases* do relógio e *hardware* do satélite respectivamente, $\delta\rho_{I,a}^s$ é o atraso ionosférico, $\delta\rho_{T,a}^s$ é o atraso troposférico, $\delta\rho_E^s$ é o erro de efemérides, $\delta\rho_{M,a}^s$ é o erro de multicaminho, e $w_{p,a}^s$ é o ruído de rastreamento do receptor. Em (3.2), o superescrito e representa o sistema de coordenadas ECEF.

O parâmetro de interesse no problema de estimação em (3.1)-(3.2) é geralmente a posição do usuário, cuja relação funcional com a medição da pseudo-distância é não linear. Exemplos de métodos para estimar a posição são os Mínimos Quadrados Iterados Ponderados (do inglês, *Weighted Iterated Least Square*) (WILS) ou o Filtro de Kalman Estendido (do inglês, *Extended Kalman Filter*) (EKF), os quais são discutidos em detalhes nas Seções seguintes.

Figura 3.1 – Geometria do Posicionamento com Satélites.



Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013)

3.1.1 Mínimos Quadrados Iterados Ponderados - WILS

De acordo com Farrell (2008), na estimativa via WILS, a configuração do problema é que um conjunto de m medições ruidosas $(\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_m)$ está disponível, onde cada medição é modelada como:

$$\tilde{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x} + v_i \text{ para } i = 1, \dots, m. \quad (3.3)$$

A variável $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é assumida como desconhecida e constante. Para cada i , $\mathbf{H}_i^T \in \mathbb{R}^n$ é considerado conhecido, e v_i é uma variável aleatória desconhecida que representa o ruído de medição. Nesse modelo, supõe-se que cada medição seja escalar, mas os resultados se estendem a medições vetoriais. Definindo $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_m]^T$, assume-se que o vetor \mathbf{v} tem $E(\mathbf{v}) = 0$ e $E(\mathbf{v}\mathbf{v}^T) = \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, onde \mathbf{R} é uma matriz positiva definida e diagonal.

O objetivo é encontrar uma estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ para minimizar a função de custo $J_{WLS}(\hat{\mathbf{x}})$ definida como:

$$J_{WLS}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{W} (\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}), \quad (3.4)$$

onde $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz simétrica definida positiva,

$$\tilde{\mathbf{Y}} = [\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_m]^T \text{ e } \mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_m^T]^T. \quad (3.5)$$

A função custo de (3.4) pode ser motivada em dois contextos. Primeiro, em um sentido determinístico, é desejável minimizar alguma norma do erro entre as medidas $\tilde{\mathbf{Y}}$ e as medidas estimadas $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}$. Em uma abordagem geral, algumas medições podem ser consideradas mais precisas do que outras. A precisão da medição é caracterizada por \mathbf{R}^{-1} . Portanto, é natural selecionar

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1} \quad (3.6)$$

para dar o menor peso às medições mais incertas. Em segundo lugar, em um sentido probabilístico, dada a suposição de que o ruído de medição é normalmente distribuído, a densidade de probabilidade para \mathbf{x} dadas as medições $\tilde{\mathbf{Y}}$ é:

$$p(\mathbf{x} : \tilde{\mathbf{Y}}) = A \exp\left\{-\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}(\tilde{\mathbf{Y}} - \mathbf{H}\mathbf{x})\right\}, \text{ onde } A \sim N(0, \sigma^2). \quad (3.7)$$

O valor de \mathbf{x} que maximiza $p(\mathbf{x} : \tilde{\mathbf{Y}})$ é a Estimativa de Máxima Verossimilhança (MLE) de \mathbf{x} e coincide com o mínimo de J_{WLS} quando $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$.

Para $m < n$, o problema é subdeterminado e existirá um número infinito de soluções. Se $m > n$ então o problema é sobredeterminado, caso em que não haverá solução exata. Neste último caso, a minimização da função objetivo em (3.4) resultará na estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ que tem a norma L_2 ponderada mínima de $\delta\mathbf{y} = [\delta y_1, \dots, \delta y_m]^T$, onde $\delta y_i = \tilde{y}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}$.

3.1.1.1 Solução de Navegação de Época Única Utilizando Mínimos Quadrados Iterados

Uma solução de posição não pode ser facilmente obtida, de forma analítica, a partir de um conjunto de medições de pseudo-distâncias, devido à relação não-linear existente entre as mesmas (vide, por exemplo, (3.1) e (3.2)). Portanto, as equações são linearizadas realizando uma expansão de Taylor sobre uma posição predita (sobrescrito -) do usuário, $\hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-} = [\hat{x}_{ea}^{e-}, \hat{y}_{ea}^{e-}, \hat{z}_{ea}^{e-}]^T$, e *bias* do relógio do receptor, $\delta\hat{\rho}_c^{a-}$. A posição do usuário predita e o *bias* do relógio geralmente são a solução do conjunto anterior de medições de pseudo-distância. Na inicialização, a solução pode ter que ser repetida duas ou mais vezes para minimizar os erros de linearização.

Quando se sabe que a precisão das medições de pseudo-distância difere, por exemplo, devido à variação da potência da fase de onda portadora, à densidade de ruído ou aos erros residuais de propagação da ionosfera e da troposfera, que dependem do ângulo de elevação, uma estimativa ponderada dos mínimos quadrados pode ser calculada. Nesse sentido, a solução atualizada (sobrescrito +) de posição e *bias* do relógio é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{ea}^{e+} \\ \hat{y}_{ea}^{e+} \\ \hat{z}_{ea}^{e+} \\ \delta\hat{\rho}_c^{a+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{ea}^{e-} \\ \hat{y}_{ea}^{e-} \\ \hat{z}_{ea}^{e-} \\ \delta\hat{\rho}_c^{a-} \end{pmatrix} + (\mathbf{H}_G^e T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_G^e)^{-1} \mathbf{H}_G^e T \mathbf{R}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{a,C}^1 - \hat{\rho}_{a,C}^{1,-} \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 - \hat{\rho}_{a,C}^{2,-} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m - \hat{\rho}_{a,C}^{m,-} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

onde $\tilde{\rho}_{a,C}^m$ é a pseudo-distância para o satélite m , corrigida para os CMEs, e $\hat{\rho}_{a,C}^{m,-}$ é a sua predição, a qual pode ser computada como:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{a,C}^{j-} &= \sqrt{[\mathbf{C}_e^I \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}]^T [\mathbf{C}_e^I \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}]} + \delta \hat{\rho}_c^{a-}, \\ \hat{\rho} &= \hat{\mathbf{u}}_{aj}^{e-T} [\mathbf{C}_e^I (\hat{\mathbf{v}}_{ej}^e + \mathbf{\Omega}_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e) - (\hat{\mathbf{v}}_{ea}^{e-} + \mathbf{\Omega}_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-})] + \delta \hat{\rho}_c^{a-}.\end{aligned}\quad (3.9)$$

Diferenciando (2.2) em relação à posição do usuário e ao *bias* do relógio pode-se obter a seguinte matriz de medição ou geometria, \mathbf{H}_G^e :

$$\mathbf{H}_G^e = \begin{pmatrix} -\mathbf{u}_{a1,x}^e & -\mathbf{u}_{a1,y}^e & -\mathbf{u}_{a1,z}^e & 1 \\ -\mathbf{u}_{a2,x}^e & -\mathbf{u}_{a2,y}^e & -\mathbf{u}_{a2,z}^e & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{u}_{am,x}^e & -\mathbf{u}_{am,y}^e & -\mathbf{u}_{am,z}^e & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

onde os vetores unitários da linha de visada \mathbf{u}_{as}^e são obtidos usando a posição predita do usuário

$$\mathbf{u}_{as}^e \approx \frac{\mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e}{|\mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e|}. \quad (3.11)$$

Os elementos diagonais da matriz de covariância dos ruídos de medição, \mathbf{R} , em (3.52) são as variâncias previstas de cada pseudo-distância e os termos fora da diagonal respondem por quaisquer correlações entre elas. Um modelo dependente da elevação dos satélites comumente usado é

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{\rho 1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\rho 2}^2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{\rho m}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

com

$$\sigma_{\rho j} = \frac{\sigma_{\rho Z}}{\text{sen}(\theta_{nu}^{aj})}, \quad (3.13)$$

onde $\sigma_{\rho Z}$ é o desvio padrão da pseudo-distância considerando o satélite j no zênite e θ_{nu}^{aj} é o seu ângulo de elevação.

3.1.2 Filtro de Kalman Extendido - EKF

O Filtro de Kalman é um estimador recursivo não tendencioso e de variância mínima, o qual fornece uma estimativa do vetor de estados atual combinando as observações atuais e o

vetor de estados predito para o mesmo instante de tempo (BROWN; HWANG, 1997; GELB et al., 1974; LIU, 2001; CAMARGO, 1992).

O vetor de estados representa a descrição de um determinado fenômeno ou processo que pode ocorrer de forma discreta ou contínua. Processos discretos podem ser originados a partir de amostras de um processo contínuo em intervalos específicos. A amostragem pode ser, por exemplo, a obtenção de dados analógicos convertidos para sinais digitais, ou pode ser as observações enviadas por um satélite a uma determinada taxa de amostragem.

O filtro de Kalman é um método recursivo capaz de estimar os estados de um sistema dinâmico de forma a minimizar o erro de predição quadrático médio. Após sua inicialização, o filtro de Kalman segue um procedimento recursivo de duas etapas, a saber, atualização temporal e de medição. Na fase de Atualização Temporal (do inglês, *Time-Update- TU*), as informações do modelo dinâmico são usadas para prever o estado do sistema e a matriz de covariância de seus erros, à frente no tempo. Na Atualização de Medição (do inglês, *Measurement-Update- MU*), as medições recém chegadas são combinadas, no sentido MMSE (Erro Quadrático Médio Mínimo), com o estado predito para obter o estado filtrado e a matriz de covariância de seus erros (TEUNISSEN; MONTENBRUCK, 2017).

Uma suposição do filtro de Kalman é que a derivada temporal de cada estado é uma função linear dos outros estados e de fontes de ruído branco. Assim, o vetor de estado verdadeiro, $x(t)$, no tempo, t , de qualquer filtro de Kalman é descrito pelo seguinte modelo dinâmico

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}_s(t) \quad (3.14)$$

onde $\mathbf{w}_s(t)$ é o vetor de ruídos do sistema contínuo, $\mathbf{F}(t)$ é a matriz dinâmica do sistema e $\mathbf{G}(t)$ é a matriz de distribuição de ruídos do sistema contínuo. O vetor de ruídos do sistema compreende um número de fontes de ruído aleatórias independentes, cada uma assumida como tendo distribuições simétricas de média zero, como a distribuição gaussiana. $\mathbf{F}(t)$ e $\mathbf{G}(t)$ são sempre funções conhecidas. Para determinar o modelo do sistema, essas funções devem ser derivadas das propriedades conhecidas do sistema (GROVES, 2013).

3.1.2.1 Solução de Navegação Filtrada Utilizando Filtro de Kalman Estendido

Quando se implementa uma abordagem GNSS filtrada, o vetor de estados do filtro de Kalman consiste na solução de navegação, cuja definição irá variar de acordo com a aplicação

desejada. Em geral, existem oito estados a serem estimados, sendo eles a posição do receptor, \mathbf{r}_{ea}^e , sua velocidade, \mathbf{v}_{ea}^e , o erro do relógio do receptor, $\delta\rho_c^a$, e a taxa de variação deste erro, $\delta\dot{\rho}_c^a$. Dessa forma tem-se o seguinte vetor de estados:

$$\mathbf{x}^e = [(\mathbf{r}_{ea}^e)^T, (\mathbf{v}_{ea}^e)^T, \delta\rho_c^a, \delta\dot{\rho}_c^a]^T \in \mathbb{R}^n \quad (3.15)$$

onde $n = 8$.

O algoritmo de filtro de Kalman no tempo discreto compreende as seguintes etapas as quais são apresentadas em detalhes a seguir. As quatro primeiras etapas compreendem a fase de Atualização Temporal do sistema do filtro de Kalman, também conhecida como propagação do sistema, extrapolação do sistema, predição, projeção ou fase de propagação do tempo.

O passo 1 é o cálculo da matriz de transição de estados, $\boldsymbol{\phi}_{k-1}$. Isso define como o vetor de estados muda com o tempo em função da dinâmica do sistema modelado pelo filtro de Kalman

$$\boldsymbol{\phi}_{k-1} \approx \mathbf{I}_8 + \mathbf{F}_{k-1} \tau_s, \quad (3.16)$$

onde τ_s é o intervalo de propagação dos estados, e \mathbf{F}_{k-1} é a matrix do sistema dada por,

$$\mathbf{F}_{k-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_{1,3} & \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 1 \\ \mathbf{0}_{1,3} & \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

onde \mathbf{I}_n é a matriz identidade $n \times n$, $\mathbf{0}_n$ é a matriz nula $n \times n$ e $\mathbf{0}_{n,m}$ é a matriz nula $n \times m$.

A matriz de transição de estados é diferente para cada aplicação de filtro de Kalman e é derivada de um modelo de sistema linear (mais detalhes podem ser visto na Subseção 3.2.3 de Groves (2013)). Ela é quase sempre uma função do intervalo de tempo, τ_s , entre as iterações do filtro de Kalman e frequentemente uma função de outros parâmetros. Quando esses parâmetros variam ao longo do tempo, a matriz de transição deve ser recalculada a cada iteração do filtro de Kalman. Observe que, em um filtro de Kalman padrão, a matriz de transição nunca é função de nenhum dos estados; caso contrário, o modelo do sistema não seria linear.

O passo 2 é o cálculo da matriz de covariância dos ruídos do sistema, \mathbf{Q}_{k-1} , também conhecida como matriz de covariância dos ruídos de processo. Ela define como as incertezas

das estimativas de estado aumentam com o tempo devido a mudanças desconhecidas nos valores reais desses estados, como dinâmicas não modeladas. Essas mudanças são tratadas como fontes de ruído no modelo do sistema do filtro de Kalman. O ruído do sistema é sempre uma função do intervalo de tempo entre as iterações, τ_s . Dependendo da aplicação, ele pode ser modelado como variável no tempo ou constante (para um determinado intervalo de tempo). A covariância dos ruídos do sistema é uma matriz simétrica e frequentemente aproximada à uma matriz diagonal.

As principais fontes de aumento da incerteza das estimativas de estado são as mudanças na velocidade devido ao movimento do usuário e o *random walk* no *drift* do relógio do receptor. Há também algum ruído de fase adicional no *bias* do relógio. A covariância do ruído do sistema é obtida pela integração das densidades espectrais de potência dessas fontes de ruído ao longo do intervalo de propagação de estado, considerando o modelo determinístico do sistema, i.e.,

$$\mathbf{Q}_{k-1}^e \approx \begin{bmatrix} 0_{3,3} & 0_{3,3} & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{3,3} & \mathbf{S}_a^e \tau_s & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & S_{c\phi}^a \tau_s & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & S_{cf}^a \tau_s \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

onde \mathbf{S}_a^e é a matriz de Densidade Espectral de Potência (do inglês, *Power Spectral Density* - PSD) de aceleração, composta pelos PSDs de aceleração horizontal (S_{aH}) e vertical (S_{aV}), conforme expresso em (3.19)), e $S_{c\phi}^a$ e S_{cf}^a são os PSDs de fase e frequência do relógio, respectivamente,

$$\mathbf{S}_a^e = (\mathbf{C}_e^n)^T \begin{pmatrix} S_{aH} & 0 & 0 \\ 0 & S_{aH} & 0 \\ 0 & 0 & S_{aV} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

onde \mathbf{C}_e^n é a matriz de transformação do ECEF para o Sistema Geodésico Local (*Local Geodetic System* - LGS), também referido neste trabalho como NED (do inglês, *North-East-Down*) dada por:

$$\mathbf{C}_e^n = \begin{pmatrix} -\text{sen}L_b \cos\lambda_b & -\text{sen}L_b \text{sen}\lambda_b & \cos L_b \\ -\text{sen}\lambda_b & \cos\lambda_b & 0 \\ -\cos L_b \cos\lambda_b & -\cos L_b \text{sen}\lambda_b & -\text{sen}L_b \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

onde L_b é a latitude e λ_b representa a longitude.

De acordo com Groves (2013), valores típicos para S_{aH} estão em torno de $1 \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ para um pedestre ou navio, $10 \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ para um carro e $100 \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ para uma aeronave militar. Valores típicos para osciladores de cristal com compensação de temperatura (um tipo comum de relógio usado em receptores GNSS) são $S_{c\phi}^a \approx 0,04 \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ e $S_{cf}^a \approx 0,01 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$.

A etapa 3 compreende a propagação da estimativa do vetor de estado através do tempo usando:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \boldsymbol{\phi}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (3.21)$$

O passo 4 é a propagação da covariância dos erros correspondentes. A forma padrão é

$$\mathbf{P}_k^- = \boldsymbol{\phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \boldsymbol{\phi}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3.22)$$

Observe que a primeira matriz $\boldsymbol{\phi}$ propaga as linhas da matriz de covariância dos erros dos estados, enquanto a segunda, $\boldsymbol{\phi}^T$, propaga as colunas. Após essa etapa, cada incerteza de estado deve ser maior ou inalterada.

As etapas restantes no algoritmo do filtro de Kalman compreendem a fase de atualização da medição ou de correção. O passo 5 é o cálculo da matriz de medição, \mathbf{H}_G^e . Isso define como o vetor de medição varia com o vetor de estados. Cada linha corresponde a uma medida e cada coluna a um estado. Por exemplo, as medições de pseudo-distância de um GNSS variam com a posição do receptor. Em um filtro de Kalman padrão, cada medição é assumida como sendo uma função linear do vetor de estados.

Na maioria das aplicações, a matriz de medição varia, portanto deve ser calculada a cada iteração do filtro de Kalman. Em aplicações de navegação, \mathbf{H}_G^e é comumente uma função da cinemática do usuário e/ou da geometria dos transmissores, como satélites GNSS.

A matriz de medição \mathbf{H}_G^e , nesse caso é definida como:

$$\mathbf{H}_G^e = \begin{pmatrix} -\mathbf{u}_{a1,x}^e & -\mathbf{u}_{a1,y}^e & -\mathbf{u}_{a1,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\mathbf{u}_{a2,x}^e & -\mathbf{u}_{a2,y}^e & -\mathbf{u}_{a2,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{u}_{am,x}^e & -\mathbf{u}_{am,y}^e & -\mathbf{u}_{am,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

O passo 6 é o cálculo da matriz de covariância dos ruídos de medição, \mathbf{R} . Dependendo da aplicação, ela pode ser considerada constante, modelada em função da dinâmica e/ou da relação sinal-ruído.

A matriz de covariância dos ruídos de medição, a qual é usada para ponderar as incertezas das pseudo-distâncias, é expressa por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{\rho 1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{\rho 2}^2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{\rho m}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

cujos coeficientes σ_{ρ} são calculados como em (3.13).

O passo 7 é o cálculo da matriz de ganhos de Kalman, \mathbf{K}_k . Ela é usada para determinar o peso das informações de medição na atualização das estimativas de estado. Cada linha corresponde a um estado e cada coluna a uma medição. O ganho de Kalman depende das matrizes de covariância dos erros do vetor de medição, \mathbf{z}_G e de sua predição a partir das estimativas de estado, $\mathbf{H}_G^e \hat{\mathbf{x}}_k^-$, observando que os elementos diagonais das matrizes são os quadrados das incertezas. A matriz de ganho de Kalman é

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_{G,k}^{e T} (\mathbf{H}_{G,k}^e \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_{G,k}^{e T} + \mathbf{R}_k)^{-1}. \quad (3.25)$$

O passo 8 é a formulação do vetor de medição, \mathbf{z}_G , o qual compreende as saídas de pseudo-distâncias do GNSS. Dessa forma, considerando m satélites rastreados:

$$\mathbf{z}_G = [\tilde{\rho}_{a,C}^1, \tilde{\rho}_{a,C}^2, \dots, \tilde{\rho}_{a,C}^m]^T. \quad (3.26)$$

Como as medições de pseudo-distância não são funções lineares dos estados, uma linearização é realizada visando tornar as inovações de medições funções lineares dos resíduos de estado. Isso transforma o filtro em um Filtro de Kalman Estendido (EFK), cujo vetor de inovações de medição é dado por:

$$\delta \mathbf{z}_{G,k}^- = \mathbf{z}_{G,k} - h_g(\hat{\mathbf{x}}_k^-), \quad (3.27)$$

onde h_g é a estimativa não-linear da pseudo-distância, a qual é função dos estados preditos $\hat{\mathbf{x}}_k^-$, i.e.

$$h_g(\hat{\mathbf{x}}_k^-) = [\hat{\rho}_{a,C}^{1-}, \hat{\rho}_{a,C}^{2-}, \dots, \hat{\rho}_{a,C}^{m-}]^T, \quad (3.28)$$

sendo que a pseudo-distância predita é obtida através de 3.1

O passo 9 é a atualização do vetor de estados com o vetor de medição usando

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \delta \mathbf{z}_{G,k}^- \quad (3.29)$$

Como pode ser visto, a inovação de medição, $\delta \mathbf{z}_{G,k}^-$, é multiplicada pela matriz de ganho de Kalman para obter uma correção para a estimativa do vetor de estados.

O passo 10 é a atualização correspondente da matriz de covariância dos erros dos estados com

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3.30)$$

Como a estimativa do vetor de estados atualizado é baseada em mais informações do que sua predição, as incertezas de estado atualizadas são menores do que antes da atualização.

3.2 Implementação do PPP-TR

O PPP-TR requer a disponibilização, em tempo real, de órbitas precisas e das correções ou erros dos relógios dos satélites, *bias*es instrumentais e atrasos ionosféricos com boa qualidade para posicionamento com exatidão de ordem decimétrica. Para o usuário GNSS, o método requer o uso de um receptor e conexão com a Internet para o recebimento das correções.

O PPP tradicional é pós-processado devido à latência originalmente necessária para geração de produtos precisos de órbita e relógio. Há, nesse sentido, um compromisso inerente entre latência e precisão. No PPP-TR, ACs do IGS fornecem correções de órbita e relógio em tempo real um pouco menos precisas (em comparação com os produtos finais) e que são formatadas de acordo com os protocolos 10.403.x da Comissão Técnica de Rádio para Serviços Marítimos (RTCM). Essas correções são transmitidas para usuários globais por meio de *Networked Transport of RTCM via Internet Protocol* (NTRIP) com baixa latência. O formato dos produtos em tempo real e o uso do NTRIP são discutidos em Li et al. (2022a).

O formato SSR é um padrão aberto para a disseminação de produtos em tempo real para dar suporte ao RTS do IGS e à comunidade em geral. As mensagens suportam multi-GNSS e

incluem correções para órbitas de satélite, relógios, *biases* instrumentais de código e de fase e atrasos ionosféricos. O princípio do SSR é fornecer informações para modelar fontes de erros de modo comum individuais atuando no GNSS e assim permitir um melhor posicionamento para o usuário (IGS, 2023). Em geral, a cronologia contínua das mensagens pode ser usada para verificar sua consistência, mas em aplicações de tempo real, as mensagens podem ser perdidas ou atrasadas. Um parâmetro usado para determinar a consistência é o *Issue of Data* (IOD) específico do GNSS, que pode ser usado para verificar a correta aplicação das correções de órbita SSR e correções de relógio.

A seguir é discutida em detalhes a modelagem para correção de cada CME da equação (3.1), utilizando os produtos em tempo real fornecidos pelo IGS.

3.2.1 Correção SSR do IGS para a Órbita do Satélite

A mensagem de correção de órbita SSR do IGS contém parâmetros para correção de órbita $\delta\mathbf{O}$ nos componentes radial, longitudinal e transversal. Esses são usados para calcular uma posição do satélite $\delta\mathbf{r}$, a ser aplicada à posição de satélite $\mathbf{r}_{es,B}^e$ calculada de acordo com o Documento de Controle de Interface (ICD) correspondente do GNSS para o conjunto de parâmetros de efemérides transmitidas identificado pelo IOD na mensagem de correção de órbita SSR. A definição do sinal da correção é:

$$\mathbf{r}_{es,C}^e = \mathbf{r}_{es,B}^e + \delta\mathbf{r}, \quad (3.31)$$

onde $\mathbf{r}_{es,C}^e$ é o vetor de posição do satélite corrigido pela mensagem de correção da órbita SSR. A correção da posição do satélite $\delta\mathbf{r}$ é calculada de acordo com:

$$\delta\mathbf{r} = [e_{radial} \ e_{along} \ e_{cross}] \delta\mathbf{O}, \quad (3.32)$$

onde:

$$\begin{aligned} e_{along} &= \frac{\dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e}{|\dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e|} \\ e_{cross} &= \frac{\mathbf{r}_{es,B}^e \times \dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e}{|\mathbf{r}_{es,B}^e \times \dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e|} \cdot \\ e_{radial} &= e_{along} \times e_{cross} \end{aligned}$$

O vetor completo de correção da órbita $\delta\mathbf{O}$ é calculado a partir dos termos de correção individuais e suas taxas:

$$\delta\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{O}_{radial} \\ \delta\mathbf{O}_{along} \\ \delta\mathbf{O}_{cross} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\dot{\mathbf{O}}_{radial} \\ \delta\dot{\mathbf{O}}_{along} \\ \delta\dot{\mathbf{O}}_{cross} \end{bmatrix} (t - t_0), \quad (3.33)$$

onde t é o tempo GNSS atual e t_0 é o tempo de referência obtido da mensagem de correção de órbita SSR. Depois de corrigir $\mathbf{r}_{es,C}^e$ como mostrado em (3.31), o erro residual da efeméride $\delta\rho_E^s$ restante no modelo de (3.1) é considerado insignificante.

3.2.2 Correção SSR do IGS para o Relógio do Satélite

A mensagem de correção do relógio do IGS, em formato SSR, contém os parâmetros para calcular a correção polinomial δC que deve ser aplicada ao relógio do satélite. A definição do sinal das correções é:

$$t_{st,C} = t_{st,B} - \frac{\delta C}{c}, \quad (3.34)$$

onde c é a velocidade da luz, $t_{st,B}$ é o tempo de transmissão do satélite calculado de acordo com os parâmetros do relógio transmitidos (conforme ICD do GNSS), e identificado pelo IOD da mensagem de correção do relógio SSR correspondente, e $t_{st,C}$ é o tempo do satélite corrigido. A correção polinomial é calculada de acordo com:

$$\delta C = C_0 + C_1(t - t_0) + C_2(t - t_0)^2, \quad (3.35)$$

onde $C_i, i = 0, 1, 2$ são os coeficientes polinomiais da mensagem de correção do relógio SSR.

3.2.3 Correção SSR do IGS para o *Bias* Instrumental do Satélite

Os atrasos de *hardware*, seja no satélite ou no receptor, são causados pela diferença entre os caminhos percorridos pelas portadoras (L1 e L2, do GPS, por exemplo) no *hardware*. Esses atrasos não são acessíveis diretamente em sua forma absoluta, pois são obtidos apenas via combinação das ondas portadoras. Por esse motivo, esses atrasos ou *biases* costumam ser

chamados de *Biases* de Código Diferencial (*Differential Code Biases* - DCB). Para o GPS, o DCB baseado em produtos PPP-TR do IGS é calculado da seguinte forma:

$$DCB = \frac{C1W - C1C}{c}, \quad (3.36)$$

onde C1W e C1C são os *biases* instrumentais dos códigos GPS *Precise* (P) e *Coarse Acquisition* (C/A) na frequência L1 do GPS, definidos em relação à observável livre de ionosfera (combinação linear de P1 e P2), os quais são fornecidos como produtos do IGS. Com base em (3.36), uma versão refinada (subscrito *R*) da correção do relógio do satélite δC definida em (3.35) pode ser formada como:

$$\delta C_R = \delta C + DCB, \quad (3.37)$$

que deve ser usado no lugar de δC em (3.34). Depois de corrigir $t_{st,C}$ como sugerido, o erro residual do relógio do satélite $\delta \rho_c^s$ e o correspondente *bias* instrumental $\delta \rho_b^a$ restantes no modelo de (3.1) são considerados desprezíveis.

3.3 Correções Ionosféricas da FCAG-UNLP

Para permitir maior precisão sobre a América do Sul, Caribe e península Antártica, a FCAG-UNLP começou recentemente a produzir seus próprios produtos ionosféricos PPP-TR, na forma de RIMs de *Vertical Total Electron Content* (VTEC) de camada única, com base em uma rede regional de CORS (MENDOZA; MEZA; PAZ, 2019a; MENDOZA; MEZA; PAZ, 2019b). Os dados do modelo são fornecidos no formato *IONosphere EXchange* (IONEX) (usado regularmente pelo IGS para transmitir seus produtos ionosféricos finais) com um período de atualização de 15 minutos.

A FCAG-UNLP fornece diretamente valores $VTEC_{j,k}$ estimados em uma grade equidistante com resolução de 0,5 graus para latitude geocêntrica L_j e longitude λ_k . A aplicação do modelo de camada única, no entanto, requer interpolação para a posição do chamado *Ionosphere Pierce Point* (IPP) (λ_{IPP}, L_{IPP}) . Conforme sugerido por Teunissen e Montenbruck (2017), uma técnica de interpolação adequada é a bilinear, de acordo com a qual o valor do VTEC nas coordenadas do IPP é calculado como:

$$\begin{aligned}
VTEC(\lambda_{IPP}, L_{IPP}) = & (1-p)(1-q)VTEC_{j,k} + \\
& (p)(1-q)VTEC_{j+1,k} + \\
& (1-p)(q)VTEC_{j,k+1} + \\
& (p)(q)VTEC_{j+1,k+1}
\end{aligned} \quad , \quad (3.38)$$

onde:

$$\begin{aligned}
p &= (L_{IPP} - L_j) / (L_{j+1} - L_j) \\
q &= (\lambda_{IPP} - \lambda_k) / (\lambda_{k+1} - \lambda_k)
\end{aligned} \quad , \quad (3.39)$$

o qual é aplicado nos intervalos $L_j \leq L_{IPP} \leq L_{j+1}$ e $\lambda_k \leq \lambda_{IPP} \leq \lambda_{k+1}$, limitado pelos pontos de grade circundantes.

Para calcular a contribuição *Slant* TEC (STEC) da camada, basta fazer (NIE et al., 2019):

$$STEC = \frac{VTEC}{\text{sen}(\theta_{nu}^{as} + \lambda_{PP})} \quad (3.40)$$

onde θ_{nu}^{as} é o ângulo de elevação do satélite em relação à localização do usuário. A correção ionosférica $\delta\rho_{I,a}^s$, a ser utilizada para compensar o modelo (3.1), pode ser estimada, em metros e para a frequência específica f , como:

$$\delta\rho_{I,a}^s = \frac{40,3}{f^2} 10^{16} STEC \quad (3.41)$$

3.4 Correção Troposférica Empírica

Correções para atrasos troposféricos são os únicos produtos PPP-TR que atualmente não são fornecidos por nenhuma agência especializada. Eles estão previstos, contudo, para a terceira fase de implantação do RTS do IGS (IGS, 2020). Atualmente, os usuários de PPP-TR em todo o mundo precisam confiar em modelos empíricos predeterminados dos atrasos troposféricos que levam em consideração variações sazonais típicas de parâmetros atmosféricos, por exemplo, temperatura, pressão, umidade relativa, etc., em função da localização. Uma investigação recente de Oliveira et al. (2023) mostrou que, dentre vários modelos troposféricos de última geração descritos na literatura, o proposto pela University of New Brunswick (UNB3) teve o melhor desempenho em território brasileiro, mesmo em comparação com sua versão mais recente e modificada, a UNB3m (LEANDRO; SANTOS; LANGLEY, 2006).

No modelo UNB3 de atraso da troposfera, a pressão, p , a temperatura, T , a pressão de vapor d'água, e , a taxa de variação da temperatura, β , e a taxa de variação do vapor d'água, λ , são todos previstos em função da latitude do usuário, L_a , e do dia do ano, d , usando:

$$\begin{aligned} p &= p_0(L_a) + p_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365,25] \\ T &= T_0(L_a) + T_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365,25] \\ e &= e_0(L_a) + e_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365,25] \\ \beta &= \beta_0(L_a) + \beta_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365,25] \\ \lambda &= \lambda_0(L_a) + \lambda_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365,25] \end{aligned} \quad (3.42)$$

onde o subscrito 0 denota o valor médio, o subscrito σ denota a amplitude da variação sazonal e d_{min} é 28 no hemisfério norte e 211 no hemisfério sul. O modelo UNB3 fornece valores médios e de amplitude de cada variável em (3.42), para valores tabelados de latitude. Os atrasos troposféricos zenitais (subscrito Z) seco (subscrito d) e úmido (subscrito w) são então calculados usando:

$$\delta\hat{\rho}_{TZd} = \left(1 - \frac{\beta H_a}{T}\right)^{\frac{g}{R_d\beta}} \left(\frac{k_1 R_d p}{g_m}\right), \quad (3.43)$$

$$\delta\hat{\rho}_{TZw} = \left(1 - \frac{\beta H_a}{T}\right)^{\frac{(\lambda+1)g}{R_d\beta}} \left(\frac{k_2 R_d p e}{[g_m(\lambda + 1) - \beta R_d] T}\right), \quad (3.44)$$

onde H_a é a altitude ortométrica do receptor, i.e., com relação ao nível médio do mar, e g, R_d, k_1, g_m e k_2 são constantes definidas em (LEANDRO; SANTOS; LANGLEY, 2006). Finalmente, o atraso de propagação inclinado devido à troposfera para cada sinal individual é estimado usando:

$$\delta\hat{\rho}_{T,a}^s = m_d^s \delta\hat{\rho}_{TZd} + m_w^s \delta\hat{\rho}_{TZw}, \quad (3.45)$$

onde m_d^s e m_w^s são funções de mapeamento seco e úmido de Niell, respectivamente (NIELL, 1996), a saber:

$$m_i^s = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}}{\frac{1}{\text{sen}(\theta_{nu}^{as}) + \frac{a}{\text{sen}(\theta_{nu}^{as}) + \frac{b}{\text{sen}(\theta_{nu}^{as}) + c}}}}, \quad (3.46)$$

onde $i \in \{d, w\}$, os coeficientes a , b e c são constantes definidas em Niell (1996), as quais são funções da latitude.

3.5 Técnica para Remoção do Erro Residual Troposférico

Conforme discutido na Seção 1, o atraso troposférico, $\delta\rho_{T,a}^s$ pode ser dividido em dois componentes, a parte seca (ou hidrostática), responsável por aproximadamente 90% do atraso total, e que pode ser modelado com maior precisão por meio de modelos empíricos, e a parte úmida (ou não-hidrostática), que é mais complexa de se modelar, devido à sua variação com o clima e o tempo.

Após a implantação do PPP-TR, a maioria dos CMEs descritos em (3.1) podem ser considerados como tendo sido compensados com precisão. O erro de efemérides, os *biases* do relógio do satélite de *hardware*, por exemplo, podem ser corrigidos usando produtos do IGS em formato SSR. O erro ionosférico, por sua vez, particularmente para os usuários da América Latina (com extensão da península do Caribe e da Antártida), pode ser mitigado por meio da implantação dos mapas de VTEC da FCAG-UNLP, e o componente de atraso hidrostático (e a maior parte do úmido) do erro troposférico, pela aplicação do modelo empírico UNB3, o qual foi discutido em detalhes na Seção 3.4. Após a implementação de tais compensações, a eq. (3.1) pode ser reescrita como:

$$\rho_{a,C}^s = |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e| + m_w^s \delta\tau_w^z + \delta\rho_c^a + \delta\rho_b^a + \delta\rho_{M,a}^s + w_{\rho,a}^s, \quad (3.47)$$

onde $\delta\tau_w^z$ é o atraso troposférico úmido residual no zênite, o qual pode ser adicionado como um estado a ser estimado pelo EKF.

3.6 Técnicas para Mitigação dos Erros de Modo Não-Comum

Os NCMEs apresentam baixa correlação temporal e espacial, sendo compostos pelo erro do relógio do receptor, erro de multicaminho e ruídos aleatórios. Esta Seção apresenta técnicas que podem ser aplicadas na mitigação dos erros de modo não-comum tanto devido ao relógio do receptor quanto ao multicaminho, em detalhes.

3.6.1 Remoção do Erro do Relógio do Receptor com Simples Diferenciação entre Satélites

Os receptores GNSS, em geral, são equipados com osciladores de quartzo, os quais possuem boa estabilidade interna e são de custo relativamente baixo. Logo, cada receptor possui sua própria escala de tempo, definida por seu oscilador interno, a qual difere da escala de tempo do sistema em questão (GPS, GLONASS, etc.). Alguns receptores possuem osciladores altamente estáveis, podendo também aceitar padrões externos de tempo. No entanto, são equipamentos de custo elevado, em geral usados em redes de alta precisão. De qualquer forma, no posicionamento relativo (RGNSS), os erros dos relógios são praticamente eliminados, quando se trabalha com observáveis duplamente diferenciadas, não exigindo, para a maioria das aplicações, padrões de tempo altamente estáveis. No entanto, um fator importante diz respeito à simultaneidade das observações no posicionamento relativo, onde, para se obter resultados de alta precisão, o erro do relógio de cada receptor envolvido no posicionamento relativo deve ser conhecido ao nível microssegundo, e a diferença entre eles não deve exceder 1 milissegundo. Já no posicionamento por ponto, seja simples, seja preciso, os erros dos relógios dos receptores são estimados em cada época (MONICO, 2008).

O *bias* do relógio do receptor é um erro temporal que afeta todas as medições de pseudo-distância simultâneas da mesma maneira. Portanto, se pelo menos quatro medições simultâneas de pseudo-distância de satélite estiverem disponíveis (uma a mais do que seria necessário para se determinar a posição com base em distâncias verdadeiras), o *bias* do relógio e a posição podem ser estimados.

Diferentes receptores GNSS lidam com o erro do relógio do receptor de maneiras diferentes, mas há duas abordagens básicas. Em uma abordagem, permite-se que o erro do relógio do receptor se acumule. Na outra abordagem, o erro do relógio do receptor é estimado e direcionado para zero. (FARRELL, 2008)

Quando o receptor permite que o erro do seu relógio acumule no tempo, o mesmo pode ser manipulado por pelo menos três métodos. Na primeira abordagem, o *bias* do relógio é estimado independentemente em cada intervalo de tempo, sem tentar incorporar informações de épocas de medição anteriores. Uma segunda abordagem é subtrair a medição de um satélite de todos os outros satélites para cancelar o *bias* do relógio. Essa abordagem de "simples diferenciação" é discutida em detalhes nessa Seção. A terceira abordagem envolve o desenvolvimento de um modelo dinâmico para o *bias* do relógio e a estimativa do mesmo em um filtro de Kal-

man. Mais detalhes sobre os três métodos podem ser vistos em Farrell (2008), sendo que o primeiro e terceiro métodos de estimação do erro do relógio receptor já foram discutidos nas Seções anteriores, dentro dos métodos WILS e EKF.

Esta Seção discute a simples diferenciação entre satélites usando a observável pseudo-distância. A mesma técnica com modificações apropriadas pode ser usada para deslocamentos Doppler e fases da onda portadora. Seja a equação (3.1) reescrita como:

$$\tilde{\rho}_{a,R}^s = r_{a,s} + \delta\rho_c^a + \delta\rho_b^a + X^i \quad (3.48)$$

onde o erro de medição de pseudo-distância combinado X^i será denotado como

$$X^i = \delta\rho_c^s + \delta\rho_b^s + \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s + \delta\rho_E^s + \delta\rho_{M,a}^s + w_{p,a}^s \quad (3.49)$$

É importante observar que os *biases* do relógio e de *hardware* do receptor $\delta\rho_c^a$ e $\delta\rho_b^a$ na equação (3.48) são os mesmos para todas as medições de pseudo-distância dos satélites. Considere um conjunto de medições de m satélites. Subtrair a pseudo-distância $\rho_{a,R}^m$ de cada uma das outras medições i produz a nova observável

$$\nabla\tilde{\rho}^{i,m} = \tilde{\rho}_{a,R}^i - \tilde{\rho}_{a,R}^m \quad (3.50)$$

que pode ser modelada como

$$\nabla\tilde{\rho}^{i,m} = r_{ai} - r_{am} + X^{i,m} \quad (3.51)$$

para $i = 1, \dots, (m-1)$ onde $X^{i,m} = (X^i - X^m)$. Isso mostra que $\nabla\tilde{\rho}^{i,m}$ não é afetado pelos *biases* do relógio e de *hardware* do receptor. No entanto, o termo de erro $X^{i,m}$ agora é maior e correlacionado entre satélites.

A equação (3.51) continua sendo função da posição do usuário \mathbf{r}_{ea}^e . Portanto, pelo menos três equações permanecem sendo necessárias para se determinar uma solução. No entanto, m ainda deve ser maior ou igual a 4 porque a m -ésima pseudo-distância é subtraída das primeiras $(m-1)$ pseudo-distâncias.

Para um conjunto de $m \geq 4$ satélites, com a m -ésima medição subtraída de cada uma das outras $(m - 1)$ equações, pode-se estimar a posição do usuário, via WILS por exemplo, fazendo-se:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{ea}^{e+} \\ \hat{y}_{ea}^{e+} \\ \hat{z}_{ea}^{e+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{ea}^{e-} \\ \hat{y}_{ea}^{e-} \\ \hat{z}_{ea}^{e-} \end{pmatrix} + (\mathbf{H}_{\nabla}^T \mathbf{R}_{\nabla}^{-1} \mathbf{H}_{\nabla})^{-1} \mathbf{H}_{\nabla}^T \mathbf{R}_{\nabla}^{-1} \begin{pmatrix} \nabla_{\hat{\rho}_R}^{1,m} - \nabla_{\hat{\rho}_R}^{1,m} \\ \nabla_{\hat{\rho}_R}^{2,m} - \nabla_{\hat{\rho}_R}^{2,m} \\ \vdots \\ \nabla_{\hat{\rho}_R}^{m-1,m} - \nabla_{\hat{\rho}_R}^{m-1,m} \end{pmatrix}, \quad (3.52)$$

onde

$$\mathbf{R}_{\nabla} = \mathbf{D}_G \mathbf{R} \mathbf{D}_G^T, \quad (3.53)$$

e \mathbf{D}_G é dado pela matriz:

$$\mathbf{D}_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

a matriz de medição \mathbf{H}_{∇} , nesse caso é definida como:

$$\mathbf{H}_{\nabla} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{a1}^{eT} - \mathbf{u}_{am}^{eT} \\ \mathbf{u}_{a2}^{eT} - \mathbf{u}_{am}^{eT} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{a(m-1)}^{eT} - \mathbf{u}_{am}^{eT} \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

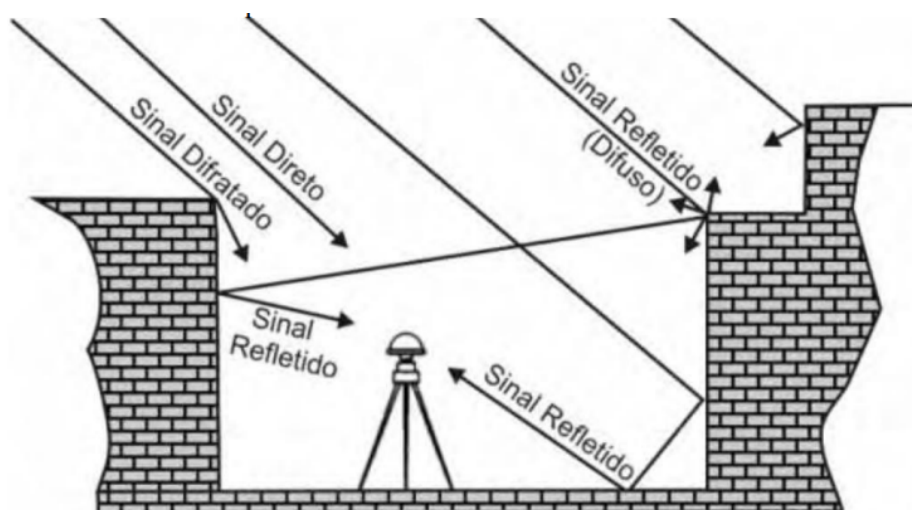
3.6.2 Estimação do Erro de Multicaminho utilizando o Filtro de Kalman Estendido

O multicaminho afeta a qualidade do sinal durante sua propagação entre o satélite e a antena do receptor. Os sinais recebidos pela antena podem ser divididos em dois grupos: os sinais recebidos diretamente dos satélites e aqueles que atingem primeiramente um corpo qualquer e, sofrendo uma reflexão, alcançam a antena do receptor. Esses sinais refletidos são chamados de multicaminho (PEREIRA; CAMARGO; TACHIBANA, 2016), e o erro gerado por eles é apenas um dos muitos que afetam a precisão do GNSS e, portanto, seu impacto deve ser caracterizado no contexto de um determinado ambiente e aplicação. Os erros de multicaminho, em

termos de pseudo-distância, podem atingir até 100 metros nas condições mais severas, enquanto os erros de multicaminho de fase portadora variam de milímetros a centímetros (TEUNISSEN; MONTENBRUCK, 2017).

O efeito provocado por multicaminhos é bem descrito pelo próprio nome: o sinal emitido pelo satélite pode chegar ao receptor, em algumas circunstâncias, por mais de um caminho, como mostrado na Figura 3.2. O multicaminho é causado principalmente por reflexões do sinal em superfícies próximas à antena do receptor, tais como construções, veículos, árvores, colinas etc. Ele depende de vários fatores, dentre os quais pode-se citar: o material do refletor, as características da antena e do receptor GNSS, ângulo de elevação do satélite e a distância perpendicular entre a antena e o objeto refletor (SOUZA, 2008).

Figura 3.2 – Possibilidades de Reflexão e Difração de Sinais de Satélites GNSS que podem chegar à Antena do Receptor Causando o Efeito do Multicaminho.



Fonte: (SOUZA, 2008)

Devido à dimensão dos erros causados pelo efeito de multicaminho, muitos estudos têm sido propostos visando desenvolver técnicas para minimizá-lo (LEANDRO, 2009). Um dos objetivos deste trabalho é investigar uma técnica de mitigação do erro de multicaminho através do EKF, onde o mesmo é adicionado ao vetor de estados, e modelado como um processo de Gauss Markov de primeira ordem. Para que tal modelo seja coerente com o multicaminho a ser estimado, faz-se necessário que os parâmetros estocásticos associados ao processo de Gauss-Markov de primeira ordem, a saber, seu tempo de correlação e densidade espectral de potência do seu ruído diretor, sejam adequadamente indentificados. A próxima Seção apresenta uma técnica proposta para tal identificação.

3.6.2.1 Modelagem e Identificação do Multicaminho

Seja o modelo da pseudo-distância dada por (3.1) e o modelo da fase da onda portadora representado como segue:

$$\tilde{\Phi}_{a,R}^s = r_{as} + \delta\rho_E^s - \delta\rho_c^s + \delta\Phi_b^s - \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s + \delta\rho_c^a + \delta\Phi_b^a + \delta\Phi_{M,a}^s + N_a^s\lambda_{ca} + \omega_{\Phi,a}^s, \quad (3.56)$$

onde $\delta\Phi_b^s$ e $\delta\Phi_b^a$ são os *biases* de relógio e de *hardware* do satélite, respectivamente, $\delta\Phi_{M,a}^s$ é o erro de multicaminho, ambos da fase da portadora, N_a^s é a ambiguidade inteira, λ_{ca} é o comprimento de onda da portadora e $\omega_{\Phi,a}^s$ é o ruído de rastreamento da mesma.

Isolar o erro de multicaminho da pseudo-distância baseia-se no fato de que a distância geométrica verdadeira r_{as} , os *biases* do relógio do satélite e do receptor e o atraso troposférico são comuns às medições de pseudo-distância e fase da portadora, conforme modelado em (3.1) e (3.56). Assim, a diferença entre tais medições, às vezes chamada de *Code-Minus-Carrier* (CMC), é dada como

$$\begin{aligned} x_s &= \tilde{\rho}_{a,R}^s - \tilde{\Phi}_{a,R}^s \\ &\equiv 2\delta\rho_{I,a}^s + (\delta\rho_b^s - \delta\Phi_b^s) + (\delta\rho_b^a - \delta\Phi_b^a) \\ &\quad + (\delta\rho_{M,a}^s - \delta\Phi_{M,a}^s) + N_a^s\lambda_{ca} + (w_{\rho,a}^s - w_{\Phi,a}^s). \end{aligned} \quad (3.57)$$

Assumindo que o ruído da fase da portadora e os erros de multicaminho são insignificantes, em comparação com os da pseudo-distância, e que a largura de banda da malha de rastreamento do receptor é suficientemente alta para que os atrasos de rastreamento induzidos pela dinâmica também sejam desprezíveis, a equação (3.57) reduz a

$$x_s \approx 2\delta\rho_{I,a}^s + N_a^s\lambda_{ca} + \delta\rho_{M,a}^s + w_{x,a}^s. \quad (3.58)$$

Observe que o termo $w_{x,a}^s$ representa o ruído da pseudo-distância mais os resíduos relacionados às suposições simplificadoras. Se uma estimativa do erro ionosférico $\delta\hat{\rho}_{I,a}^s$ estiver disponível, então pode-se computar

$$y_s \triangleq x_s - 2\delta\hat{\rho}_{I,a}^s = N_a^s\lambda_{ca} + \delta\rho_{M,a}^s + w_{y,a}^s, \quad (3.59)$$

onde $w_{y,a}^s$ adiciona erro ionosférico residual a $w_{x,a}^s$. Agora, assumindo que a malha de rastreamento da portadora não experimentou nenhuma perda de ciclo, a ambiguidade inteira $N_a^s \lambda_{ca}$ é constante e pode ser removida subtraindo o valor médio do sinal y_s da equação (3.59) da seguinte forma:

$$z_s \triangleq y_s - \bar{y}_s = \delta \rho_{M,a}^s + w_{z,a}^s, \quad (3.60)$$

que englobam o multicaminho mais o ruído da pseudo-distância e vários erros residuais negligenciados devido às suposições supracitadas.

Se medições de dupla frequência estiverem disponíveis (por exemplo, f_{ca}^{L1} e f_{ca}^{L2} do GPS), é possível calcular um atraso ionosférico relativo que inclui o multicaminho, uma ambigüidade inteira constante e termos residuais (ruído). Sob essas circunstâncias,

$$\delta \hat{\rho}_{I,a}^s = \left(\frac{(f_{ca}^{L2})^2}{(f_{ca}^{L1})^2 - (f_{ca}^{L2})^2} \right) \left(\tilde{\Phi}_{a,R}^{s,L1} - \tilde{\Phi}_{a,R}^{s,L2} \right). \quad (3.61)$$

Uma expressão analítica fechada para a observável CMC corrigida para o ionosfera, portanto é dada por

$$y_s = \tilde{\rho}_{a,R}^{s,L1} - \left(\frac{(f_{ca}^{L1})^2 + (f_{ca}^{L2})^2}{(f_{ca}^{L1})^2 - (f_{ca}^{L2})^2} \right) \tilde{\Phi}_{a,R}^{s,L1} + \left(\frac{2(f_{ca}^{L2})^2}{(f_{ca}^{L1})^2 - (f_{ca}^{L2})^2} \right) \tilde{\Phi}_{a,R}^{s,L2}. \quad (3.62)$$

Deve-se notar que y_s em (3.62) ainda possui uma ambiguidade de fase portadora e, portanto, a média precisa ser removida como na equação (3.60). A observável z_s que resta após o cômputo de (3.60), o qual caracteriza o multicaminho da pseudo-distância, é, no caso deste trabalho, modelado como um processo Gauss-Markov de primeira ordem:

$$\dot{z}_s = -\beta_M z_s + w_{z,a}^s. \quad (3.63)$$

Tal processo exhibe uma propriedade de autocorrelação exponencial

$$R_{z_s}(\tau) = \sigma_{z_s}^2 e^{-\beta_M |\tau|}. \quad (3.64)$$

onde $\sigma_{z_s}^2$ é a variância do processo, e o tempo de correlação $\tau_M \triangleq \beta_M^{-1}$ pode ser extraído da função de autocorrelação para o ponto em que $\beta_M |\tau| = 1$ se verifica. Na prática, busca-se

um tempo de correlação estimado $\hat{\tau}_M$, relacionado com a diferença mínima entre a função de autocorrelação experimental \tilde{R}_{z_s} e o valor teórico $R_{z_s}(\tau_M)$

$$\hat{\tau}_M \triangleq \arg \min_{\tau \in T} (\tilde{R}_{z_s}(\tau) - \sigma_{z_s}^2 e^{-1}). \quad (3.65)$$

O PSD do ruído diretor do processo, $w_{z,a}^s$, pode ser calculado por meio da seguinte relação

$$S_{w_{z,a}^s} = 2\hat{\beta}_M \tilde{R}_{z_s}(0). \quad (3.66)$$

As equações (3.65) e (3.66) resumem o procedimento de identificação que deve ser implementado para se caracterizar adequadamente os erros de multicaminho de pseudo-distância a serem modelados como processos de Gauss-Markov de primeira ordem, e adicionados no vetor de estados do filtro de Kalman.

Para se implementar o filtro de Kalman adaptado, pode-se adicionar as variáveis de multicaminhos simplesmente diferenciados, onde definimos o vetor de estados \mathbf{x} passa a ser definido como:

$$\mathbf{x} = \left[(\mathbf{r}_{ea}^e)^T, (\mathbf{v}_{ea}^e)^T, (\delta\rho_{M,a}^{1,m}), (\delta\rho_{M,a}^{2,m}), \dots, (\delta\rho_{M,a}^{s,m}) \right]^T \quad (3.67)$$

onde os três primeiros elementos consistem na posição do receptor \mathbf{r}_{ea}^e , seguido da velocidade \mathbf{v}_{ea}^e do receptor, e os elementos restante representam os erros de multicaminho simplesmente diferenciados $\delta\rho_{M,a}^{sm}$ para cada satélite, onde $s = 1, \dots, m - 1$, sendo m o número de satélites.

Na matriz de covariância de erros dos estado \mathbf{P} os três primeiros elementos da diagonal principal consistem na variância da posição do receptor \mathbf{r}_{ea}^e , seguido de três elementos representam a variância da velocidade \mathbf{v}_{ea}^e do receptor, e os elementos restantes da diagonal principal, as variâncias dos erros de multicaminho $\delta\rho_{M,a}^{sm}$ para cada satélite.

A matriz do sistema \mathbf{F} dada por (3.17) para os estados do multicaminho foi calculada em função do tempo de correlação definidos em (3.65). A matriz \mathbf{S} mostrada em (3.19) pode ser expandida, adicionando-se na sua diagonal principal as PSDs dos ruídos diretores dos erros de multicaminho simplesmente diferenciados calculado de acordo com a equação (3.66), multiplicados por τ_s .

Para a etapa de atualização, o modelo de medição é definido somando-se à pseudo-distância simplesmente diferenciada predita, uma estimativa do erro de multicaminho também simplesmente diferenciado.

A matrix de medição \mathbf{H}_G^e é formulada de acordo com (3.55), onde se adiciona à direita de \mathbf{H}_∇ uma matriz nula de dimensão $(m - 1) \times 3$, e em seguida, uma matriz identidade de dimensão $(m + 6) \times (m + 6)$.

4 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA

Para validar os estudos aqui apresentados, essa Seção sumariza a implementação de um sistema capaz de realizar o posicionamento via GNSS bem como a aplicação das correções fornecidas pelo PPP-TR, o qual é composto por dois *softwares*, sendo o primeiro responsável por estimar a posição utilizando o WLS e o segundo aplicando o EKF. Esta Seção tem como objetivo detalhar tecnicamente os algoritmos desenvolvidos em C++ embarcados em um Raspberry Pi 4, rodando o sistema operacional Linux. Os dados de observáveis e efemérides foram coletados por meio do módulo u-blox C102-F09R. As correções do IGS foram obtidas utilizando o *software* BKG NTRIP Client (BNC) no formato SSR, especificamente o SSRA02IGS1, que é uma solução combinada de filtro de Kalman pelo IGS que transmite correções de órbita, relógio e *bias* de *hardware* dos satélites. Por fim, as correções de ionosfera foram coletadas diretamente do servidor, utilizando o Protocolo de Transferência de Arquivos (*File Transfer Protocol* - FTP) da FCAG-UNLP, em formato IONEX. A descrição técnica da implementação dos algoritmos e cada uma de suas principais funções, onde é realizada a coleta, tratamento e processamento dos dados, sendo que esta última consiste em de uma série de cálculos para estimação da posição do receptor, são apresentadas nas Seções seguintes.

4.1 Algoritmo Pós-Processado

Em uma primeira fase, os algoritmos foram desenvolvidos de forma a tratar os dados de forma pós-processada, onde o principal objetivo foi validar os mesmos por meio de um comparativo dos resultados com as soluções de posição previamente obtidas em algoritmos desenvolvidos no MATLAB, os quais já haviam sido extensivamente validados em trabalhos anteriores como, por exemplo, em Silva, Hu e Farrell (2023). Na Figura 4.1 tem-se a representação em fluxograma do algoritmo pós-processado, o qual está dividido em quatro partes principais, sendo a primeira a etapa de inicialização, detalhada na Figura 4.2. Nesta etapa, é realizado o *parse* dos dados de entrada, sendo esses as observáveis, mensagem de navegação contendo as efemérides, as correções do PPP-TR vindas do IGS no formato SSR, de onde são extraídos os dados de correção de órbitas, relógio e *bias* dos satélites, e também a correção ionosférica MAGN no formato IONEX. Ainda na etapa de inicialização são carregados os dados de entrada, que formam um *profile*, o qual é utilizado como *ground truth*. A segunda etapa consiste no pré-processamento, no qual é construída uma estrutura contendo os dados adquiridos inicialmente

para a época que será processada. Em seguida, é feito o processamento desses dados para calcular as posições dos satélites visíveis, com base nos dados vindos da mensagem de navegação, e então aplica-se as correções do IGS e MAGN nos mesmos. A terceira etapa consiste do processamento principal, onde para a primeira época é aplicado o WILS para estimar a posição do receptor, no qual esta solução será utilizada como entrada no EKF que estimará a posição para as demais épocas. Por último, tem-se a etapa de pós-processamento onde são calculados os erros de posicionamento no NED e que também salva as saídas com os valores estimados de posição para cada época e seus respectivos erros. Mais detalhes sobre cada uma das funções mostradas no fluxograma estão descritos a seguir.

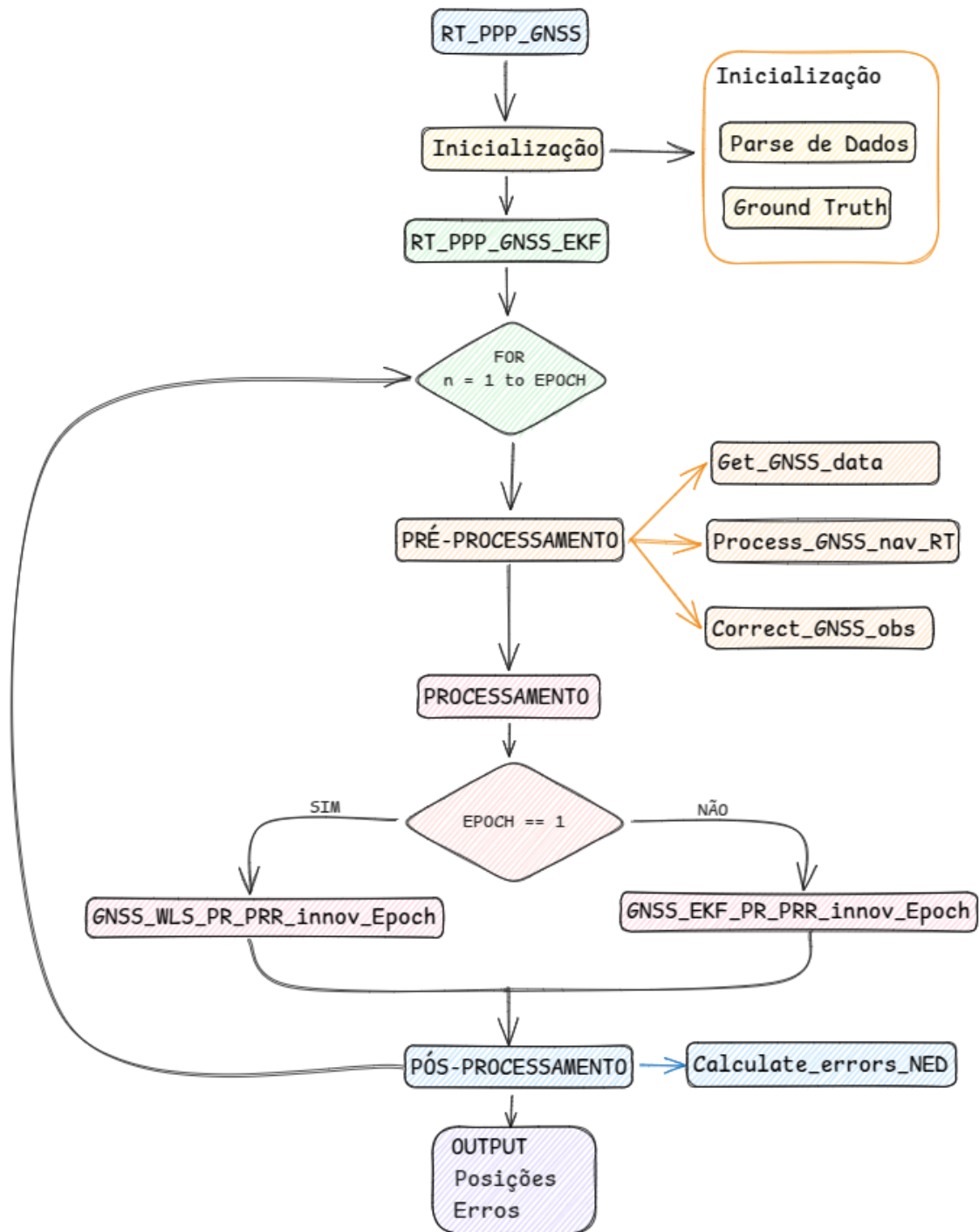
4.1.1 Função RT_PPP_GNSS

- **Descrição:** É a função principal, responsável por chamar as demais funções e estruturar seus dados de entrada e saída. Seu objetivo é estimar a posição com PPP-TR por meio do EKF, utilizando pseudo-distâncias, deslocamento *Doppler*, produtos do IGS para órbita, relógio e *bias* de *hardware* no formato SSR, e também o produto MAGN da FCAG-UNLP para correção do erro ionosférico no formato IONEX.
- **Parâmetros de Entrada:** Arquivos RINEX, SSR e IONEX e as demais configurações necessárias.
- **Parâmetros de Saída:** Os resultados finais de posição estimadas e seus respectivos erros.

4.1.2 Função Parse_GPS_obs_from_RINEX

- **Descrição:** É parte da etapa de inicialização mostrada no fluxograma da Figura 4.2, mais precisamente no *parse* de dados, que tem como objetivo realizar o *parse* das observáveis dos satélites GPS em estruturas para uso posterior.
- **Parâmetros de Entrada:**
 - `filename` (string): Nome do arquivo de entrada o qual contém os dados de observáveis no formato RINEX.
 - `start_time` (number): Horário da semana (*Time of Week - TOW*) do GPS a partir do qual os dados serão coletados, fornecido em segundos.

Figura 4.1 – Fluxograma Pós-Processado

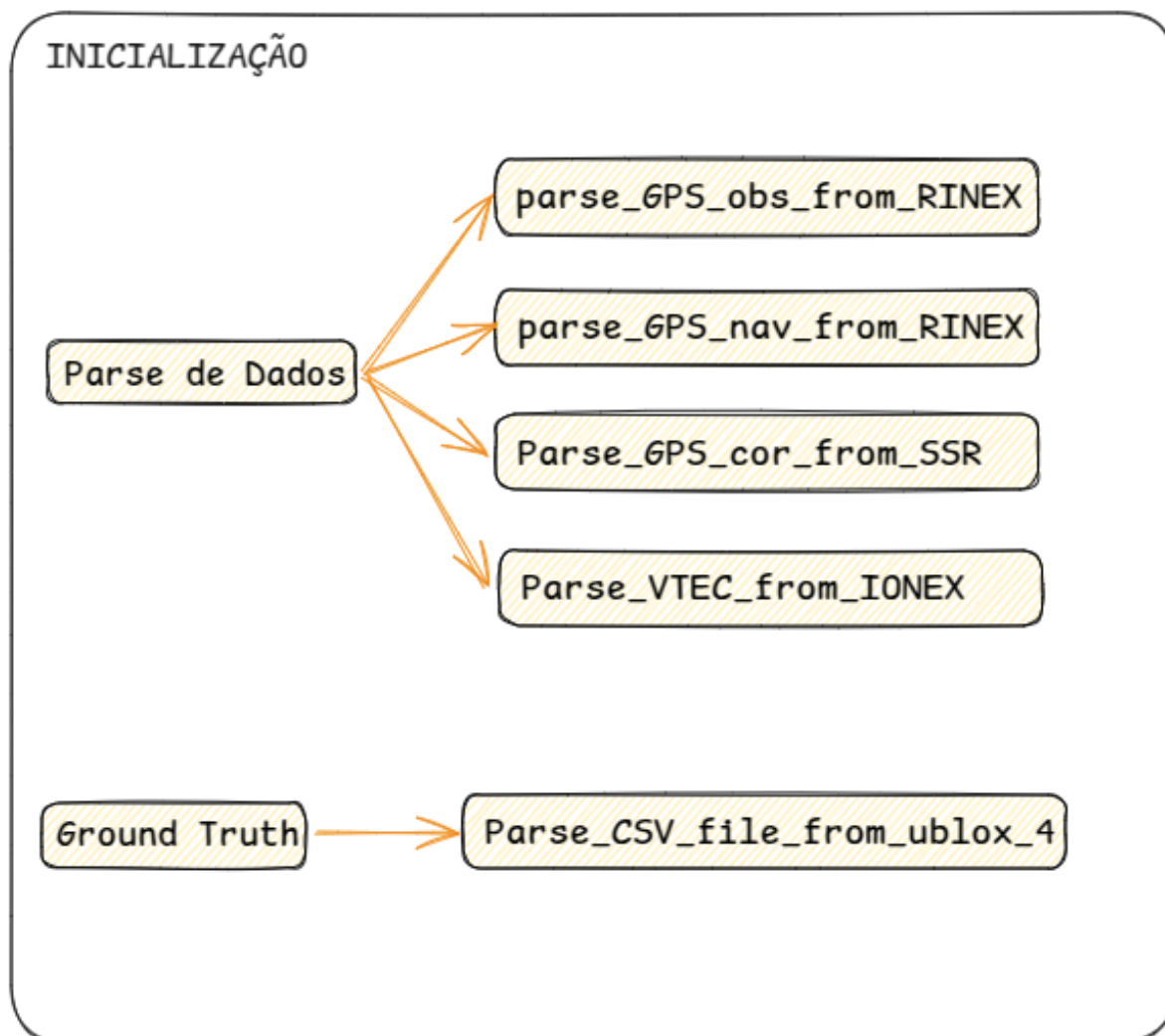


Fonte: Do autor.

- duration (number): Tempo total da duração da coleta de dados das observáveis, também fornecido em segundos.

- **Parâmetros de Saída:**

Figura 4.2 – Fluxo de Inicialização Pós-Processado



Fonte: Do autor.

- `hdr` (struct): Estrutura contendo os dados fornecidos no cabeçalho do arquivo RINEX das observáveis.
- `obs` (struct): Estrutura contendo os valores das observáveis vindas do arquivo RINEX.

4.1.3 Função `Parse_GPS_nav_from_RINEX`

- **Descrição:** É parte da etapa de *parse* dos dados de entrada para inicialização do algoritmo, conforme Figura 4.2. Seu objetivo é estruturar os dados vindos da mensagem de navegação para uso posterior no cálculo da posição dos satélites.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `filename` (string): Nome do arquivo de entrada, o qual contém a mensagem de navegação no formato RINEX.

- `rnx_version` (number): Versão do arquivo RINEX de entrada, o qual pode ser 2 ou 3.

- **Parâmetros de Saída:**

- `eph` (struct): Estrutura contendo os dados da efemérides obtidos da mensagem de navegação.

- `iono` (struct): Estrutura contendo os valores fornecidos dos parâmetros da ionosfera.

4.1.4 Função `Parse_GPS_cor_from_SSR`

- **Descrição:** Sua função é realizar o *parse* das informações vindas dos produtos SSR do IGS, os quais contém as correções de órbita, relógio e *biases* do satélite.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `filename_ssr` (string): Nome do arquivo SSR de entrada, o qual contém os dados de correção.

- **Parâmetros de Saída:**

- `clock` (struct): Estrutura contendo os parâmetros para correção do erro do relógio de cada satélite.

- `orbit` (struct): Estrutura contendo os parâmetros para correção do erro de órbita de cada satélite.

- `osb` (struct): Estrutura contendo os parâmetros para correção do *bias* do *hardware* de cada satélite, chamado de *Observable-Specific Signal Bias* (OSB)

4.1.5 Função `Parse_VTEC_from_IONEX`

- **Descrição:** É responsável por realizar o *parse* dos mapas VTEC, os quais são extraídos do arquivo IONEX, contendo os dados utilizados para correção do erro ionosférico.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `filename_ionex` (string): Nome do arquivo IONEX de entrada, o qual contém os mapas VETEC.

- **Parâmetros de Saída:**

- `iono` (struct): Estrutura contendo os parâmetros para correção do erro do ionosférico no formato de mapas VTEC.

4.1.6 Função `Parse_CSV_file_from_ublox_4`

- **Descrição:** É parte da etapa de inicialização mostrada no fluxograma da Figura 4.2, mais precisamente da construção do *ground truth*, a qual tem como objetivo realizar o *parse* do arquivo CSV extraído do *software* u-center contendo a solução de posição fornecida pelo módulo C102 da u-blox, dados estes que são utilizados como valores de referência para cálculo do erro de posicionamento estimado pelo algoritmo implementado.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `filename` (string): Nome do arquivo CSV extraído do u-center da u-blox.

- `start_time` (number): Horário da semana (TOW) do GPS a partir do qual os dados serão coletados, fornecido em segundos.

- `duration` (number): Tempo total da duração da coleta dos dados, também fornecido em segundos.

- **Parâmetros de Saída:**

- `iTOW` (number): *Array* contendo os valores de TOW, em segundos.

- `L_a` (number): *Array* com os valores da latitude da antena do receptor, em radianos.

- `lambda_a` (number): *Array* com os valores da longitude da antena do receptor, em radianos.

- `h_a` (number): *Array* com os valores da altitude geodética da antena do receptor, em metros.

- `r_ea_e` (number): Dados da posição cartesiana da antena do receptor referenciada e representada no ECEF, valores fornecidos em metros.

- `v_ea_e` (number): Dados de velocidade da antena do receptor referenciada no ECEF e representada no NED, em metros por segundo.
- `psi_nb` (number): *Array* com os valores do ângulo de guinada (*yaw*) da antena do receptor, em graus.
- `theta_nb` (number): *Array* com os valores do ângulo de arfagem (*pitch*) da antena do receptor, em graus.

4.1.7 Função `RT_PPP_GNSS_EKF_PR_PRR_innov_test`

- **Descrição:** É responsável por realizar as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento dos dados para cada época, além de construir as estruturas de saída contendo os valores de posição estimados e seus respectivos erros.
- **Parâmetros de Entrada:**
 - `in_profile` (struct): Estrutura formada por *arrays* contendo o perfil de movimento verdadeiro para cada época.
 - `no_epochs` (number): Número de épocas total da simulação.
 - `GNSS_data` (struct): Estrutura contendo todos os dados coletados na etapa de inicialização.
 - `EKF_config` (struct): Estrutura com os parâmetros de inicialização e configuração necessários para o execução do EKF.
- **Parâmetros de Saída:**
 - `out_profile` (struct): Estrutura contendo a solução de posição estimada para cada época.
 - `out_errors` (struct): Estrutura contendo os erros de posição calculado para cada época.

4.1.8 Função `Get_GNSS_data`

- **Descrição:** Parte da etapa de pré-processamento, conforme a Figura 4.1, a qual tem por função coletar os dados da estrutura `GNSS_data` correspondente à época atual que será

processada, sendo estes as observáveis, efemérides dos satélites, e correções do IGS e MAGN com o TOW mais próximo possível.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `GNSS_data` (`struct`): Estrutura contendo todos os dados coletados na etapa de inicialização para todas as épocas.

- `epoch` (`number`): Época que será processada na etapa atual.

- **Parâmetros de Saída:**

- `GNSS_data_epoch` (`struct`): Estrutura contendo todos os dados coletados na etapa de inicialização, porém para apenas uma época específica, a saber, aquela correspondente à etapa atual de processamento.

4.1.9 Função `Process_GNSS_nav_precise_RT`

- **Descrição:** Também parte da etapa de pré-processamento (vide Figura 4.1), é responsável por processar os dados de navegação e aplicar as correções, a fim de computar, de forma precisa, a posição, velocidade, atraso do relógio, taxa de atraso do relógio, bem como os atrasos de propagação do sinal causados pela ionosfera e troposfera de cada satélite visível durante a época atual que será processada.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `GNSS_data_epoch` (`struct`): Estrutura de saída da função `Get_GNSS_data` contendo todos os dados coletados na etapa de inicialização, porém para apenas uma época específica.

- `r_ea_e` (`number`): Posição cartesiana da antena do receptor referenciada e representada no ECEF, em metros.

- **Parâmetros de Saída:**

- `out_res_e` (`number`): *Array* contendo os valores calculados de posição cartesiana referenciada e representada no ECEF para cada satélite visível durante aquela época, em metros.

- `out_v_es_e` (number): *Array* contendo os valores calculados de velocidade referenciada e representada no ECEF para cada satélite visível durante aquela época, em metros por segundo.
- `out_delta_rho_c` (number): *Array* com os valores calculados de erro do relógio para cada satélite visível, em metros.
- `out_delta_rho_c_dot` (number): *Array* com os valores calculados da taxa de erro do relógio para cada satélite visível, em metros por segundo.
- `out_delta_rho_I` (number): *Array* com os valores calculados do erro ionosférico, em metros.
- `out_delta_rho_T` (number): *Array* com os valores calculados do erro troposférico, em metros.
- `out_theta_nu` (number): *Array* com os valores do ângulo de elevação de cada satélite visível, em radianos.
- `out_psi_nu` (number): *Array* com os valores do ângulo de azimute de cada satélite visível, em radianos.

4.1.10 Função `Correct_GNSS_obs`

- **Descrição:** Última função da etapa de pré-processamento, conforme ilustrado na Figura 4.1. Esta função tem como objetivo aplicar as correções calculadas na função `Process_GNSS_nav_precise_RT` nas observáveis. Portanto, é feita a correção das observáveis de pseudo-distância aplicando as correções referente ao erro do relógio, atraso ionosférico e troposférico, também são corrigidas as observáveis de *Doppler* aplicando a correção referente a taxa de erro do relógio.
- **Parâmetros de Entrada:**
 - `obs` (struct): Estrutura com dados de observáveis para a época específica.
 - `delta_rho_c` (number): *Array* com os valores calculados do erro do relógio para cada satélite visível, em metros.
 - `delta_rho_c_dot` (number): *Array* com os valores calculados da taxa de erro do relógio para cada satélite visível, em metros por segundo.

- `delta_rho_I` (number): *Array* com os valores calculados do erro ionosférico, em metros.

- `delta_rho_T` (number): *Array* com os valores calculados do erro troposférico, em metros.

- **Parâmetros de Saída:**

- `GNSS_observables` (struct): Estrutura com dados de observáveis corrigidos, para a época específica.

4.1.11 Função `GNSS_WLS_PR_PRR_innov_Epoch`

- **Descrição:** É parte da etapa principal, a saber, de processamento, conforme mostrado na Figura 4.1. É executada para a primeira época e seu principal objetivo é fornecer a primeira estimativa de posição, a qual será utilizada para inicialização do EKF. É responsável por estimar posição, velocidade, erro do relógio e taxa de erro do relógio usando Mínimos Quadrados Iterado Ponderado (WILS).

- **Parâmetros de Entrada:**

- `GNSS_observables` (struct): Estrutura com dados de observáveis corrigidas, para a época específica.

- `r_es_e` (number): Posição dos satélites visíveis referenciada e representada no ECEF, em metros.

- `v_es_e` (number): Velocidade dos satélites visíveis referenciada e representada no ECEF, em metros por segundo.

- `predicted_r_ea_e` (number): Posição inicial do receptor referenciada e representada no ECEF, em metros.

- `predicted_v_ea_e` (number): Velocidade inicial do receptor referenciada e representada no ECEF, em metros por segundo.

- `GNSS_config` (struct): Estrutura com dados contendo as configurações do GNSS, como número total de satélites da constelação e frequência da onda portadora na banda L1.

- `WLS_config` (struct): Estrutura com dados de configurações necessários para executar o WLS.

- **Parâmetros de Saída:**

- `est_r_ea_e` (number): Valores estimados de posição do receptor e referenciada e representada no ECEF, em metros.

- `est_v_ea_e` (number): Valores estimados de velocidade do receptor e referenciada e representada no ECEF, em metros por segundo.

- `est_clock` (number): Valores estimados de erro do relógio e taxa de erro do relógio do receptor, em metros e metros por segundo, respectivamente.

- `unc_r_ea_e` (number): Valores estimados da incerteza da posição do receptor, referenciada e representada no ECEF, em metros.

- `unc_v_ea_e` (number): Valores estimados da incerteza da velocidade do receptor, referenciada e representada no ECEF, em metros por segundo.

- `unc_clock` (number): Valores estimados da incerteza de erro do relógio e taxa de erro do relógio do receptor, em metros e metros por segundo, respectivamente.

- `innov_range` (number): inovações das medições de pseudo-distância, em metros.

- `innov_rate` (number): inovações das medições da taxa de pseudo-distância, em metros por segundo.

- `dop` (number): Valores calculados da diluição das precisões.

- `no_visible_SV` (number): número total de satélites visíveis utilizados.

4.1.12 Função `GNSS_EKF_PR_PRR_innov_Epoch`

- **Descrição:** É parte da etapa principal, a saber, de processamento, conforme mostrado na Figura 4.1, é executada para as demais época. É responsável por estimar posição, velocidade, erro do relógio e taxa de erro do relógio utilizando um Filtro de Kalman Estendido (EKF).

- **Parâmetros de Entrada:**

- `tor_s` (number): Intervalo de propagação, em segundos.

- `old_x_est_updated` (number): Valores do vetor de estados atualizado do EKF proveniente da etapa anterior.
- `old_P_matrix_updated` (number): Valores da matriz de covariância atualizada do EKF proveniente da etapa anterior.
- `est_res_e` (number): Posição dos satélites visíveis referenciada e representada no ECEF, em metros.
- `est_v_es_e` (number): Velocidade dos satélites visíveis referenciada e representada no ECEF, em metros por segundo.
- `GNSS_observables` (struct): Estrutura com dados de observáveis corrigidas, para a época específica.
- `GNSS_config` (struct): Estrutura com dados contendo as configurações do GNSS, como número total de satélites da constelação e frequência da onda portadora na banda L1.
- `EKF_config` (struct): Estrutura com dados de configurações necessários para executar o EKF.

- **Parâmetros de Saída:**

- `x_est_updated` (number): Vetor de estados atualizado do EKF.
- `P_matrix_updated` (number): Matriz de covariância atualizada do EKF.
- `F_matrix` (number): Matriz de sistema do EKF.
- `delta_z` (number): Valores das inovações de medições do EKF.
- `H_matrix` (number): Valores da matriz de medições do EKF.
- `dop` (number): Valores calculados das diluições da precisão.
- `no_visible_SV` (number): número total de satélites visíveis utilizados.

4.1.13 Função `Calculate_errors_NED`

- **Descrição:** Faz parte da última etapa, calculando os erros de posição, velocidade e atitude da solução e gerando um registro de saída.

- **Parâmetros de Entrada:**

- `est_L_b (number)`: Solução de latitude estimada, em radianos.
- `est_lambda_b (number)`: Solução de longitude estimada, em radianos.
- `est_h_b (number)`: Solução de altitude estimada, em metros.
- `est_v_eb_n (number)`: Solução de velocidade referenciada no ECEF, e representada no NED, em metros por segundos.
- `est_C_b_n (number)`: Solução da matriz de transformação das coordenadas do veículo para o NED.
- `true_L_b (number)`: Valor verdadeiro da latitude, em radianos.
- `true_lambda_b (number)`: Valor verdadeiro da longitude, em radianos.
- `true_h_b (number)`: Valor verdadeiro da altitude, em metros.
- `true_v_eb_n (number)`: Valor verdadeiro da velocidade referenciada no ECEF, e representada no NED, em metros por segundos.
- `C_b_n (number)`: Valor verdadeiro da matriz de transformação das coordenadas do veículo para o NED.

- **Parâmetros de Saída:**

- `delta_r_eb_n (number)`: Erro de posição cartesiana referenciado no ECEF e representado no NED, em metros.
- `delta_v_eb_n (number)`: Erro de velocidade cartesiana referenciado no ECEF e representado no NED, em metros por segundos.
- `delta_eul_eb_n (number)`: Erro de atitude (ângulos de Euler), em radianos.

4.2 Resultados Estáticos

Esta Subseção apresenta os resultados de testes experimentais estacionários destinados a avaliar o desempenho do PPP-TR via GPS, para o protótipo implementado em C++. Nos experimentos conduzidos, focou-se na utilização de pseudo-distâncias de simples frequência proveniente do código C/A do GPS e em produtos ionosféricos da FCAG-UNLP. Todos os outros

produtos PPP-TR foram obtidos via RTS do IGS. As correções troposféricas foram computadas seguindo o modelo empírico UNB3.

A expectativa é que a exatidão/precisão do posicionamento via GPS com PPP-TR obtida através do protótipo implementado em C++ rodando de forma embarcada em um Raspberry Pi 4 em ambiente Linux, seja a mesma da obtida através das simulações realizadas no ambiente MATLAB em estudos anteriores, como já mencionado. Para realizar este comparativo, o seguinte experimento foi realizado: coletou-se várias horas de dados brutos de GPS (medições de pseudo-distância na banda L1 do C/A e mensagens de navegação) no formato Receiver INdependent EXchange (RINEX) da estação de referência estática designada como MGLA, a qual pertence à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) do GNSS e está localizada na Universidade Federal de Lavras (UFLA). A MGLA é equipada com um receptor Trimble NETR9 de alta qualidade e uma antena Zephyr 3 Geodetic (TRM115000.00). Ao mesmo tempo, utilizou-se o *software* BNC para coletar os produtos RTS do IGS, no formato SSR, a saber, correções de órbita, relógio e *biases* de *hardware*. Por fim, coletou-se os produtos MAGN da FCAG-UNLP em tempo quase real, diretamente de seu servidor FTP no formato IONEX. O teste estático foi conduzido selecionando-se um intervalo de tempo com maior integridade possível dos dados coletados, começando em 28 de Dezembro de 2021 às 12:30 pm e com duração total de 540 épocas (equivalente a 2,25 horas).

Após os dados serem coletados, eles foram analisados e processados *offline*, utilizando algoritmos especializados implementados em C++, as quais empregam a estratégia de WILS e EKF para calcular a solução de posição via GPS com PPP-TR. Os erros foram computados com relação à posição verdadeira da base MGLA, a qual é conhecida com precisão centimétrica, pois é estática e frequentemente monitorada por especialistas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). As taxas de atualização dos dados coletados foram as seguintes: (a) 15 segundos para as observáveis de GPS do MGLA; (b) 10 segundos para as correções de relógio do IGS; (c) 60 segundos para as correções de órbita e *biases* do IGS; e (d) 15 minutos para as correções ionosféricas da FCAG-UNLP. Para avaliar o desempenho da estimativa de posição estabeleceu-se como métricas, os erros de posição cartesiana horizontal, vertical e total do usuário, os quais são definidos como:

$$\delta r_{ea,H}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,N}^e)^2 + (\delta r_{ea,E}^e)^2},$$

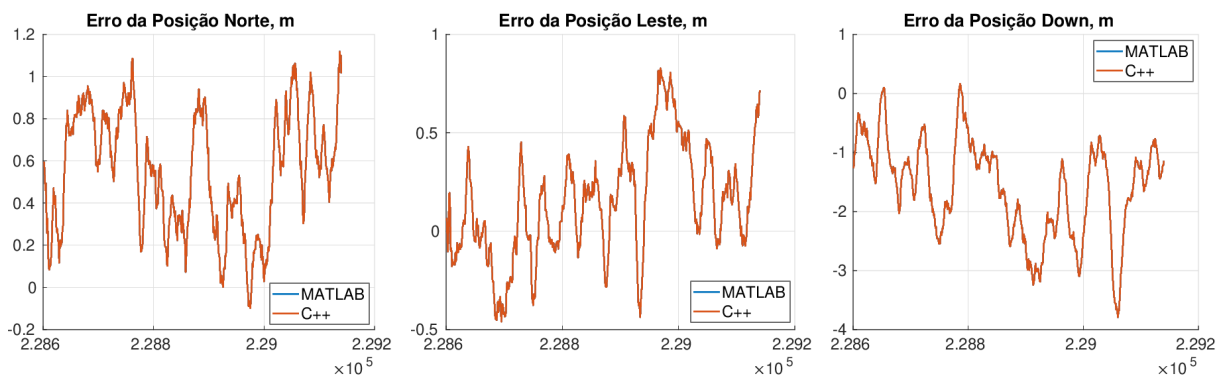
$$\delta r_{ea,V}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,D}^e)^2},$$

$$\delta r_{ea,T}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,N}^e)^2 + (\delta r_{ea,E}^e)^2 + (\delta r_{ea,D}^e)^2},$$
(4.1)

onde $\delta r_{ea,N}^e$, $\delta r_{ea,E}^e$ e $\delta r_{ea,D}^e$ são as componentes norte (sobrescrito *N*), leste (sobrescrito *E*) e *down* (sobrescrito *D*) do erro na posição cartesiana do usuário, respectivamente.

Os resultados obtidos para o teste estático são apresentados na Figura 4.3, a qual mostra o comparativo entre os erros obtidos nas simulações para o teste estático, entre o C++ e o MATLAB, nos canais norte, leste e *down*, respectivamente. É possível observar que os erros de posicionamento obtidos em ambos os ambientes apresentam os mesmo valores, causando, portanto, a sobreposição das linhas dos gráficos.

Figura 4.3 – Comparativos dos Erros de Posicionamento no Teste Estático



Fonte: Do autor.

A Tabela 4.1 apresenta os valores médios (em metros), para o teste estático, dos erros de posicionamento obtidos durante a simulação para cada componente analisada. Já a Tabela 4.2 mostra a porcentagem de amostras com o erro de posição horizontal menor que 0,5 m, 1 m e 1,5 m, respectivamente. As Tabelas 4.3 e 4.4 apresentam resultados em termos de porcentagem de amostras possuindo erros de posição vertical e total, respectivamente, abaixo de 1,0 m, 2,0 m e 3,0 m.

Esses resultados confirmam a exatidão/precisão da estimativa de posição via GPS com PPP-TR para o protótipo implementado em C++ em ambiente Linux e embarcado em um Raspberry Pi 4, os quais se encontram dentro do intervalo esperado e em conformidade com os resultados obtidos por Silva, Hu e Farrell (2023), os quais validaram de forma extensiva a

Tabela 4.1 – Erros de Posicionamento Médio do Teste Estático.

Componente	Média (m)
Norte	0,551
Leste	0,146
Down	-1,591
Horizontal	0,656
Vertical	1,593
Total	1,764

Tabela 4.2 – Probabilidades dos Erros de Posição Horizontal.

Erros (m)	Probabilidade (%)
< 0,5	26,30
< 1,0	95,00
< 1,5	100,00

Tabela 4.3 – Probabilidades dos Erros de Posição Vertical.

Erros (m)	Probabilidade (%)
< 1,0	23,15
< 2,0	69,81
< 3,0	94,63

Tabela 4.4 – Probabilidades dos Erros de Posição Total.

Erros (m)	Probabilidade (%)
< 1,0	15,37
< 2,0	63,70
< 3,0	92,60

aplicação da técnica PPP-TR baseada apenas em observáveis de simples frequência do tipo pseudo-distância em ambiente MATLAB.

4.3 Resultados Dinâmicos

Como uma forma de validar novamente a consistência entre as soluções de posicionamento GPS com PPP-TR implementadas em C++ e MATLAB, um teste adicional foi realizado, agora em ambiente dinâmico. Tal teste consistiu em se coletar dados de observáveis GPS na banda L1 do C/A de um receptor u-blox C102-F9R e uma antena ANN-MB-01 acoplada a um carro em 21 de julho de 2023, em Lavras-MG, Brasil. O carro foi dirigido por alguns minutos pelas ruas de um bairro próximo à UFLA, executando todos os tipos de movimento típicos de

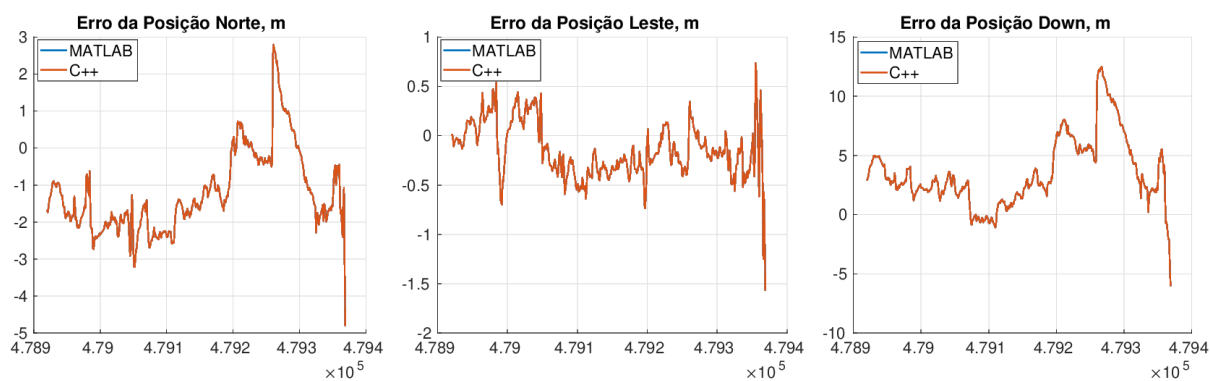
cenários urbanos, como curvas, acelerações, desacelerações, subidas, descidas, paradas, etc. Junto com os dados de observação, o software *BKG NTRIP Client* (BNC) foi usado para coletar os produtos SSR do IGS, e novamente, o produto MAGN da UNLP, foi coletado diretamente de seu servidor FTP. Quanto à compensação dos erros troposféricos, foi adotado novamente o modelo empírico UNB3. Para auxiliar na obtenção de uma solução de referência (*ground-truth*) confiável para o teste, os dados de observação GPS e mensagem de navegação da base MGLA, distante do carro cerca de 1 km, foram obtidos diretamente do repositório do IBGE.

Após a aquisição e conversão dos dados GPS (do formato proprietário UBX para o formato RINEX versão 2.11, via *software* RTKLIB), estes últimos foram analisados e processados *offline* usando os mesmos algoritmos especializados desenvolvidos pelos autores em linguagem C++. Os erros foram calculados em relação aos valores de referência, os quais foram obtidos pelo processamento de pseudo-distâncias e fase da onda portadora, de dupla frequência e duplamente diferenciadas com resolução das ambiguidades inteiras, as quais foram coletadas do mesmo módulo u-blox C102-F9R conectado, via Internet, à estação de referência MGLA.

Para avaliar o desempenho dos algoritmos implementados, os erros de posição cartesiana horizontal, vertical e total da antena do receptor GNSS foram estabelecidos como métricas, de acordo com as equações apresentadas em (4.1).

As mesmas análises do teste estático também foram realizadas para o cenário dinâmico. A Figura 4.4 ilustra o comparativo entre os erros obtidos nas implementações em ambientes C++ e MATLAB, nos canais norte, leste e vertical. É possível observar, que assim como no teste estático, os erros de posicionamento obtidos em ambos os ambientes apresentam os mesmos valores, causando, também, a sobreposição das linhas dos gráficos.

Figura 4.4 – Comparativos dos Erros do Teste Dinâmico



Fonte: Do autor.

A Tabela 4.5, por outro lado, apresenta os valores médios (em metros) dos erros de posicionamento obtidos durante a simulação dinâmica para cada componente analisada. Já a Tabela 4.6 mostra a porcentagem de amostras as quais têm erro de posição horizontal menor que 0,5 m, 1 m e 1,5 m, respectivamente. As Tabelas 4.7 e 4.8, por fim, fornecem os resultados obtidos em termos de porcentagem de amostras contendo erros de posição vertical e total, respectivamente, abaixo de 1,0 m, 2,0 m e 3,0 m.

Tabela 4.5 – Erros de Posicionamento Médio do Teste Dinâmico.

Componente	Média (m)
Norte	1.212
Leste	0.147
Down	3.499
Horizontal	1.499
Vertical	3.664
Total	4.266

Tabela 4.6 – Probabilidades dos Erros de Posição Horizontal.

Erros (m)	Probabilidade (%)
0,5	13,34
1,0	27,34
1,5	44,23

Tabela 4.7 – Probabilidades dos Erros de Posição Vertical.

Erros (m)	Probabilidade (%)
1,0	13,33
2,0	27,34
3,0	55,78

Tabela 4.8 – Probabilidades dos Erros de Posição Total.

Erros (m)	Probabilidade (%)
1,0	0,00
2,0	5,34
3,0	38,00

Os resultados obtidos para o teste dinâmico reforçam a consistência da estimativa de posição via GPS com PPP-TR para o protótipo implementado em C++, apresentando resultados em conformidade com aqueles obtidos em ambiente MATLAB por Silva, Hu e Farrell (2023).

Parte II

TRABALHOS PUBLICADOS

5 ARTIGO 01: ON THE PERFORMANCE DEGRADATION OF GPS POSITIONING DUE TO OUTDATED RT-PPP PRODUCTS

Trabalho submetido, aprovado e apresentado nos anais do Simpósio Brasileiro De Automação Inteligente (SBAI), em outubro de 2023.

On the Performance Degradation of GPS Positioning due to Outdated RT-PPP Products [★]

Izadora A. Ramos ^{*} Felipe O. Silva ^{*} Ludmila A. de Oliveira ^{*}
Danilo A. de Lima ^{*} Rogério P. Menezes Filho ^{**} Jay A. Farrell ^{***}

^{*} *Departamento de Automática, Universidade Federal de Lavras, MG,
(e-mails: izadora.ramos@estudante.ufla.br, felipe.oliveira@ufla.br,
ludmila.oliveira@estudante.ufla.br, danilo.delima@ufla.br)*

^{**} *MWF Services Ltda., Departamento de Pesquisa e Desenvolvimento,
(e-mail: rogerio.menezes@mwf-mechatronics.com)*

^{***} *Department of Electrical and Computer Engineering, University of
California, Riverside, USA, (e-mail: farrell@ece.ucr.edu)*

Abstract: Real-time Precise Point Positioning (RT-PPP) is a technique that improves positioning accuracy by correcting common mode errors present in GNSS observables by means of products made available in real-time by specialized agencies, such as the International GNSS Service (IGS) and the Faculty of Astronomical and Geophysical Sciences (FCAG) of the Argentine University of La Plata (UNLP). The Real-Time Service (RTS) of IGS provides various correction streams for RT-PPP deployment, whose availability is beyond 95% for the Global Positioning System (GPS) and 90% for the GLObal NAVigation Satellite System (GLONASS). During the epochs the correction streams becomes momentarily unavailable or, when communication problems/latency occur, the equipment user has no other option than to use outdated products, which may degrade position accuracy. The objective of this work is to evaluate the impact of using outdated RT-PPP products on GPS positioning accuracy in Brazilian territory. As main contribution, we show that the RT-PPP GPS positioning accuracy is not significantly degraded when outdated products up to 25 minutes are used, being able to comply with the Society of Automotive Engineers (SAE) J2945 specification, which stipulates a maximum horizontal position error of 1.5 meter, at 68% of probability, aiming at Connected Autonomous Vehicle (CAV) applications. Results from experimental tests are conducted, in a stationary environment, which validates the outline verifications.

Keywords: GPS, RT-PPP, performance analysis, latency.

1. INTRODUCTION

Satellite positioning has become essential to life in modern society and is used by a large portion of the population. In the last decades, the Global Positioning System (GPS) has been the most reliable system amenable to applications in geodesy, geophysics, and navigation. The advent of additional Global Navigation Satellite Systems (GNSS), however, has aroused much interest in the scientific community and has been changing this scenario. In addition to the GPS and GLObal Navigation Satellite System (GLONASS) pioneers, the BeiDou System (BDS) declared Full Operational Capability (FOC) in July 2020, and Galileo is in the final stages of development (Götzelmann et al., 2023). Currently, GPS and GLONASS are

undergoing a significant modernization process, intended to increase the number of available signals and to provide better accuracy and interoperability with other systems. With these new developments in GNSS, by 2024 it is expected that we will have access to more than 110 satellites in a multi-GNSS model transmitting their signals on a range of different frequencies, which will benefit a wide range of scientific and commercial applications, both in terms of positioning and other applications, such as atmospheric modeling and weather services (Odolinski et al., 2020).

GNSS positioning is based on the transmission of signals from orbiting satellites, which provides three types of measurements: pseudorange (distance between the satellite and the receiver during the transmission and reception of the GNSS signal), Doppler shift (the relative velocity between the satellite and receiver), and carrier phase (distance between satellite and receiver expressed in cycles of the carrier wave). GNSS signals are affected by several sources of errors that affect GNSS positioning. Pseudorange measurements (the main GNSS observable and, hence, the one we focus on) are primarily corrupted by seven types of errors (Lachapelle, 1991; Teunissen, 1991),

^{*} This study was financed in part by the Research Development Foundation (FUNDEP - ROTA 2030), under grant 27192.02.02/2021.01.00, in part by the Brazilian Agricultural Research Corporation (EMBRAPA), under grant 212-20/2018, in part by the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development (CNPq), under grants 313160/2019-8 and 312194/2022-6, and in part by the Minas Gerais State Agency for Research and Development (FAPEMIG), under grants APQ-01449-17 and APQ-04659-22.

which can be classified into two categories (Farrell et al., 1996):

- *Common-mode errors* are spatially and temporally correlated errors, i.e., they are experienced similarly by all receivers in the same vicinity over short time spans. They comprise the ephemeris error, satellite clock bias, ionospheric and tropospheric delays;
- *Noncommon-mode errors* are different for each receiver even when separated by short distances, being comprised of receiver clock bias, multipath error, and receiver tracking noise.

A number of solutions are available to reduce the effect of common-mode errors on GNSS position estimation. In recent decades, Precise Point Positioning (PPP) and its Real-Time counterpart (RT-PPP) have emerged, and are constantly being improved (Grinter and Roberts, 2011; Gao and Chen, 2004). In traditional, i.e., post-processed PPP, for instance, the user equipment position is computed based on two-frequency pseudorange and carrier measurements in addition to precise corrections (also referred to as products) to the orbits and clocks of the tracked satellites. A breakthrough is taking place regarding the real-time availability of such corrections from the International GNSS Service (IGS), as well as the determination of integer ambiguities, in a few minutes, allowing the user to reach centimetric precision in real-time. RT-PPP with ambiguity solution has been named RT-PPPK (Wabben et al., 2005; Teunissen and Khodabandeh, 2015). According to Krueger et al. (2020), the method has shown to be very promising, and the author states that the latter can be used with reference networks that are sparser than the Network Real-Time Kinematics (NRTK) approach. Hence, for users who need results comparable to traditional RTK (i.e. instantaneous solutions with $1 \sim 2$ cm error, using a nearby base station), the RT-PPPK method has been considered a complementary, lower-cost solution to serve regions where NRTK coverage is not available (Rovira-Garcia et al., 2015; Oliveira Junior, 2017).

A main drawback of RT-PPPK, as is also the case for RTK and NRTK, is that the associated ambiguity resolution problem is not easily solved unless two-frequency GNSS measurements are employed (Verhagen et al., 2012). As the cost of GNSS two-frequency user equipment is much higher than its single-frequency counterpart, the employment of such techniques may be prohibitive, especially for mass-market applications. In this regard, many works have devoted time to investigate the performance capabilities of RT-PPP exclusively for pseudorange-based single-frequency users (Bahadur and Nohutcu, 2020; Rahman et al., 2022), as is the case of this work.

In RT-PPP applications, the availability and latency of products delivered to users are of paramount importance. Lack of correction data eliminates satellites from position computation, and obsolete products may introduce errors whose magnitude may increase with latency. Both factors may significantly degrade GNSS estimation performance. To investigate the availability of RT-PPP products, Hadas and Bosy (2015) employed the BKG Ntrip Client (BNC) software and showed the corrections provided by IGS have an average availability of 92% for GPS and GLONASS satellites. Further aiming at evaluating the impact of in-

terrupting communication to obtain RT-PPP positioning corrections using only IGS orbit and clock products, the authors concluded that, on average, an additional position error of 5 cm is expected when using orbit corrections with 3 minutes of latency and clock correction with 1 of minute latency.

IGS currently provides RT-PPP corrections with global coverage for the most important remaining common-mode errors: GPS/GLONASS satellite orbit, clock and hardware bias; and, ionospheric delay. In addition, regional agencies have recently succeed in establishing correction services to better serve their local users. For example, Silva et al. (2023) showed that for Connected Autonomous Vehicle (CAV) applications in Brazilian territory, the ionospheric products broadcast by the Faculty of Astronomical and Geophysical Sciences (FCAG) of the Argentine University of La Plata (UNLP) attained superior performance relative to the standard ionospheric corrections provided by the IGS. For this product, however, a small latency exists that is stated to be lower than 10 minutes. (Mendoza et al., 2019a)

Thus, the objective of this work is to investigate the performance degradation of currently available RT-PPP solutions as a function of the obsolescence/latency of the corresponding corrections with a focus on CAV applications in Brazilian territory. As main contribution, we show that the RT-PPP GPS positioning accuracy is not significantly degraded when outdated products up to 25 minutes are used, being able to comply with the Society of Automotive Engineers (SAE) J2945 specification, which stipulates a maximum horizontal position error of 1.5 meter, at 68% of probability, aiming at Connected Autonomous Vehicle (CAV) applications (SAE, 2016).

The remainder of this work is organized as follows: Section 2 introduces the notation and background for RT-PPP position estimation using Single-Frequency (SF) pseudorange measurements. Section 3 describes experimental data and discusses positioning performance of SF GPS-based RT-PPP when outdated products are used. Section 4, lastly, summarizes the paper and presents final thoughts and conclusions.

2. RT-PPP BACKGROUND

The pseudorange measurement between a user antenna a and a satellite s , taking into account the errors cited in Section 1, can be modeled as:

$$\rho_{a,R}^s = r_{as} + \delta\rho_c^a - \delta\rho_c^s + \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s + \delta\rho_E^s + \delta\rho_{M,a}^s + w_{p,a}^s, \quad (1)$$

where the true range r_{as} between ECEF user position \mathbf{r}_{ea}^e and ECEF satellite position \mathbf{r}_{es}^e is defined as:

$$r_{as} = |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e|. \quad (2)$$

The symbol \mathbf{C}_e^I represents the Direct Cosine Matrix (DCM) compensating for ECEF rotation during signal propagation, for more details see section 2.4.1 from Farrell (2008). In (2), the superscript e indicates that position is measured with respect to the Earth-Centered-Earth-Fixed (ECEF) frame. In (1), $\delta\rho_c^e$ represents the receiver clock bias, $\delta\rho_c^s$ is the satellite clock bias, $\delta\rho_{I,a}^s$ is the ionospheric

delay, $\delta\rho_{T,a}^s$ is the tropospheric delay, $\delta\rho_E^s$ is the ephemeris error, $\delta\rho_{M,a}^s$ is the multipath error, and $w_{p,a}^s$ is the receiver tracking noise.

The parameter of interest in the estimation problem of (1)-(2) is generally the user position, whose functional relationship to the pseudorange measurement is nonlinear. Example methods to estimate position are Weighted Iterated Least Squares (WILS) or the Extended Kalman Filter (EKF). Such estimation methods are beyond the scope of this article. The interested reader is referred to (He et al., 2010; Farrell, 2008) for additional information.

2.1 RT-PPP Implementation

Traditional PPP has been post-processed due to the latency involved with the generation of precise orbit and clock products. There is an inherent tradeoff between latency and accuracy. In RT-PPP, IGS Analysis Centers (ACs) provide slightly less accurate (w.r.t. final products) real-time orbit and clock corrections formatted according to the Radio Technical Commission for Maritime Services (RTCM) 10,403.x protocols. These corrections are broadcasted to global users by means of Networked Transport of RTCM via Internet Protocol (NTRIP) with low latency. The format of the real-time products and the usage of NTRIP are discussed in (Li et al., 2022).

The IGS State Space Representation (SSR) format is an open standard for the dissemination of real-time products to support the IGS RTS and the wider community. The messages support multi-GNSS and include corrections for satellite orbits, clocks, Differential Code Biases (DCBs), phase-biases, and ionospheric delays. The principle of SSR is to provide information to model individual error sources acting on GNSS to enable improved positioning for the user (IGS, 2023). In general, the continuous chronology of messages can be used to check for their consistency, but in real-time applications, messages may be lost or delayed. A consistency parameter is also the GNSS specific Issue of Data (IOD), which can be used to check for the appropriateness of applying SSR orbit and clock corrections.

IGS SSR Satellite Orbit Correction The SSR orbit correction message contains the parameter for orbit correction $\delta\mathbf{O}$ in the radial, along-track, and cross-track components. These are used to compute a satellite position correction $\delta\mathbf{r}$, to be applied to the satellite position $\mathbf{r}_{es,B}^e$ calculated according to corresponding GNSS Interface Control Document (ICD) from the broadcast ephemeris parameter set identified by the GNSS IOD in SSR orbit correction message. The sign definition of the correction is:

$$\mathbf{r}_{es,C}^e = \mathbf{r}_{es,B}^e + \delta\mathbf{r}, \quad (3)$$

where $\mathbf{r}_{es,C}^e$ is the satellite position vector corrected by the SSR orbit correction message. The satellite position correction $\delta\mathbf{r}$ is computed according to:

$$\delta\mathbf{r} = [e_{radial} \ e_{cross} \ e_{along}] \delta\mathbf{O}, \quad (4)$$

where:

$$\begin{aligned} e_{along} &= \frac{\dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e}{\mathbf{r}_{es,B}^e} \\ e_{cross} &= \frac{\mathbf{r}_{es,B}^e \times \dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e}{\left| \mathbf{r}_{es,B}^e \times \dot{\mathbf{r}}_{es,B}^e \right|} \\ e_{radial} &= e_{along} \times e_{cross} \end{aligned}$$

The complete orbit correction vector $\delta\mathbf{O}$ is computed from the individual correction terms and their rates:

$$\delta\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{O}_{radial} \\ \delta\mathbf{O}_{along} \\ \delta\mathbf{O}_{cross} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\dot{\mathbf{O}}_{radial} \\ \delta\dot{\mathbf{O}}_{along} \\ \delta\dot{\mathbf{O}}_{cross} \end{bmatrix} (t - t_0). \quad (5)$$

where t is the GNSS time of transmission and t_0 is the reference time obtained from the SSR orbit correction message. After correcting $\mathbf{r}_{es,C}^e$ as shown in (3), the residual ephemeris error $\delta\rho_E^s$ remaining on the model of (1) is considered to be negligible.

IGS SSR Satellite Clock Correction The SSR clock correction message contains the parameters to compute the polynomial clock correction δC that should be applied to the broadcast satellite clock. The sign definition of the corrections is:

$$t_{st,C} = t_{st,B} - \frac{\delta C}{c}, \quad (6)$$

where c is the speed of light, $t_{st,B}$ is the satellite time of transmission computed according to the GNSS ICD from broadcast clock parameters, identified by the GNSS IOD of the corresponding SSR clock correction message, and $t_{st,C}$ is the corrected satellite time. The polynomial correction is computed according to:

$$\delta C = C_0 + C_1(t - t_0) + C_2(t - t_0)^2, \quad (7)$$

where $C_i, i = 0, 1, 2$ are the polynomial coefficients from the SSR clock correction message.

IGS SSR Satellite Bias Correction Hardware delays, either at the satellite or at the receiver, are caused by the difference between the paths taken by the carriers (L1 and L2, from GPS, for example) in the hardware. These delays are not directly accessible in their absolute form, as they are obtained only when combining carriers. For this reason, such delays or biases are often referred to as Differential Code Biases (DCB). DCB based on IGS RT products is calculated as follows:

$$DCB = \frac{C1W - C1C}{c} \quad (8)$$

where C1W and C1C are the Precise (P) and Coarse Acquisition (C/A) GPS code bias on frequency L1 provided by the IGS products. Based on (8), a refined (subscript R) version of the satellite clock correction δC defined in (7) can be formed as:

$$\delta C_R = \delta C + DCB \quad (9)$$

which is to be used in place of δC in (6). After correcting $t_{st,C}$ as suggested, the residual satellite clock error $\delta\rho_c^s$ remaining on the model of (1) is considered to be negligible.

2.2 FCAG-UNLP Ionosphere Correction

To enable greater accuracy over South America, Caribbean, and Antarctic peninsula, FCAG-UNLP recently started producing its own RT-PPP ionospheric products, in the form of single-layer Vertical Total Electron Content (VTEC) maps, based on a regional network of GNSS Continuously Operating Reference Stations (CORS) (Mendoza et al., 2019a,b). Model data is provided in the IONosphere EXchange (IONEX) format (regularly used by IGS to convey its final ionospheric products) with an update period of 15 minutes.

FCAG-UNLP directly provides estimated $VTEC_{j,k}$ values on an equidistant grid with 0.5 degrees resolution for geocentric latitude L_j and longitude λ_k . Application of the single-layer model, however, requires interpolation for the so-called Ionosphere Pierce Point (IPP) position location (λ_{IPP}, L_{IPP}). As suggested by Teunissen and Montenbruck (2017), a suitable interpolation technique is the bilinear one, according to that the VTEC value at the IPP coordinates is computed as:

$$VTEC(\lambda_{IPP}, L_{IPP}) = (1-p)(1-q)VTEC_{j,k} + \begin{matrix} (p)(1-q)VTEC_{j+1,k} + \\ (1-p)(q)VTEC_{j,k+1} + \\ (p)(q)VTEC_{j+1,k+1} \end{matrix}, \quad (10)$$

where:

$$\begin{aligned} p &= (L_{IPP} - L_j) / (L_{j+1} - L_j), \\ q &= (\lambda_{IPP} - \lambda_k) / (\lambda_{k+1} - \lambda_k), \end{aligned} \quad (11)$$

which is applied in the intervals $L_j \leq L_{IPP} \leq L_{j+1}$ and $\lambda_k \leq \lambda_{IPP} \leq \lambda_{k+1}$, bounded by the surrounding grid points.

To compute the Slant TEC (STEC) contribution of the layer, it suffices doing (Nie et al., 2019):

$$STEC = \frac{VTEC}{\sin(E + \lambda_{PP})} \quad (12)$$

where E is the elevation angle of the satellite with respect to the user location. The ionospheric correction $\delta\rho_{I,a}^s$, to be used for compensating the model (1), can be estimated, in meters and for the specific frequency f , as:

$$\delta\rho_{I,a}^s = \frac{40.3}{f^2} 10^{16} STEC \quad (13)$$

2.3 Empirical Tropospheric Correction

Corrections for tropospheric delays are the sole RT-PPP products that are not currently provided by any specialized agency. They are foreseen though, for the third stage of IGS-RTS deployment (IGS, 2020). At present, worldwide RT-PPP users have to rely on predetermined empirical models of the tropospheric delays that take into account typical seasonal variations of atmospheric parameters, e.g., temperature, pressure, relative humidity, etc. as a function of location. A recent investigation by de Oliveira et al. (2023) showed that among several state-of-the-art

tropospheric models described in the literature, the one proposed by the University of New Brunswick (UNB3) performed best in Brazilian territory, even in comparison with its more recent and modified version UNB3m (Leandro et al., 2006).

In the UNB3 troposphere delay model, the pressure, p , temperature, T , water vapor pressure, e , rate of change of temperature, β , and rate of change of water vapor, λ , are all predicted as a function of the user latitude, L_a , and day of year, d , using:

$$\begin{aligned} p &= p_0(L_a) + p_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365, 25] \\ T &= T_0(L_a) + T_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365, 25] \\ e &= e_0(L_a) + e_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365, 25] \\ \beta &= \beta_0(L_a) + \beta_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365, 25] \\ \lambda &= \lambda_0(L_a) + \lambda_\sigma(L_a)\cos[2\pi(d - d_{min})/365, 25] \end{aligned} \quad (14)$$

where the subscript 0 denotes the mean value, the subscript σ denotes the amplitude of the seasonal variation, and d_{min} is 28 in the northern hemisphere and 211 in the southern hemisphere. The UNB3 model provides values for each quantity. The dry (subscript d) and wet (subscript w) tropospheric zenith (subscript Z) delays are then calculated using:

$$\delta\rho_{TZd} = \left(1 - \frac{\beta H_a}{T}\right)^{\frac{g}{R_d \beta}} \left(\frac{k_1 R_d p}{g_m}\right), \quad (15)$$

$$\delta\rho_{TZw} = \left(1 - \frac{\beta H_a}{T}\right)^{\frac{(\lambda+1)g}{R_d \beta}} \left(\frac{k_2 R_d p e}{[g_m(\lambda+1) - \beta R_d] T}\right), \quad (16)$$

where H_a is the receiver orthometric altitude, and g, R_d, k_1, g_m , and k_2 are constants defined in (Leandro et al., 2006). Finally, the slant troposphere propagation delay for each individual signal is estimated using:

$$\delta\rho_{T,a}^s = m_d \delta\rho_{TZd} + m_w \delta\rho_{TZw} \quad (17)$$

where m_d and m_w are Niell dry and wet mapping functions, respectively (Niell, 1996).

3. EXPERIMENTAL RESULTS

This Section presents the results of stationary experimental tests intended to evaluate the RT-PPP GPS performance degradation in the event of only outdated products from IGS and FCAG-UNLP being available. The idea was to simulate a scenario (likely to occur in real applications) characterized by the interruption of RT-PPP streams on BNC, and/or the existence of excessive latency on the generation of the latter, or yet, an eventual loss of internet connection by the user.

In the conducted experiments, we focused on SF pseudorange measurements from the GPS constellation and on ionospheric products from FCAG-UNLP. All other RT-PPP products were obtained from IGS by its RTS. Tropospheric corrections were computed following UNB3 empirical model.

3.1 Experimental Data Acquisition and Methodology

The expectation is that the accuracy of the RT-PPP corrections will deteriorate as the latency increases. To investigate this relation, the following experiment was carried out: we collected approximately 12 hours of GPS raw data (L1 C/A pseudorange measurements and navigation messages) in Receiver INdependent EXchange (RINEX) format from the static reference station designated as MGLA, which belongs to the Brazilian Network for Continuous Monitoring (RBMC) of GNSS, and is located at the Federal University of Lavras (UFLA). MGLA is equipped with a high-quality Trimble NETR9 receiver and a Zephyr 3 Geodetic (TRM115000.00) antenna. At the same time, we used BNC software to collect the SSR RT-PPP products from IGS-RTS, namely, the SSRA02IGS1 stream, which is an IGS Kalman filter combination solution conveying satellite orbit, clock and bias corrections. Lastly, we collected the near real-time UNLP-FCAG VTEC products directly from their File Transfer Protocol (FTP) server in IONEX format (Mendoza et al., 2019a,b). The whole test was conducted twice, the first starting on November 6, 2022 at 12:00 pm, and the second starting on March 16, 2023 at 12:40 pm.

After the data were collected, they were parsed and processed offline, using specialized MATLAB algorithms, developed by the authors, that employ a Weighted Iterated Least Squares (WILS) strategy for computing the RT-PPP position solution (for further details see Section 5.3.2 of Farrell (2008)). The errors were computed with respect to the ground truth position of MGLA, which is known to centimeter accuracy, as it is static and frequently surveyed by specialized personnel from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE).

The following were the updated rates of the collected data: (a) 15 seconds for the GPS observables from MGLA; (b) 10 seconds for the IGS clock corrections; (c) 60 seconds for the IGS orbit and bias corrections; and (d) 15 minutes for the FCAG-UNLP ionospheric corrections. In order to evaluate the effects of obsolescence in these products and/or latency in communication, complete cycles of our RT-PPP algorithm were executed, with simulated obsolescences/latencies ranging from 0 to 1800 seconds at the step of 15 seconds per simulation, i.e., the RT-PPP corrections used for executing the scripts were those obtained considering as if the Time of Week (TOW) of the GPS observables were the current ones subtracted from the obsolescence/latency value purposely inserted in the respective test cycle, i.e:

$$TOW_{cor} = TOW_{obs} - latency \quad (18)$$

where subscripts *cor* and *obs* stand for correction and observable, respectively.

To evaluate the performance degradation of the RT-PPP position estimation when outdated products were used, we established as a suitable metric, the horizontal Cartesian position error of the user, which is defined as:

$$\delta r_{ea,H}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,N}^e)^2 + (\delta r_{ea,E}^e)^2} \quad (19)$$

where $\delta r_{ea,N}^e$ and $\delta r_{ea,E}^e$ are the North (subscript *N*) and East (subscript *E*) components of the user Cartesian position error, respectively.

We mainly focused on the horizontal position errors in this work, as these are the most important metrics for CAV applications. This can be inferred from: (a) the more strict accuracy constraints imposed by the SAE J2945 standard to the horizontal channel of vehicles (errors of 1.5 meter at 68% of probability), in comparison to the vertical channel (errors of 3.0 meters at the same probability); (b) the recent study by Williams and Barth (2020), who defines the required lane-level positioning accuracy for CAV applications as a function only of the horizontal positioning; and (c) the fact that CAV models for control and guidance purposes generally rely solely on the horizontal dynamics of the vehicle. For details, see Claussmann et al. (2019).

3.2 RT-PPP Performance Analysis

The results obtained for each test are presented in sequence. Figure 3.2 shows the graph of the Cumulative Distribution Function (CDF) obtained for Test 1, in terms of positioning error in the horizontal channel, considering obsolescences/latencies on the RT-PPP products ranging from 0 to 1800 seconds. It is possible to observe the gradual degradation of the positioning accuracy with the increase of the obsolescence/latency of the corrections. In Figure 3.2, the same trend can be observed for the results obtained for Test 2.

The degradation of position accuracy with respect to RT-PPP product latency is an expected behavior due to the temporal correlation of the common mode errors. The

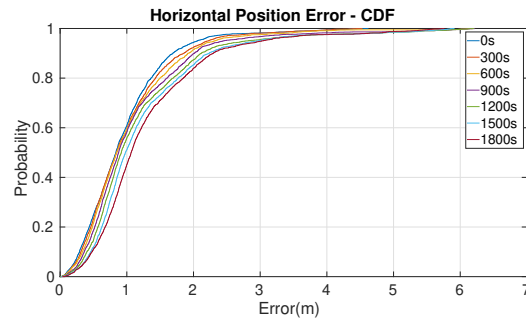


Figure 1. Horizontal position error CDF for Test 1

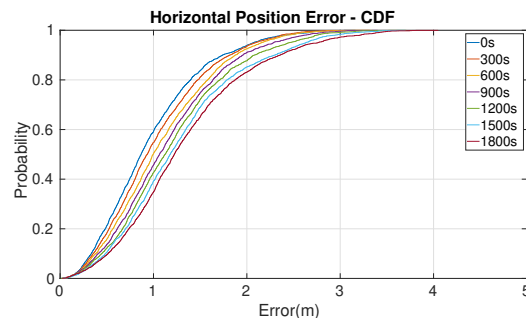


Figure 2. Horizontal position error CDF for Test 2

main purpose of this work is to evaluate the maximum RT-PPP product latency that allows a sufficiently accurate cancellation of common mode errors for CAV purposes.

Tables 1 and 2 summarize position accuracy measures of the horizontal position errors for the investigated range of RT-PPP product latency. Column 1 shows the obsolescence/latency in seconds; column 2 shows the mean error; column 3 displays the STandard Deviation (STD); column 4 reports the maximum value for horizontal position error; and columns 5, 6, and 7 report the percent of samples that have horizontal position error less than 0.5 m, 1 m and 1.5 m, respectively. Figures 3.2 to 3.2 plot some of the accuracy measures above as a function of the obsolescence/latency of the RT-PPP products.

As can be seen in both Tables and Figures, the mean, standard deviation, and maximum values of the horizontal position errors show a gradual increase as the obsolescence/latency of the RT-PPP products is increased. The percentage of samples with errors less than 0.5, 1.0, and 1.5 meter also decrease as latency increases. For the maximum considered latency of 1800 seconds, i.e., 30 minutes, we can observe that the percentage of samples with horizontal position error below 1.5 meter is 71% for Test 1 and 65% for Test 2. The SAE J2945 standard specifies that the required accuracy for the horizontal position for CAV applications is of 1.5 meters at 68%. In Test 1, the SAE specification is met for latency up to 1800 seconds. In Test 2, the SAE specification is met for latency up to 1500 seconds, i.e., 25 minutes.

In a study conducted by Hadas and Bosy (2015) on the impact of purposely interrupting communication to simulate the usage of outdated IGS orbit and clock corrections for

Table 1. Horizontal position performance for test 1.

Latency (s)	Mean (m)	Std. Dev.(m)	Max (m)	Probability (%)		
				<0,5 m	<1 m	<1,5 m
0	0.953	0.648	4.623	25.0	60.7	85.0
30	0.956	0.649	4.626	24.8	60.6	84.5
60	0.960	0.652	4.622	24.8	60.1	84.3
150	0.967	0.659	4.632	24.9	59.8	83.9
300	0.984	0.672	4.649	24.4	59.6	83.0
600	1.016	0.718	6.215	22.3	59.5	80.9
900	1.106	0.864	6.220	18.6	58.3	77.6
1200	1.120	0.928	6.207	18.4	58.2	77.3
1500	1.249	0.922	5.913	11.9	51.1	73.1
1800	1.308	0.908	5.761	11.0	45.1	71.0

Table 2. Horizontal position performance for test 2.

Latency (s)	Mean (m)	Std. Dev.(m)	Max (m)	Probability (%)		
				<0,5 m	<1 m	<1,5 m
0	0.967	0.557	3.164	21.3	59.2	83.8
30	0.973	0.558	3.300	20.8	58.4	83.4
60	0.978	0.557	3.296	20.6	58.3	83.2
150	0.993	0.556	3.321	19.7	56.5	82.6
300	1.020	0.561	3.316	18.2	54.8	81.1
600	1.082	0.576	3.342	15.8	50.3	77.0
900	1.142	0.603	3.402	13.7	45.7	74.8
1200	1.206	0.638	3.709	12.2	42.7	72.1
1500	1.278	0.681	3.698	10.5	39.1	69.0
1800	1.337	0.712	4.049	9.5	34.8	65.0

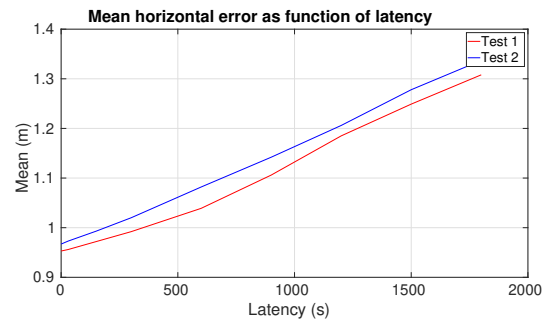


Figure 3. Mean horizontal error as function of latency

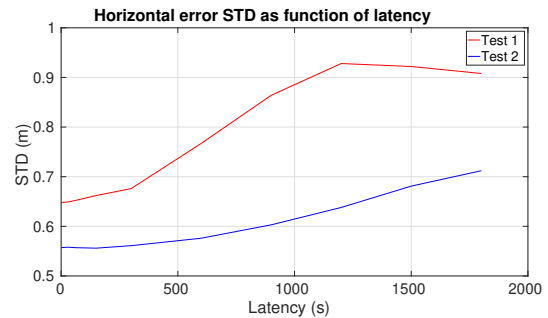


Figure 4. Horizontal error STD as function of latency

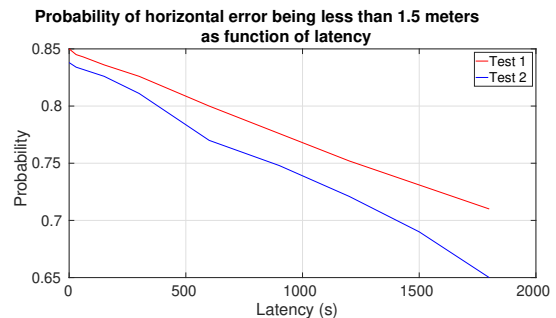


Figure 5. Probability of horizontal error being less than 1.5 meters as function of latency

RT-PPP, they concluded that, on average, an additional error of 5 cm is expected to arise when using obsolete orbit and clock corrections by 3 minutes and 1 minute, respectively. Differently from Hadas and Bosy (2015), in this work, we employed IGS satellite orbit, clock, and bias products, in addition to FCAG-UNLP high-precision ionospheric corrections for South America, and the results showed that to achieve the same level of position degradation as in Hadas and Bosy (2015), i.e., of 5 cm, current RT-PPP products may be obsolete up to around 6 minutes. It is worth noting, however, that, in addition to the fact that Hadas and Bosy (2015) employed fewer RT-PPP products than us, their work was conducted in 2013, which allows us to infer the evolution of IGS product quality in the last years.

These results reaffirm the robustness of the RT-PPP position estimation approach when dealing with the effects of communication latency on the products, the event of loss

of internet connection by the user, and/or the unavoidable interruption of the correction streams from the servers (IGS and FCAG-UNLP).

4. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

Accuracy in position estimation is of great interest in many commercial applications. This work investigated the performance degradation of currently available RT-PPP solutions as a function of the obsolescence/latency of the corresponding corrections with a focus on CAV applications in Brazilian territory. Results of experimental tests in a stationary environment showed that the RT-PPP positioning does not suffer a significant decrease in accuracy, i.e., it is smaller than 5 cm, for outdated products up to around 6 minutes. Additionally, we showed that RT-PPP is able to comply with the horizontal position constraints defined by the SAE J2945 standard provided the corresponding corrections were generated in the last 25 minutes. It is important to emphasize that the experiment described herein employed stationary high-performance receivers from RBMC. As the common-mode errors (which are the errors RT-PPP proposes to mitigate) are expected to be the same for GNSS receivers in the same vicinity, regardless of their quality, the results presented herein should extend, without loss of generality, to stationary low-cost receivers. As suggestions for future work, the authors intend to extend the same investigation to moving platforms equipped with low-cost, multi-constellations GNSS equipment.

ACKNOWLEDGMENT

The authors thank the Graduate Program on Systems Engineering and Automation (PPGESISA) of the Federal University of Lavras (UFLA) for supporting this work.

REFERENCES

- Bahadur, B. and Nohutcu, M. (2020). Real-time single-frequency multi-GNSS positioning with ultra-rapid products. *MEAS SCI TECHNOL*, 32(1), 014003.
- Claussmann, L., Revilloud, M., Gruyer, D., and Glaser, S. (2019). A review of motion planning for highway autonomous driving. *IEEE T INTELL TRANSP*, 21(5), 1826–1848.
- de Oliveira, L.A., Ramos, I.A., Silva, F.O., and de Lima, D.A. (2023). Comparative analysis between tropospheric models for GNSS positioning in Brazilian territory. *Proc. ABCM DINAME*, 37387, 1–10.
- Farrell, J., Grewal, M., Djodot, M., and Barth, M. (1996). Differential GPS with latency compensation for autonomous navigation. In *Proceedings of the 1996 IEEE INT SYMP INTELL*, 20–24. IEEE.
- Farrell, J. (2008). *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill, Inc.
- Gao, Y. and Chen, K. (2004). Performance analysis of precise point positioning using real-time orbit and clock products. *Journal of Global Positioning Systems*, 3(1-2), 95–100.
- Götzelmann, M., Köller, E., Viciano-Semper, I., Oskam, D., Gkougkas, E., and Simon, J. (2023). Galileo open service navigation message authentication: Preparation phase and drivers for future service provision. *J INST NAVIG*, 70(3).
- Grinter, T. and Roberts, C. (2011). Precise point positioning: where are we now. In *IGNSS Symposium*, 15–17.
- Hadas, T. and Bosy, J. (2015). IGS RTS precise orbits and clocks verification and quality degradation over time. *GPS SOLUT*, 19, 93–105.
- He, Y., Martin, R., and Bilgic, A.M. (2010). Approximate iterative Least Squares algorithms for GPS positioning. In *The 10th IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, 231–236. IEEE.
- IGS (2020). IGS state space representation (SSR) format version 1.00.
- IGS (2023). IGS, International GNSS Service. URL <https://www.igs.gov/>. Accessed in: february / 2023.
- Krueger, C.P., de Oliveira Junior, P.S., dos Anjos Garnés, S.J., Alves, D., and Euriques, J. (2020). Posicionamento GNSS em Tempo Real: Evolução, Aplicações Práticas e Perspectivas para o Futuro. *RBC*, 72, 1359–1379.
- Lachapelle, G. (1991). GPS observables and error sources for kinematic positioning. In *Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing*, 17–26. Springer.
- Leandro, R., Santos, M., and Langley, R.B. (2006). UNB neutral atmosphere models: development and performance. *Proc. of ION NTM*, 52(1), 564–573.
- Li, B., Ge, H., Bu, Y., Zheng, Y., and Yuan, L. (2022). Comprehensive assessment of real-time precise products from IGS analysis centers. *SPAC STUD*, 3(1), 12.
- Mendoza, L.P.O., Meza, A.M., and Aragón Paz, J.M. (2019a). A multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. *J SPACE WEATHER SPAC*, 17(5), 654–661.
- Mendoza, L.P.O., Meza, A.M., and Aragón Paz, J.M. (2019b). Technical note on the multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. *EarthArXiv*, 1–11. doi:10.31223/osf.io/3vts6.
- Nie, Z., Yang, H., Zhou, P., Gao, Y., and Wang, Z. (2019). Quality assessment of CNES real-time ionospheric products. *GPS SOLUT*, 23, 1–15.
- Niell, A.E. (1996). Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths. *J. Geophys. Res.*, 101(B2), 3227–3246.
- Odolinski, R., Teunissen, P., and Zhang, B. (2020). Multi-GNSS processing, positioning and applications.
- Oliveira Junior, P.S.d. (2017). Definition and implementation of a new service for precise GNSS positioning.
- Rahman, F., Silva, F.O., Jiang, Z., and Farrell, J.A. (2022). Low-cost real-time ppp gnss aided ins for cav applications. *IEEE T INTELL TRANSP*, 23(12), 25018–25032.
- Rovira-Garcia, A., Juan, J.M., Sanz, J., and Gonzalez-Casado, G. (2015). A worldwide ionospheric model for fast precise point positioning. *IEEE T GEOSCI REMOTE*, 53(8), 4596–4604.
- SAE (2016). On-Board System Requirements for V2V Safety Communications. *SAE J2945/1*.
- Silva, F.O., W., H., and Farrell, J.A. (2023). Real-Time Single-Frequency Precise Point Positioning for Connected Autonomous Vehicles: A Case Study over Brazilian Territory. *World Congress*.
- Teunissen, P. (1991). Differential GPS: Concepts and quality control. *J INST NAVIG*, 10, 48–60.

- Teunissen, P. and Montenbruck, O. (2017). *Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer International Publishing.
- Teunissen, P. and Khodabandeh, A. (2015). Review and principles of PPP-RTK methods. *J GEODESY*, 89(3), 217–240.
- Verhagen, S., Teunissen, P.J.G., and Odijk, D. (2012). The future of single-frequency integer ambiguity resolution. *VII Hotine-Marussi Symp. on Mathematical Geodesy, IAG SYMP 137*.
- Wabben, G., Schmitz, M., and Bagge, A. (2005). PPP-RTK: precise point positioning using state-space representation in RTK networks. In *Proceedings of the 18th international technical meeting of the satellite division of the Institute of navigation (ION GNSS 2005)*, 2584–2594.
- Williams, N. and Barth, M. (2020). A qualitative analysis of vehicle positioning requirements for connected vehicle applications. *IEEE T INTELL TRANSP*, 13(1), 225–242.

6 ARTIGO 02: ON THE RESIDUAL ERRORS MITIGATION IN SINGLE-FREQUENCY CODE-BASED REAL-TIME PPP

Trabalho submetido e aprovado no *International Conference on Localization and GNSS*, em março de 2024, e publicado nos anais do *Work-in-Progress in Hardware and Software for Location Computation (WIPHAL)*.

On the Residual Errors Mitigation in Single-Frequency Code-Based Real-Time PPP

1st Izadora A. Ramos
Department of Automatics
Federal University of Lavras
 Lavras, MG, Brazil
 izadora.amos@estudante.ufla.br

2nd Vinícius M. G. B. Cavalcanti
Diretoria de Ensino, Pesquisa e Extensão
Instituto Federal Fluminense
 Itaboraí, RJ, Brazil
 vinicius.cavalcanti@gsuite.iff.edu.br

3rd Felipe O. Silva
Department of Automatics
Federal University of Lavras
 Lavras, MG, Brazil
 felipe.oliveira@ufla.br

4th Danilo A. de Lima
Department of Automatics
Federal University of Lavras
 Lavras, MG, Brazil
 danilo.delima@ufla.br

Abstract—Real-Time Precise Point Positioning (RT-PPP) aims at improving positioning accuracy by correcting Common Mode Errors (CMEs) present in Global Navigation Satellite System (GNSS) observables. This is done by means of products made available, in real-time, by specialized agencies, such as the International GNSS Service (IGS) and the Faculty of Astronomical and Geophysical Sciences (FCAG) of the Argentine University of La Plata (UNLP). Nevertheless, after applying the RT-PPP corrections, residual errors remain in the GNSS observables, which need to be addressed if one aims to further improve positioning accuracy. Among the latter, stands out: (a) the tropospheric error, which is a CME for which no RT-PPP products are currently provided; and (b) the multipath error, which is a Non-Common Mode Error (NCME) whose effect is associated with the reception of multiple GNSS signals reflected from the surrounding environment. In this work, we propose to estimate the residual multipath errors as 1st-order Gauss-Markov (GM) processes, which are augmented to the Extended Kalman Filter (EKF) state vector, after having their correlation times and driven noise Power Spectral Densities (PSDs) suitably identified. For the tropospheric error, we estimate (and compensate) the latter via the University of New Brunswick 3 (UNB3) empirical model, and we augment the EKF for one additional state, to account for the residual zenith wet tropospheric delay, which is modeled according to Niell's mapping function. The very aim of this work is to evaluate the effectiveness of the aforementioned techniques, specifically aiming at the compliance with positioning accuracy requirements of Single-Frequency (SF) code-based GNSS receivers-equipped Connected Vehicle Applications (CVAs). As main contribution, we show that the estimation of the residual zenith wet tropospheric delay in the EKF state vector improves the position accuracy of the RT-PPP solution, particularly in the vertical channel. As for the estimation of the multipath errors, however, the latter is not seen to be true. Results from a dynamic test supports the outlined verifications.

This study was financed in part by the Research Development Foundation (FUNDEP - MOVER), under grant 27192.02.02/2021.01.00, in part by the Brazilian Agricultural Research Corporation (EMBRAPA), under grant 212-20/2018, in part by the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development (CNPq), under grants 313160/2019-8 and 312194/2022-6, in part by the Minas Gerais State Agency for Research and Development (FAPEMIG), under grants APQ-01449-17 and APQ-04659-22, and in part by the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), under grant 88881.708828/2022.

Index Terms—GNSS, RT-PPP, EKF, Multipath, Troposphere

I. INTRODUCTION

Global Navigation Satellite Systems (GNSSs) positioning is based on the transmission of signals from orbiting satellites, which provide us with three types of measurements: pseudoranges, Doppler shifts, and carrier phases. GNSS signals are affected by several sources of errors that deteriorate the position solution. Pseudorange measurements (the main GNSS observable employed in mass market applications and, hence, the one we focus on throughout this work¹) are primarily corrupted by nine types of errors [1], [2], which can be classified into two categories [3]:

- *Common Mode Errors (CMEs)*, which are spatially and temporally correlated errors, i.e., they are experienced similarly by all receivers in the same vicinity over short time intervals. They comprise the ephemeris error, satellite clock bias, satellite hardware bias, ionospheric and tropospheric delays;
- *Non-Common Mode Errors (NCMEs)* are different for each receiver (even when separated by short distances), being comprised of receiver clock bias, receiver hardware bias, multipath error, and receiver tracking noise.

Real-Time Precise Point Positioning (RT-PPP) is a state-of-the-art technique that provides compensation for (most of) the CMEs, via products that are made available, over the internet and in real-time, by specialized agencies. The International GNSS Service (IGS) currently provides RT-PPP corrections with global coverage for satellite orbits; clock and hardware biases; and ionospheric delays. In parallel to IGS, regional agencies have recently succeeded in establishing correction services to serve their local users better. For example, Silva,

¹In this work, we do not employ carrier phases, as its greater benefit (to improve positioning accuracy) depends on the solution of the associated integer ambiguities, which is hard to achieve and/or is unreliable when using Single-Frequency (SF) GNSS equipment (focus of this work) [4].

Hu, and Farrell [5] showed that the ionospheric products broadcasted by the Faculty of Astronomical and Geophysical Sciences (FCAG) of the Argentine University of La Plata (UNLP) [6] attained superior performance w.r.t. the real-time ionospheric corrections provided by the IGS, for Connected Vehicle Applications (CVAs) in Brazilian territory (focus of this work).

To the best of the authors' knowledge, the tropospheric error is the sole CME for which no RT-PPP products are currently provided by any specialized agency, even though they are foreseen in the third stage of deployment of the IGS Real-Time Service (RTS) [7]. As conceptualized by Groves [8], the troposphere is a nondispersive medium, so all GNSS signals are delayed equally and there is no code-carrier divergence. On average, about 90% of the delay is due to the dry gases in the atmosphere and is relatively stable. The remaining delay relates to water vapor and varies considerably. The total tropospheric delay at the zenith is about 2.5 m and varies by about $\pm 10\%$ with the climate and weather.

As a solution for the current unavailability of RT-PPP tropospheric products, users have resorted to the deployment of empirical models. In Brazilian territory, for instance, Oliveira *et al.* [9] showed that the University of New Brunswick 3 (UNB3) is the model that performs best in terms of positioning accuracy. UNB3 is a neutral atmosphere-based tropospheric delay model that employs predictions of meteorological parameter values for a given location, i.e., it depends on the latitude and altitude of the user and day of the year. These parameters are used to calculate hydrostatic (dry) and non-hydrostatic (wet) zenith delays using Saastamoinen models [10]. Slant delays (and/or lag rates) are then determined using Niell mapping functions (or mapping function rates in the case of lag rates) [11].

As analyzed by Conley *et al.* [12], residual errors of around 0.2 m are expected to exist when using UNB3 model, which relates, mostly, to the associated residual wet delays. In this regard, best performance can be obtained by using current temperature, pressure, and humidity data. The incorporation of meteorological sensors in most navigation applications, however, is not practical. For high-precision applications, the residual wet troposphere propagation errors may be calibrated as part of the navigation solution. This exploits the high degree of correlation between the errors on signals from different satellites and may improve the positioning accuracy by a few centimeters [8].

In addition to the tropospheric residual error, the NCMEs are also not compensated for when deploying RT-PPP. While the tracking noise is usually considered to be sufficiently white, and the receiver clock and hardware biases can be easily estimated or compensated for by differencing the pseudoranges across satellites, the multipath error stands out as the major source of residual NCMEs corrupting the observables. The multipath is the phenomenon whereby the signal from a satellite arrives at the receiver via multiple paths due to reflection and diffraction. These non-direct path signals distort the received signal and cause errors both in code (pseudorange)

and phase measurements, which might be at the meter- and centimeter-level, respectively [13].

Several studies have been conducted to mitigate multipath errors. Without loss of generality, the techniques may be categorized as depending on the: (a) antenna placement; (b) antenna type; (c) receiver type; and (d) measurement post-processing, which deals with multipath-contaminated measurements [14]. There are numerous applications in which multipath is unavoidable despite the best attempts at an optimum choice of antenna placement/design, and receiver architecture.

In this work, hence, we focus on evaluating the performance of filtering-based techniques for mitigating the residual wet tropospheric error and the multipath error that remains after SF code-based RT-PPP deployment. From the estimation standpoint, we tackle the problem by adding one state to the associated Extended Kalman Filter (EKF), to account for the residual wet part of the tropospheric error at zenith (mapped w.r.t. to the visible satellites by means of Niell obliquity functions [11]). As for the multipath errors, we augment the EKF state vector by the same number of visible satellites, and we model the latter as a 1st-order Gauss-Markov (GM) processes (with correlation times and the driven noise Power Spectrum Densities (PSDs) previously and meticulously identified). As main contribution of this work, we show, via a dynamic experimental test, that the EKF estimation of the residual zenith wet tropospheric error, in fact, improves the accuracy of the RT-PPP solution, particularly in the vertical channel. The estimation of the multipath errors, in turn, does not seem to bring additional benefits.

The remainder of this work is organized as follows: Section II introduces the notation, GNSS background for SF code-based RT-PPP estimation, and the associated EKF modeling for the residual tropospheric and multipath errors. Section III describes the procedure used to suitably identify the parameters that model the residual multipath errors as 1st-order GM processes. Section IV describes the experimental data acquisition and discusses the outcomes in terms of positioning performance. Section V, lastly, summarizes the paper and presents final thoughts.

II. GNSS BACKGROUND

The raw (subscript R) pseudorange measurement between the user antenna a and satellite s , taking into account the errors cited in Section I, can be modeled as [15]:

$$\rho_{a,R}^s = \left| \mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e \right| + \delta\rho_E^s - \delta\rho_c^s + \delta\rho_b^s + \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s + \delta\rho_c^a + \delta\rho_b^a + \delta\rho_{M,a}^s + w_{\rho,a}^s, \quad (1)$$

where \mathbf{C}_e^I is the Direct Cosine Matrix (DCM) compensating for the Earth-Centered-Earth-Fixed (ECEF) frame rotation during signal propagation (for details, please refer to section 2.4.1 from [13]); \mathbf{r}_{es}^e is the ECEF satellite position at time of signal transmission; and \mathbf{r}_{ea}^e is the ECEF user position at time of signal reception. The second row in (1) represents the pseudorange CMEs ($\delta\rho_E^s$ is the ephemeris error, $\delta\rho_c^s$ and $\delta\rho_b^s$

are the satellite clock and hardware code biases, respectively, $\delta\rho_{I,a}^s$ is the ionospheric delay, and $\delta\rho_{T,a}^s$ is the tropospheric delay); and the third row, the NCMs ($\delta\rho_c^a$ and $\delta\rho_b^a$ represent the receiver clock and hardware code biases, respectively, $\delta\rho_{M,a}^s$ is the multipath error, and $w_{\rho,a}^s$ is the receiver tracking noise).

As discussed in Section I, the tropospheric delay, $\delta\rho_{T,a}^s$, can be divided into two components: (a) the dry part, accounting for approximately 90% of the total delay, which can be more accurately modeled by means of empirical models; and (b) the wet part, which is more complex to model, due to its variation with climate and weather. According to Niell [11], one has:

$$\delta\rho_{T,a}^s = m_d^s \tau_d^z + m_w^s \tau_w^z \quad (2)$$

where τ_d^z and τ_w^z are the zenith delays for the dry and wet tropospheric components, respectively, and m_d^s and m_w^s are the dry and wet mapping functions, also respectively, which can be defined as [16]:

$$m_i^s = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a}{b}}}{\frac{1}{1 + c}} \quad (3)$$

$$\frac{\sin(\epsilon) + \frac{a}{b}}{\sin(\epsilon) + c}$$

where $i \in \{d, w\}$, the coefficients a , b and c are constants defined in [11], which are functions of the latitude, and ϵ is the satellite elevation angle.

Following the deployment of SF code-based RT-PPP, most of the CMEs depicted in (1) may be considered to have been accurately compensated for. The ephemeris error, satellite clock and hardware code biases, for instance, may be corrected using State Space Representation (SSR) products from the IGS RTS. The ionospheric error, in turn, particularly for Latin America users (with extension Caribbean and Antarctica peninsula), may be mitigated via the deployment of the Regional Ionospheric Maps (RIMs) from the UNLP FCAG, and the dry (and most of the wet) components of the tropospheric error, lastly, by the application of the empirical UNB3 model². After the deployment of such SF code-based RT-PPP compensations (subscript C), (1) can be re-written as:

$$\rho_{a,C}^s = |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e| + m_w^s \delta\tau_w^z + \delta\rho_c^a + \delta\rho_b^a + \delta\rho_{M,a}^s + w_{\rho,a}^s, \quad (4)$$

where $\delta\tau_w^z$ is the residual wet tropospheric delay at zenith.

Even though the lumped effect of the receiver clock and hardware code biases in (4) can easily be estimated (as these error terms corrupt equally every observation measurement from the visible satellites to the receiver), it is usually more advised to

²Details on the applicable models for SF code-based RT-PPP deployment are not given in this work. The interested reader is invited to refer to [5], [17], [18].

remove the latter by means of forming pseudorange observations differenced across satellites, i.e., Single-Differenced (SD) observations:

$$\nabla\rho_{a,C}^{ps} = \rho_{a,C}^s - \rho_{a,C}^p \quad (5)$$

where p is the pivot satellite (usually the one with highest elevation angle [8]).

A suitable model for (5) is then:

$$\nabla\rho_{a,C}^{ps} = |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e| + |\mathbf{C}_e^I \mathbf{r}_{ep}^e - \mathbf{r}_{ea}^e| + (m_w^s - m_w^p) \delta\tau_w^z + \nabla\delta\rho_{M,a}^{ps} + \nabla w_{\rho,a}^{ps}, \quad (6)$$

where $\nabla\delta\rho_{M,a}^{ps}$ and $\nabla w_{\rho,a}^{ps}$ are the SD multipath error and tracking noise, respectively.

The parameter of interest in the estimation problem of (6) is the user position, whose functional relationship to the SD pseudorange measurement is nonlinear. Examples of methods used to estimate the latter are the Weighted Iterated Least Squares (WILS) and the Extended Kalman Filter (EKF). When a filtered GNSS approach is implemented (focus of this work), the Kalman filter state vector definition may vary according to the desired application. In general, the position and velocity vectors are always estimated. Based on the measurement model of (6), and assuming that the residual zenith wet tropospheric delay and the SD multipath errors are observable/estimable, the following state vector can be proposed:

$$\mathbf{x}^e = [(\mathbf{r}_{ea}^e)^T, (\mathbf{v}_{ea}^e)^T, \delta\tau_w^z, \nabla\delta\rho_{M,a}^{ps}, \dots, \nabla\delta\rho_{M,a}^{ps}]^T \in \mathbb{R}^{m+7} \quad (7)$$

where \mathbf{v}_{ea}^e is the ECEF-referenced receiver velocity and m is the number of visible satellites (not accounting for satellite p).

The state variables in (7) can be propagated in time, during the prediction step of the EKF, via the following dynamic models [8]:

$$\dot{\mathbf{r}}_{ea}^e = \mathbf{v}_{ea}^e \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{ea}^e = \mathbf{w}_a \quad (9)$$

$$\dot{\delta\tau}_w^z = w_\tau \quad (10)$$

$$\nabla\delta\rho_{M,a}^{ps} = -\beta_M^{ps} \nabla\delta\rho_{M,a}^{ps} + w_M^{ps} \quad (11)$$

where β_M is the inverse of the SD multipath error correlation time, and \mathbf{w}_a , w_τ and w_M are the acceleration, residual zenith wet tropospheric error, and SD multipath error driven noises, respectively, whose statistics are deemed to be sufficiently known in order to the EKF process noise density matrix to be suitably tuned (details will be discussed in Section III).

Considering the availability of m SD pseudorange measurements, the Jacobian operator can be applied to the measurement model of (6), yielding the following measurement matrix for the update stage of the EKF:

$$H^e = \begin{bmatrix} -(\mathbf{u}_{a1}^e - \mathbf{u}_{ap}^e)^T & 0_{1 \times 3} & (m_w^1 - m_w^p) & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -(\mathbf{u}_{am}^e - \mathbf{u}_{ap}^e)^T & 0_{1 \times 3} & (m_w^m - m_w^p) & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

where $\mathbf{u}_{a,s}^e$ is the ECEF-resolved line-of-sight vector from satellite s to the receiver antenna a .

As for the EKF measurement noise covariance matrix, lastly, it is expected to be correlated between the SD pseudorange measurements, and it shall be tuned based on the statistics of the SD tracking noises (generally considered to be functions of the satellite elevation angles, signal-to-noise attenuation, and/or receiver acceleration [8]).

III. MULTIPATH ERROR MODEL IDENTIFICATION

To allow the SD multipath error states in (7) to be suitably accounted for in the EKF prediction model, it is of paramount importance that the parameters that model their dynamic propagation match the true ones, to the best accuracy possible. Below, we present the strategy adopted in this paper, as adapted from [19], for correctly identifying the correlation times and the driven noise Power Spectral Densities (PSDs) of the 1st-order GM processes herein proposed to model the SD multipath errors.

Following the pseudorange measurement model of (1), let us define the following model for the associate carrier-phase measurement [15], [19]:

$$\begin{aligned} \Phi_{a,R}^s = & \left| \mathbf{C}_c^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e \right| \\ & + \delta\rho_E^s - \delta\rho_c^s + \delta\Phi_b^s - \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s \\ & + \delta\rho_c^a + \delta\Phi_b^a + \delta\Phi_{M,a}^s + N_a^s \lambda_{ca} + \omega_{\Phi,a}^s, \end{aligned} \quad (13)$$

where $\delta\Phi_b^s$ and $\delta\Phi_b^a$ are the satellite and receiver hardware phase biases, respectively, $\delta\Phi_{M,a}^s$ is the carrier phase multipath error, N_a^s is the integer ambiguity, λ_{ca} is the carrier wavelength, and $\omega_{\Phi,a}^s$ is the carrier phase tracking noise.

From (1) and (13), it is possible to see that the true range, ephemeris error, satellite and receiver clock biases, and the tropospheric delay are common both to the pseudorange and carrier-phase measurement models. Thus, the difference of such measurements, sometimes referred to as Code-Minus-Carrier (CMC), yields:

$$\begin{aligned} x_s = & \rho_{a,R}^s - \Phi_{a,R}^s \\ \equiv & 2\delta\rho_{I,a}^s + (\delta\rho_b^s - \delta\Phi_b^s) + (\delta\rho_b^a - \delta\Phi_b^a) \\ & + (\delta\rho_{M,a}^s - \delta\Phi_{M,a}^s) + N_a^s \lambda_{ca} + (w_{\rho,a}^s - w_{\Phi,a}^s). \end{aligned} \quad (14)$$

Assuming that the carrier-phase tracking noise and multipath errors are negligible compared to those of the pseudorange, and that the hardware code and phase bias differences are also negligible, (14) simplifies to:

$$x_s \approx 2\delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{M,a}^s + N_a^s \lambda_{ca} + \omega_{x,a}^s, \quad (15)$$

where the term $\omega_{x,a}^s$ accounts for the pseudorange error noise plus residuals related to underlying simplifying assumptions.

If an estimate of the ionospheric error, $\delta\hat{\rho}_{I,a}^s$, is available, then we may compute:

$$\begin{aligned} y_s = & x_s - 2\delta\hat{\rho}_{I,a}^s \\ \equiv & N_a^s \lambda_{ca} + \delta\rho_{M,a}^s + \omega_{y,a}^s, \end{aligned} \quad (16)$$

where $\omega_{y,a}^s$ adds residual ionospheric error to $\omega_{x,a}^s$.

If dual-frequency carrier phase measurements are available (e.g., from frequencies f_{L1} and f_{L2} of the Global Positioning System (GPS)), it is possible to compute a relative ionospheric delay which includes the multipath, a constant integer ambiguity and residual terms (noise). In equation:

$$\delta\hat{\rho}_{I,a}^s = \left(\frac{(f_{L2})^2}{(f_{L1})^2 - (f_{L2})^2} \right) (\Phi_{a,R}^{s,L1} - \Phi_{a,R}^{s,L2}). \quad (17)$$

Therefore, a closed-form expression for the ionosphere-corrected CMC observable, y_s , can be alternatively computed as [14]:

$$\begin{aligned} y_s = & \rho_{a,R}^s - \left(\frac{(f_{L1})^2 + (f_{L2})^2}{(f_{L1})^2 - (f_{L2})^2} \right) \Phi_{a,R}^{s,L1} \\ & + \left(\frac{2(f_{L2})^2}{(f_{L1})^2 - (f_{L2})^2} \right) \Phi_{a,R}^{s,L2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Now, assuming that the carrier tracking-loop has not experienced any cycle slips, the integer ambiguity $N_a^s \lambda_{ca}$ is constant and can be removed by subtracting the mean value of y_s , i.e. \bar{y}_s , from (18), as follows:

$$\begin{aligned} z_s = & y_s - \bar{y}_s \\ \equiv & \delta\rho_{M,a}^s + \omega_{z,a}^s, \end{aligned} \quad (19)$$

which encompass the pseudorange multipath error plus the tracking noise and various residual errors neglected due to the previous analysis assumptions [19].

As it is straightforward to infer from (19), z_s unequivocally characterizes the multipath error $\delta\rho_{M,a}^s$ that corrupts the pseudorange measurement from satellite s to the receiver antenna a . Such signal, once computed for satellite p , can be subtracted from the latter to characterize the SD pseudorange multipath error $\delta\rho_{M,a}^s$, i.e.,

$$z_{ps} = z_s - z_p \quad (20)$$

which can be modeled as a 1st-order GM process: w can be modeled as a 1st-order GM process:

$$\dot{z}_{ps} = -\beta_z z_{ps} + \omega_z. \quad (21)$$

Signal z_{ps} exhibits the exponential autocorrelation property

$$R_{z_{ps}}(\tau) = \sigma_{z_{ps}}^2 e^{-\beta_z |\tau|}. \quad (22)$$

where $\sigma_{z_{ps}}^2$ is the variance of signal z_{ps} .

The correlation time $\tau_z \triangleq \beta_z^{-1}$ can be extracted from the autocorrelation function for the point when $\beta_z |\tau| = 1$ holds [20]. In practice, one shall search for an estimated correlation time $\hat{\tau}_z$, related to the minimal difference between the experimental autocorrelation function $\tilde{R}_{z_{ps}}$ and the theoretical value $R_{z_{ps}}(\tau_z)$.

$$\hat{\tau}_z \triangleq \arg \min_{\tau \in T} \left(\tilde{R}_{z_{ps}}(\tau) - \sigma_{z_{ps}}^2 e^{-1} \right). \quad (23)$$

The driven noise PSD of z_{ps} , in turn, can be computed using the following relation [20]:

$$S_{w_z} = 2\hat{\beta}_z \tilde{R}_{z_{ps}}(0). \quad (24)$$

Equations (23) and (24) summarize the identification procedure that is to be implemented to suitably characterize the SD pseudorange multipath errors modeled as states in (7).

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

To verify the effectiveness of the filtering techniques herein proposed for mitigating the residual multipath and zenith wet tropospheric errors remaining after the SF code-based RT-PPP deployment, four different estimation combinations were considered in this work:

- SD strategy: Standard SD code-based RT-PPP estimation via EKF, with the regular 6 states;
- ZT strategy: SD code-based RT-PPP estimation via EKF, with 1 additional state to account for the zenith wet tropospheric error;
- MP strategy: SD code-based RT-PPP estimation via EKF, with m additional states to model the SD multipath errors;
- ZT+MP strategy: SD code-based RT-PPP estimation via EKF, with $m+1$ additional states in order to account for the zenith wet tropospheric error and the SD multipath errors.

A dynamic experimental test was carried out, which aimed at validating the investigated approaches in the scope of CVAs (main focus of this work), as described in sequence.

A. Experimental Data Acquisition and Methodology

The dynamic test consisted of collecting L1 Coarse Acquisition (C/A) GPS observation data from an automotive-grade u-blox C102-F9R receiver and an ANN-MB-01 antenna attached to a car on July 21, 2023, in Lavras-MG, Brazil. The car was driven for a couple of minutes through the streets of a neighborhood close to the Federal University of Lavras (UFLA), executing all types of motion that are typical for urban scenarios, such as curves, accelerations, decelerations, climbs, descents, stops, etc. Along with the observation data, the BKG NTRIP Client (BNC) software was used to collect the SSR RT-PPP products from the IGS RTS, namely, SSRA02IGS1, which is an IGS Kalman filter combined solution that conveys satellite orbit, clock, and hardware bias corrections [21]. The UNLP FCAG RT RIM products were collected directly from its File Transfer Protocol (FTP) server in the IONEX format [22], [23]. As for the compensation of the tropospheric errors, the UNB3 empirical model was adopted. To help in obtaining a reliable ground-truth solution for the test, the GPS observation data and navigation message from a Continuous Operating Reference Station (CORS) located at Lavras (acronym MGLA), belonging to the Brazilian Network for Continuous Monitoring (RBMC) of GNSS, and distant to the car of about 1 km, were directly obtained from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) repository.

After the GPS data acquisition and conversion (from proprietary .UBX format to Receiver Independent EXchange (RINEX) format version 2.11, via RTKLIB software [24]), the latter were analyzed and processed offline using specialized MATLAB algorithms developed by the authors, which

employed the four aforementioned estimation strategies to compute the position solutions. The errors were calculated w.r.t. the ground-truth profile, which was obtained by processing dual-frequency double-differenced pseudorange, and integer-resolved carrier-phase observables from the same u-blox C102-F9R module connected, via the internet, to the MGLA reference station.

To assess the effectiveness of the filtering-based estimation strategies under investigation, the horizontal, vertical, and total Cartesian position errors of the GNSS receiver antenna were established as metrics:

$$\delta r_{ea,H}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,N}^e)^2 + (\delta r_{ea,E}^e)^2} \quad (25)$$

$$\delta r_{ea,V}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,D}^e)^2} \quad (26)$$

$$\delta r_{ea,T}^e = \sqrt{(\delta r_{ea,N}^e)^2 + (\delta r_{ea,E}^e)^2 + (\delta r_{ea,D}^e)^2} \quad (27)$$

where $\delta r_{ea,N}^e$, $\delta r_{ea,E}^e$, and $\delta r_{ea,D}^e$ are the Cartesian position errors along north, east, and down directions, respectively.

As the focus of this work is on CVA applications, we also checked the ability of the estimation strategies to comply with the Society of Automotive Engineers (SAE) standard J2945 [26], which establishes maximum horizontal and vertical position errors of 1.5 m and 3.0 m, respectively, at 68% of probability (1σ).

B. Performance Analysis

Table I summarizes the results for the dynamic test in terms of mean position errors. Tables II to IV, in turn, give the percentile of samples that are below some specific position error thresholds for the horizontal, vertical, and total channels, respectively. The best results are highlighted in green and the worst in red. As can be seen, all four estimation strategies were able to comply with SAE J2945 standard position accuracy requirements. While, for the horizontal channel, the investigated strategies did not differ significantly in terms of delivered accuracy, for the vertical channel, the ZT strategy (the best performing approach) improved over the regular SD strategy in about 8%, reducing the mean vertical position error in 12 centimeters. Worthy of note is the fact that, for the vertical channel, the MP and ZT+MP strategies not only were unable to improve accuracy, as they actually increased the mean vertical position error (in 30% and 35%, respectively). As a straightforward consequence of the latter, the performance of the strategies in terms of total position error followed the same pattern of the vertical channel's.

A possible explanation for the bad performance of the strategies that tried to estimate the SD multipath errors (MP

TABLE I
MEAN POSITION ERRORS FOR THE DYNAMIC TEST.

Error	SD	MP	ZT	ZT+MP
Horizontal [m]	1.19	1.19	1.19	1.19
Vertical [m]	1.44	1.94	1.32	1.87
Total [m]	2.01	2.45	1.92	2.39

TABLE II
HORIZONTAL POSITION PERFORMANCE FOR THE DYNAMIC TEST.

Strategy	Probability (%)		
	<0.5 m	<1.0 m	<1.5 m
SD	8.10	44.14	74.84
MP	8.53	44.99	73.77
ZT	8.10	44.14	74.84
ZT+MP	8.53	44.99	73.77

TABLE III
VERTICAL POSITION PERFORMANCE FOR THE DYNAMIC TEST.

Strategy	Probability (%)		
	<1.0 m	<2.0 m	<3.0 m
SD	26.65	83.16	98.93
MP	20.68	76.76	94.03
ZT	29.21	87.42	98.94
ZT+MP	23.03	80.81	93.82

TABLE IV
TOTAL POSITION PERFORMANCE FOR THE DYNAMIC TEST.

Strategy	Probability (%)		
	<1.0 m	<2.0 m	<3.0 m
SD	2.77	56.72	96.16
MP	2.99	51.81	91.04
ZT	3.41	64.61	97.01
ZT+MP	3.20	58.85	91.68

and ZT+MP) might be associated to the lack of observability/estimability of the m additional states that were included in the EKF [27]. Also, the fact that the SD multipath error correlation times identified in the dynamic test (showed in Table V) were relatively small may have made them more difficult for the EKF to identify (and estimate) from the pseudorange tracking noise. As analyzed by Hu, Neupane, and Farrell [28], for a moving platform, the receiver moves relative to the reflective surface; therefore, the multipath errors change much more rapidly (i.e., less correlated across time), which makes them easier for the standard SD RT-PPP strategy (that does not try to model the multipath errors as states) to filter out during the vehicle state estimation process. This behavior, and the superior position estimation performance of the SD RT-PPP strategy, have been confirmed in our dynamic test (see Tables I to IV again).

TABLE V
SD MULTIPATH ERROR CORRELATION TIMES AND PSDS.

SD error	$\tau_z(s)$	$S_{w_z}(m^2/s)$
$\delta\rho_{M,a}^{p5}$	8,047	0,0095
$\delta\rho_{M,a}^{p6}$	5,806	0,0124
$\delta\rho_{M,a}^{p11}$	11,000	0,0043
$\delta\rho_{M,a}^{p12}$	11,000	0,0041
$\delta\rho_{M,a}^{p24}$	40,803	0,0024
$\delta\rho_{M,a}^{p25}$	10,494	0,0060
$\delta\rho_{M,a}^{p26}$	34,658	0,0053

V. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

Accuracy in position estimation is of great interest in many commercial applications. This work investigated the performance of advanced filtering techniques that aimed at mitigating residual pseudorange errors that usually remain after the deployment of Single-Frequency (SF) code-based Real-Time Precise Point Positioning (RT-PPP). The first technique consisted of estimating the residual zenith wet tropospheric error, which can vary with climate and weather, as an additional state to the associated Extended Kalman Filter (EKF), via suitable mapping functions. The second technique, in turn, consisted of estimating the Single-Differenced (SD) multipath errors by adding as many states as necessary to the EKF, and determining appropriate correlation times and driven noise Power Spectral Densities (PSDs) for the 1st-order Gauss-Markov (GM) processes proposed to model them. A dynamic test was performed with a focus on complying with position requirements for Connected Vehicles Applications (CVAs) in Brazilian territory.

As the results showed, and possibly due to the lack of observability/estimability of the SD multipath error states, as well as to the reduced correlation times identified for the latter, the strategies that attempted to estimate the residual multipath errors, besides increasing the EKF complexity/computational burden, did not bring any additional benefit in terms of position accuracy. The single additional state that was proposed for estimating the residual zenith wet tropospheric error, in turn, proved to be able to improve vertical positioning accuracy in about 12 centimeters, w.r.t. the standard SD RT-PPP approach, which is inline with the predictions by Groves [8]. For future work, one has the performance evaluation of the proposed filtering-based residual error mitigation techniques in the context of integrated Inertial/Global Navigation Satellite Systems (INS/GNSSs), via SF code-based RT-PPP, specifically aiming to improve observability/estimability constraints.

REFERENCES

- [1] Lachapelle, G. GPS observables and error sources for kinematic positioning. *Kinematic Systems In Geodesy, Surveying, And Remote Sensing*, pp. 17-26 (1991)
- [2] Teunissen, P. Differential GPS: Concepts and quality control. *J INST NAVIG*. **10** pp. 48-60 (1991)
- [3] Farrell, J., Grewal, M., Djodot, M. & Barth, M. Differential GPS with latency compensation for autonomous navigation. *Proceedings Of The 1996 IEEE INT SYMP INTELL*. pp. 20-24 (1996)
- [4] Verhagen, S, Teunissen, P. J. G. & Odijk, D. The future of single-frequency integer ambiguity resolution. *VII Hotine-Marussi Symp. on Mathematical Geodesy, International Association of Geodesy Symposia* **137**, Springer. (2012)
- [5] Silva, F. O., Hu, W. & Farrell, J. A. Real-Time Single-Frequency Precise Point Positioning for Connected Autonomous Vehicles: A Case Study over Brazilian Territory. *IFAC World Congress*. (2023)
- [6] Mendoza, L., Meza, A. & Aragón Paz, J. A multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. *J SPACE WEATHER SPAC*. **17(5)** pp. 654-661 (2019)
- [7] IGS IGS state space representation (SSR) format version 1.00. (IGS RealTime Working Group,2020)
- [8] Groves, P. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. (2013)
- [9] Oliveira, L., Ramos, I., Silva, F. & Lima, D. Comparative analysis between tropospheric models for GNSS positioning in Brazilian territory. *Proc. ABCM DINAME*. **37387** pp. 1-10 (2023)

- [10] Leandro, R., Santos, M. & Langley, R. UNB neutral atmosphere models: development and performance. *Proc. Of ION NTM*. **52(1)** pp. 564-573 (2006)
- [11] Niell, A. Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths. *J. Geophys. Res.* **101(B2)** pp. 3227-3246 (1996)
- [12] Conley, R., Consentino, R., Hegarty, C. J., Kaplan, E. D., Leva, J. L., de Haag, M. U., & Van Dyke, K. Performance of Stand-Alone GPS. *Understanding GPS Principles and Applications*. 301-378 (2006)
- [13] Farrell, J. Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors. (McGraw-Hill, Inc.,2008)
- [14] Braasch, M. S. *Multipath Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer International Publishing, (2017)
- [15] Teunissen, P. & Montenbruck, O. *Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. (Springer International Publishing,2017)
- [16] Herring, T. A., Modelling atmospheric delays in the analysis of space geodetic data, *Symposium on Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy, Netherlands Geod. Commis. Ser. 36*, edited by J. C. DeMunk and T. A. Spoelstra, pp. 157-164, Ned. Comm. voor Geod., Delft, 1992
- [17] Ramos, I. A., Silva, F. O., de Oliveira, L. A., de Lima, D. A., Menezes Filho, R. P. & Farrell, J. A. On the Performance Degradation of GPS Positioning due to Outdated RT-PPP Products. *Brazilian Symposium on Intelligent Automation*. (2023)
- [18] Nie, Z., Yang, H., Zhou, P., Gao, Y. & Wang, Z. Quality assessment of CNES real-time ionospheric products. *GPS SOLUT*. **23** pp. 1-15 (2019)
- [19] Uwineza, J., Rahman, F., Silva, F., Hu, W. & Farrell, J. Characterizing GNSS Multipath at Different Antenna Mounting Positions on Vehicles. (2019)
- [20] Brown, R. & Hwang, P. Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions. *Introduction To Random Signals And Applied Kalman Filtering: With MATLAB Exercises And Solutions*. (1997)
- [21] IGS IGS, International GNSS Service. (2023), <https://www.igs.gov/>, Accessed in: february / 2023
- [22] Mendoza, L., Meza, A. & Aragón Paz, J. Technical note on the multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. *EarthArXiv*. pp. 1-11 (2019)
- [23] MAGGIA: Index of /ion/magn/. Accessed in September 2022 (2022). <https://wilkien.fcaglp.unlp.edu.ar/ion/magn/>
- [24] Takasu, T., Nubo, N., Yasuda, A.: Development, Evaluation and Application of RTKLIB: A program library for RTK-GPS. In: Proc. of the GPS/GNSS Symposium (2007)
- [25] RBMC Geodetic Database. Accessed in February 2024 (2024). <http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>
- [26] SAE J2945: On-Board System Requirements for V2V Safety Communications. SAE International (2020)
- [27] Silva, F., Hemery, E. & Leite Filho, W. On the error state selection for stationary SINS alignment and calibration Kalman filters—Part II: Observability/estimability analysis. *Sensors*. **17**, 439 (2017)
- [28] Hu, W., Neupane, A., & Farrell, J. A. Using PPP Information to Implement a Global Real-Time Virtual Network DGNSS Approach *IEEE T. Vehic. Technol.* **71(10)**, 10337-10349 (2022)

Parte III

CONSIDERAÇÕES FINAIS

7 CONCLUSÃO

A precisão na estimativa de posição é de grande interesse em muitas aplicações comerciais. Dentre elas pode-se destacar a AP, a qual beneficia as propriedades agrícolas ao otimizar o consumo de combustível e aumentar a eficiência das máquinas, tornando também possível operar veículos grandes com precisão centimétrica.

Este trabalho apresentou a pesquisa, implementação, análise e validação de um protótipo que realize o posicionamento de precisão, utilizando receptores GPS de simples frequência, i.e., baixo custo, pseudo-distâncias, deslocamentos *Doppler* e técnica de Posicionamento por Ponto Preciso em Tempo Real (PPP-TR). Foi desenvolvido um sistema composto por dois *softwares* de PPP-TR via GPS, os quais têm a funcionalidade de obter os dados de observáveis e efemérides do receptor (*rover*), coletar as correções necessárias em tempo real e realizar o processamentos dos mesmos aplicando as técnicas estudadas, a saber os Mínimos Quadrados Iterado Ponderado (*Weighted and Iterated Least Squares - WILS*) e o Filtro de Kalman Estendido (*Extended Kalman Filter - EKF*). Testes realizados em cenários estáticos no modo pós-processado, evidenciaram exatidões das estimativas das posições obtidas via PPP-TR da ordem de 0,65 m no canal horizontal e 1,76 m no canal total. Já para os testes dinâmicos, também no modo pós-processado (simulando tempo real), os resultados evidenciaram exatidões das estimativas das posições obtidas via PPP-TR da ordem de 1,50 m no canal horizontal e 4,27 no canal total cm.

Como parte de uma série de estudos e pesquisas que têm como objetivo final a implementação de um algoritmo de posicionamento centimétrico em tempo real aplicando o PPP-RTK, este trabalho também investigou a degradação de desempenho das soluções PPP-TR atualmente disponíveis em função da obsolescência/latência das correções correspondentes com foco em aplicações CAV em território brasileiro. Os resultados dos testes experimentais em ambiente estacionário mostraram que o PPP-TR não sofre diminuição significativa na precisão, ou seja, é menor que 5 cm, para produtos desatualizados até cerca de 6 minutos. Além disso, mostrou-se que o PPP-TR é capaz de cumprir as restrições de posição horizontal definidas pela norma SAE J2945, desde que as correções correspondentes tenham sido geradas nos últimos 25 minutos.

Além disso, este trabalho também investigou o desempenho de técnicas avançadas de filtragem que visaram mitigar erros residuais de pseudo-distância, os quais geralmente permanecem após a implementação do PPP-TR baseado em pseudo-distâncias simplesmente diferenciadas. A primeira técnica consistiu em estimar o erro residual troposférico úmido zenital, que

pode variar com o clima e o tempo, como um estado adicional ao Filtro de Kalman Estendido (EKF) associado, por meio de funções de mapeamento adequadas. A segunda técnica, por sua vez, consistiu em estimar os erros de multicaminhos adicionando tantos estados quantos forem necessários ao EKF, determinando os tempos de correlação apropriados e Densidades Espectrais de Potência (PSDs) dos ruídos diretores, e modelando os estados como processos de Gauss Markov (GM) de primeira ordem.

Como os resultados mostraram, e possivelmente devido à falta de observabilidade/estimabilidade dos estados de erro de multicaminhos simplesmente diferenciados, bem como aos reduzidos tempos de correlação identificados para estes últimos, as estratégias que tinham como objetivo estimar tais erros residuais, além de aumentar a complexidade/ carga computacional do EKF, não trouxeram nenhum benefício adicional em termos de precisão da posição. Apenas o estado adicional proposto para estimar o erro residual troposférico úmido zenital, provou ser viável de inserção no EKF, melhorando a precisão do posicionamento vertical em cerca de 12 centímetros, em relação ao valor médio da abordagem PPP-TR simplesmente diferenciada padrão, o qual está de acordo com as verificações de Groves (2013). Para trabalhos futuros, tem-se a avaliação de desempenho das técnicas propostas de mitigação de erros residuais baseadas em filtragem no contexto de Sistemas de Navegação Inercial (INS) integrados ao GNSS (INS/GNSSs), via PPP-TR baseado em pseudo-distâncias simplesmente diferenciadas, visando especificamente melhorar as restrições de observabilidade / estimabilidade. Para trabalhos futuros, preve-se também a implementação das funcionalidades PPP-RTK, e migração dos algoritmos para multi-constelações GNSS.

REFERÊNCIAS

- AMMONIACI, M. et al. State of the art of monitoring technologies and data processing for precision viticulture. **Agriculture**, MDPI, v. 11, n. 3, p. 201, 2021.
- BAHADUR, B.; NOHUTCU, M. Real-time single-frequency multi-GNSS positioning with ultra-rapid products. **Meas. Sci. Technol.**, IOP Publishing, v. 32, n. 1, p. 014003, 2020.
- BRAASCH, M. S. Multipath. **Springer handbook of global navigation satellite systems**, Springer, p. 443–468, 2017.
- BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions**, 1997.
- BUICK, R. RTK base station networks driving adoption of GPS+/-1 inch automated steering among crop growers. **White Paper**, p. 1–9, 2006.
- CAMARGO, P. Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman. **Curitiba. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Paraná**, 1992.
- CATANIA, P. et al. Positioning accuracy comparison of GNSS receivers used for mapping and guidance of agricultural machines. **Agronomy**, MDPI, v. 10, n. 7, p. 924, 2020.
- DONG, F.; HEINEMANN, W.; KASPER, R. Development of a row guidance system for an autonomous robot for white asparagus harvesting. **Computers and Electronics in Agriculture**, Elsevier, v. 79, n. 2, p. 216–225, 2011.
- DOW, J. M.; NEILAN, R. E.; RIZOS, C. The international GNSS service in a changing landscape of global navigation satellite systems. **Journal of geodesy**, Springer, v. 83, p. 191–198, 2009.
- ESAU, T. J. et al. Evaluation of autosteer in rough terrain at low ground speed for commercial wild blueberry harvesting. **Agronomy**, MDPI, v. 11, n. 2, p. 384, 2021.
- FARRELL, J. **Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors**. [S.l.]: McGraw-Hill, Inc., 2008.
- FARRELL, J. et al. Differential GPS with latency compensation for autonomous navigation. In: IEEE. **Proceedings of the 1996 IEEE Int. Symp. Intell.** [S.l.], 1996. p. 20–24.
- GAO, Y.; CHEN, K. Performance analysis of precise point positioning using real-time orbit and clock products. **Journal of Global Positioning Systems**, Springer Science and Business Media LLC, v. 3, n. 1-2, p. 95–100, 2004.
- GELB, A. et al. **Applied optimal estimation**. [S.l.]: MIT press, 1974.
- GLANER, M.; WEBER, R. PPP with integer ambiguity resolution for GPS and galileo using satellite products from different analysis centers. **GPS solutions**, Springer, v. 25, n. 3, p. 102, 2021.
- GÖTZELMANN, M. et al. Galileo open service navigation message authentication: Preparation phase and drivers for future service provision. **J. Inst. Navig.**, Institute of Navigation, v. 70, n. 3, 2023.

GRINTER, T.; ROBERTS, C. Precise point positioning: where are we now. In: **IGNSS Symposium**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 15–17.

GROVES, P. D. **Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems**. 2. ed. [S.l.: s.n.], 2013.

GUO, J. et al. Multi-GNSS precise point positioning for precision agriculture. **Precision agriculture**, Springer, v. 19, p. 895–911, 2018.

HADAS, T.; BOSY, J. IGS RTS precise orbits and clocks verification and quality degradation over time. **GPS Solut.**, Springer, v. 19, p. 93–105, 2015.

HE, L. Variable rate technologies for precision agriculture. In: **Encyclopedia of Digital Agricultural Technologies**. [S.l.]: Springer, 2023. p. 1533–1542.

HUISMAN, L.; LIGHT, H. de. Validation of reference frame consistency of GNSS service products. **Gravity, Positioning and Reference Frames**, p. 175, 2022.

HUYGHEBAERT, B. et al. Actual and global precision of the guidance system autotrac from John Deere. In: **EFITA-WCCACIGR Conference, Sustainable Agriculture through ICT innovation, Turin, Italy**. [S.l.: s.n.], 2013.

IGS. tech. rep., **IGS state space representation (SSR) format version 1.00**. 2020.

IGS. **IGS, International GNSS Service**. 2023. Accessed in: february / 2023. Disponível em: <<https://www.igs.gov/>>.

KHODABANDEH, A. Single-station PPP-RTK: correction latency and ambiguity resolution performance. **Journal of Geodesy**, Springer, v. 95, n. 4, p. 42, 2021.

KIM, J. et al. Auto-guidance system for tillage tractor. In: IEEE. **2013 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2013)**. [S.l.], 2013. p. 1347–1350.

KOWALCZYK, W. Z.; HADAS, T. A comparative analysis of the performance of various GNSS positioning concepts dedicated to precision agriculture. **Reports on Geodesy and Geoinformatics**, v. 117, n. 1, p. 11–20, 2024.

LACHAPELLE, G. GPS observables and error sources for kinematic positioning. In: **Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing**. [S.l.]: Springer, 1991. p. 17–26.

LANGE, A. F.; PEAKE, J. Precision agriculture. **Position, Navigation, and Timing Technologies in the 21st Century: Integrated Satellite Navigation, Sensor Systems, and Civil Applications**, Wiley Online Library, v. 2, p. 1735–1747, 2020.

LAURICHESSE, D. et al. Integer ambiguity resolution on undifferenced gps phase measurements and its application to PPP and satellite precise orbit determination. **Navigation**, Wiley Online Library, v. 56, n. 2, p. 135–149, 2009.

LEANDRO, D. **Investigação do posicionamento GPS em ambientes internos com o auxílio do efeito de multicaminho**. 99 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

- LEANDRO, R.; SANTOS, M.; LANGLEY, R. B. UNB neutral atmosphere models: development and performance. **Proc. of ION NTM**, v. 52(1), p. 564–573, 2006.
- LI, B. et al. Comprehensive assessment of real-time precise products from IGS analysis centers. **Spac. Stud.**, Springer, v. 3, n. 1, p. 12, 2022.
- LI, X. et al. Review of PPP–RTK: Achievements, challenges, and opportunities. **Satellite navigation**, Springer, v. 3, n. 1, p. 28, 2022.
- LI, X.; ZHANG, X.; GE, M. Regional reference network augmented precise point positioning for instantaneous ambiguity resolution. **Journal of Geodesy**, Springer, v. 85, p. 151–158, 2011.
- LIU, G. C. **Ionosphere weighted global positioning system carrier phase ambiguity resolution**. [S.l.]: Graduate Studies, 2001.
- LIU, K.; CHENG, G.; KONG, Z. Beidou agricultural machinery automatic driving software design. In: IEEE. **2019 IEEE 4th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)**. [S.l.], 2019. v. 1, p. 1770–1775.
- LUCK, J. et al. Potential for pesticide and nutrient savings via map-based automatic boom section control of spray nozzles. **Computers and Electronics in Agriculture**, Elsevier, v. 70, n. 1, p. 19–26, 2010.
- MENDOZA, L. P. O.; MEZA, A. M.; PAZ, J. M. A. A multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. **Space Weather**, v. 17(5), p. 654–661, 2019.
- MENDOZA, L. P. O.; MEZA, A. M.; PAZ, J. M. A. Technical note on the multi-GNSS, multi-frequency and near real-time ionospheric TEC monitoring system for South America. **EarthArXiv**, p. 1–11, 2019.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2. ed. [S.l.]: Editora Unesp, 2008.
- NIE, Z. et al. Quality assessment of CNES real-time ionospheric products. **GPS Solut.**, Springer, v. 23, p. 1–15, 2019.
- NIELL, A. E. Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths. **J. Geophys. Res.**, v. 101(B2), p. 3227–3246, 1996.
- ODOLINSKI, R.; TEUNISSEN, P.; ZHANG, B. **Multi-GNSS processing, positioning and applications**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2020. 3–5 p.
- OLIVEIRA, L. A. de et al. Comparative analysis between tropospheric models for GNSS positioning in Brazilian territory. **Proc. ABCM DINAME**, v. 37387, p. 1–10, 2023.
- PEREIRA, T. A.; MACHADO, W. C.; MARQUES, H. A. Assessing the quality of the near real-time regional VTEC maps produced by La Plata University in absolute GNSS positioning over Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, SciELO Brasil, v. 27, n. 04, p. e2021028, 2021.
- PEREIRA, V. A. S.; CAMARGO, P. de O.; TACHIBANA, V. M. Análise multivariada aplicada no estudo dos efeitos da ionosfera, troposfera e multicaminho nos sinais GNSS. **Revista Brasileira de Cartografia**, n. 68/3, p. 567–580, 2016.

- PEREZ-RUIZ, M.; MARTÍNEZ-GUANter, J.; UPADHYAYA, S. K. High-precision gnss for agricultural operations. In: **GPS and GNSS Technology in Geosciences**. [S.l.]: Elsevier, 2021. p. 299–335.
- RADOČAJ, D. et al. A low-cost global navigation satellite system positioning accuracy assessment method for agricultural machinery. **Applied Sciences**, MDPI, v. 12, n. 2, p. 693, 2022.
- RADOČAJ, D.; PLAŠČAK, I.; JURIŠIĆ, M. Global navigation satellite systems as state-of-the-art solutions in precision agriculture: A review of studies indexed in the web of science. **Agriculture**, MDPI, v. 13, n. 7, p. 1417, 2023.
- RAHMAN, F. et al. Low-cost real-time PPP GNSS aided INS for CAV applications. **IEEE T INTELL TRANSP**, IEEE, v. 23, n. 12, p. 25018–25032, 2022.
- RAMOS, I. A. et al. On the residual errors mitigation in single-frequency code-based real-time ppp. **Proc. Work-in-Progress in Hardware and Software for Location Computation, Antwerp**, p. 1–12, 2024.
- RAMOS, I. A. et al. On the performance degradation of GPS positioning due to outdated RT-PPP products. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente-SBAI**. [S.l.: s.n.], 2023. v. 1, n. 2.
- ROBUSTELLI, U.; CUTUGNO, M.; PUGLIANO, G. Low-cost GNSS and PPP-RTK: Investigating the capabilities of the u-blox ZED-F9P module. **Sensors**, MDPI, v. 23, n. 13, p. 6074, 2023.
- SAE. On-Board System Requirements for V2V Safety Communications. **SAE J2945/1**, 2016.
- SILVA, F. O.; HU; FARRELL, J. A. Real-Time Single-Frequency Precise Point Positioning for Connected Autonomous Vehicles: A Case Study over Brazilian Territory. **World Congress, IFAC**, 2023.
- SOUZA, E. M. d. **Análise de wavelets para detecção e correção do multicaminho no posicionamento relativo GNSS estático e cinemático**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2008.
- STOMBAUGH, T. Satellite-based positioning systems for precision agriculture. **Precision agriculture basics**, Wiley Online Library, p. 25–35, 2018.
- TEUNISSEN, P. Differential GPS: Concepts and quality control. **J. Inst. Navig.**, v. 10, p. 48–60, 1991.
- TEUNISSEN, P.; MONTENBRUCK, O. **Springer handbook of global navigation satellite systems**. [S.l.]: Springer, 2017.
- VELEZ, S. et al. Assessing the impact of overhead agrivoltaic systems on gnss signal performance for precision agriculture. **Smart Agricultural Technology**, v. 9, p. 100664, 2024. ISSN 2772-3755. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2772375524002697>>.

WABBENA, G.; SCHMITZ, M.; BAGGE, A. PPP-RTK: precise point positioning using state-space representation in RTK networks. In: **Proceedings of the 18th international technical meeting of the satellite division of the Institute of navigation (ION GNSS 2005)**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 2584–2594.

WANG, L. et al. Real-time GNSS precise point positioning for low-cost smart devices. **GPS solutions**, Springer, v. 25, p. 1–13, 2021.

WU, J. et al. Orbit and clock products for quad-system satellites with undifferenced ambiguity fixing approach. **Satellite Navigation**, Springer, v. 5, n. 1, p. 8, 2024.

ZABALEGUI, P. et al. A review of the evolution of the integrity methods applied in GNSS. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 45813–45824, 2020.