



ELISEU CASTANHEIRO ALBERTO

**MODELAGEM DA PERDA ACUMULADA DE NITROGÊNIO
POR VOLATILIZAÇÃO NA ADUBAÇÃO DE COBERTURA
EM PLANTAS DE MILHO**

LAVRAS – MG

2024

ELISEU CASTANHEIRO ALBERTO

**MODELAGEM DA PERDA ACUMULADA DE NITROGÊNIO POR
VOLATILIZAÇÃO NA ADUBAÇÃO DE COBERTURA EM PLANTAS DE MILHO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. Tales Jesus Fernandes
Orientador

**LAVRAS – MG
2024**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Castanheiro Alberto, Eliseu

Modelagem da perda acumulada de nitrogênio por volatilização
na adubação de cobertura em plantas de milho / Eliseu Castanheiro
Alberto. - 2024.

58 p.

Orientador(a): Tales Jesus Fernandes.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Lavras, 2024.

Bibliografia.

1. Regressão não linear. 2. Milho. 3. modelagem. I. Fernandes,
Tales Jesus. II. Muniz, Joel Augusto. III. Título.

ELISEU CASTANHEIRO ALBERTO

**MODELAGEM DA PERDA ACUMULADA DE NITROGÊNIO POR
VOLATILIZAÇÃO NA ADUBAÇÃO DE COBERTURA EM PLANTAS DE MILHO**

**MODELING THE ACCUMULATED NITROGEN LOSS BY VOLATILIZATION IN
TOP FERTILIZATION IN CORN PLANTS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 20 de fevereiro de 2024
Prof. DSc. Joel Augusto Muniz (UFLA)
Prof. DSc. Felipe Augusto Fernandes (UNICAMP)

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes
Orientador

LAVRAS – MG

2024

À minha esposa e aos meus filhos, pelo amor, incentivo e paciência durante a minha ausência.

Dedico.

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus agradecimentos a todos que diretamente ou indiretamente contribuíram para que a minha trajetória acadêmica se tornasse uma busca prazerosa. Meu muito obrigado!

Aos meus pais, Castanheiro Rosário Alberto (*in memoriam*), e Natália Joaquina Jorge pela educação que me proporcionaram e por todas as oportunidades e facilidades que, sobremaneira, foram fundamentais para meu desenvolvimento pessoal e profissional. Gostaria de ressaltar minha gratidão por vocês se preocuparem com o meu futuro e por ter confiado em mim todos estes anos de formação acadêmica.

Ao meu orientador Tales Jesus Fernandes, por todo apoio que me ofereceu na realização deste estudo, sua dedicação, sua amizade, assim como seu entusiasmo científico que soube me transmitir em todos esses anos de trabalho juntos. Obrigado por ter confiado em mim desde o primeiro dia que lhe enviei o pedido de carta de aceite e por compartilhar suas linhas de pesquisa e que hoje colhemos os frutos desses trabalhos. É muito prazeroso conviver ao lado de um pesquisador que está sempre em busca de novos desafios e com atendimento maravilhoso.

Desejo igualmente agradecer a todos os meus colegas do Mestrado cujo apoio e amizade estiveram presentes em todos os momentos.

À Universidade Federal de Lavras e ao Departamento de Estatística, em especial aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária pelo conhecimento transmitido.

RESUMO

A cultura do milho é uma das mais importantes do mundo, sendo que 70% da produção mundial é destinado para a alimentação animal e 30% para o consumo humano, produção da bioenergia, de produtos químicos e farmacêuticos. Para o aumento da sua produtividade é necessário o fornecimento de nutrientes essenciais, tais como nitrogênio (N), fósforo (P) e potássio (K), que muitas das vezes são escassos em lavouras de milho. A Ureia possui alta concentração de nitrogênio, que é importantíssimo para a cultura de milho, é facilmente manuseada e com menor custo por quilograma de nitrogênio, mas ela apresenta elevadas perdas deste nutriente por volatilização. Assim, são desenvolvidas tecnologias que visam minimizar estas perdas, a mais difundida é o N-butil tiosfórico triamida (NBPT). As perdas acumuladas de nitrogênio por volatilização proveniente da Ureia em kg ha^{-1} apresentam um padrão sigmoidal, portanto, os modelos não lineares são indicados para a descrição dos dados. Este trabalho tem como objetivo selecionar o modelo não linear mais adequado para descrever a perda acumulada de nitrogênio por volatilização de fertilizantes ureicos de eficiência aumentada com NBPT aplicados na adubação de cobertura em plantas de milho. Os dados analisados são provenientes de Fonseca (2021) e correspondem a perda acumulada por volatilização dos fertilizantes: Ureia granulada (UGRAN), Ureia + NBPT + NPPT (UNBPT1), Ureia + Aduto de NBPT (UNBPT2), Ureia + NBPT (UNBPT3), Ureia + NBPT (NBPT4). Os pressupostos de normalidade, homocedasticidade e independência residual foram avaliados com os testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson, respectivamente. Os modelos foram ajustados pelo método iterativo de Gaus-Newton utilizando o software R. A qualidade do ajuste foi avaliada com base nos valores do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), do critério de informação de Akaike (AIC) e do desvio padrão residual (DPR). O Modelo von Bertalanffy foi ao que melhor se ajustou aos dados dos fertilizantes de Ureia pura (UGRAN) e Ureia + NBPT2 (UNBPT2), enquanto que o modelo Gompertz melhor se ajustou aos dados dos fertilizantes Ureia + NBPT1 (UNBPT1), Ureia + NBPT3 (UNBPT3) e Ureia + NBPT4 (UNBPT4). O fertilizante UGRAN apresentou maior perda acumulada com uma estimativa de $36,503 \text{ kg ha}^{-1}$ enquanto que o fertilizante UNBPT4 registou a menor perda com uma estimativa de $14,623 \text{ kg ha}^{-1}$ que corresponde a uma redução de 59,9% em relação a Ureia pura. A Ureia tratada com NBPT retardou a perda acumulada de nitrogênio por volatilização.

Palavras-chave: Fertilizantes nitrogenados. Amônia. padrão sigmoidal. Regressão não linear

ABSTRACT

Corn cultivation is one of the most important in the world, with 70% of global production destined for animal feed and 30% for human consumption, bioenergy production, chemical and pharmaceutical products. To increase productivity, it is necessary to supply essential nutrients, such as nitrogen (N), phosphorus (P) and potassium (K), which are often scarce in corn production. Urea has a high concentration of nitrogen, which is important for corn crops, is easily handled and has a lower cost per kilogram of nitrogen, but it presents high losses of this nutrient due to volatilization. Therefore, technologies are developed that aim to minimize these losses, the most widespread of which is N-butyl thiophosphoric triamide (NBPT). The accumulated losses of nitrogen by volatilization from Urea in kg ha^{-1} present a sigmoidal pattern, therefore, non-linear models are recommended for describing the data. This work aims to select the most appropriate non-linear model to describe the accumulated loss of nitrogen due to volatilization of Urea fertilizers with increased efficiency with NBPT applied in top dressing in corn plants. The data analyzed are recipes from Fonseca (2021) and require the accumulated loss due to volatilization of fertilizers: Granulated Urea (UGRAN), Urea + NBPT + NPPT (UNBPT1), Urea + NBPT Adduct (UNBPT2), Urea + NBPT (UNBPT3), Urea + NBPT (NBPT4). The assumptions of normality, homoscedasticity and residual independence were evaluated using the Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan and Durbin-Watson tests, respectively. The models were adjusted by the iterative Gaus-Newton method using the R software. The quality of the fit was evaluated based on the values of the adjusted coefficient of determination (R_{aj}^2), the Akaike information draws (AIC) and the standard deviation residual (DPR). The von Bertalanffy Model was the one that best fitted the data for pure Urea (UGRAN) and Urea + NBPT2 (UNBPT2) fertilizers, while the Gompertz model best fitted the data for the fertilizers Urea + NBPT1 (UNBPT1), Urea + NBPT3 (UNBPT3) and Urea + NBPT4 (UNBPT4). The UGRAN fertilizer showed a greater accumulated loss with an estimate of $36.503 \text{ kg ha}^{-1}$ while the UNBPT4 fertilizer recorded a smaller loss with an estimate of $14.623 \text{ kg ha}^{-1}$ which corresponds to a reduction of 59.9% in relation to pure Urea. Urea constituted with NBPT delayed the accumulated loss of nitrogen by volatilization.

Keywords: Nitrogen fertilizers. Ammonia. sigmoidal pattern. Nonlinear regression

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 – Plantação de milho	14
Figura 2. 2 – As cinco variedades de milho	15
Figura 2. 3 – Fases de desenvolvimento da cultura do milho	16
Figura 2. 4 – Estágios fenológicos e curva de absorção do nitrogênio no milho	18
Figura 2.5 – Porcentagem do N total na planta, absorvido antes e após o florescimento; e porcentagem do N no grão absorvido pós-florescimento (VT-R1) e remobilizado de outras partes da planta.....	19
Figura 2. 6 – Sintomas de deficiência nutricional de nitrogênio nas folhas e espigas do milho	21
Figura 2. 7 – Perda de nitrogênio por volatilização de amônia	22
Figura 2. 8 – Volatilização de amônia.....	23
Figura 2. 9 – Curva sigmoidal do modelo Logístico	28
Figura 2. 10 – Curva sigmoidal do modelo Gompertz	29
Figura 2. 11 – Curva sigmoidal do modelo von Bertalanffy	30
Figura 2. 12 – Curva não sigmoidal do modelo Brody	31
Figura 3. 1 – Localização da área experimental no município de Lavras	40
Figura 3. 2 – Tecnologias de fertilizantes utilizadas no experimento	42
Figura 4. 1 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz, von Bertalanffy e Brody na perda acumulada de N no tratamento Ureia + NBPT (UNBPT4).....	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Variação na Concentração de NBPT na Ureia tratada para diferentes.....	41
Tabela 4.1 – Valor-p para os testes de normalidade (Shapiro-Wilk), independência (Durbin-Watson) e homocedasticidade (Breusch-Pagan) aplicados aos resíduos dos modelos ajustados.....	45
Tabela 4.2 – Avaliadores da qualidade de ajuste, coeficiente de determinação ajustado (Raj2), critério de informação de Akaike (AIC) e desvio padrão residual (DPR) com estrutura de erros autorregressivos dos modelos Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody (continua).....	46
Tabela 4.3 – Estimativas para os parâmetros com estrutura de erros autorregressivos e os respectivos intervalos de confiança dos modelos Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody.....	49

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	Milho e seus estádios produtivos.....	14
2.2	Adubação de cobertura em lavouras de milho	19
2.3	Nitrogênio e seus derivados	20
2.4	Perdas de nitrogênio por volatilização	21
2.5	Fertilizantes de eficiência aumentada.....	23
2.6	Modelos de Regressão	25
2.6.1	Modelos lineares	26
2.6.2	Modelos não lineares	26
2.6.3	Características dos modelos não lineares.....	27
2.6.4	Modelo Logístico ou Autocalítico.....	27
2.6.5	Modelo Gompertz.....	29
2.6.6	Modelo von Bertalanffy	30
2.6.7	Modelo Brody	31
2.6.8	Modelos não lineares na literatura	31
2.7	Método de estimação dos parâmetros em modelos não lineares.....	32
2.7.1	Método dos mínimos quadrados	33
2.7.2	Modelos ordinários.....	33
2.7.3	Modelos Ponderados	34
2.7.4	Modelos generalizados	35
2.8	Métodos iterativos	36
2.8.1	Método de Gauss-Newton.....	36
2.9	Importância de bons valores iniciais	37

2.10	Análise de resíduo.....	37
2.11	Avaliadores de qualidade de ajuste	38
2.11.1	Coeficiente de determinação ajustado	38
2.11.2	Critério de informação de Akaike	39
2.11.3	Desvio padrão residual.....	39
3	MATERIAL E MÉTODOS	40
3.1	Material	40
3.2	Metodologia.....	42
3.2.1	Modelos ajustados	43
3.2.2	Métodos iterativos	43
3.2.3	Análise dos resíduos	43
3.2.4	Intervalo de confiança para os parâmetros	43
3.2.5	Comparação e seleção dos modelos	44
3.2.6	Recursos computacionais.....	44
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
4.1	Ajuste da perda acumulada de Nitrogênio.....	46
5	CONCLUSÃO	53
	REFERÊNCIAS	54

1 INTRODUÇÃO

O milho é uma das culturas mais importantes na dieta alimentar de muitos países. A sua grande importância econômica é caracterizada pelas diversas formas de sua utilização, que vai desde a alimentação animal até a indústria de alta tecnologia. Na realidade, o uso do milho em grão como alimentação animal representa a maior parte do consumo desse cereal, isto é, cerca de 70% no mundo. Nos Estados Unidos, cerca de 50% é destinado a esse fim, enquanto que no Brasil varia de 60% a 80%, dependendo da fonte da estimativa e de ano para ano (EMBRAPA, 2021).

Em relação aos níveis de produção mundial projetados para a safra 2023/24, o Brasil continuará ocupando a terceira posição com 10% da produção mundial, menos 2% em relação a safra anterior, sendo que a primeira posição ocupada pelos Estados Unidos da América com 30% da produção mundial e o segundo ocupado pela China com 23% da produção mundial (USDA - UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE, 2024).

Segundo as estimativas do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA) (2024), indicam que o Brasil foi o maior exportador mundial de milho com 31%, seguido dos EUA com 23% e a Ucrânia com 15%. As projeções para a safra 2024/25, os EUA serão o maior exportador mundial com 27% seguido do Brasil com 26%.

De acordo com a Companhia Nacional de Abastecimento-CONAB (2024) a produção total do milho no Brasil, na safra 2023/24 está estimada em 117,6 milhões de toneladas, redução de 10,9% em relação ao ciclo anterior. A queda é reflexo de uma menor área plantada e de uma piora na expectativa de rendimento das lavouras, que projeta uma redução de 5,6% na área plantada e na produtividade.

O milho é altamente exigente e responsivo à adubação com nitrogênio (N), estando inserido em vários sistemas produtivos, com destaque recente para os sistemas integrados de produção.

De vários outros fatores responsáveis pela alta produtividade da cultura do milho nos EUA, está o aumento expressivo do uso dos fertilizantes nitrogenados. Nitrogênio é o elemento exigido em maior quantidade pelo milho, e é o que mais frequentemente limita a produtividade de grãos (Lemaire e Gastal, 1997). A quantidade média de N utilizada em lavouras comerciais de milho, no Brasil, é de 60 kg ha⁻¹, enquanto, nos Estados Unidos e na China, é de 150 kg ha⁻¹ e 130 kg ha⁻¹, respectivamente (Coelho, 2007).

As plantas de milho apresentam alta exigência nutricional, principalmente de nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca) e magnésio (Mg) que aumenta linearmente com o aumento de produtividade (Sousa, 2023). A produtividade média (kg ha^{-1}) dos principais produtores de milho no mundo em 2017 foi: Estados Unidos $10.960 \text{ kg ha}^{-1}$, Argentina 7.442 kg ha^{-1} , China 5.947 kg ha^{-1} e Brasil 5.164 kg ha^{-1} (Artuzo *et al.*, 2019). Na primeira safra 2022/24 o Brasil obteve uma produtividade média de 6.160 kg ha^{-1} , segunda melhor da série histórica, só inferior à produtividade alcançada na safra 2018/19 (CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2023).

O inibidor da urease NBPT (N-n-butiltriamida tiofosfórico) mostra-se como um composto eficiente na redução de perdas de N por volatilização de amônia que ao ser revestido na Ureia, possui a capacidade de inibição da atividade da urease. O NBPT é capaz de inibir a atividade da urease até o 7º dia após aplicação de N (Watson, 2008; Espindula, 2014). O NBPT reduz as perdas de NH_3 da ureia aplicada superficialmente aos solos, mas sua eficácia pode ser menor em solos ácidos (Soares, 2023).

A Ureia é o adubo que contém altas doses de nitrogênio, é de fácil manuseio e apresenta menor custo unitário por quilograma, mas quando aplicado nas lavouras de milho, ela apresenta elevadas perdas de nitrogênio por volatilização. O padrão da perda acumulada de N por volatilização apresenta aspecto sigmoidal, por isso os modelos não lineares são mais apropriados para descrever as perdas acumuladas por volatilização na adubação de cobertura em plantas de milho.

Vários autores tais como Freitas *et al.* (2000), Minato (2020), Santos *et al.* (2023) utilizaram modelo(s) de regressão não linear para estimar a perda de N por volatilização de fertilizantes nitrogenados aplicados no milho. No entanto, estes autores utilizaram apenas um ou dois modelos e não realizaram a comparação para eleger o melhor modelo. Segundo Vilas Bôas *et al.* (2023), as curvas de crescimento de acúmulo da matéria seca total (MST) nos híbridos de milho P30F33 e GNZ2004 são melhor descritas pelo modelo não linear Logístico.

Este trabalho tem como objetivo selecionar dentre os modelos não lineares Logístico, von Bertalanffy, Gompertz e Brody o mais adequado para descrever a perda acumulada de nitrogênio por volatilização da amônia em fertilizantes ureicos de eficiência aumentada com NBPT aplicados na adubação de cobertura em plantas de milho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, iniciamos destacando algumas literaturas que relatam a importância do milho, da adubação nitrogenada em cobertura, da volatilização do N e termina com apresentação de principais fundamentos teórico-conceituais de modelos de crescimento.

2.1 Milho e seus estádios produtivos

O milho *Zea mays* é gramínea anual da família Poaceae, originária do continente americano (México) há mais de 8 mil anos, com 1,5 a 3,0 m de altura no florescimento, cultivada no verão e na segunda safra (milho safrinha) (Bahia Filho *et al.*, 2000, Aguiar *et al.*, 2014).

Atualmente existem cerca de 150 espécies de milho em diferentes cores e formatos de graus. Existem também muitos tipos e muitas raças de milho dentro dessa espécie. A espécie milho é provavelmente a que conta com maior variabilidade genética entre todas as plantas cultivadas. Já foram identificadas cerca de 300 raças de milho e, dentro de cada raça, milhares de variedades. Sendo cultivado em praticamente todos os continentes, em todas as condições, porém, para cada região, existem milhos distintos com adaptação específica (Bahia Filho *et al.*, 2000; Teixeira, 2008).

No Brasil existem mais de 400 cultivares de milho inscritas no registro nacional de cultivares (RNC) do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento e, destas, aproximadamente uma centena de cultivares têm sementes disponíveis no mercado (Aguiar *et al.*, 2014). Uma plantação de milho é apresentada na figura 2.1.

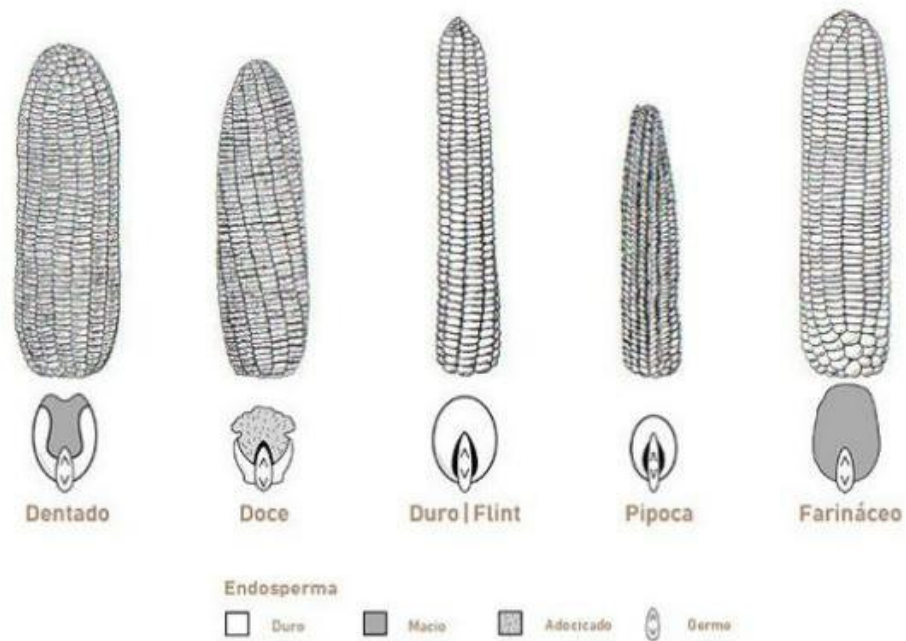
Figura 2.1 – Plantação de milho.



Fonte: Embrapa (2015)

Em função das mutações ocorridas nos milhos, existem hoje diferenças marcantes nas propriedades texturais, forma e quantidade de endosperma. Assim, existem milho duro, milho dentado, milho farináceo, milho ceráceo, milho pipoca e milho doce entre outros (Storck, 1991; Souza, 2007). A figura 2.2 ilustra essas variedades de milho.

Figura 2.2 – As cinco variedades de milho.



Fonte: Aliare (2022).

De acordo com a consistência e o formato, os grãos de milho podem ser: duro, dentado, semiduro e misturado. Textura e formato dos grãos são características importantes para a indústria de alimentos. A safra 2021/22, o milho de textura semidura foi o mais demandado pelo produtor, por ser o mais procurado pela indústria de transformação dos grãos, por que proporciona maior rendimento na fabricação de alimentos. O aumento de uso do milho semiduro tem a ver com a indústria de processamentos de alimentos, tanto humanos quanto animais, uma vez que esse tipo de grão proporciona maior rendimento industrial, além de permitir também mais tempo de armazenamento. No caso do semidentado, houve um crescimento da demanda de milhos especiais, como o milho-verde e o milho para silagem (Pereira Filho, 2022).

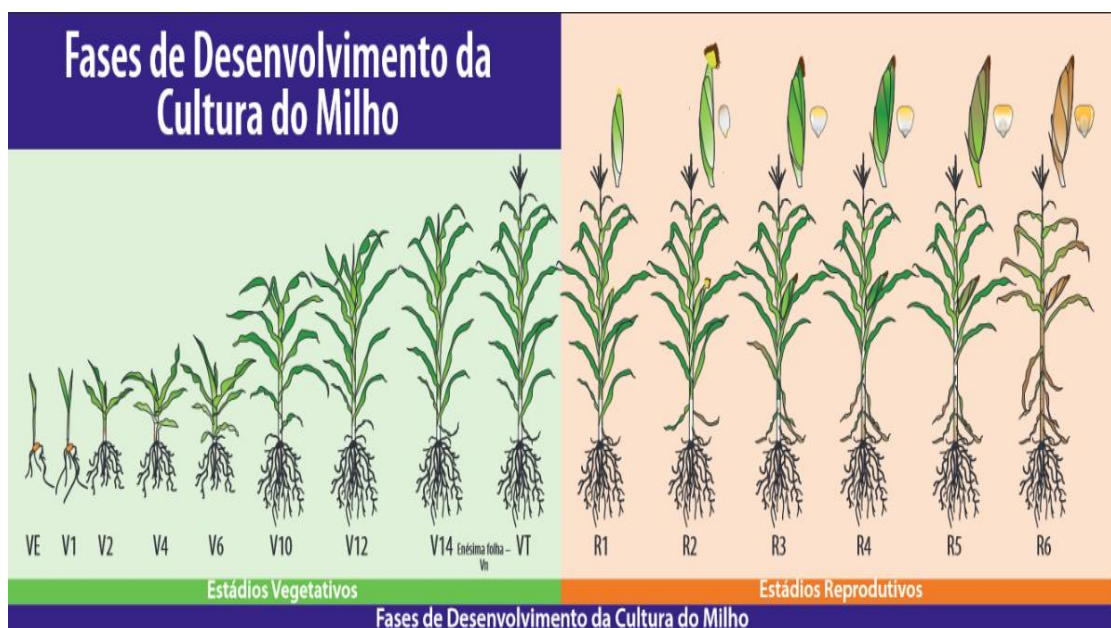
A produção de milho no Brasil destaca-se por ser cultivada em duas épocas de semeadura, em que a primeira safra ou safra de verão é realizada na primavera/verão durante o período chuvoso, sendo semeado entre setembro e dezembro, e a segunda safra ou safrinha,

como é conhecida pelos produtores, refere-se ao milho de sequeiro, comumente semeado após a colheita da soja, ou seja, de janeiro a abril (Marcondes, 2022).

O milho é uma cultura muito exigente em água. Entretanto, pode ser cultivado em regiões onde as precipitações vão desde 250 mm até 5000 mm anuais, sendo que a quantidade de água consumida pela planta, durante seu ciclo está em torno de 600 mm. O consumo de água pela planta, nos estádios iniciais de crescimento, num clima quente e seco, raramente excede 2,5 mm/dia. Durante o período compreendido entre o espigamento e a maturação, o consumo pode se elevar para 5 a 7,5 mm diários. Mas se a temperatura estiver muito elevada e a umidade do ar muito baixa, o consumo poderá chegar até 10 mm/dia (Cruz *et al.*, 2010).

De acordo com Fancelli (2015) e Ciampitti; Elmore & Lauer (2016), o crescimento e o desenvolvimento da planta de milho são divididos em dois estádios fenológicos: vegetativo (V) e o reprodutivo (R). Estes estádios estão melhor representados na figura 2.3.

Figura 2.3 – Fases de desenvolvimento da cultura do milho.



Fonte: Ciampitti; Elmore; Lauer (2016)

Estádio V0 ou 0 (germinação/emergência) - A ocorrência de temperatura e umidade favoráveis propiciam o desencadeamento do processo germinativo. A semente absorve água, aproximadamente 30% a 40% da sua massa e oxigênio suficiente para disparar o mecanismo de germinação. Em condições favoráveis, a emergência das plântulas de milho ocorrerá entre seis e dez dias após a semeadura.

Estádio V4 ou 1 (planta com quatro folhas totalmente desdobradas) - coincide, normalmente, com 12 a 20 dias após a emergência da planta. É neste estágio onde se dá o início do processo de diferenciação floral, que origina os primórdios da panícula e da espiga, bem como dá início à definição do potencial produtivo da espécie.

Estádio V8 ou 2 (planta apresentando quatro folhas) - coincide, normalmente, com o período compreendido entre 30 e 35 dias da emergência, sendo caracterizado pelo crescimento do colmo em diâmetro e comprimento, pela aceleração do processo de formação da inflorescência masculina e pelo início da confirmação do número de fileiras da espiga, além da presença de oito folhas desdobradas.

Estádio V12 ou 3 (plantas com 12 folhas) - relaciona-se, frequentemente, à sexta e à sétima semana após a emergência, sendo caracterizado pela presença de 85% a 90% da área foliar definida. Neste período ocorre também elevada taxa de crescimento do colmo, pendão e espiga superior, pode ocorrer também a perda de três a quatro folhas mais velhas, bem como o início do aparecimento das raízes adventícias aéreas (“esporões”), a partir dos nós imediatamente acima da superfície do solo. Sete a oito semanas após a emergência, normalmente, o pendão atinge o seu desenvolvimento máximo, ao mesmo tempo em que se inicia o crescimento dos estilos-estigma, comumente conhecidos como “cabelos” do milho, que mais tarde viabilizarão a fecundação dos óvulos pelos grãos de pólen.

Estádio VT ou 4 (aparecimento do pendão) - normalmente, coincide com a 8ª à 9ª semana após a emergência, e se caracteriza pelo aparecimento parcial do pendão, ou “flecha”, e pelo crescimento acentuado dos estilos-estigma.

Estádio R1 ou 5 (florescimento e polinização) - durante o período entre a 9ª e a 10ª semana, aproximadamente, após a emergência das plantas, inicia-se o florescimento, cessando as elongações do colmo e internódios. Neste estágio, as espigas expõem seus estilos-estigma, que continuam a crescer até que os mesmos sejam polinizados, dando sequência ao processo de fecundação do óvulo.

Estádio R2 ou 6 (grãos leitosos) - normalmente, ocorre entre 12 e 18 dias após a fecundação, sendo caracterizado pelo acúmulo de açúcares solúveis no endosperma dos grãos, contribuindo, assim, para o incremento de sua massa (densidade).

Estádio R3 ou 7 (grãos pastosos) - neste estágio, entre 20 e 32 dias após a emissão dos estilos-estigma, as sementes continuam se desenvolvendo rapidamente, embora suas estruturas embriônicas já se encontrem totalmente diferenciadas. A deposição de amido é bastante acentuada, caracterizando desta feita um período exclusivamente destinado ao ganho de peso, por parte do grão.

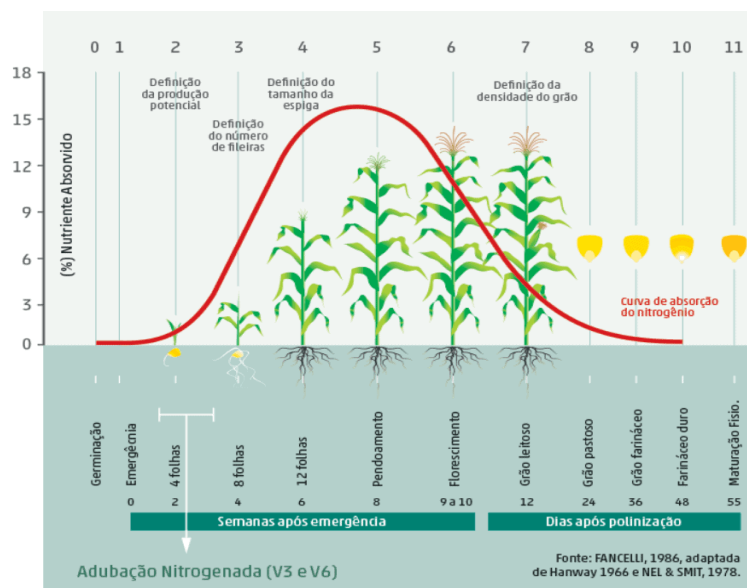
Estádio R4 ou 8 (grãos farináceos e início da formação de “dentes”) - coincide, normalmente, com o período compreendido entre o 32º e 40º dia, após o princípio da polinização, sendo caracterizado pelo aparecimento da concavidade na parte superior do grão, comumente designada de “dente” (válido para genótipos dentados). Nesta etapa, os grãos se encontram em fase de transição do estado pastoso para o farináceo, tornando-se cada vez mais endurecidos. No interior das sementes, o embrião e o endosperma continuam em pleno desenvolvimento, acompanhados da completa diferenciação da radícula e das folhas primárias.

Estádio R5 ou 9 (grãos “farináceos duros”) - entre 45 e 55 dias após a emissão dos estilos-estigma, constata-se acelerada perda de água em toda a planta e evidencia-se a maturação morfológica das sementes, cujas estruturas se encontram plenamente formadas e diferenciadas, porém, ainda não aptas a desempenhar suas funções específicas.

Estádio R6 ou 10 (maturidade fisiológica ou grãos fisiologicamente maduros) - na última etapa de desenvolvimento, entre 50 e 65 dias após o início da polinização, evidencia-se a paralisação total de acúmulo de matéria seca nos grãos, coincidindo com o processo de senescência natural das folhas das plantas, as quais, gradativamente, começam a perder sua coloração verde característica (degradação da clorofila).

Como se pode ver na figura 2.4, é na fase do pendoamento onde ocorre o pico de absorção de nitrogênio na planta de milho. Dessa forma, devemos garantir que haja a quantidade necessária desse nutriente no solo, que de uma maneira geral, não fica disponível de modo natural. Surge assim a denominada “adubação de cobertura”.

Figura 2.4 – Estágios fenológicos e curva de absorção do nitrogênio no milho.

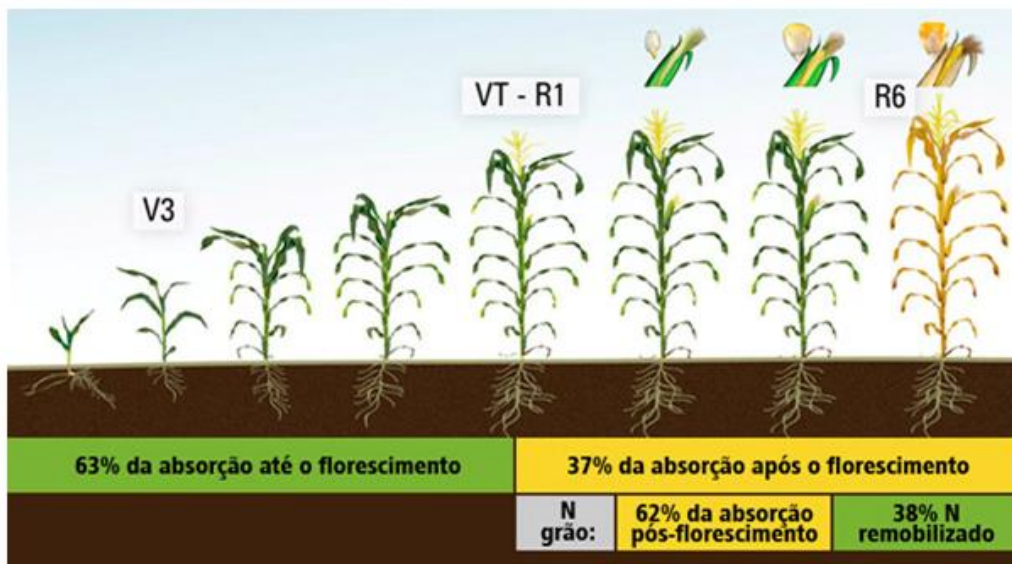


Fonte: Forseed (2023)

2.2 Adubação de cobertura em lavouras de milho

A adubação de cobertura é uma estratégia para manter o nível de nutrientes no solo durante o desenvolvimento da planta. A adubação de cobertura em plantas de milho precisa de observar os períodos em que a planta do milho precisa nutrientes. Na figura 2.5, é possível verificar que 63% da absorção do nitrogênio pela planta de milho ocorre até o florescimento e, 37% após o florescimento, portanto, é preciso manter a quantidade necessária do nitrogênio no solo.

Figura 2.5 – Porcentagem do N total na planta, absorvido antes e após o florescimento; e porcentagem do N no grão absorvido pós-florescimento (VT-R1) e remobilizado de outras partes da planta.



Fonte: Aegro (2023)

Em conformidade com a meta de produtividade e a análise de solo, aplicar 10 a 140 kg ha⁻¹ de nitrogênio (N), em cobertura, no solo, 30 dias após a germinação, época em que as plantas apresentam de 8 a 10 folhas totalmente expandidas. Doses superiores a 80 kg ha⁻¹ devem ser parceladas, aplicando-se o excedente, 20 a 30 dias após a primeira aplicação. Embora a adubação de cobertura seja uma referência à aplicação de nitrogênio, ela também contempla aplicações de potássio (K₂O) quando a dose de potássio (K₂O) exceder 60 kg ha⁻¹. A absorção dos nutrientes na planta de milho nos primeiros 30 dias é reduzida e aos 90 dias, a maior parte da demanda de nutrientes estará satisfeita. A grande intensificação na absorção de nutrientes ocorre no período de 30 a 60 dias, que é o mais adequado para se efetuar adubação de cobertura com elementos móveis como o nitrogênio. (Bahia Filho *et al.*, 1983).

Existem elementos considerados essenciais para o vegetal. Estes elementos devem observar três critérios a saber:

- a) na sua ausência, a planta não completa o ciclo de vida;
- b) a deficiência é específica para o elemento em questão e só é corrigida mediante o seu fornecimento; e
- c) o elemento está diretamente envolvido na nutrição da planta.

De acordo com Bahia Filho *et al.* (1983), com base nesses critérios são conhecidos 16 elementos essenciais que podem ser classificados em:

- a) elementos provenientes do ar e da água: carbono (C), oxigênio (O) e hidrogênio (H);
- b) macronutrientes: nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca), magnésio (Mg) e enxofre(S);
- c) micronutrientes: boro (B), cobre (Cu), cloro (Cl), ferro (Fe), manganês (Mn), molibdênio (Mo) e zinco (Zn).

2.3 Nitrogênio e seus derivados

Dentre os diversos nutrientes essenciais ao desenvolvimento e crescimento das plantas destaca-se o nitrogênio, pelas suas funções relevantes na produção e síntese de aminoácidos e apresenta-se em quantidades deficientes no solo (Bahia Filho *et al.*, 1983, Goes *et al.*, 2012).

A ureia é o principal fertilizante nitrogenado utilizado na adubação de cobertura no milho; no entanto, apresenta elevada suscetibilidade às perdas de N por volatilização de amônia. Uma alternativa é o tratamento da ureia com inibidor de urease ou revestimento com camadas de polímeros, classificados como fertilizantes nitrogenados de eficiência aumentada (Frazão *et al.*, 2014). O nitrogênio está diretamente relacionado com a fixação de carbono pela planta e com a síntese de aminoácidos. Apesar de ser nutriente mais exigido, o nitrogênio praticamente não existe nas rochas que dão origem aos solos, sendo que a fonte primária de nitrogênio é o ar. E ele vai parar no solo basicamente de duas formas: amônio (NH_4) e nitrato (NO_3^-) (Vieira, 2017).

O nitrogênio está associado ao crescimento vegetativo das plantas, ele participa da fotossíntese, aumenta a porcentagem total de proteínas, a porcentagem de óleo e também o peso da espiga. A sua deficiência provoca amarelecimento das folhas mais velhas em forma de ‘V’ deitado, morte prematura e espigas pequenas. A Figura 2.6 ilustra a importância de nitrogênio na planta de milho.

Figura 2.6 – Sintomas de deficiência nutricional de nitrogênio nas folhas e espigas do milho.



Fonte: FieldView (2023)

Os fertilizantes nitrogenados mais encontrados no mercado brasileiro são:

- a) Nitrocálcio, que apresenta cerca de 20% de N sendo a metade na forma nítrica e a outra metade na forma amoniacal. A sua vantagem é de apresentar a reação básica, evitando acidificação do solo;
- b) Sulfato de amônio, que constitui a fonte de fertilizante nitrogenado mais utilizado e contém 20% de N e 24% de enxofre;
- c) Ureia, esta fonte apresenta 42-46% de nitrogênio;
- d) Salitre do Chile, encerra em sua composição 16% de nitrogênio na forma de nitrato.

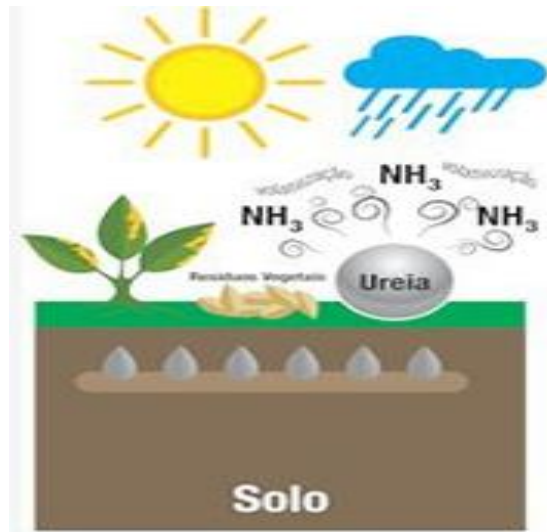
Embora haja diferentes tipos de fertilizantes no mercado, o fertilizante mineral se destaca pela maior concentração de nutrientes por matéria e pelo teor mais bem definido. Tais atributos tornam o seu uso no sistema agrícola mais simples. O fertilizante mineral foi um dos insumos que proporcionaram a agricultura intensiva (Vieira Filho & Gasques, 2023).

2.4 Perdas de nitrogênio por volatilização

A ureia é o fertilizante nitrogenado com alto teor de nitrogênio e menor custo e fácil manuseio, sendo o mais utilizado em muitos países, representando 70% de toda a quantidade de fertilizantes utilizadas na agricultura, mas, contudo, a sua desvantagem na agronomia é de apresentar altas perdas de NH_3 pelo processo de volatilização quando aplicada na superfície do solo e em condições climáticas inadequadas (Guelfi, 2017; Li, *et al.*, 2009). Após aplicação na superfície do solo, ocorre a hidrólise enzimática da ureia e o aumento de PH no entorno de grânulo do fertilizante que, dependendo das condições ambientais, pode contribuir para altos níveis de perdas por volatilização de amônia (Scivittaro, *et al.*, 2010).

Altas perdas de N por meio da volatilização de NH_3 podem ocorrer quando a ureia é aplicada superficialmente aos solos, pois reduz a eficiência do uso de fertilizantes (Cantarella *et al.*, 2018) (Figura 2.7).

Figura 2.7 – Perda de nitrogênio por volatilização de amônia.



Fonte: Agro Hemar (2023)

No Brasil, a adubação nitrogenada em cobertura na cultura do milho é realizada principalmente com ureia aplicada em superfície e sem incorporação. Este modo de aplicação contribui, aliado ao caráter higroscópico da ureia e às condições climáticas, para o aumento das perdas por volatilização (Frazão *et al.*, 2014).

A Ureia é outra fonte de N orgânico liberada continuamente no ambiente por meio de processos biológicos tal como a excreção de urina de mamíferos. Em ruminantes a ureia representa cerca de 50 a 75 % do N total excretado. A ureia pode ser também adicionada ao solo por meio de fertilizante, onde ela é hidrolisada para amônia e CO_2 pela enzima urease que é originária de microrganismos e de plantas, sendo, por isto, de ampla distribuição nos solos (Vieira; 2017).

A urease é uma enzima produzida por bactérias, plantas, fungos, algas e invertebrados; ainda, caracteriza-se por ter função catalítica de hidrolisar a ureia, (Figura 2.8), formando como produto final ácido carbônico e amônia, e por consequência aumenta o pH do meio como efeito reativo da reação (Pacheco *et al.*, 2019).

Figura 2.8 – Volatilização de amônia.



Fonte: Nutrisafra Fertilizantes (2024)

2.5 Fertilizantes de eficiência aumentada

Segundo Santos *et al.* (2021), os revestimentos duplos para a Ureia podem reduzir a volatilização da amônia e melhorar a eficiência do uso dos nutrientes em cultivo de milho. Os micronutrientes Zn, B e do inibidor de urease (N-(n-butil)) tiossulfônico triamida associada a um polímero orgânico reduzem as perdas de amônia (N-NH₃) e aumentam o rendimento do milho, assim como o rendimento em grãos em 15%. Assim a adição do polímero orgânico sozinho à ureia reduz as perdas de N por volatilização em comparação com a ureia granulada e a sua eficiência torna-se maior quando associada a adição de Zn e B.

A combinação da Ureia revestida do sulfato de Zn, com baixa percentagem de NBPT melhora o controle da volatilização da amônia em solo de baixo pH quando comparado à taxa de aplicação recomendada de NBPT. A combinação da ureia revestida de sulfato de Zn com compostos de boro proporciona controle de volatilidade de amônia (Adotey, 2017).

Atualmente, as novas abordagens para minimizar a volatilização de NH₃ centram-se no tratamento ou revestimento físico de fertilizantes ureicos para interromper temporariamente a hidrólise da ureia. Os fertilizantes de ureia modificados são muitas vezes referidos como fertilizantes nitrogenados de maior eficiência (Trenkel, 2010).

Os inibidores da urease usados em combinação com a ureia tem sido reconhecido como uma estratégia eficaz para suprimir a volatilização de NH₃ a partir de ureia superficialmente aplicada. A triamida tiossulfônica N-(n-butil) é geralmente classificada como um dos inibidores da urease mais eficaz (Trenkel, 2010).

Outra maneira para a redução da perda de NH₃ são inibidores inorgânicos da urease e revestimentos físicos tais como Zn. De acordo com Adotey, (2017) os micronutrientes como Zn, são exigidos pelas plantas em quantidades mínimas. A aplicação desses micronutrientes em taxas excessivamente altas também podem afetar negativamente o crescimento das plantas.

Portanto, o Zn não pode ser usado como a única estratégia para minimizar a perda de NH_3 por volatilização.

Estudos laboratoriais revelaram que a ureia revestida com um composto B pode inibir a atividade da urease e posteriormente reduzir a volatilização de NH_3 (Singh *et al.*, 2013).

De acordo com Trenkel (2010), a Ureia com revestimentos de nutrientes ou polímeros são fabricadas para sincronizar a liberação de N para atender à demanda de N de uma planta. No entanto, há estudos que mostram que Ureia revestida de polímeros e nutrientes podem reduzir a volatilização de NH_3 . Os fertilizantes que promovem a melhoria na eficiência agrônômica da adubação nitrogenada, em comparação aos fertilizantes convencionais são denominados fertilizantes de eficiência aumentada e classificam-se em:

- a) Fertilizantes nitrogenados convencionais (ureia, nitrato de amônio, sulfato de amônio, nitrato de cálcio e outros);
- b) Fertilizantes nitrogenados estabilizados (ureia é tratada com aditivos para estabilizar N e subdivide-se em aditivos para a inibição da urease e aditivos para a inibição da nitrificação);
- c) Fertilizantes nitrogenados de liberação lenta ou quimicamente modificados (são produtos da condensação da ureia com aldeídos. Os mais utilizados são UF, ureia metílico UM, IBDU e CDU);
- d) Fertilizantes nitrogenados de liberação controlada (fertilizantes nitrogenados convencionais, como Ureia, que tem alta solubilidade em água, aos quais são adicionados compostos para o recobrimento do grânulo que serve de barreira física e controla a passagem de N por difusão).

Os resultados de pesquisa em áreas de cultivo de milho mostram que a perda de N por volatilização da ureia + NBPT é de 8% do N aplicado. Portanto, a ureia tratada com NBPT promove 97% de redução nas perdas por volatilização em comparação a ureia convencional e também promove a redução e atraso nas perdas de nitrogênio N por volatilização (Guelfi, 2017).

Segundo Guelfi (2017), mais de 60 fatores determinam a produtividade das culturas. As tecnologias dos fertilizantes, as condições climáticas e de solo, a aplicação do fertilizante, o manejo da correção do solo e da adubação, o sistema de cultivo, a rotação de cultura e as exigências das culturas são alguns dos principais fatores que devem ser consideradas na escolha da dose de N adequada.

As tecnologias para fertilizantes podem reduzir as perdas de N em sistemas agrícolas e levar a melhoria na produtividade e qualidade das colheitas. Esse aumento na eficiência da

adubação deve sempre estar atrelado a maior rentabilidade econômica e menor impacto ambiental.

O NBPT (N-(n-butil) tiofosfórico triamida) é uma substância inibidora da urease, que se vem apresentando como das mais promissoras para a maximização do uso do nitrogênio da ureia em sistemas agrícolas (Espindula *et al.*, 2014).

2.6 Modelos de Regressão

O estudo envolvendo modelos de regressão teve origem no século XIX com Francis Galton. Em um dos seus trabalhos, ele verificou a relação entre a altura dos pais e dos filhos (X_i e Y_i) onde através de suas análises ele concluiu que se o pai fosse muito alto ou muito baixo, a altura do filho sempre tendia à média da população como um todo. Daí surgiu o nome regressão, pois ele percebeu que existe uma tendência dos dados se deslocarem ou regredirem à média da população (Demétrio; Zocchi, 2006).

Modelos de regressão são amplamente usados em diversas áreas de conhecimento e de aplicações, tais como: computação, engenharias, biologia, agronomia, saúde, sociologia, etc. O principal objetivo desta técnica é obter uma equação que explique satisfatoriamente a relação entre uma variável resposta e uma ou mais variáveis explicativas, possibilitando fazer previsão de valores da variável de interesse. Com modelos busca-se encontrar e descrever padrões de homogeneidade dentre a heterogeneidade observada em um conjunto de observações de Y. Tal procedimento permite: a) explicar, ao menos parcialmente o comportamento de Y; b) quantificar a influência das condicionantes em Y; c) selecionar, mediante algum critério, as condicionantes relevantes; d) predizer o comportamento de Y para estados observados e também não observados das condicionantes x; e) avaliar a incerteza associada a esse processo. Os estudos de uma série de problemas práticos, nas mais diversas áreas, podem ser formatados sob esta abordagem, o que faz com que os modelos de regressão sejam largamente adotados e, provavelmente, a mais utilizada dentre as metodologias estatísticas (Zeviani *et al.*, 2013).

Estatisticamente essa relação é representada como:

$$Y = f(X, \theta) + \varepsilon$$

em que, Y é o vetor com a variável resposta (variável dependente); X é o vetor de variáveis independentes; θ é o vetor de parâmetros $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ a ser estimado; $f(\cdot)$ é a função que acredita-se existir entre as variáveis; ε é o vetor de erros aleatório associado ao modelo, o qual pressupõe-se que seja independente e identicamente distribuído, em que $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Os modelos de regressão podem ser classificados de três formas que são: modelos lineares, modelos não lineares e modelos linearizáveis (Draper; Smith, 1998). A seguir, descrevemos apenas os modelos lineares e não lineares, visto que os linearizáveis em princípio são não lineares, que através de alguma transformação passam a ser lineares.

2.6.1 Modelos lineares

São aqueles lineares em seus parâmetros, na qual a derivada parcial em relação a cada parâmetro, não depende de nenhum parâmetro. Um exemplo de modelo linear é o modelo polinomial do segundo grau:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma X_i^2 + \varepsilon_i$$

com $\theta = (\alpha, \beta, \gamma)$ é um modelo de regressão linear porque as respectivas derivadas parciais em cada um dos parâmetros não dependem de parâmetros

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = 1, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = X \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \gamma} = X^2$$

Portanto, nenhuma derivada parcial depende de parâmetros.

2.6.2 Modelos não lineares

São aqueles não lineares em seus parâmetros, na qual pelo menos uma derivada parcial em relação aos parâmetros depende de ao menos um parâmetro. Considerando o modelo:

$$Y_i = \alpha e^{\beta X_i} + \varepsilon_i$$

Com $\theta = (\alpha, \beta)$, é um modelo não linear porque as respectivas derivadas parciais em relação a cada parâmetro obtém-se as derivadas parciais que dependem de parâmetros.

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = e^{\beta X} \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = \alpha X e^{\beta X}$$

Os modelos não lineares usualmente são sustentados por alguma informação sobre a relação entre Y e X. Esta informação está vinculada à diferentes graus de conhecimento como: 1) uma análise de um diagrama de dispersão de y contra x, 2) restrição da forma da função (ser monótona, ser sigmóide), 3) a solução de uma equação diferencial sustentada por algum princípio ou teoria, 4) ou a interpretação dos seus parâmetros (Zeviani *et al.*, 2013).

Um número crescente de pesquisadores acredita que as relações entre variáveis biológicas são melhor descritas por funções não lineares. Processos como crescimento, decrescimento, nascimento, mortalidade, abundância, competição e produção raramente são relacionadas linearmente às variáveis explicativas. Os modelos não lineares são os que melhor

descrevem processos mecânicos que apresentam aspecto sigmoide de crescimento ou acúmulo. Sendo úteis também por acomodarem as restrições referentes aos tais processos como estudo da produção-adubação, os incrementos regulares de adubo (x) não geram incrementos regulares, mas incrementos decrescentes na produção de (Y) e que a produção vai estabilizar após certo nível, pois passa ser limitada por outro fator, mesmo que a adubação seja aumentada indefinidamente.

Os modelos não lineares são mais realistas, o fato que se deve aos seus parâmetros apresentarem uma interpretação prática e ainda tenderem a serem mais parcimoniosos que os lineares (Fernandes *et al.*, 2015).

2.6.3 Características dos modelos não lineares

Os modelos não lineares apresentam algumas características específicas em relação aos lineares, conforme Zeviani *et al.* (2013), que são:

- a) Suas escolhas têm sustentabilidade baseada em teoria ou princípios mecânicos (físicos, químicos ou biológicos) ou qualquer outra informação;
- b) Certos parâmetros são quantidade de interesse para o pesquisador provido de interpretação;
- c) São parcimoniosos pois tipicamente possuem menos parâmetros;
- d) Partem do conhecimento do pesquisador, sobre o fenômeno alvo;
- e) Requerem procedimentos iterativos de estimação baseados no fornecimento de valores iniciais para os parâmetros;
- f) Métodos de inferência são aproximados;
- g) Exigem conhecimento do pesquisador sobre o fenômeno alvo.

A literatura apresenta vários modelos não lineares, cada um dos modelos possui finalidades específicas. Os modelos de crescimento mais utilizados para descrever o padrão sigmoide, segundo (Fernandes *et al.*, 2015) são: modelo Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody.

2.6.4 Modelo Logístico ou Autocalítico

Este modelo foi inicialmente proposto pelo matemático Pierre François Verhulst em 1838 com a finalidade de descrever o crescimento de populações humanas (Seber; Wild, 2003). Este modelo é adequado à representação de dados de crescimento de organismos vivos, onde o crescimento inicial é exponencial e, após o ponto de inflexão, assintótico (Mischan; Pinho,

2014). Das várias parametrizações deste modelo, a que apresenta interpretação prática direta para todos parâmetros, segundo Fernandes *et al.* (2015) é dado por:

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{k(\beta-x_i)}} + \varepsilon_i$$

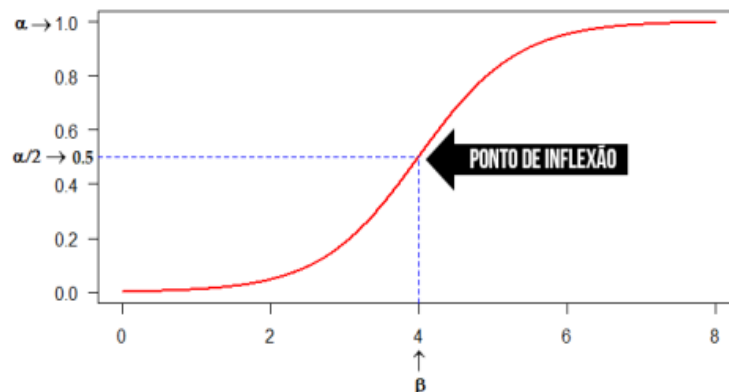
em que $i = 1, 2, \dots, n$; Y_i é a i -ésima observação da variável dependente; x_i é a i -ésima observação da variável independente; α é o valor assintótico máximo que a característica em estudo pode atingir; β é a abscissa do ponto de inflexão, em que, considerando a curva de crescimento, ela inicia uma trajetória côncava, antes convexa; k é o índice de crescimento ou maturidade que, quanto maior for o seu valor, menos tempo será necessário para a característica em estudo atingir o valor assintótico (α); ε_i é o erro aleatório associado à i -ésima observação com o pressuposto que seja independente e identicamente distribuído seguindo uma distribuição normal de média zero e variância constante, ou seja $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. (Fernandes *et al.*, 2014).

O modelo Logístico tem a reta $y = \alpha$ como assintota horizontal, a medida que $x_i \rightarrow \infty$ e a curva é simétrica em relação ao ponto de inflexão cuja abscissa é $x = \beta$ no qual ocorre a mudança da concavidade da curva. Este valor da abscissa anula a derivada parcial da segunda ordem da função (Mischan; Pinho, 2014). Substituindo-se essa abscissa na função tem-se:

$$y = \frac{\alpha}{1 + e^{k(\beta-x_i)}} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{1 + e^{k(\beta-\beta)}} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{2}; \text{ (50\% de } \alpha \text{)}$$

Desta forma, modelo Logístico tem ponto de inflexão dado pelas coordenadas $(\beta, \frac{\alpha}{2})$. Este ponto ocorre exatamente na metade do valor assintótico (α), por isso que a função é simétrica em relação ao ponto de inflexão.

Figura 2.9 – Curva sigmoidal do modelo Logístico.



Fonte: Frühauf (2018)

A função logística não apresenta valores extremos, não há máximos e nem mínimos. Ela possui um ponto de inflexão.

2.6.5 Modelo Gompertz

Este modelo foi proposto em 1825, por Benjamin Gompertz para o estudo das tábuas de vida e posteriormente passou a ser utilizado por outros pesquisadores para modelar a curva de crescimento em fenômenos biológicos, como estudos populacionais e crescimento animal (Seber; Wild, 2003). Das várias parametrizações deste modelo, a que apresenta melhor interpretação prática dos parâmetros, de acordo com Fernandes *et al.* (2015) é dado a seguir por:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{k(\beta-x_i)}} + \varepsilon_i$$

O modelo Gompertz é bastante semelhante ao modelo logístico apresentando, também, um crescimento inicial exponencial e, a seguir assintótico e os seus parâmetros têm a mesma interpretação prática igual a interpretação do modelo Logístico (Mischan; Pinho, 2014).

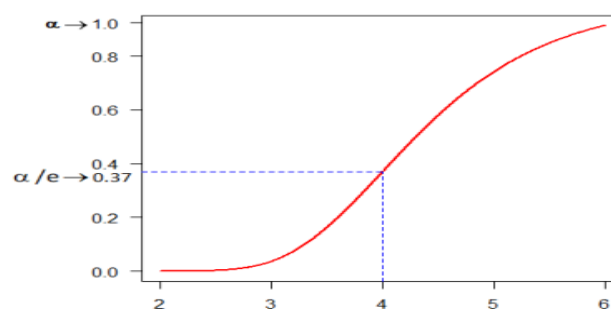
A curva do modelo Gompertz possui a reta $y = \alpha$ como assintota horizontal na medida que $x_i \rightarrow \infty$ e a abcissa do ponto de inflexão é achada com a derivada de segunda ordem do modelo igualando-se a zero, dada por $x = \beta$ e substituindo na função tem-se:

$$y = \alpha e^{-e^{k(\beta-x_i)}} \Rightarrow y = \alpha e^{-e^{k(\beta-\beta)}} \Rightarrow y = \alpha e^{-1} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{e}; (37\% \text{ de } \alpha)$$

As coordenadas de ponto de inflexão são dadas por $(\beta; \frac{\alpha}{e})$ em que o valor de $e \approx 2,7183$.

Como $\frac{\alpha}{e} < \frac{\alpha}{2}$, observa-se que o ponto de inflexão no modelo Gompertz ocorre antes do Logístico, sendo que a curva não simétrica em relação ao ponto de inflexão.

Figura 2.10 – Curva sigmoideal do modelo Gompertz.



Fonte: Frühauf (2018)

A função Gompertz não apresenta valores extremos, isto é, não há máximos nem mínimos, mas ela possui um ponto de inflexão (Mischan; Pinho, 2014).

2.6.6 Modelo von Bertalanffy

Proposto por Ludwing von Bertalanffy em 1938 com o objetivo de estudar o crescimento animal e se mostrou muito útil na descrição de curvas de crescimento populacional de peixes e de crustáceos (Seber; Wild, 2003). Das várias parametrizações deste modelo, a que apresenta melhor interpretação prática dos parâmetros, de acordo com Fernandes *et al.* (2020) é dado a seguir por:

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(\beta-x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$$

Este modelo apresenta formato sigmoidal e assemelha-se aos modelos Logístico e Gompertz e a interpretação dos seus parâmetros é a mesma dada aos modelos Logístico e Gompertz.

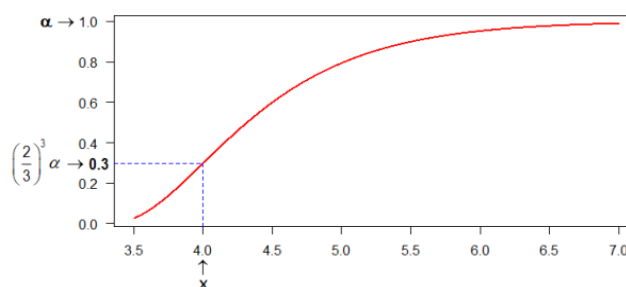
A reta $y = \alpha$ é assíntota horizontal da função. O ponto de inflexão que resulta da igualdade a zero da derivada parcial em relação ao parâmetro β (Mischan; Pinho, 2014). Substituindo-se essa abcissa na função tem-se:

$$y = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(\beta-\beta)}}{3} \right)^3 \Rightarrow y = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(0)}}{3} \right)^3 \Rightarrow y = \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \right)^3 \Rightarrow y = \alpha \left(\frac{2}{3} \right)^3$$

$$y = \alpha \left(\frac{8}{27} \right); (30\% \text{ de } \alpha)$$

O modelo von Bertalanffy possui o ponto de inflexão em $\left(\beta, \frac{8\alpha}{27} \right)$ que ocorre precocemente em relação aos dois modelos anteriores. Portanto, esta curva não é simétrica em relação ao ponto de inflexão.

Figura 2.11 – Curva sigmoidal do modelo von Bertalanffy.



Fonte: Frühauf (2018)

A função von Bertalanffy não apresenta valores extremos, isto é, não há máximos nem mínimos, mas ela possui dois pontos de inflexão (Mischan; Pinho, 2014).

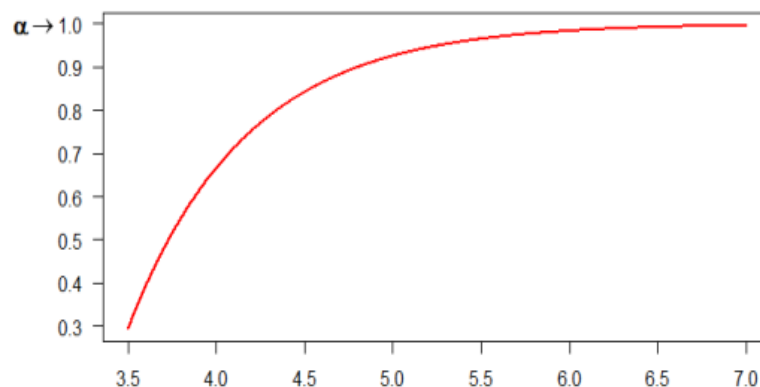
2.6.7 Modelo Brody

Este modelo foi proposto por Samuel Brody em 1945, é adequado a descrição de dados de crescimento de organismos, quando este se dá a taxas decrescentes desde o início até a fase final assintótica. A curva de crescimento para este modelo não apresenta padrão sigmoidal, pois não possui ponto de inflexão (Mischan; Pinho, 2014). A parametrização deste modelo é dada por:

$$Y_i = \alpha(1 - \beta e^{-kx_i}) + \varepsilon_i$$

Os parâmetros deste modelo têm a mesma interpretação aos do modelo Logístico exceto o parâmetro β que não possui interpretação prática, pelo fato de que a curva de crescimento não apresentar ponto de inflexão (Mischan; Pinho, 2014).

Figura 2.12 – Curva não sigmoidal do modelo Brody.



Fonte: Frühauf (2018)

A função Brody não apresenta valores extremos, isto é, não há máximos nem mínimos.

2.6.8 Modelos não lineares na literatura

Vários autores usaram modelos de regressão não linear para avaliar diferentes novas tecnologias de fertilizantes para reduzir as perdas de N em sistemas agrícolas com a finalidade de aumentar a eficiência do uso de nitrogênio para as plantas.

Minato *et al.* (2020) estudaram a liberação controlada de fertilizantes nitrogenados, caracterização, volatilização de amônia e efeitos no milho da segunda safra tendo utilizado o

modelo de regressão não linear Logístico para avaliar a variável volatilização da amônia e verificaram que os fertilizantes nitrogenados de liberação controlada têm mostrado grande potencial para reduzir as perdas de N e sincronizam a liberação de N de acordo com a demanda da cultura e melhora o uso eficiente de nitrogênio.

Santos *et al.* (2023), pesquisaram sistemas de cultivo de milho e tecnologias de fertilizantes nitrogenados que afetam a volatilização da amônia em solos tropicais brasileiros, tendo usado o modelo de regressão não linear Logístico verificaram que a adoção de tecnologias para fertilização nitrogenada reduz as perdas por de $N-NH_3$ por volatilização em comparação com a ureia pura.

Reis *et al.* (2014) utilizaram modelos de regressão não linear para aplicar a grupos de acessos de alho, onde teve como objetivo comparação de modelos de regressão aptos para descreverem o acúmulo da massa seca de diferentes partes da planta de alho ao longo do tempo tendo ajustados modelos de regressão não linear (Mitscherlich, Gompertz, Logístico, Brody e von Bertalanffy) e verificaram que o modelo Logístico melhor se ajustou aos dados.

Freitas *et al.* (2000) utilizaram a função de crescimento monomolecular Logística para estimar perdas acumuladas de amônia a partir de adubos de nitrogênio aplicado superficialmente em pastagens, de onde eles verificaram que a função estimou adequadamente as perdas acumuladas de amônia, pois os valores de coeficientes de determinação foram superiores a 88,0%.

Salvador *et al.* (2023) comparam a perda de nitrogênio em fertilizantes aplicados ao cafeeiro por meio das estimativas do modelo Gompertz, tendo constatado que o fertilizante nitrogenado convencional ureia apresentou maior perda acumulada de N no cafeeiro, já os fertilizantes nitrogenados estabilizados Ureia + NBPT e nitrato de amônio não apresentaram diferenças significativas entre si.

O uso de novas tecnologias para fertilizantes, tem proporcionado aumento significativo na produtividade das culturas agrícolas no Brasil. Na tentativa de aumentar o uso eficiente de N reduzindo as perdas na forma de $N-NH_3$, são utilizadas diversas técnicas tal como a técnica da utilização de fertilizantes estabilizados contendo inibidores de urease como por exemplo N-butil tiofosfórico triamida (NBPT) (Fonseca, 2021).

2.7 Método de estimação dos parâmetros em modelos não lineares

A obtenção das estimativas dos parâmetros em modelos não lineares pode ser feita de vários métodos dentre eles, por meio de método de mínimos quadrados (MMQ). Para os

modelos de regressão não linear, o sistema de equações normais (SEN) não é resolvido facilmente, sendo necessário métodos iterativos na obtenção dessas estimativas.

2.7.1 Método dos mínimos quadrados

O método de MMQ não requer que nenhuma pressuposição seja satisfeita, mas para que alguma inferência seja feita sobre as estimativas dos parâmetros é necessário que alguns pressupostos em relação ao vetor dos erros sejam atendidos. Assim, os erros devem ser independentes, identicamente distribuídos seguindo uma distribuição normal de média zero e variância homogênea (Seber; Wild, 2003).

Segundo Gallant (1987), o método dos mínimos quadrados pode ser classificado de acordo com a sua estrutura de erros da seguinte maneira:

2.7.2 Modelos ordinários

Modelos ordinários são aqueles em que a distributividade dos erros não viola nenhuma das pressuposições, isto é, os erros são independentes, igual e identicamente distribuídos (iid.) com distribuição normal de média zero e variância homogênea, ou seja $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, I\sigma^2)$.

Um modelo não linear pode ser escrito matricialmente como:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Em que:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f(X_1, \boldsymbol{\theta}) \\ f(X_2, \boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f(X_n, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Tem se que

$$E[\mathbf{Y}] = E[f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}] = E[f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})] + E[\boldsymbol{\varepsilon}] = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$$

Desta forma, o resíduo é dado pela diferença entre o valor real e o valor esperado,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$$

$SQRes(\boldsymbol{\theta})$ associada a equação do modelo (\mathbf{Y}) é dada pela expressão:

$$SQRes(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})]'[\mathbf{Y} - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})]$$

$$SQRes(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})]'f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$$

Esta é a forma quadrática e seu ponto crítico é encontrado igualando a zero a derivada de $SQRes(\boldsymbol{\theta})$.

$$\frac{\partial SQRes(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = -2\mathbf{Y}' * \frac{\partial f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial [f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})]'}{\partial \boldsymbol{\theta}} * f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})]' * \frac{\partial f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

em que $\frac{\partial SQRes(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ é matriz de derivadas parciais conhecida como matriz jacobiana que contém derivadas da primeira ordem, de dimensão $n \times p$, onde n é o número de observações e p é a quantidade de parâmetros do modelo. A representação da matriz jacobiana é a seguinte

$$\frac{\partial SQRes(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(X_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_1)} & \frac{\partial f(X_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(X_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_p)} \\ \frac{\partial f(X_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_1)} & \frac{\partial f(X_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(X_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_p)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(X_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_1)} & \frac{\partial f(X_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(X_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial(\theta_p)} \end{bmatrix}$$

Chamando a matriz jacobiana por \mathbf{J} e tendo em conta a propriedade de transposta de matrizes $(\mathbf{A}'\mathbf{B})' = \mathbf{B}'\mathbf{A}$, temos:

$$-2\mathbf{Y}'\mathbf{J} + 2[f(\mathbf{X}, \hat{\boldsymbol{\theta}})]'\mathbf{J} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{J}'f(\mathbf{X}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{J}'\mathbf{Y}$$

Esse é o sistema de equações normais (SEN) para o modelo não linear, em que a matriz \mathbf{J} e $f(\mathbf{X}, \hat{\boldsymbol{\theta}})$ ainda dependem de vetor de parâmetros $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

2.7.3 Modelos Ponderados

São aqueles em que a distribuição dos erros viola a pressuposição de homogeneidade de variâncias (homocedasticidade), $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{D}\sigma^2)$, em que \mathbf{D} é uma matriz diagonal, positiva definida, onde os elementos da diagonal são os pesos que ponderam a variância.

No modelo não linear

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Com $E[\boldsymbol{\varepsilon}] = \mathbf{0}$ e

$$E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'] = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_n \end{bmatrix} \sigma^2$$

Pelo fato de elementos fora da diagonal principal da matriz \mathbf{D} serem nulos, então fica válida a pressuposição de ausência de covariância entre os erros das observações, isto é, $E[\boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_j] = 0$ para $i \neq j$. Desta forma, pode-se definir a matriz diagonal \mathbf{P} cujos elementos são dados por $\lambda_i = \frac{1}{\sqrt{D_i}}$ em que $i = 1, 2, \dots, n$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

E tem-se que $\mathbf{P}\mathbf{P} = \mathbf{D}^{-1}$ e $\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}^{-1}$

Pré-multiplicando a cada termo do modelo $\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ por \mathbf{P} , obtém-se o modelo

$$\mathbf{P}\mathbf{Y} = \mathbf{P}f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon} \Rightarrow \mathbf{Y}^* = f^*(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}^*$$

No modelo $\mathbf{Y}^* = f^*(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}^*$, o vetor dos erros é dado por $\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}$, já que $E[\boldsymbol{\varepsilon}^*] = 0$

Nota-se que $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}$ e lembrando que $E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'] = \mathbf{D}\sigma^2$, obtém-se;

$$\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}^*) = \text{Var}(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{P}' = \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{P}'\sigma^2 = \mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\sigma^2 = \mathbf{I}\sigma^2$$

logo o modelo $\mathbf{P}\mathbf{Y} = \mathbf{P}f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}$

Possui resíduos homocedásticos e dessa forma, a esse modelo pode-se aplicar as fórmulas de mínimos quadrados ordinários.

2.7.4 Modelos generalizados

São aqueles modelos em que a distribuição dos erros viola as pressuposições de independência e homocedasticidade de variâncias, logo os erros são correlacionados e possivelmente heterocedásticos.

Segundo Seber e Wild (2003) admitem que no modelo não linear

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Tem-se que: $E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0$

- $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \mathbf{W}\sigma^2)$ onde \mathbf{W} é uma matriz simétrica positiva definida e, os elementos da diagonal principal são ponderações das variâncias e fora dela, a correlação dos erros;
- $E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0$;
- $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{W}\sigma^2$.

Onde a matriz \mathbf{W} é:

$$\mathbf{W} = \frac{\sigma_a^2}{1 - \phi_1^2} \begin{bmatrix} \lambda_1 & \phi_1 & \phi_1^2 & \dots & \phi_1^{n-1} \\ \phi_1 & \lambda_2 & \phi_1 & \dots & \phi_1^{n-2} \\ \phi_1^2 & \phi_1 & \lambda_3 & \dots & \phi_1^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1^{n-1} & \phi_1^{n-2} & \phi_1^{n-3} & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

2.8 Métodos iterativos

Como não é possível isolar o parâmetro θ , então para minimizar $SQRes(\theta)$ é necessário o uso de algum método numérico iterativo. Na literatura vários métodos numéricos iterativos são propostos, como por exemplo, o método Newton-Raphson, método, método Gauss-Newton, método Steepest-Descent, método de Marquardt, entre outros.

Para obter estimativas de parâmetros em modelos de regressão não linear, é comum a utilização do algoritmo conhecido como método de Gauss-Newton, que se baseia em aproximações lineares para a função esperança $f(\mathbf{X}, \theta)$ a cada passo.

2.8.1 Método de Gauss-Newton

Este método consiste no desenvolvimento em série de Taylor de valor de função $f(\theta) = f(\theta^a) + F(\theta^a)(\theta - \theta^a) + \dots$ em que $F(\theta^a)$ é a matriz de primeiras derivadas de \mathbf{X} , avaliadas no ponto θ^a . Substituindo os termos dessa expressão no SEN, tem-se então:

$$\mathbf{X}'f(\theta) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}'[f(\theta^{(a)}) + F(\theta^{(a)})(\theta - \theta^{(a)})] = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

E fazendo $F(\theta^{(a)}) = \mathbf{X}$ resulta em:

$$\mathbf{X}'[f(\theta^{(a)}) + \mathbf{X}(\theta - \theta^{(a)})] = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

E utilizando a propriedade distributiva em \mathbf{X}

$$\mathbf{X}'f(\theta^{(a)}) + \mathbf{X}'\mathbf{X}(\theta - \theta^{(a)}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Substituindo $\mathbf{X}'f(\theta^{(a)})$ nos dois membros da igualdade

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\theta - \theta^{(a)}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{X}'f(\theta^{(a)})$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\theta - \theta^{(a)}) = \mathbf{X}'[\mathbf{Y} - f(\theta^{(a)})]$$

Nota-se que $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - f(\theta^{(a)})$

Fazendo a pré-multiplicação da igualdade pela inversa de $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ obtém-se:

$$(\theta - \theta^{(a)}) = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Assim, a forma iterativa de Gauss é dada por:

$$\theta = \theta^{(a)} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Devido a aproximação $\theta^{(a)}$, a próxima aproximação é dada por:

$$\theta^{(a+1)} = \theta^{(a)} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

que resulta no processo iterativo conhecido como Método de Gauss-Newton. O processo da última expressão é repetido até a obtenção da convergência mediante um critério pré-estabelecido.

2.9 Importância de bons valores iniciais

A escolha de bons valores iniciais em todos procedimentos iterativos para a obtenção das estimativas dos parâmetros permite em uma rápida convergência, enquanto uma escolha pobre resulta em convergência lenta, convergência para um mínimo local, ou mesmo divergência. Não existe qualquer método padrão para obter estimativas iniciais. O método mais frequente é através da utilização de uma informação prévia (Draper & Smith, 1998).

De acordo com Draper e Smith (1998), existem alguns procedimentos para a obtenção de valores iniciais, tais como:

a) Linearização

Consiste em ignorar o erro aleatório e depois ter em conta a forma do modelo, se pode ser transformada em forma linear por meio de uma transformação. Em tais casos, a regressão linear pode ser utilizada para obter os valores iniciais;

b) Resolver um sistema de equações

Se houver p parâmetros, substituir p conjuntos de observações (x_i, y_i) dentro de modelo postulado, ignorando o erro e depois resolver as p equações resultantes para os parâmetros, se possível. Pontos amplamente separados, muitas vezes funcionam melhor;

c) Usando as propriedades do modelo

Considera o comportamento da função de resposta com x_i indo para zero ou infinito, e substitui por observações que mais de perto representam as condições na escala e contexto do problema. Resolver, se possível, as equações resultantes;

d) Método gráfico

É a forma de obtenção das estimativas dos valores iniciais através da representação gráfica dos dados (diagrama de dispersão), ou em pacotes como shiny e manipulate. Atualmente é o mais utilizado, ressaltando que para tal, é necessário certo conhecimento do pesquisador sobre os parâmetros do modelo.

2.10 Análise de resíduo

Os resíduos de um modelo de regressão são as diferenças entre os valores observados e

os valores ajustados. Estas diferenças podem ser resultados de efeitos de variáveis externas (variáveis explicativas omitidas), variabilidade natural entre os indivíduos e eventuais erros de medida na variável resposta.

Na estimação dos parâmetros do modelo, supõe-se que os pressupostos sobre os resíduos como a independência, normalidade e homocedasticidade são atendidas, daí que, a partir do ajuste, são obtidos resíduos ordinários e depois é que é realizada a análise de resíduo que tem como objetivo de verificar se o modelo é adequado para se conseguir fazer inferência (Seber; Wild, 2003).

De acordo com Bates e Watts (1988), os erros devem ter média zero ($E[\varepsilon] = 0$), devem ser normalmente distribuídos, homocedásticos ($Var(\varepsilon) = E[\varepsilon^2] = \sigma^2$) e independentes ($Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$).

Para a verificação destes pressupostos, foram utilizados os seguintes testes:

O teste de normalidade de Shapiro-Wilk que foi utilizado para verificar o pressuposto da normalidade em que a hipótese nula é de que os resíduos seguem uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 .

O teste de Breusch-Pagan que foi utilizado para verificar o pressuposto de homocedasticidade de variâncias em que a hipótese nula é de que as variâncias residuais são homogêneas.

O teste de Durbin-Watson que foi utilizado para verificar o pressuposto da independência dos resíduos que tem como a hipótese nula de os resíduos são independentes.

2.11 Avaliadores de qualidade de ajuste

Quando vários modelos são ajustados a um mesmo conjunto de dados, o objetivo seguinte consiste em compará-los e escolher o melhor, ou alguns que sejam bons e passam a representar adequadamente o processo em estudo. Um bom modelo deve se ajustar o melhor possível aos dados observados (Mischan; Pinho, 2014).

2.11.1 Coeficiente de determinação ajustado

Segundo Draper e Smith (1998), o coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) é indicado para comparar a qualidade de ajuste oferecida pelos modelos com número diferente de parâmetros, o qual faz uma ponderação em relação ao número de parâmetros do modelo e pode ser calculado por:

$$R_{aj}^2 = \left[\frac{(1 - R^2)(n - i)}{n - p} \right]$$

em que, n é o número de observações; i está relacionado com o ajuste do intercepto na curva, sendo igual a 1 se houver intercepto e 0 para o caso contrário; p é o número de parâmetros do modelo e R^2 é o coeficiente de determinação estimado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQRes}{SQT}$$

em que, $SQRes$ é a soma de quadrados do resíduo e SQT , à soma de quadrados total. Será considerado como melhor modelo aquele que apresentar maior valor do R_{aj}^2 .

2.11.2 Critério de informação de Akaike

Proposto por Akaike (1974), é uma medida de comparação e seleção de modelos. Um bom modelo para representar o processo em estudo, não basta que ele se ajuste bem aos dados, mas também que possa descrever adequadamente a população em estudo (Mischan; Pinho, 2014). O critério de informação de Akaike é dado pela expressão:

$$AIC = n \ln \left(\frac{SQRes}{n} \right) + 2p$$

em que: n é o número de observações, \ln é o operador logaritmo natural, $SQRes$ é a soma dos quadrados dos resíduos e p é a quantidade de parâmetros no modelo.

A sua interpretação como avaliador de qualidade de ajuste é de menores valores de AIC representam maior qualidade e simplicidade do modelo, portanto, permite a utilização do princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo.

2.11.3 Desvio padrão residual

É a distância entre os valores observados e as estimativas do modelo ajustado. O desvio padrão residual é dado por:

$$DPR = \sqrt{\frac{SQRes}{n - p}}$$

em que: $SQRes$ é a soma de quadrados dos resíduos, n é o número de observações e p é o número de parâmetros do modelo.

A sua interpretação como avaliador de qualidade de ajuste é de que o modelo que apresentar o menor valor de DPR é que possui o melhor ajuste aos dados.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção é apresentada a descrição dos dados de cinco fertilizantes utilizados nesta pesquisa, os modelos não lineares ajustados, os métodos de estimação dos parâmetros do modelo não linear e do software utilizado na estimação dos parâmetros.

3.1 Material

Os dados analisados nesta pesquisa para obtenção das estimativas de parâmetros e ajuste de modelos foram extraídos de Fonseca (2021). Trata-se de um experimento que foi conduzido durante o período entre novembro de 2020 e maio de 2021 no município de Lavras, cujas coordenadas geográficas são (21° 16' 00" S; 44° 57' 27" W), com clima do tipo Cwa com inverno seco e verão chuvoso subtropical, com temperatura média de 19,9°C. O solo da área experimental é classificado como Latossolo Vermelho. O mapa de localização da área experimental é apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Localização da área experimental no município de Lavras.



Fonte: Adaptado de Fonseca (2021)

O experimento foi realizado em delineamento em blocos ao acaso em esquema fatorial com tratamento adicional 5x3+1 com três repetições, totalizando 48 unidades experimentais, onde o fator 1 corresponde a cinco tipos de fertilizantes (Ureia pura, UNBPT1, UNBPT2, UNBPT3 e UNBPT4) e três doses nitrogenadas de (50, 100, 150 kg ha^{-1}) mais um testemunha.

Neste trabalho, usou-se apenas dados dos fertilizantes e os tratamentos consistiram na aplicação de 5 fontes de diferentes formulações de inibidores de urease. Estas tecnologias são desenvolvidas com o objetivo de amenizar as perdas acumuladas de nutrientes no solo. A mais difundida é o N-butil tiofosfórico triamida (NBPT).

Foram utilizados os seguintes tratamentos neste trabalho:

- a) Ureia granulada ou pura (UGRAN);
- b) Ureia + NBPT + NPPT (UNBPT1);
- c) Ureia + aduto de NBPT (UNBPT2);
- d) Ureia + NBPT (UNBPT3);
- e) Ureia + NBPT (UNBPT4).

A variação da concentração de NBPT na Ureia tratada é apresentada na tabela 3.1, obtendo deste modo os cinco os tratamentos em estudo.

Tabela 3.1 – Variação na Concentração de NBPT na Ureia tratada para diferentes formulações de inibidores de urease.

Tratamentos	Concentração de NBPT (mg kg ⁻¹)
U _{GRAN}	0
U _{NBPT 1}	460*
U _{NBPT 2}	250**
U _{NBPT 3}	760
U _{NBPT 4}	600

* De acordo com informações do fabricante esse produto tem 75% de NBPT e 25% de NPPT (Relação 3:1), dessa forma não foi possível a detecção do NPPT na amostra por HPLC, justificando menores teores do inibidor em relação aos demais tratamentos.

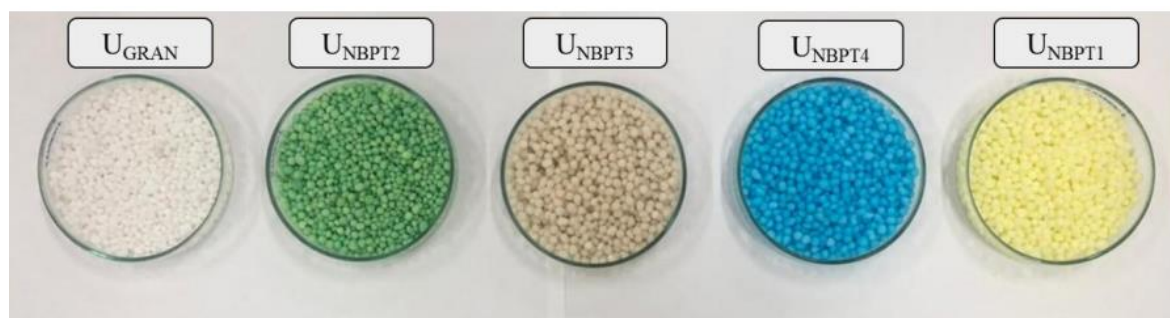
**De acordo com informações do fabricante desse produto, 50% do NBPT presente está na forma de um aduto dessa molécula, dessa forma não foi possível a detecção total do NBPT na amostra por HPLC, justificando menores teores do inibidor em relação aos demais tratamentos

Fonte: Fonseca (2021)

Todos os tratamentos, com exceção da UNBPT2, foram preparados no Laboratório de Tecnologias para Fertilizantes da Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais, Brasil.

De acordo com Fonseca (2021), pensando em como avaliar o comportamento das amostras usadas para adubação em campo, elas foram armazenadas em saquinhos plásticos lacrados e identificados e permaneceram em ambiente com temperatura e umidade relativa do ar em torno de 25°C e 76% respectivamente (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Tecnologias de fertilizantes utilizadas no experimento



Fonte: Fonseca (2021)

A semeadura do milho no experimento foi realizada com o híbrido AG8070 PRO3 que apresenta elevado potencial produtivo e tolerância a pragas e doenças, na primeira safra de 2020 no mês de novembro.

A adubação nitrogenada em cobertura foi em uma única aplicação entre o 15° ao 45° dia, de forma manual, nas doses de 50, 100 e 150 kg ha⁻¹. A quantificação das perdas de N na forma de amônia nos experimentos foi realizada nas parcelas adubadas com a dose de 150 kg N ha⁻¹. As coletas de esponjas foram realizadas no 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, 9°, 11°, 13°, 15°, 21° e 30° dias após a aplicação dos fertilizantes totalizando 13 coletas. As coletas foram realizadas por sete dias consecutivos em função das maiores perdas de N-NH₃ ocorrerem durante esse período (Fonseca, 2021).

De acordo com Fonseca (2021), em Lavras, a precipitação acumulada nos 30 dias após a fertilização foi de 279,3 mm, e sem chuva durante os primeiros 3 dias. Nos primeiros 7 dias após aplicação, houve precipitação pluviométrica de 1,2 mm no 4° dia e 27,6 no 5° dia. A umidade relativa do ar apresentou variação entre 70% e 76%, até o 8° dia após aplicação, com maior umidade observada de 80,5% no 3° dia. A temperatura média na área de Lavras, durante os 30 dias de avaliação, foi de 23,8 °C. Na primeira semana de avaliação, a temperatura mínima e máxima foi de 18,8 °C e 32,4, e ocorreu no 2° dia após aplicação de N. A precipitação acumulada aos 30 dias após a fertilização foi de 289,5 mm e com ausência de chuva no 1° dia após a fertilização.

3.2 Metodologia

Nesta seção destacamos os quatro modelos ajustados utilizando o método iterativo de Gauss-newton no software R, os testes utilizados para análise de resíduos e os critérios para a seleção do melhor modelo.

3.2.1 Modelos ajustados

Para pesquisa foram estimados os parâmetros para o ajuste dos modelos não lineares: Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody. Em que Y_i representa perda acumulada de nitrogênio por volatilização de amônia em kg ha^{-1} , observada na i -ésima parcela de fertilizantes nitrogenados aplicados a safra e x_i o i -ésimo dia em que foi avaliada a perda de nitrogênio.

3.2.2 Métodos iterativos

As estimativas dos parâmetros foram encontradas utilizando o método dos mínimos quadrados, utilizando o algoritmo de convergência de Gauss-Newton. Os valores iniciais para o vetor de parâmetros $\theta = (\alpha^0, \beta^0, k^0)$ foram obtidos através da análise visual dos dados em diagrama de dispersão através do software R (R Core Team, 2023).

3.2.3 Análise dos resíduos

Na análise dos resíduos foram utilizados os seguintes testes:

- a) **Shapiro-Wilk**; para verificar a pressuposição de normalidade, na qual a hipótese nula é de que os resíduos seguem uma distribuição normal com média μ igual a zero e variância σ^2 ;
- b) **Breusch-Pagan**: para verificar a pressuposição de homocedasticidade, na qual a hipótese nula é de que as variâncias residuais são homogêneas;
- c) **Durbin-Watson**: para verificar a pressuposição da independência dos resíduos, que tem como hipótese nula os resíduos serem independentes.

Todos estes testes foram realizados ao nível de significância de 1%.

3.2.4 Intervalo de confiança para os parâmetros

Depois da conferência de pressuposições dos resíduos e validados, seguiu-se com a construção dos intervalos de confiança para os parâmetros, os quais são dados por:

$$IC(\theta_i)_{1-\alpha} = \hat{\theta}_i \pm t_{(v, \frac{\alpha}{2})} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)}$$

em que, $\hat{\theta}_i$ corresponde a estimativa do parâmetro θ_i ; v é o número de grau de liberdade ($v = n - p$) do resíduo; $t_{(v, \frac{\alpha}{2})}$ é o quantil superior da distribuição t de Student; α é o nível de significância; $\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)$ é a estimativa da variância da estimativa do parâmetro θ_i obtida da

diagonal da matriz assintótica de variâncias e covariâncias e IC são os resultados encontrados para o limite inferior (LI) e superior (LS) (Drapper; Smith, 1998).

3.2.5 Comparação e seleção dos modelos

Após ajuste dos modelos, a comparação e seleção do modelo que melhor descreveu os dados foi feito na base de coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), critério de informação de Akaike (*AIC*) e desvio padrão residual (*DPR*).

3.2.6 Recursos computacionais

As estimativas dos parâmetros dos modelos, os testes estatísticos, os gráficos, análise de resíduos, verificação da qualidade de ajuste para seleção dos modelos neste trabalho foram feitos utilizando-se o software estatístico R (R Core Team, 2023).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Depois do ajuste dos modelos não lineares, Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody aos dados referentes a perda acumulada de N por volatilização na adubação de cobertura em plantas de milho para os fertilizantes nitrogenados: UGRAN, UNBPT1, UNBPT2, UNBPT3 e UNBPT4, seguiu-se com a verificação dos pressupostos dos resíduos sendo aplicado o teste de Shapiro-Wilk para verificar a normalidade dos resíduos, o teste de Durbin-Watson para a verificação da independência dos resíduos e o teste de Breusch-Pagan para verificar a homogeneidade de variâncias, cujos resultados dos testes encontram-se na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valor-p para os testes de normalidade (Shapiro-Wilk), independência (Durbin-Watson) e homocedasticidade (Breusch-Pagan) aplicados aos resíduos dos modelos ajustados.

Tratamento	Modelo	Valor-p		
		Normalidade SW	Independência DW	Homocedasticidade BP
UGRAN	Logístico	0,146	0,002*	0,832
	Gompertz	0,390	0,000*	0,187
	von Bertalanffy	0,370	0,000*	0,254
	Brody	0,694	0,096	0,099
UNBPT1	Logístico	0,605	0,026	0,217
	Gompertz	0,040	0,012	0,357
	von Bertalanffy	0,550	0,064	0,335
	Brody	0,549	0,000*	0,041
UNBPT2	Logístico	0,671	0,104	0,058
	Gompertz	0,607	0,000*	0,235
	von Bertalanffy	0,645	0,000*	0,240
	Brody	0,958	0,002*	0,040
UNBPT3	Logístico	0,858	0,040	0,215
	Gompertz	0,574	0,430	0,044
	von Bertalanffy	0,962	0,088	0,259
	Brody	0,873	0,002*	0,033
UNBPT4	Logístico	0,547	0,060	0,141
	Gompertz	0,704	0,974	0,265
	von Bertalanffy	0,751	0,120	0,483
	Brody	0,638	0,000*	0,212

*indica que o teste foi significativo ao nível de 1% de significância.

Fonte: Do Autor (2024)

Conforme a tabela 4.1, todos tratamentos UGRAN, UNBPT1, UNBPT2, UNBPT3 e UNBPT4 apresentaram todos os pressupostos de normalidade e homocedasticidade atendidos

a um nível de significância de 1% para todos os modelos. O pressuposto da independência não foi totalmente atendido para alguns modelos. Para esses casos em que o pressuposto de independência foi violado, realizou-se análise gráfica dos resíduos para identificar a lag significativo (ϕ_1, ϕ_2, \dots). Após identificado procedeu-se novamente com a estimação dos parâmetros e cálculo dos avaliadores de qualidade de ajuste conforme tabela 4.2.

4.1 Ajuste da perda acumulada de Nitrogênio

Na tabela 4.2 estão apresentados os avaliadores de qualidade de ajuste, coeficiente de variação ajustado (R_{aj}^2), critério de informação de Akaike (AIC) e o desvio padrão residual (DPR) para os tratamentos UGRAN, UNBPT1, UNBPT2, UNBPT3 e UNBPT4, realizado com quatro modelos em estudo.

Tabela 4.2 – Avaliadores da qualidade de ajuste, coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), critério de informação de Akaike (AIC) e desvio padrão residual (DPR) com estrutura de erros autorregressivos dos modelos Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody.

Tratamento	Modelo	Avaliadores		
		R_{aj}^2	AIC	DPR
UGRAN	Logístico	0,9243	17,3391	2,1479
	Gompertz	0,9917	19,9930	0,7688
	von Bertalanffy	0,9935	14,8955	0,6899
	Brody	0,9935	32,0061	0,6946
UNBPT1	Logístico	0,9919	36,2064	0,8164
	Gompertz	0,9962	27,5472	0,5851
	von Bertalanffy	0,9828	46,5423	1,2150
	Brody	0,9014	53,8030	3,1140
UNBPT2	Logístico	0,9830	38,76797	0,9009
	Gompertz	0,9934	26,9795	0,5600
	von Bertalanffy	0,9951	22,4824	0,4904
	Brody	0,9565	52,5093	1,5280
UNBPT3	Logístico	0,9947	30,9154	0,6660
	Gompertz	0,9975	22,0894	0,4743
	von Bertalanffy	0,9914	38,1422	0,8795
	Brody	0,9180	67,0456	2,6730
UNBPT4	Logístico	0,9973	9,2586	0,2896
	Gompertz	0,9985	2,9139	0,2269
	von Bertalanffy	0,9965	14,0672	0,3484
	Brody	0,9479	48,5651	1,3130

Fonte: Do Autor (2024)

Com base na tabela 4.2 observamos que, comparativamente aos outros modelos em estudo, o modelo von Bertalanffy foi que melhor descreveu os dados dos tratamentos UGRAN e UNBPT2 apresentando menores valores de *AIC*, *DPR* e maior valor de R_{aj}^2 , significando que 99,36% e 99,52% da variação total dos dados dos tratamentos UGRAN e UNBPT2 respectivamente é explicada pelo modelo. O modelo Gompertz foi quem melhor descreveu os dados dos tratamentos UNBPT1, UNBPT3 e UNBPT4 em relação aos outros modelos.

Na análise feita, constatou-se que, em geral, os quatro modelos em estudo ajustaram-se bem aos dados e explicaram um pouco mais de 95% da variação total dos dados.

Na tabela 4.3 estão apresentadas as estimativas dos parâmetros dos modelos que melhor se ajustaram aos dados dos cinco tratamentos em estudo; UGRAN, UNBPT1, UNBPT2, UNBPT3 e UNBPT4 testados pelo teste t de Student e todos parâmetros testaram significativos a nível de 1% de significância.

De acordo com a tabela 4.3, com base nos valores das estimativas (α), podemos afirmar de uma maneira geral que a Ureia tratada com NBPT reduziu as perdas acumuladas de nitrogênio por volatilização comparadas com a Ureia não tratada. Segundo Guelfi (2017) a Ureia tratada com NBPT promove até 79% de redução nas perdas por volatilização em áreas de cultivo de milho em comparação com a Ureia convencional.

Em relação as estimativas de β podemos afirmar que a ureia tratada com NBPT retardou a perda acumulada de nitrogênio por volatilização em comparação com a Ureia pura. Desta forma o NBPT cumpriu seu propósito que conforme mencionado por Scivittaro *et al.* (2010) e Souza *et al.* (2017) que é promover a redução e retardar a perda, deixando assim o nutriente disponível no solo por mais tempo para ser incorporado pelas raízes da planta.

Em apenas aproximadamente um dia ($\beta = 1,228$ dia) o UGRAN atingiu a taxa da perda máxima acumulada por volatilização e que, para a Ureia tratada com NBPT essa taxa da perda máxima por volatilização foi atingida aproximadamente no quarto dia ($\beta = 3,830$ dia para UNBPT2, $\beta = 4,596$ dia para UNBPT1) e aproximadamente ao quinto dia ($\beta = 4,650$ dia para UNBPT4, $\beta = 4,858$ dia para UNBPT3). De acordo com Souza *et al.* (2017) a Ureia tratada com NBPT promove a redução e atraso nas perdas de N por volatilização, que começam a aumentar logo após a adubação nitrogenada de cobertura. Ainda de acordo com os autores cerca de 50% do total de N perdido por volatilização ocorrem em menos de quatro dias em solos com pH 4,5, mas em 8-11 dias em solos com pH acima de 5,4.

De acordo com Soares *et al.* (2023) o pico de perda de NH_3 no tratamento com Ureia pura é maior e ocorre mais precocemente do que com Ureia + NBPT, o que corrobora com as estimativas para o parâmetro β encontradas neste trabalho. Além disso, no tratamento Ureia +

NBPT, a volatilização de NH_3 atinge o pico no terceiro dia no solo com pH 4,5; entretanto, nos solos com pH 5,4 e 6,1, o pico é retardado até o nono dia após a fertilização.

A Ureia pura (UGRAN) apresentou maior valor da perda acumulada de nitrogênio por volatilização ($\alpha = 36,503 \text{ kg ha}^{-1}$) e com a taxa de perda máxima registrada aproximadamente no primeiro dia ($\beta = 1,228 \text{ dia}$), e que comparada com a Ureia tratada UNBPT4 reduziu para mais que a metade a perda acumulada de nitrogênio por volatilização ($\alpha = 14,623 \text{ kg ha}^{-1}$) com a taxa de perda máxima registrada aproximadamente ao quinto dia ($\beta = 4,650 \text{ dia}$), portanto, a UNBPT4 retardou a perda acumulada de nitrogênio por volatilização. De acordo com Silva *et al.* (2017), as perdas médias de NH_3 por volatilização na Ureia variam entre 15 a 35% do N.

Porém, segundo Cantarella *et al.* (2018), dependendo das condições do clima, das propriedades do solo e das práticas agrícolas, as perdas de N podem ser maiores e atingirem 40-60% do N. Autores como Trenkel (2010), e Silva *et al.* (2017) afirmam que a Ureia + NBPT reduz as perdas de NH_3 por volatilização em aproximadamente 60% e pode subsequentemente aumentar o rendimento das colheitas. Guelfi (2017) indica que resultados de pesquisa em áreas de cultivo de milho mostraram que a perda de N por volatilização da Ureia + NBPT foi de cerca de 8% do N aplicado. Assim para uma dose de 150 kg ha^{-1} de N aplicados em cobertura, aproximadamente 12 kg ha^{-1} seriam perdidos por volatilização, corroborando com nossos resultados em que 14 kg ha^{-1} de N foram perdidos em 150 kg ha^{-1} aplicados.

Todos os parâmetros testaram significativos pelo teste t de Student a 1% de significância e seus intervalos não contiveram o zero, significando que foram adequados para descrever a perda acumulada de nitrogênio por volatilização em relação ao tempo, e que, de um modo geral, o modelo Gompertz apresentou menor amplitude para a maior parte dos tratamentos.

Os intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros α , β e k no modelo von Bertalanffy não se sobrepõem, indicando que, pelo menos 95% de confiança de que as verdadeiras estimativas dos parâmetros dos tratamentos UGRAN e UNBPT2 não são iguais. Mas no modelo Gompertz as estimativas dos parâmetros α , β e k dos tratamentos UNBPT1 e UNBPT3 se sobrepõem, indicando que não há diferença significativa entre eles. No entanto, os intervalos de confiança dos tratamentos UNBPT1 e UNBPT3 não se sobrepõem aos intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros α , β e k do tratamento UNBPT4, indicando que há diferença significativa entre as estimativas dos parâmetros UNBPT1 e UNBPT3 em relação a estimativas de parâmetros do tratamento UNBPT4.

A ausência da diferença significativa da resposta do tratamento UNBPT1 e UNBPT3, pode ser devido à variação na concentração de NBPT (mg kg^{-1}) na formulação de cada tratamento (menores e maiores doses de NBPT). De acordo com Fonseca (2021), a maior

eficiência do tratamento UNBPT4 em relação as demais tecnologias de inibidores de urease pode estar relacionado ao solvente utilizado na preparação do NBPT. Esse solvente provavelmente conferiu uma maior proteção da molécula do NBPT contra a degradação por fatores como temperatura e pH do solo, durante os dias de avaliação (Engel *et al.*, 2015).

Tabela 4.3 – Estimativas para os parâmetros com estrutura de erros autorregressivos e os respectivos intervalos de confiança dos modelos Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody.

Modelo	Tratamento	Parâmetro	IC		
			Lim. Inf.	Lim. Sup.	
von Bertalanffy	UGRAN	α	35,596	36,503	37,411
		β	1,151	1,228	1,306
		k	0,994	1,078	1,162
		ϕ_1		0,725	
	UNBPT2	α	18,717	18,967	19,216
		β	3,751	3,830	3,909
		k	0,374	0,399	0,425
		ϕ_1		-0,417	
Gompertz	UNBPT1	α	21,225	21,793	22,372
		β	4,447	4,596	4,742
		k	0,661	0,782	0,935
	UNBPT3	α	21,900	22,391	22,893
		β	4,720	4,858	4,995
		k	0,529	0,597	0,678
	UNBPT4	α	14,372	14,623	14,879
		β	4,531	4,650	4,768
		k	0,427	0,462	0,502

Fonte: Do Autor (2024)

O ponto de inflexão para modelos que melhor ajustaram aos dados:

- a) *UGRAN*: Modelo von Bertalanffy: o ponto de inflexão ocorre antes da metade dos dias de incubação (30% α).

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 36,503 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 10,816 \text{ kg ha}^{-1}.$$

Esta é a perda acumulada aproximadamente ao primeiro dia ($\hat{\beta} = 1,228\text{dias}$), no qual ocorreu a taxa de perda máxima para o fertilizante UGRAN, ou seja, o fertilizante Ureia Granulada já tinha perdido cerca de 11 Kg de N por hectare aproximadamente 1 dia após a aplicação;

- b) *UNBPT1*: Modelo Gompertz: o ponto de inflexão ocorreu antes da metade dos dias de incubação.

$$\hat{Y} = \frac{\hat{\alpha}}{e} = \frac{21,793}{e} = 8,017 \text{ kg ha}^{-1}.$$

Esta é a perda acumulada aproximadamente ao quinto dia ($\hat{\beta} = 4,596 \text{ dia}$), no qual ocorreu a taxa de perda máxima para o fertilizante UNBPT1, ou seja, o fertilizante UNBPT1 já tinha perdido cerca de 8 Kg de N por hectare aproximadamente 5 dias após a aplicação;

- c) *UNBPT2*: Modelo Bertalanffy: o ponto de inflexão ocorreu antes de atingir a metade de tempo de incubação.

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 18,967 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 5,620 \text{ kg ha}^{-1}.$$

Esta é a perda acumulada aproximadamente ao quarto dia ($\hat{\beta} = 3,830 \text{ dia}$) no qual ocorreu a taxa de perda máxima para o fertilizante UNBPT2, ou seja, o fertilizante UNBPT2 já tinha perdido cerca de 6 Kg de N por hectare aproximadamente 4 dias após a aplicação;

- d) *UNBPT3*: Modelo Gompertz: o ponto de inflexão ocorreu antes da metade dos dias de incubação.

$$\hat{Y} = \frac{\hat{\alpha}}{e} = \frac{22,391}{e} = 8,237 \text{ kg ha}^{-1}.$$

Esta é a perda acumulada aproximadamente ao quinto dia ($\hat{\beta} = 4,858 \text{ dia}$) no qual ocorreu a taxa de perda máxima para o fertilizante UNBPT3, ou seja, o fertilizante UNBPT3 já tinha perdido cerca de 8 Kg de N por hectare aproximadamente 5 dias após a aplicação;

- e) *UNBPT4*: Modelo Gompertz: o ponto de inflexão ocorreu antes da metade dos dias de incubação.

$$\hat{Y} = \frac{\hat{\alpha}}{e} = \frac{14,623}{e} = 5,380 \text{ kg ha}^{-1}.$$

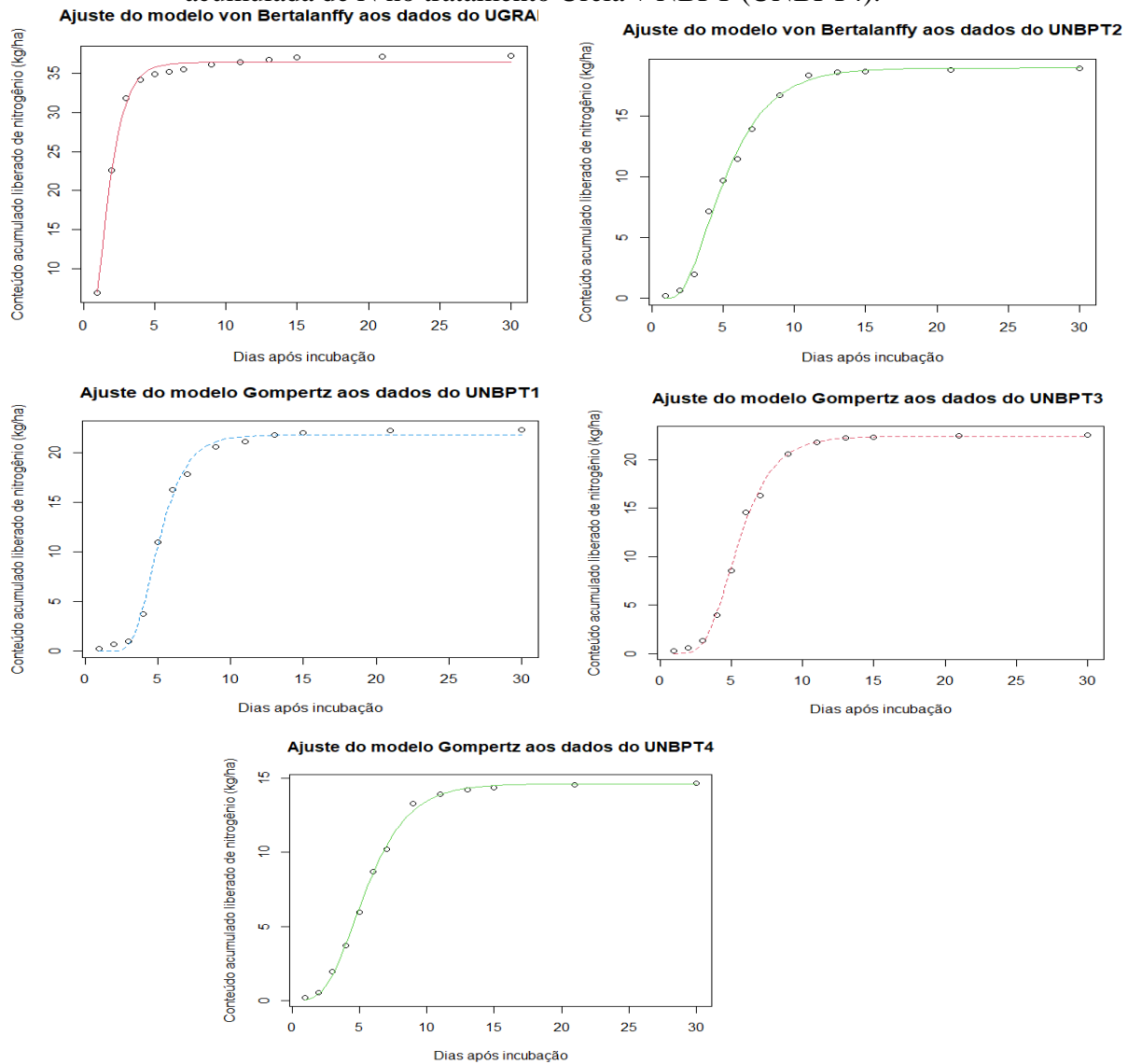
Esta é a perda acumulada aproximadamente ao quinto dia ($\hat{\beta} = 4,650 \text{ dia}$) no qual ocorreu a taxa de perda máxima para o fertilizante UNBPT4, ou seja, o fertilizante UNBPT4 já tinha perdido cerca de 5Kg de N por hectare aproximadamente 5 dias após a aplicação.

Na Figura 4.1 ilustramos os gráficos do ajuste do modelo von Bertalanffy que melhor descreveu os dados do tratamento UGRAN e UNBPT2 e do modelo Gompertz que melhor descreveu os dados dos tratamentos UNBPT1, UNBPT3, UNBPT4. O que faz sentido, pois o UGRAN é a Ureia pura e o UNBPT2 é o fertilizante que possui a menor concentração de NBPT

conforme a tabela 3.1. Pela definição do modelo von Bertalanffy, ele possui o ponto de inflexão antes do Gompertz. Já fertilizantes com maior concentração de NBPT possuem ponto de inflexão mais tardio em relação aos com menos NBPT e naturalmente o modelo Gompertz se ajusta melhor, pois o NBPT é utilizado justamente para retardar a perda acumulada de nitrogênio por volatilização da amônia conforme Souza *et al.* (2017).

Uma análise visual dos gráficos indica que os modelos se ajustaram bem aos dados. A UGRAN e UNBPT2 tem perda mais acentuada logo após a aplicação, já para os demais nota-se que esta perda é um pouco mais tardia.

Figura 4.1 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz, von Bertalanffy e Brody na perda acumulada de N no tratamento Ureia + NBPT (UNBPT4).



Fonte: Do Autor (2024)

Considerando a estimativa do parâmetro α para os tratamentos, podemos calcular a economia propiciada em perda de nitrogênio com relação a Ureia pura, (UGRAN). Abaixo está apresentada esta economia em porcentagem:

a) UNBPT1 $(36,503 - 21,793)/36,503 = 0,403 = 40,3\%$;

b) UNBPT2 $(36,503 - 18,967)/36,503 = 0,480 = 48,0\%$;

c) UNBPT3 $(36,503 - 22,391)/36,503 = 0,387 = 38,7\%$;

d) UNBPT4 $(36,503 - 14,623)/36,503 = 0,599 = 59,9\%$.

Perceba que o tratamento mais eficiente em diminuir a perda em relação á Ureia pura foi o UNBPT4, diminuindo 59,9%, conforme Fonseca (2021) comentou em seu estudo.

5 CONCLUSÃO

O modelo Gompertz melhor descreveu as perdas acumuladas de nitrogênio por volatilização de amônia em relação aos tratamentos (fertilizantes) UNBPT1, UNBPT3 e UNBPT4 enquanto que o modelo von Bertalanffy melhor se ajustou aos dados dos fertilizantes UGRAN e UNBPT2 aplicados e avaliados.

Quanto as estimativas do parâmetro α , verificou-se que o fertilizante Ureia pura UGRAN registou a maior perda de nitrogênio, ao passo que o UNBPT4 apresentou a menor perda de nitrogênio com uma redução de 59,9%. Os demais fertilizantes foram intermediários.

A Ureia tratada com NBPT retardou a perda acumulada de nitrogênio por volatilização por apresentar maior valor da estimativa do parâmetro β em relação ao da Ureia pura.

REFERÊNCIAS

- ADOTEY, N. *et al.* Ammonia Volatilization of Zinc Sulfate-Coated and NBPT Treated Urea Fertilizers. **Agronomy Journal**, v. 109, n. 6, p. 2918-2926, 2017.
- AEGRO. Fertilidade do solo e adubação: dicas de como melhorar seu manejo. 2023. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://blog.aegro.com.br/fertilidade-do-solo-e-adubacao/>>.
- AGRO HEMAR. NPK. O Fertilizante sob medida e na hora certa! 2024. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.agrohemar.com.br/fertilizantes-especiais.php>>.
- AGUIAR, A. T. d. E. *et al.* Instruções agrícolas para as principais culturas econômicas. 7.^a Ed. rev. e atual. Campinas: **Instituto Agrônomo**, 452 p. (Boletim IAC, n.º 200), 2014.
- ALIARE. Variedades de milho: Aprende a escolher a melhor para a sua fazenda. 2022. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.siangri.com.br/variedades-de-milho/>>.
- ARTUZO, F. D. *et al.* O potencial produtivo brasileiro: uma análise histórica da produção de milho. **Revista em Agronegócio e Meio Ambiente**, v. 12, n. 2, p. 515-540, 2019.
- BAHIA FILHO, A. B. *et al.* **Uma história brasileira do milho o valor dos recursos genéticos.** Consolacion Villane Udry&Wilton Duart (org.) -Brasila, paralelo 15, 136 p, 2000.
- BAHIA FILHO, A. F. C. *et al.* **Nutrição e adubação de milho.** Sete Lagoas, EMBRAPA/CNPMS, 1983. 44p.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications.** [S.l.]: John Wiley, 1988. 365 p.
- CANTARELLA, H. *et al.* Agronomic efficiency of NBPT as a urease inhibitor: A review. **Journal of Advanced Research**, v. 13, p. 19-27, 2018.
- CIAMPITTI, I. A.; ELMORE, R. W.; LAUER, J. Fases do desenvolvimento da cultura do milho. **Kansas State University Agricultural Experiment Station and Cooperative Extension Service**, 2016.
- COELHO, A. M. Manejo da adubação nitrogenada na cultura do milho. Sete Lagoas: **Circular técnica, 96. Embrapa Milho e Sorgo**, 2007.
- CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Boletim de Monitoramento Agrícola**, Brasília, DF, v. 12, n. 12, Dez. 2023.
- CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. Com nova redução, estimativa para safra de grãos 2023/24 é de 306,4 milhões de toneladas. 2024. Acesso em 31 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.conab.gov.br/ultimas-noticias/5354-com-nova-reducao-estimativa-para-safra-de-graos-2023-24-e-de-306-4-milhoes-de-toneladas>>.
- CRUZ, J. C. *et al.* Cultivo de milho: plantio, 6^a edição, **EMBRAPA MILHO E SORGO**, Set./2010.

DEMÉTRIO, C. G. B.; ZOCCHI, S. S. **Modelos de regressão**. Piracicaba: ESALQ/USP, 2006. 191p.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1998. 706 p. v. 326.

EMBRAPA. Milho: Importância econômica. 2021. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/agencia-de-informacao-tecnologica/cultivos/milho/pre-producao/socioeconomia/importancia-socioeconomica>>.

EMBRAPA. Multimídia: Banco de imagens. 2015. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-imagens/-/midia/2385001/plantacao-de-milho>>.

ENGEL, R. E. *et al.* Degradation of the urease inhibitor NBPT as affected by soil pH. **Soil Science Society of America Journal**, v. 79, p. 1674–1683, 2015.

ESPINDULA, M. C. Urease inhibitor (NBPT) and efficiency of single or split application of urea in wheat crop. **Rev. Ceres**, v. 61, n. 2, p. 273-279, 2014.

FANCELLI, A. L. Fisiologia-Estádios: Manejo baseado na fenologia aumenta eficiência de insumos e produtividade. **Visão Agrícola**, nº13, p. 24-29, 2015.

FERNANDES, F. A. *et al.* Parameterizations of the von bertalanffy model for description of growth curves. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 38, n. 3, p. 369–384, 2020.

FERNANDES, T. J. *et al.* Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 37, n. 4, p. 397–402, 2015.

FERNANDES, T. J. *et al.* Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, 2014.

FIELDVIEW. Aprenda quais os grupos de maturação da soja e saiba como calculá-los. 2023. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://blog.climatefieldview.com.br/nitrogenio-cultura-milho>>.

FONSECA, A. B. D. Tecnologias de inibição da urease como estratégia para aumentar a eficiência da ureia na cultura do milho. 2021. 84 p. Dissertação (Mestrado em Ciência do Solo) -Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2021.

FORSEED. Seletividade para o melhor controle às plantas daninhas. 2023. Acesso em 28 de janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.forseedsementes.com.br/tecnologias/roundup-ready-milho-2/>>.

FRAZÃO, J. J. *et al.* Fertilizantes nitrogenados de eficiencia aumentada e ureia na cultura do milho; **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e ambiental**, v. 18, n. 12, p. 1262–1267, 2014.

FREITAS, A. R. *et al.* Estimacão de perdas acumuladas de nutrientes em pastagens por meio da função logística. In: IN: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE

ZOOTECNIA, 37., 2000, VIÇOSA . . . **Embrapa Pecuária Sudeste-Artigo em anais de congresso (ALICE)**. [S.l.], 2000.

FRÜHAUF, A. C. Uso de modelos não lineares no estudo do crescimento diamétrico de cedro (cedrela fissilis). 2018. 61 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) -Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2018.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models**. New York: John Wiley, 1987. 610 p.

GOES, R. J. *et al.* Nitrogênio em cobertura para o milho (zea mays l.) em sistema plantio direto na safrinha. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v.11, n.2, p. 169-177, 2012.

GUELF, D. Fertilizantes nitrogenados estabilizados, de liberação lenta ou controlada. **Informações Agronômicas**, v. 157, p. 1–14, 2017.

LEMAIRE, G. and GASTAL, F. **N Uptake and Distribution in Plant Canopies**. In: Lemaire, G., Ed., *Diagnosis*, 1997.

LI, S. X.; WANG, Z. H.; HU, T. T.; GAO, Y. J.; STEWART, B. A. Chapter 3 Nitrogen in Dryland Soils of China and Its Management. **Advances in Agronomy**. v. 101, p. 123-181, 2009.

MARCONDES, K. F. Desempenho agrônômico de milho safrinha de alta tecnologia para a região de barretos. **Ciências Agrárias**, v. 18, e221801, 2022.

MINATO, E. A. *et al.* Controlled-release nitrogen fertilizers: characterization, ammonia volatilization, and effects on second-season corn. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, SciELO Brasil, v. 44, e0190108, 2020.

MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. d. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. 184 p.

NUTRISAFRA FERTILIZANTES. N Total: Nitrogênio de alta performance. 2024. Acesso em 28 janeiro 2024. Disponível em: <<https://www.nutrisafra.com.br/produtos/adubo-decobertura/n-total/>>.

PACHECO, V. L. P.; COLLA, U. M. A enzima urease e suas aplicações na agricultura e engenharia. **Revista CIATEC – UPF**, v. 11, n. 2, p. 1-21, 2019.

PEREIRA FILHO I. A. *et al.* Disponibilidade de cultivares de milho para o mercado de sementes do Brasil: safra 2021/2022. Sete Lagoas: **Embrapa Milho e Sorgo**, 2022.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2023. Disponível em: < <https://www.R-project.org/>>.

REIS, R. M. *et al.* Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acesso de alho, **Horticultura Brasileira**, v. 32, n. 2, p. 178-183, 2014.

SALVADOR, R. C. *et al.* Comparação da perda de nitrogênio em fertilizantes aplicados ao cafeeiro por meio das estimativas do modelo Gompertz. **Sigmae**, v.12, n.1, p. 90-95, 2023.

SANTOS, C. F. *et al.* Dual functional coatings for urea to reduce ammonia volatilization and improve nutrients use efficiency in a Brazilian corn crop system. **Journal of Soil Science and Plant Nutrition**, [S.I.], v. 21, p. 1591-1609, 2021.

SANTOS, C. *et al.* Corn Cropping System and Nitrogen Fertilizers Technologies Affect Ammonia Volatilization in Brazilian Tropical Soils. **Soil Systems**, v.7, n. 2, p. 54. 2023.

SCIVITTARO, W. B.; GONÇALVES, D. R. N.; do VALE, M. L. C.; RICORDI, V. G. Nitrogen losses by ammonia volatilization and lowland rice response to NBPT urease inhibitor-treated urea. **Ciência Rural, Ciência Rural**, v. 40, n. 6, p. 1283-1289, 2010.

SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New Jersey: J. Wiley & Sons, Inc. Hoboken, 2003.

SILVA, A. G. B. *et al.* Urease Inhibitor NBPT on Ammonia Volatilization and Crop Productivity: A Meta-Analysis. **Agronomy Journal**, v. 109, n. 1, p. 1-13, 2017.

SINGH, U. *et al.* Evaluation of boron produced as seed-core urea for urease inhibitor. In: Water, Food, Energy and Innovation for a Sustainable World. **ASA, CSSA, and SSSA International Annual Meetings, Tampa, FL. Paper 406-3. ASA, CSSA, and SSSA, Madison, WI**, 2013.

SOARES, J. R. *et al.* Dynamics of ammonia volatilization from NBPT-treated urea in tropical acid soils. **Scientia Agricola**, v. 80, e20220076, 2023.

SOUSA, U. P. d. Produtividade do milho em diferentes manejos de adubação com vinhaça e cloreto de potássio, **Brazilian Journal of Science**, v. 2, n. 3, p. 14-23, 2023.

SOUZA, F. R. S. d. Avaliação in situ de acessos de milho crioulo coletados na região amazônica brasileira. **Ciências Agrárias**, D. 48, p. 41-53, 2007.

SOUZA, T. L. d. *et al.* Ammonia and carbon dioxide emissions by stabilized conventional nitrogen fertilizers and controlled release in corn crop. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 41, n. 5, p. 494-510, 2017.

STORCK, L. *et al.* MILHO DOCE. **Ciência Rural**, v. 21, n. 2, p. 283-292, 1991.

TEIXEIRA, F. F.; SOUZA, B. O.; ANDRADE, R. V.; PADILHA, L. Boas práticas na manutenção de germoplasma de variedades crioulas de milho. Sete Lagoas: **Embrapa Milho e Sorgo, 2005. 8 p. (Embrapa Milho e Sorgo. Comunicado Técnico, 113)**. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/483999/boas-praticas-na-manutencao-de-germoplasma-e-variedades-crioulas-de-milho>>. Acesso em: 24 ago. 2024.

TRENKEL, M. E. Slow-and Controlled-Release and Stabilized Fertilizers: An Option for Enhancing Nutrient Use Efficiency in Agriculture. **International Fertilizer Industry Association (IFA)**, Paris. 2010.

UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE – USDA. 2024. Disponível em: <https://ipad.fas.usda.gov/cropexplorer/cropview/commodityView.aspx?cropid=0440000&sel_year=2022&rankby=Production>, Acesso em: 13 jan. 2024.

VIEIRA FILHO, J. E. R.; GASQUES, J. G. (org.). **Agropecuária Brasileira: evolução, resiliência e oportunidades**. Rio de Janeiro: Ipea, 292 p, 2023.

VIEIRA, R. F. Ciclo de nitrogênio em sistemas agrícolas, **Embrapa**, Brasília DF 2017.

VILAS BÔAS, I. A. *et al.* Study of dry matter accumulation in maize hybrids using nonlinear models. **Pesq. agropec. bras.**, v. 58, e03077, 2023.

WATSON, C. J.; AKHONZADA, N. A.; MATTHEWS, D. I. Rate and mode of application of the urease inhibitor N-(n-butyl) thiophosphoric triamide on ammonia volatilization from surface-applied urea. **Soil Use and Management**, v. 24, 246-253 p. 2008.

ZEVIANI, W. M.; JÚNIOR, P. J. R.; BONAT, W. H. Curso-modelos de regressão não linear. **Laboratório de Estatística e Geoinformação, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Paraná, 58º RBRAS e 15º SEAGRO**, Campina Grande–PB, 101 p., 2013.