UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

**ELIZABETH FERREIRA TERRA LASMAR**

# UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO COM ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

**LAVRAS - MG**

**2016**

**ELIZABETH FERREIRA TERRA LASMAR**

# UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO COM ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado Profissional, área de concentração em Formação de Professores, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Celso Vallin

**LAVRAS - MG**

**2016**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Lasmar, Elizabeth Ferreira Terra.
Uma experiência pedagógica de uso de tecnologias no ensino de área e perímetro com estudantes da educação de jovens e adultos (EJA) / Elizabeth Ferreira Terra Lasmar. – Lavras : UFLA, 2016.
193 p. : il.

Dissertação(mestrado profissional)–Universidade Federal de Lavras, 2016.
Orientador: Celso Vallin.
Bibliografia.

1. Tecnologias. 2. Geometria. 3. Educação de Jovens e Adultos. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

**ELIZABETH FERREIRA TERRA LASMAR**

# UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA DE USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO COM ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado Profissional, área de concentração em Formação de Professores, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 25 de fevereiro de 2016.

| | |
|---|---|
| Dra. Rosana Maria Mendes | UFLA |
| Dra. Rosana Vieira Ramos | UFLA |
| Dra. Viviane Cristina Almada de Oliveira | UFSJ |

Dr. Celso Vallin
Orientador

**LAVRAS - MG**

**2016**

*À minha mãe, Maria da Luz, ao meu querido esposo, Stênio, e aos meus filhos, Rodrigo, Marco Túlio, Larissa e Ana Luísa, pelo apoio incondicional em todos os momentos.*

DEDICO

**AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Educação (DED), pela oportunidade concedida na realização do mestrado.

Aos professores de Mestrado, por todos os valiosos ensinamentos, pelas oportunidades oferecidas e pela amizade, fundamentais na minha formação.

Ao Professor Dr. Celso Vallin, professor orientador desta pesquisa, pelas contribuições acadêmicas, pelo incentivo e pelo compartilhar de conhecimentos, indicando os melhores caminhos a seguir, para tornar possível a realização deste trabalho.

Às professoras Dra. Rosana Maria Mendes, do Departamento de Ciências Exatas (DEX) da UFLA; Dra. Rosana Vieira Ramos, do Departamento de Educação (DED) da UFLA e Dra. Viviane Cristina Almada de Oliveira, do Departamento de Matemática (DEMAT) da UFSJ, pelas preciosas contribuições, que enriqueceram este trabalho e apontaram caminhos para a pesquisa.

Aos funcionários da secretaria de Pós-Graduação em Educação, pela colaboração e pelo apoio durante o curso.

Muitos amigos e colegas estiveram envolvidos de alguma forma neste trabalho, com palavras de incentivo e contribuições valiosas. Meu obrigada e admiração sempre, em especial, aos amigos que conheci no mestrado, que oportunizaram compartilhamentos de ideias e experiências e momentos de grande alegria.

Aos estudantes da turma de primeiro ano da Educação de Jovens e Adultos, sujeitos desta pesquisa, pela dedicação e participação nas atividades da pesquisa de campo, possibilitando a mim observá-los em seus processos de aprendizagem.

À direção da escola que permitiu a realização desta pesquisa e aos professores que muito contribuíram para que a pesquisa se realizasse.

À Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais, pelo apoio profissional e pela autorização para a realização do Mestrado.

Às minhas amigas Suzicássia, "madrinha", e Laila pelos incentivos e contribuições, que foram muito importantes na realização deste mestrado.

Aos amigos da "carona" e ao meu esposo pelo apoio nas idas e voltas semanais à UFLA, em Lavras, durante esta caminhada.

Aos meus familiares, pelo carinho e incentivo. Em especial, ao meu esposo, Stênio, que sempre esteve presente nesta caminhada.

A realização desta pesquisa tem importância incomensurável sobre minha prática como educadora. Um novo olhar sobre a sala de aula vem possibilitando mudanças. E isso só foi possível pela troca que tive com as pessoas que, de alguma forma, participaram de minha caminhada: os autores e autoras que li, as pessoas com as quais estudei, conversei e convivi neste tempo de pesquisa.

**Muito obrigada!**

*"Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar."*

*Paulo Freire*

## RESUMO

Neste trabalho, buscamos planejar, realizar e analisar atividades de Geometria, abordando os conteúdos, área e perímetro, com o uso de tecnologias. As tecnologias aliadas à metodologia de ensino da Matemática foram usadas como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem. As atividades foram experimentadas em duas turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de uma escola estadual de Minas Gerais. A proposta de ensino foi norteada com base na questão de pesquisa: De que modos podem ser usadas tecnologias para se criar um ambiente em que estudantes da EJA possam produzir significados para as ideias de área e perímetro? Foi elaborada uma sequência didática, que contemplava os conteúdos em questão, explorando o uso de tecnologias da informação e comunicação, como vídeos, filmagens, fotografias, computador, internet e/ou programas de computador e, também, réguas, trenas, fita métrica, compassos, transferidores e calculadoras para abordar o assunto. Destacamos, no referencial teórico, o uso de tecnologias, na escola e na educação de jovens e adultos, com vistas à formação de professores e a inovação pedagógica no processo ensino-aprendizagem. Constituiu-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa e metodológica de estudo de caso. Os dados coletados, nas observações de aulas, em discussões e pelas atividades, realizadas pelos estudantes, foram registrados em um Diário de Campo, instrumento que permitiu sistematizar as experiências e os resultados analisados. Os resultados evidenciaram que os estudantes, imersos em um ensino de Matemática, mediado por tecnologias e que valorizou suas experiências de vida, participaram mais ativamente das atividades e discussões, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.



Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria. Tecnologias. Educação de Jovens e Adultos. Ensino e Aprendizagem.

**ABSTRACT**

In this work, we conducted and analyzed geometry activities, using technology to cover the area and perimeter content. Technologies combined with teaching methodology of mathematics were used as tools to mediate the teaching-learning process. The activities were tried in two groups of Youth and Adult Education (EJA) of a state school of Minas Gerais. The education proposal was guided by the research question: “In what ways can using technology create an environment where students of EJA can produce meanings for the ideas of area and perimeter?” A teaching sequence, which included the content at issue, exploring the use of information and communication technologies, was developed, consisting of videos, films, photographs, computer, internet and/or computer programs and also rulers, measuring tapes, tape, compasses, protractors and calculators. We highlight the theoretical framework, the use of technology in school and adult education, with a view to teacher training and pedagogical innovation in the teaching-learning process. This study consisted of a qualitative research and case study. The data collected from the observation of lessons, discussions and activities conducted by the students were recorded in a field journal, an instrument that allowed us to systematize the experiences and the results analyzed. The results showed that students immersed in teaching mathematics mediated by technologies and appreciated their life experiences, participating more actively in activities and discussions, disentangling their learning perspectives and fostering a more meaningful learning.

Keywords: Mathematics Education. Geometry. Technologies. Youth and Adult Education. Teaching and learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Vídeo: A História da Matemática - Linguagem do Universo - Parte 1 53
Figura 2 Questão 1 da Avaliação diagnóstica ..................................................63
Figura 3 Questão 2 da Avaliação diagnóstica ..................................................64
Figura 4 Resolução da questão 2 - Avaliação diagnóstica ................................64
Figura 5 Questão 10 da Avaliação diagnóstica ................................................65
Figura 6 Questão 12 - Avaliação diagnóstica....................................................66
Figura 7 Questão 18 da Avaliação diagnóstica ................................................66
Figura 8 Resolução de Angélica da questão 18.................................................67
Figura 9 Resolução de Marcos da questão 18...................................................67
Figura 10 Questão 3 da Avaliação diagnóstica.................................................68
Figura 11 Questão 14 da Avaliação diagnóstica...............................................69
Figura 12 Questão 20 da Avaliação diagnóstica...............................................69
Figura 13 (1) Colocação de porta .....................................................................73
Figura 14 (2) Construção de cisterna................................................................73
Figura 15 (3) Estufa com mudas de árvores......................................................74
Figura 16 Fotografias trazidas pelos estudantes ...............................................77
Figura 17 Figuras geométricas espaciais ..........................................................80
Figura 18 Sólidos geométricos em madeira ......................................................80
Figura 19 Imagens da natureza- seres vivos .....................................................81
Figura 20 Frutos ...............................................................................................81
Figura 21 Objetos e construções .......................................................................82
Figura 22 Software Poly 1.11 ou 3D .................................................................83
Figura 23 Construção de triângulos..................................................................84
Figura 24 Soma dos ângulos internos do triângulo ..........................................85
Figura 25 Tela do vídeo “Construção/Rigidez de triângulos”...........................86
Figura 26 Triângulo - Forma rígida dos triângulos...........................................86

Figura 27 Quadriláteros - Forma geométrica não rígida ................................ 87
Figura 28 Modelos de porteira ................................ 88
Figura 29 Tesoura no telhado ................................ 89
Figura 30 Hexágono regular ................................ 90
Figura 31 Resolução da questão 3 sobre perímetro ................................ 96
Figura 32 Círculos ao nosso redor ................................ 97
Figura 33 Circunferência e Círculo ................................ 98
Figura 34 Comparação entre as medidas de comprimento e diâmetro de círculos(a) ................................ 99
Figura 35 Comparação entre as medidas de comprimento e diâmetro de círculos(b) ................................ 100
Figura 36 Atividade Calculando o valor de $\pi$ ................................ 104
Figura 37 Quadrado circunscrito ................................ 105
Figura 38 Tela da animação sobre Circunferência ................................ 106
Figura 39 Ladrilhamentos ................................ 112
Figura 40 Atividade: Área da sala de aula ................................ 116
Figura 41 Atividade: Área da sala de aula ................................ 116
Figura 42 Imagem do Vídeo Matemática na agricultura ................................ 121
Figura 43 Imagem do Vídeo Matemática no sítio ................................ 122
Figura 44 Animação – Demonstração da área do círculo ................................ 124
Figura 45 Questão sobre área de círculos ................................ 126
Figura 46 Atividade com Geogebra feita pelos estudantes ................................ 129
Figura 47 Atividade com Geogebra – Retângulos (a) ................................ 130
Figura 48 Atividade com Geogebra - Retângulos (b) ................................ 132
Figura 49 Atividade Geogebra – Círculos ................................ 133
Figura 50 Área de quadriláteros e triângulos ................................ 134
Figura 51 Área de quadriláteros e triângulos ................................ 134

## LISTAS DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| EJA | Educação de Jovens e Adultos |
| FAFI-FUOM | Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Fundação |
| Educacional | Comunitária Formiguense |
| LIBRAS | Língua Brasileira de Sinais |
| MEC | Ministério da educação |
| MG | Minas Gerais |
| MPE | Mestrado Profissional em Educação |
| UAB | Universidade Aberta do Brasil |
| UFLA | Universidade Federal de Lavras |
| UFMG | Universidade Federal de Minas Gerais |
| UNIFOR-MG | Centro Universitário de Formiga |
| TDIC | Tecnologias de informação e comunicação |
| TIC | Tecnologias de informação e comunicação |

SUMÁRIO


| | | |
|---|---|---|
| 1 | **INTRODUÇÃO** | 14 |
| 2 | **SER PROFESSORA: OS CAMINHOS TRILHADOS** | 17 |
| 3 | **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA** | 21 |
| 3.1 | **As Tecnologias e a Educação** | 21 |
| 3.2 | **O ensino de Matemática e as Tecnologias Digitais: computadores, fotografias, vídeos, animações e programas computacionais** | 28 |
| 3.3 | **A Educação de Jovens e Adultos (EJA)** | 34 |
| 3.3.1 | **A Educação de Jovens e Adultos – Que modalidade de ensino é esta?** | 35 |
| 3.3.2 | **O perfil do estudante da EJA** | 36 |
| 3.3.3 | **O ensino na EJA – O que e como ensinar?** | 37 |
| 4 | **O INÍCIO DA CONSTRUÇÃO DA PESQUISA** | 40 |
| 4.1 | **Problematizando: questões e problema de pesquisa** | 40 |
| 4.2 | **Objetivos da pesquisa** | 41 |
| 4.3 | **Justificativa** | 42 |
| 5 | **O TRABALHO DE CAMPO** | 44 |
| 5.1 | **Os sujeitos da pesquisa e o contexto escolar** | 44 |
| 5.2 | **Metodologia** | 45 |
| 6 | **AS ATIVIDADES PEDAGÓGICAS E DISCUSSÕES** | 47 |
| 6.1 | **Algumas possibilidades tecnológicas** | 47 |
| 6.2 | **Descrição das atividades e discussões** | 50 |
| 7 | **CONSIDERAÇÕES FINAIS** | 137 |
| | **REFERÊNCIAS** | 143 |
| | **APÊNDICES** | 151 |
| | **ANEXOS** | 188 |

# 1 INTRODUÇÃO

"Educar é impregnar de sentido o que fazemos a cada instante."

(Paulo Freire)

Em um mundo globalizado, vivenciamos hoje intensos avanços tecnológicos e científicos com momentos de grandes transformações na sociedade e que, consequentemente, emergem novos desafios para a Educação. Desafios que nos levam a refletir sobre o papel da escola, do educador e do educando. Neste contexto, são muitas as perguntas que todo educador, por mais experiente que seja, faz-se durante toda a sua trajetória profissional; e quantas, ainda, são as inquietações que provocam e aguçam seu pensamento na busca por respostas em meio aos seus anseios de educador.

Em novos tempos, também, na escola, os desafios de aprender e ensinar vão além de conhecer bem o conteúdo e saber usar recursos tecnológicos modernos. É uma necessidade a busca por novas formas de lidar com o ensino e a aprendizagem dos conteúdos em sala de aula, o que requer a formação continuada dos profissionais da educação. Neste sentido, desenvolver nos estudantes novas habilidades e competências é requisito fundamental, se priorizamos uma educação de qualidade e que, também, seja inclusiva.

Tais considerações foram pertinentes na construção deste trabalho sobre o ensino de área e perímetro de figuras planas, conteúdos fundamentais do currículo escolar de Matemática. Os sujeitos pesquisados são estudantes do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de uma escola estadual do interior de Minas Gerais (MG).

Tendo em vista a formação de professores, linha de pesquisa do Mestrado Profissional em Educação (MPE), da Universidade Federal de Lavras – MG (UFLA), e a Educação Mediada por Tecnologias, área de concentração do nosso estudo, buscou-se analisar o uso e as possibilidades das tecnologias como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem.

A proposta foi norteada com base na questão de pesquisa: "De que modos podem ser usadas tecnologias para se criar um ambiente em que estudantes da EJA possam produzir significados para as ideias de área e perímetro?" Como objetivo principal, estabeleceu-se: "Planejar, realizar e analisar uma experiência de ensino com o uso de tecnologias no ensino de Geometria com estudantes da EJA". E, especificamente: (a) Elaborar planos de aula contendo atividades usando tecnologias, como vídeos, filmagens, fotografias, computador, internet e/ou programas de computador para abordar o ensino de área e perímetro e (b) Analisar as atividades propostas para aprimorar a prática pedagógica no ensino de Geometria.

Esta pesquisa é de cunho qualitativo e tem a observação participante como técnica de investigação. Baseou-se, desta forma, na descrição, análise e interpretação das informações recolhidas, durante o estudo e registrados em Diário de Campo. Ressalto que parte do fazer pedagógico vivenciado refere-se aos questionamentos iniciais acerca do papel do professor no processo ensino-aprendizagem, que propiciam situações que remetem à reflexão sobre o aprender a organizar, aprender a realizar e estar constantemente construindo e reconstruindo a prática docente.

Justifico as escolhas feitas, para a realização desta pesquisa, pelas experiências vivenciadas como professora de Matemática, pelas constantes inquietações que permeiam minha vida profissional e refletem uma formação constante. Neste sentido, torna-se importante o professor ser capaz de analisar sua prática em sala de aula e, por essa análise, (re)construir sua ação pedagógica, favorecendo a formação de estudantes capazes de pensar, construir conhecimentos e não simplesmente serem receptores de informações.

O trabalho de campo foi realizado em três etapas, a saber: (a) Elaboração de uma sequência de aulas baseadas no conteúdo de Matemática selecionado e a escolha da tecnologia a ser usada para mediar o ensino; (b) Realização das aulas com registros das observações e percepções da pesquisadora, em um Diário de Campo e coleta das atividades escritas dos estudantes; (c) Análise dos registros realizados e discussão de resultados.

A apresentação deste relatório será feita na primeira pessoa do singular, quando se referir a relatos pessoais, de experiências e ações da pesquisadora e, na primeira pessoa do plural, quando se tratar da realização das etapas da pesquisa, que se justifica pelas características de construção compartilhada, pelas trocas de experiências vivenciadas e pelos múltiplos olhares sobre a prática docente.

Espera-se que, com os relatos e discussões apresentados neste relatório, propiciem-se reflexões e contribuições para a melhoria do ensino de Matemática e, especialmente, ao ensino ministrado em turmas de jovens e adultos. Sob tais perspectivas, este relatório é estruturado em quatro capítulos.

No primeiro capítulo, encontra-se a trajetória da pesquisadora. No segundo capítulo, tem-se a fundamentação teórica do estudo. No terceiro capítulo, apresentamos: (a) as questões e o problema de pesquisa que orientaram este estudo; (b) o objetivo geral e os objetivos específicos e (c) as justificativas da escolha do tema. O quarto capítulo é dedicado ao trabalho de campo, em que constam a metodologia de pesquisa e as atividades planejadas com discussões. E, logo após, fazemos as considerações finais do estudo.

## 2 SER PROFESSORA: OS CAMINHOS TRILHADOS

O interesse por esta pesquisa surgiu no contexto da minha trajetória acadêmica e prática pedagógica. Em 1990, ingressei no curso de Licenciatura em Ciências, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Fundação Educacional Comunitária Formiguense (FAFI-FUOM), em Formiga – MG, que é, atualmente, o Centro Universitário de Formiga (UNIFOR-MG) [1]. O curso teve duração de três anos (licenciatura curta) e, um ano depois, concluí a licenciatura plena em Matemática[2].

Buscando sempre participar de cursos de atualização profissional, ingressei em um curso de Especialização em Matemática (*latus sensu*) pelo UNIFOR- MG, logo após o término da graduação. Em 2009, tive a oportunidade de participar de outra especialização, no entanto, em “Ciências por Investigação”, curso oferecido na modalidade semipresencial pela Universidade Federal de Minas Gerais e realizado pela Universidade Aberta do Brasil (UAB)[3]. Este curso oportunizou-me conhecer diversas ferramentas tecnológicas, por ter sido ministrado quase que totalmente pela Plataforma *Moodle, pela* Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)[4]. Até mesmo as orientações,

---

[1] Centro Universitário de Formiga (UNIFOR-MG) Disponível em: <http://www.uniformg.edu.br/index.php/institucional/historia>. Acesso em: 12 maio 2015.

[2] O Curso de Ciências – Licenciatura curta, segundo a Resolução 30 de 11/07/1974, propunha uma formação polivalente, que conduzia às habilitações plenas em Biologia, Matemática, Física e Química (BRASIL, 1981).

[3] A Universidade Aberta do Brasil (UAB) é um sistema integrado por universidades públicas que oferece cursos de nível superior para camadas da população que têm dificuldade de acesso à formação universitária, por meio do uso da metodologia da educação à distância.

[4] A plataforma *Moodle* é uma sala de aula virtual onde o estudante tem a possibilidade de acompanhar as atividades do curso pela internet. O estudante terá acesso à plataforma com uso de um usuário e uma senha pessoal. O *Moodle* pode ser acessado em qualquer computador com internet. Ele é a principal plataforma de sustentação das atividades. É por ele que o usuário poderá ter acesso aos conteúdos

para o trabalho de conclusão de curso, foram realizadas a distância, por meio de ferramentas de comunicação, que me permitiram vislumbrar novos olhares sobre o ensino. Não foi a minha primeira experiência de curso à distância, mas foi a que me instigou a trilhar um novo caminho de atualização profissional.

Há alguns anos lecionando na Educação Básica, reconheço que o professor não pode mais se colocar na posição de “detentor do saber”, preocupando-se apenas com o conhecimento pela transmissão de informação, mas ter vistas ao processo ensino-aprendizagem, que valoriza a participação do estudante na construção do conhecimento. Considerando-se o ensino de Matemática, torna-se relevante ir além do “passar fórmulas e regras matemáticas” e “treinar algoritmos”, para favorecer que o estudante realmente aprenda. No entanto, reconheço que é difícil se desprender dessa prática de passar matéria no quadro para que seja copiada ou seguir um livro didático. Precisamos buscar novas maneiras de explicar, mesmo que proporcionem uma aula mais agitada aos olhos dos que estão do lado de fora.

Em minha experiência profissional sempre estiveram presentes tais reflexões e inquietações sobre as metodologias para ensinar e aprender Matemática. Nas escolas públicas em que trabalho, percebi a necessidade de entender melhor o baixo desempenho dos alunos em Matemática, especialmente, quanto aos conteúdos de Geometria. Uma das situações que me possibilitou fazer tais observações surgiu da minha experiência como professora de Matemática em turmas do Ensino Médio. Ao lecionar Geometria Plana e Espacial, notava que os estudantes tinham muitas dificuldades em entender conceitos e fazer cálculos de área, perímetro e volume.

---

disponibilizados pelos professores, além de postar atividades, debater o tema em fóruns de discussão, tirar dúvidas via mensagens, entre outros recursos. Disponível em: <https://www.ufmg.br/ead/site/index.php/f-a-q/ead/323-o-que-e-a-plataforma-de-ambiente-virtual-de-aprendizagem-moodle>. Acesso em: 13 abr. 2014.

Em outra situação, a partir de 2005, como representante da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), tive acesso às provas e aos resultados de todos os alunos da escola, tendo uma visão mais ampla da situação e podendo conferir que o desempenho geral não era bom em questões que envolviam conceitos geométricos. Essas experiências despertaram-me para a busca por conhecer como a Geometria estava sendo ensinada nessa escola. E, ainda, o que poderíamos fazer para que estudantes obtivessem melhores resultados.

Estes momentos de reflexão e busca por melhorar minha prática educativa fizeram-me ingressar em outros cursos de formação continuada na Área de Educação, sendo a maioria dos cursos direcionados ao ensino de Matemática. Buscando por capacitação profissional, ingressei, em 2012, neste mestrado profissional com o foco na formação de professores. Considero que a formação contínua, ou seja, "em serviço", é relevante, para que se propicie um ensino articulado com as mudanças da sociedade em que vivemos.

No início de carreira, trabalhei apenas com o ensino regular, porém, nos últimos anos, venho trabalhando, também, com turmas da EJA, que me oportunizaram repensar e reavaliar o que e como ensinar Matemática e, também, buscar novas formas de tratar os assuntos em aula. Nesta caminhada aconteceram sucessos e insucessos, inquietações e aconchego, que colaboraram para uma postura reflexiva sobre o meu papel como educadora, o qual instigou o estudo constante e a busca por caminhos que colaborassem na promoção de mudanças, em minha prática e ação pedagógica, procurando estar sempre atenta às melhores possibilidades de aprimoramento pedagógico.

A expectativa de aprender mais e aprimorar minha relação professor-estudante-ensino insere-se nesta pesquisa, em que, ao imergir no contexto de professora-pesquisadora, no mestrado da UFLA, escolhi o estudo do uso de tecnologias digitais como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem de Matemática, destacando-se, ainda, as possibilidades e características do ensino na modalidade de ensino EJA.

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

> A aprendizagem é um processo de construção e reconstrução de conhecimentos, em que as referências do passado têm um valor de ligação, de continuidade e integração das experiências vividas.
>
> (Maria Beatriz Jacques Ramos)

Apresentamos neste capítulo os referenciais teóricos, em que se pautaram nosso estudo. Discorremos sobre as tecnologias na educação e a Educação de Jovens e Adultos, com vistas à formação de professores e à inovação pedagógica no processo ensino-aprendizagem.

## 3.1 As Tecnologias e a Educação

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, tornando-se possibilidades de ensino e de aprendizagem. Com essa intensificação do acesso à comunicação e à informação, vivenciamos, nas últimas décadas, as grandes transformações que vêm ocorrendo em diversos segmentos da sociedade, inclusive, nas escolas. Entretanto, os impactos e transformações ocorridos na sociedade não estão acontecendo no mesmo ritmo nas escolas e nem de forma tão significativa. Para Almeida (2009, p. 76), “não se pode afirmar que a escola não mudou; ela vem avançando a passos lentos, e os avanços tecnológicos não chegaram ainda a agregar valores consideráveis à aprendizagem e ao ensino”.

Neste contexto, a escola encontra-se diante de um grande desafio, promover a inserção de recursos tecnológicos na prática educativa e, ao mesmo tempo, favorecer um “fazer pedagógico” na busca por uma educação transformadora e libertadora, que, à luz das reflexões de Paulo Freire, possa ser instrumento de emancipação. Uma educação capaz de favorecer a construção do ser autônomo e que se contraponha a um modelo de ensino que atenda à formação do educando como sujeito passivo e mero receptor de conteúdos prontos e desvinculados da sua realidade.

Conforme Freire (1987, p. 33), uma educação com estas características seria uma educação "bancária" e se refere à postura do professor de detentor do saber e em que os conteúdos são passados aos estudantes, que os recebem e memorizam. No entanto, "(...) temos que reconhecer que nem todos os tipos de aulas expositivas podem ser considerados educação "bancária". A questão é o conteúdo e o dinamismo da aula, a abordagem do objeto a ser conhecido".

> Em lugar de comunicar-se, o educador faz "comunicados" e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção "bancária" da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. (...) nesta destorcida visão da educação, não há criatividade, não há transformação, não há saber. Só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros. Na visão "bancária" da educação, o "saber" é uma doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber (FREIRE, 1987, p. 33).

Assim, na busca por uma educação que transforme e emancipe o sujeito, uma reflexão importante é repensar o papel da escola na formação de estudantes inseridos em uma sociedade que recorre crescentemente a meios digitais de informação e comunicação, que permitem a eles estar, o tempo todo, interconectados em rede. É importante que a escola perceba sua importância nesta sociedade em constantes transformações e busque realizar as mudanças necessárias para promover a aprendizagem e a inclusão social.

Pesquisadores, como Almeida (1999), Borba (1999), D`Ambrósio (1996), Kenski (2006), Moran (2000), Penteado (1999), Prado (1996), Valente (1993a; 1993b; 1999), dentre outros, discutem sobre a inserção de tecnologias no ensino como possibilidade de mudanças na prática pedagógica do professor. É consenso entre eles que a formação docente tem um papel relevante no processo ensino-aprendizagem, como também na incorporação das TIC nas atividades educacionais.

Como ressalta Almeida (2005, p. 2), "as tecnologias, especialmente, as digitais, trazem novas perspectivas para o desenvolvimento do currículo emancipatório, à prática pedagógica reflexiva, à formação do profissional crítico e à valorização da pesquisa científica." Porém, mesmo as tecnologias trazendo novas perspectivas à educação, não é de se estranhar que os professores tenham receio de levá-las para a sala de aula, sentindo-se incapazes de suprir as expectativas, tanto suas quanto de seus estudantes.

É importante ponderar que, na perspectiva de Penteado (1999, p. 298),

> (...) o professor enfrenta os desafios impostos pela profissão e busca criar alternativas, porém a introdução do computador na escola altera os padrões nos quais ele usualmente desenvolve sua prática. São alterações no âmbito das emoções, das relações e condições de trabalho, da dinâmica da aula, da reorganização do currículo, entre outras.

Neste sentido, uma formação adequada do professor possibilitaria que se explorassem as tecnologias, analisando-se suas potencialidades e estabelecendo conexões com atividades nas quais ele atua como formador. "A formação docente deve ir além do uso técnico dos recursos tecnológicos e requer uma postura mais crítica do professor que o permita refletir sobre sua própria prática" (ALMEIDA, 2005, p. 44).

Para Ramos (2011, p. 45), o ato de ensinar "é uma atividade que requer uma atenção contínua, uma mudança de forma, de alternativas para superar as diferenças e o novo que a cada instante se apresenta." Não apenas ensinar, mas, também, o aprender traz muitos desafios à Educação. E, neste contexto, persiste a necessidade de mudanças pedagógicas na escola, onde o professor passa a ter que reavaliar como trata os assuntos em suas aulas, como provoca a participação dos estudantes e escolhe as metodologias de ensino e os recursos didáticos que utilizará nas aulas.

Pouco adianta ter novos aparatos, se não repensarmos a aula, de modo a possibilitar uma aprendizagem mais significativa e instigar uma maior participação e interesse dos estudantes. Do ponto de vista metodológico, o professor precisa aprender a equilibrar os processos de organização e de provocação na sala de aula (MORAN, 2004).

A necessidade de mudanças no ensino é evidente. Contudo, essas mudanças perpassam por reflexões sobre a prática pedagógica e remetem às dificuldades dos professores com as discussões acerca inserção de tecnologias na escola.

> No âmbito educacional, a tecnologia informática gera desconfortos e dúvidas para o professor, pois ele está lidando com algo que não fez parte de sua formação e nem de sua prática pedagógica e, por outro lado, seus estudantes, na maioria das vezes, conhecem e utilizam em seu dia a dia vários recursos tecnológicos como DVD´s, aparelhos de som, MP3 Player, calculadoras, celulares, videogames, computadores e jogos computacionais, o que representa a forma como estes adolescentes veem o mundo e a relação que têm com a vida, que é muito diferente dos seus professores (MENDES, 2006, p. 11-12).

Porém, repensar a escola não é tarefa fácil, pois é importante que o professor reflita, mude, reaprenda, ensine “diferente”, reveja o que ensina e como orienta seus estudantes nas atividades, se o assunto é passado pronto e acabado, sem instigar o estudante a pensar, a construir e descobrir caminhos. Reconhecer o que vale a pena ensinar, o que realmente tem importância e como poderia ser ensinado são premissas fundamentais. De acordo com Almeida (2009, p. 76), o professor convive com o desafio de criar estratégias que sejam "dinâmicas desafiadoras" e possibilitem que as tecnologias possam ser integradas ao ensino de maneira adequada. Há a necessidade de o professor saber articular o conteúdo de sua disciplina com as metodologias de ensino e as possibilidades de uso das tecnologias.

Além de ensinar a interpretar, relacionar e contextualizar para construir conhecimentos, com tantos atrativos fora da escola, é recorrente motivar e instigar o estudante a participar da aula, provocando a curiosidade e interação. Como ressalta Freire (1996, p. 18), instigar "a curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento". Diante disso, a inquietude dos estudantes perante o novo possibilitaria a busca e a construção do conhecimento. Mesmo que eles demonstrassem certas dificuldades na realização das atividades, a tentativa de superar as suas próprias limitações alavancaria a busca pelas informações de que precisam, favorecendo a compreensão do conteúdo. E isto vale, também, para o professor, que, movido pela curiosidade, estimularia a pergunta e a criticidade.

A formação docente, para o uso de tecnologias, faz-se necessária para a incorporação adequada de tecnologias nas atividades educacionais, compondo um papel relevante no processo ensino-aprendizagem. No entanto, vários são os problemas que podem estar dificultando a inserção de tecnologias no ensino escolar, entre eles: a formação e qualificação dos professores, recursos tecnológicos insuficientes, ineficiência de suporte técnico e a existência de inúmeras concepções errôneas acerca da utilização de tecnologias no ensino.

> Para explorar o potencial educacional das Tecnologias Informáticas (TI), é preciso haver mudanças na organização da escola e, particularmente, no trabalho do professor. Quanto à escola, é necessário ajustar e/ou eliminar práticas e regras já existentes e concentrar esforços na criação de situações novas. Estão em jogo: as normas institucionais, o currículo, a relação com os estudantes, com pais e

> professores. Quanto ao professor, as mudanças envolvem desde questões operacionais – a organização do espaço físico e a integração do velho com o novo – até questões epistemológicas, como a produção de novos significados para o conteúdo a ser ensinado (PENTEADO, 2000, p. 23).

A formação de professores não está restrita a criar condições para que o professor domine o computador ou programas de computador. É necessário, também, auxiliá-lo a desenvolver habilidades para saber como usar e conferir se tais recursos são adequados ao ensino de cada conteúdo. Isso pressupõe a necessidade do professor estar sempre atento às novas possibilidades de ensino para encontrar soluções inovadoras e novas abordagens que fundamentem suas ações em sala de aula. Para Grando (1995, p. 23), "(...) qualquer mudança necessária a ser realizada no processo ensino-aprendizagem de Matemática estará sempre vinculada à ação transformadora do professor".

Assim, "(...) a formação do professor deve prover condições para que ele construa conhecimento sobre as técnicas computacionais, entenda por que e como integrar o computador na sua prática pedagógica" (VALENTE, 1997, p. 12). O professor precisa assumir uma postura crítica e reflexiva diante das rápidas mudanças no mundo e repensar sua forma de ensinar, para superar possíveis obstáculos e dificuldades que possam surgir. É fundamental na formação dos professores a reflexão crítica sobre a própria prática, pois é ao repensar a prática de hoje ou de ontem que se podem construir inovações (FREIRE, 1996).

Segundo Almeida (2005, p. 4),

> (...) as potencialidades já ressaltadas da tecnologia digital não são suficientes para garantir a aprendizagem, tampouco indicam que uma única tecnologia seja adequada a todas as situações educacionais. Os propósitos da atividade, as necessidades contextuais, os temas dos estudos e as estratégias a desenvolver são os indicadores de quais

> tecnologias devem ser integradas ou se é apropriado utilizar tecnologias em determinada situação educacional.

No entanto, como aponta Moran (2007, p. 16), “há uma percepção crescente do descompasso entre os modelos tradicionais de ensino e as novas possibilidades que a sociedade já desenvolve informalmente e que as tecnologias atuais permitem”. Alguns professores inseridos nesse contexto têm inúmeras dificuldades, para entender como estruturar suas aulas, para melhor utilizar os recursos tecnológicos.

Kenski (2006, p. 60) afirma que as “transformações tecnológicas da atualidade impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e aprender. É preciso que se esteja em permanente estado de aprendizagem e de adaptação ao novo.” E, para isso, é fundamental que o professor assuma seu papel de sujeito da produção do saber e busque por metodologias de ensino que promovam a sua construção. As tecnologias digitais permitem que os professores e estudantes “possam ir além e inovar, gerar informações novas não apenas no conteúdo, mas também na forma como são viabilizadas nos espaços das redes” (KENSKI, 2001, p. 105).

Neste contexto, a aquisição de informações parece depender cada dia menos do professor, visto que ferramentas tecnológicas, como a internet, trazem dados, imagens e outros conteúdos de forma mais rápida e atraente. Porém, o professor é fundamental para ajudar o estudante a selecionar e a interpretar as informações acessadas, a relacioná-las e contextualizá-las. E, para que isto aconteça, é primordial facilitar, também, o acesso dos professores à tecnologia, como o computador e a Internet, principalmente, na escola. Pode ajudar o professor a repensar as formas atuais de ensinar e de aprender, permitindo conteúdos curriculares menos rígidos e amplos, muito mais flexibilidade de espaços e tempos e modelos mais abertos de pesquisa e de comunicação (MORAN, 2000).

A escola precisa ser vista como um espaço de interligação com todos os ambientes e recursos didáticos que são importantes para aprender. Neste sentido,

> Não há como se ignorar o papel tecnologia no mundo contemporâneo. Várias operações e atividades que os cidadãos precisam/querem realizar são mediadas pelas máquinas. Nesse turbilhão, encontra-se também a escola que, como instância formativa, não pode (e nem conseguiria) se colocar à parte dessas circunstâncias (OLIVEIRA, 2011, p. 78).

Reforçamos a ideia de que é imprescindível repensar a escola, integrada às tecnologias para que ela se torne mais flexível do que a atual, sendo um lugar de novos espaços e tempos de aprendizagem, que podem iniciar na sala de aula e continuar em outros lugares, como na biblioteca, no pátio da escola e até em casa e no trabalho.

No item a seguir, tratamos das possibilidades de uso de determinadas tecnologias no ensino de Matemática, que é foco de nosso estudo.

## 3.2 O ensino de Matemática e as Tecnologias Digitais: computadores, fotografias, vídeos, animações e programas computacionais

A construção do conhecimento matemático ocorreu, em diferentes épocas da História da Humanidade, despertando o interesse de povos antigos como os babilônios, egípcios, hindus, gregos e chineses. Os vestígios deixados pelas várias civilizações que, em tempos remotos, viveram na Terra, revelam que a Matemática sempre fez parte da vida do homem. Boyer e Merzbach (2012, p. 4) expõe que ‘‘Afirmações sobre as origens da Matemática, seja da Aritmética, seja da Geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios são mais antigos que a arte de escrever”.

O conhecimento matemático não foi construído de uma vez e nem deve ser atribuído a um único indivíduo ou tribo ou civilização, construiu-se gradualmente durante milhares de anos. Boyer e Merzbach (2012, p. 1) enfatizam que “ideias são como sementes resistentes e, às vezes, a origem presumida de um conceito pode ser apenas a reaparição de uma ideia muito mais antiga que ficara esquecida”.

Podemos perceber, em nossas atividades cotidianas, que a Matemática está muito presente, desde as experiências mais simples, como verificar quantidades e medir distâncias, às mais complexas, como os cálculos financeiros. Em meio aos obstáculos e desafios presentes no ensino de Matemática, a possibilidade de uso de ferramentas tecnológicas no seu ensino, pode favorecer o processo ensino-aprendizagem na escola (ALMEIDA, 1999; D’AMBRÓSIO, 1996).

No que tange ao ensino de Matemática, ainda temos o parecer de ser considerada uma disciplina difícil e com determinados conteúdos elencados sem aplicabilidade clara em nosso dia a dia. Entretanto, podemos viabilizar mudanças no ensino de Matemática, que recorrem da necessidade e do interesse de tornar o seu ensino mais significativo para os estudantes.

No ensino de Matemática, as calculadoras, computadores, vídeos, *softwares* matemáticos e jogos são exemplos de tecnologias presentes no mundo moderno e que podem colaborar na aquisição e construção de conhecimento matemático, favorecendo uma participação mais ativa e uma maior interação entre estudantes e entre estudantes e professor. Por outro lado, precisamos priorizar o caminho, o processo de construção do conhecimento em detrimento a supervalorizar o uso de tecnologias. Caso contrário, a tecnologia acaba sendo mais um recurso didático a ser usado, sem valorizar o currículo e a ação pedagógica.

Quanto ao ensino de Geometria, ele pode ser justificado pela sua importância no dia a dia das pessoas. Segundo Lorenzato (1995, p. 5), o ensino de Geometria é necessário:

> (...) pelo fato de que, um indivíduo sem esse conteúdo, nunca poderia desenvolver o pensar geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizadas. Não poderá, ainda, utilizar-se da Geometria como facilitadora para compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano.

A integração de tecnologias, no ensino de Matemática, em especial de Geometria, tem inúmeras possibilidades, em razão dos diversos recursos disponíveis. Fonseca et al. (2009, p. 92-93) afirma que o ensino de Geometria:

> (...) é uma das melhores oportunidades que existem para aprender matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possa de algum modo a serem dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta.

No ensino de Geometria, podemos articular o conteúdo com os recursos tecnológicos e metodológicos, para favorecer o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos. A Geometria mostra-se como uma área da Matemática bastante favorável à realização de atividades que propiciam a investigação matemática. Um exemplo é a visualização de formas geométricas, proporcionada pelos recursos computacionais, vídeos e animações. Há possibilidade de aprender construindo, manipulando e, principalmente, de ter uma visão bi e tridimensional de figuras geométricas. Para isto, existem alguns programas que podem diminuir essa dificuldade relativa à visualização e manipulação de figuras, que são difíceis de serem desenhadas no quadro.

Não podemos deixar de considerar, também, a importância de não priorizar atividades desprovidas de compreensão e que valorizam, excessivamente, a memorização de conceitos prontos e fórmulas matemáticas. Estimar resultados, planejar e buscar estratégias, para a solução de um problema, representam algumas das habilidades que se formam quando se desenvolve o pensamento geométrico.

O uso de computadores e projetores, para assistir a vídeos e manipular *softwares* matemáticos, são possibilidades que modificam a dinâmica das aulas e podem favorecer o processo ensino-aprendizagem. De acordo com Teixeira e Brandão (2003), “A utilização do computador em educação só faz sentido na medida em que os professores o conceberem como uma ferramenta de auxílio às suas atividades didático-pedagógicas”. Considerando o uso de vídeos, Moran (2004, p. 5) aponta que a utilização do vídeo na escola tem dois momentos ou focos que se alternam e se combinam equilibradamente: o vídeo abre novas perspectivas de interpretação e age como “uma sacudida para a nossa inércia”, um “tensionador” na busca de novos olhares, sentimentos, ideias, percepções e valores; o vídeo ilustra, amplia, exemplifica, servindo, assim, para confirmar uma teoria, uma síntese, um olhar específico já trabalhados. O que precisamos fazer é desmistificarmos o seu uso.

> Vídeo, na cabeça dos estudantes, significa descanso e não "aula", o que modifica a postura, as expectativas em relação ao seu uso. Precisamos aproveitar essa expectativa positiva para atrair o estudante para os assuntos do nosso planejamento pedagógico. Mas ao mesmo tempo, saber que necessitamos prestar atenção para estabelecer novas pontes entre o vídeo e as outras dinâmicas da aula. (...) O vídeo explora também e, basicamente, o ver, o visualizar, o ter diante de nós as situações, as pessoas, os cenários, as cores, as relações espaciais (MORAN, 1995, p. 27-28).

Dependendo de como e quando recorremos ao vídeo e a outras tecnologias, eles podem facilitar a organização e a superação de dificuldades e são recursos que podem favorecer muito a dinâmica da aula. O vídeo possui linguagens que interagem e, desta forma, atingem todos os nossos sentidos. Conforme Moran (1995, p. 30-31), de acordo com a proposta de aula, os vídeos podem ser usados para:

> (a) Sensibilizar e introduzir um assunto, despertando a curiosidade; (b) Ilustrar o que se fala em aula, trazendo realidades distantes dos estudantes; (c) Simular situações e experiências das ciências que seriam perigosas em laboratório ou que exigiriam muito tempo e recursos; (d) Mostrar um assunto, informando sobre um tema específico, orientando a sua interpretação ou permitindo abordagens múltiplas, interdisciplinares; (e) Registrar eventos, aulas, experiências, estudos do meio, entrevistas, depoimentos, documentando o que é mais importante para o seu trabalho; (f) Produzir filmes e programas informativos dentro de uma determinada matéria, ou dentro de um trabalho interdisciplinar; (g) Avaliar os estudantes, o professor, o processo ensino-aprendizagem, filmando e analisando o grupo e a comunicação do professor com estudantes e (h) Integrar e dar suporte a outras mídias, como televisão, cinema e computador.

É cada vez mais comum, também, a indicação do uso de programas de computador, os *softwares*, voltados para o ensino nas diversas disciplinas. Alguns desses são classificados como *softwares* educativos. Esses *softwares* são idealizados e programados com propósitos educativos, fora e dentro da escola.

Os softwares educativos baseiam-se, principalmente, nas modalidades exercício e prática, jogos e tutoriais e seu desenvolvimento, buscando contemplar as características da educação que levam à formação global do estudante. Os softwares podem ser de: (1) exercício e prática são os programas utilizados para revisar algum material já estudado, principalmente, os que envolvem memorização e repetição, como aritmética e vocabulário. É baseado na realização de exercícios com grau de dificuldade variado e de acordo com o conhecimento e interesse dos estudantes. Estes programas, geralmente, são apresentados na forma de jogos; (2) Jogos: proporcionam a exploração autodirigida, livre e lúdica em vez da instrução explícita e direta. Os jogos, do ponto de vista da criança, constituem a maneira mais divertida de aprender. Entretanto, a competição pode desviar a atenção da criança do conceito envolvido no jogo; (3) Tutoriais: enfatizam a apresentação das lições ou a explicitação da informação. Apresentam animação, som e a manutenção do controle da *performance* do aprendiz, facilitando o processo de administração das lições e possíveis programas de remediação. Constituem uma versão computacional da instrução programada (CAMPOS; CAMPOS, 2001; VALENTE, 1993a).

Alguns s*oftwares* ampliam as possibilidades de uso do computador no ensino e aprendizagem e, consequentemente, a construção do conhecimento; no entanto, requerem uma formação mais ampla do professor, tanto o domínio de recursos computacionais, quanto do conteúdo curricular, para saber melhor integrar atividades com o uso do computador à prática educativa (VALENTE, 1999).

Por isso, a seleção de *softwares* educacionais requer muita atenção, já que uma escolha criteriosa do programa poderá dar uma maior segurança aos professores. Segundo Campos e Campos (2001), avaliar e selecionar o software mais adequado requer considerar suas características técnicas e os aspectos educacionais envolvidos.

Considerando as atividades de manipulação de figuras por meio de programas de computador, dos chamados de s*oftwares* de Geometria Dinâmica (GD), elas possibilitam algumas estratégias de resolução de questões e aprendizado de conceitos matemáticos. São exemplos de *softwares* desse tipo: o Cabri- Geometre, Régua e Compasso, Geogebra e iGeom. Os ambientes de

Geometria Dinâmica são ferramentas que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem e através de réguas e compassos virtuais (GRAVINA, 2001).

Brandão e Isotani (2003, p. 3) afirmam que "O uso da Geometria Dinâmica no ensino da Geometria traz boas possibilidades de mudança em uma área que vem sendo relegada ao segundo plano no Ensino Fundamental e Médio, quando ensinada." A presença do computador na escola e o acesso à internet têm possibilidades que podem trazer inúmeras vantagens e benefícios ao ensino e aprendizagem de Matemática. A Geometria Dinâmica possibilita a representação e articulação dos objetos geométricos com maior facilidade, permitindo que o estudante vivencie situações-problema para descobrir as relações entre esses objetos matemáticos (BRANDÃO; ISOTANI; MOURA, 2006).

Nestas perspectivas, pensar a Matemática como um processo de formação de conceitos e do raciocínio lógico exige (re)pensar, também, as metodologias de ensino e o papel do professor nesse processo de mudanças. Para que o professor se insira em tais mudanças, é preciso que desenvolva um conhecimento profissional que lhe permita construir e reconstruir sua prática docente. Inúmeras são as possibilidades de uso das tecnologias tais como, *softwares*, simuladores e programas de construção geométrica. Mas, se não houver um planejamento para o seu uso, não haverá uma real mudança no seu ensino. Para Penteado (2000, p. 31), "Sem uma nova elaboração do conteúdo e das atividades, o uso de tecnologias pode reforçar práticas tradicionais que mantenham os estudantes num papel passivo".

## 3.3 A Educação de Jovens e Adultos (EJA)

Este estudo tem estudantes da modalidade de ensino EJA como sujeitos de pesquisa e, buscando ter uma melhor compreensão da Educação de Jovens e

Adultos, consideramos importante entender o que é, como funciona e se organiza esta modalidade de ensino para, assim, organizar as atividades de ensino de Matemática.

### 3.3.1 A Educação de Jovens e Adultos – Que modalidade de ensino é esta?

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino, nas etapas do Ensino Fundamental e Médio, que visa a dar oportunidade de estudos a jovens e adultos que não tiveram oportunidade de acesso ou continuidade de estudo na idade própria, por algum motivo e, também, prepará-los para o trabalho e o pleno exercício da cidadania. Esta modalidade de ensino deve proporcionar uma educação adequada às características dos estudantes, seus interesses, condição de vida e trabalho. "O estudante da EJA tem a oportunidade de mudar a sua vida, retornando aos estudos para poder reescrever sua trajetória de vida" (BRASIL, 1996, p. 13).

Conforme o Ministério de Educação (MEC), as legislações foram regulamentadas, estabelecendo a educação como direito de todos e dever do Estado e da família, e com sua oferta garantida, também, para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria.

Em 1996, com as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação de Jovens e Adultos, estabeleceu-se que a idade inicial, para matrícula nos cursos de EJA, é a partir de 15 anos completos para o Ensino Fundamental e a partir de 18 anos completos para o Ensino Médio (BRASIL, 1996).

Os cursos de Ensino Fundamental e Médio para a EJA, segundo as diretrizes que os regulamenta, podem ser oferecidos nos turnos diurno e noturno e devem pautar-se pela flexibilidade, tanto de tempo e espaço como de currículo. As metodologias de ensino devem ser adequadas às idades, à maturidade e à experiência de aprendizagens, para atenderem melhor aos estudantes desta modalidade de ensino.

As diretrizes, vigentes em 2015, estabeleceram que os cursos presenciais da EJA fossem oferecidos nas escolas estaduais e com a seguinte organização: curso presencial dos anos finais do Ensino Fundamental, com duração de 02 (dois) anos letivos, organizados em 04 (quatro) períodos semestrais; curso presencial do Ensino Médio, com duração de 01 (um) ano e meio, organizado em 03 (três) períodos semestrais.

### 3.3.2 O perfil do estudante da EJA

Muitos adultos que abandonaram os estudos trazem para a escola algumas lembranças do tempo em que a frequentaram, ou mesmo apenas a conhecem por experiências contadas por outras pessoas. Como observado por Arroyo (2006, p. 28), a EJA pauta-se em garantir "a educação como direito, em consideração ao grande esforço que os jovens e adultos fazem para voltar à escola, para garantir seu direito à educação, ao trabalho, à cidadania e à inclusão social".

Diversos são os motivos que levam ao abandono e promovem o retorno à escola e, ao retomar ou iniciar os estudos, principalmente:

> Suas expectativas de conseguir um emprego melhor. Mas suas motivações não se limitam a este aspecto. Muitos se referem também à vontade mais ampla de "entender melhor as coisas", "se expressar melhor", de "ser gente", de "não depender sempre dos outros". Especialmente as mulheres, referem-se muitas vezes também ao desejo de ajudar os filhos com os deveres escolares ou, simplesmente, de lhes dar um bom exemplo (BRASIL, 2001, p. 42).

Várias questões sociais levam os estudantes a desistirem de estudar ou abandonar, temporariamente, os estudos. Alguns estudantes enfrentam problemas financeiros e, consequentemente, têm a necessidade de trabalhar para compor a renda familiar e, com isso, abandonam os estudos. Outros problemas, como a gravidez precoce na adolescência, as dificuldades de transporte, a desmotivação pelos estudos em decorrência da reprovação, são também motivos que afastaram muitos desses estudantes da escola (BRASIL, 2001).

Para os estudantes da EJA, a escola é um espaço de construção de novos conhecimentos e, também, de transformação social. Podemos perceber, claramente, que estes estudantes têm a preocupação em saber se os conteúdos ministrados irão ou não ter uso no seu dia a dia. No entanto, eles têm algumas particularidades, como as dificuldades de dedicação aos estudos e as relativas às expectativas de realização pessoal e profissional. A diversidade do perfil dos estudantes é uma das principais características da EJA, principalmente, quanto às idades e às experiências escolares e profissionais.

### 3.3.3 O ensino na EJA – O que e como ensinar?

O retorno ao ambiente escolar, principalmente, para os que abandonaram os estudos há muitos anos, trabalham e têm família, como já mencionado, traz expectativas e inúmeros desafios. Daí, a necessidade de uma ação pedagógica diferenciada, considerando-se as características dos estudantes que buscam a modalidade de ensino EJA.

Na elaboração do plano de ensino para a EJA, cabe ao professor selecionar, recombinar e sequenciar conteúdos e objetivos, de acordo com as características de seu projeto pedagógico e observados os perfis dos estudantes. “O projeto político-pedagógico da EJA precisa ser específico, para essa modalidade de ensino, considerando-se as formas e os tempos de aprender dos jovens e adultos e a valorização de seus conhecimentos e experiências prévias" (BRASIL, 2001, p. 165).

Refletir sobre a EJA pressupõe conhecer o que interfere e quem são os sujeitos que dela participam. Pressupõe, ainda, a preocupação com um ensino que favoreça a inclusão do estudante, tanto na escola como na sociedade. Ler e escrever, compreender textos, saber aplicar os conhecimentos matemáticos no seu dia a dia e, até mesmo, aprender outro idioma e a lidar com tecnologias digitais, são desejos de muitos dos que ingressam na EJA.

"A retomada dos estudos é ainda uma possibilidade de realização pessoal e melhoria da autoestima" (BRASIL, 2001, p. 174). Por isso, ter a visão do curso EJA, apenas quanto às expectativas dos estudantes por melhoria no trabalho, seria desconsiderar o papel da escola como um espaço de construção de conhecimentos e de desenvolvimentos de habilidades e competências. Segundo Grando (1995, p. 22), "A escola erra quando não leva em conta e não valoriza as experiências vivenciadas pelos alunos fora dos limites da sala de aula". Conhecer melhor o que já se conhece é mais acessível do que aprender o que ainda não se sabe. No entanto, seria errado pensar que esses estudantes não buscam, também, a aprender algo mais distante de sua realidade, seja fazer um concurso ou vestibular e ter outras oportunidades de trabalho e de novas expectativas para sua vida e diferentes do que têm.

> (...) um aspecto fundamental da inserção de jovens e adultos nesses programas é o fortalecimento de sua autoestima, a afirmação de sua identidade como cidadãos de direitos e como seres produtivos e criativos, intelectualmente capazes, detentores e produtores de cultura. A recuperação da autoestima, da identidade pessoal e cultural e o reconhecimento mútuo dos educandos envolve a rememoração de suas histórias de vida, de seus projetos e expectativas (BRASIL, 2001, p. 174).

Analisando da perspectiva do currículo escolar, com tempos tão reduzidos de ensino, é evidente ser difícil ensinar todo o conteúdo previsto para o ensino regular na EJA. Por isso, reorganizar os conteúdos a serem abordados e, até mesmo, excluir ou adaptar alguns assuntos, torna-se relevante. Como afirma Moran (2007a, p. 23), "o currículo precisa ser repensado para que se torne importante para o estudante, para que este se sinta protagonista, sujeito, personagem principal. A escola tem de se adaptar ao estudante e não o contrário." Para essa (re)organização, é necessário considerar a importância de cada assunto, para os estudos futuros e para a vida dos jovens e adultos, atendendo aos prazos de cada período e adaptando o conteúdo, quando for necessário.

Para Arroyo (2006, p. 28),

> Uma tarefa muito séria, desafiante, será pensar um programa, uma política de formação de educadores e educadoras de jovens e adultos que coloque como eixo de sentido o domínio de uma sólida base teórica construída, tendo como referência o trabalho, os movimentos sociais, a cultura, a experiência e resistência à opressão como matrizes pedagógicas.

Neste contexto, precisamos considerar a importância de cada conteúdo programático, para atender às especificidades das turmas, para que a construção do conhecimento e a aquisição de competências possam acontecer com maior eficácia.

No capítulo a seguir, apresentamos o trabalho de campo realizado com estudantes da EJA, vislumbrando um ensino que favoreça, além de uma aprendizagem significativa, a inserção de tecnologias como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem.

# 4 O INÍCIO DA CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

> Nenhuma ação educativa pode prescindir de uma reflexão sobre o homem e de sua análise sobre as suas condições culturais. Não há educação fora das sociedades humanas e não há homens isolados. O homem é um ser de raízes espaço-temporais. Paulo Freire

Neste capítulo, serão abordados os elementos teórico-metodológicos que constituem esta dissertação, como apresentação do tema e do problema de pesquisa; a definição dos objetivos, a justificativa para a escolha do tema e a metodologia de pesquisa.

## 4.1 Problematizando: questões e problema de pesquisa

Gil (2002, p. 17) define pesquisa como “o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos.” Neste sentido, tendo a formação docente como linha de pesquisa do Mestrado e a Educação Mediada por Tecnologias como campo de investigação e, em consonância com os questionamentos sempre presentes na ação pedagógica, essa proposta de pesquisa é conduzida com base na seguinte questão: “De que modos podem ser usadas tecnologias para criar um ambiente em que estudantes da EJA possam produzir significados para as ideias de área e perímetro?”

Para destacar tal questão, relacionamos, também, outros questionamentos: (1) Como se utilizar tecnologias para potencializar o trabalho pedagógico do professor em aulas de Matemática? (2) Que outros trabalhos de pesquisa discutem o uso de tecnologias no ensino de área e perímetro? (3) Quais deles na EJA?

Ao refletir sobre essas questões, consideramos, ainda, que, em uma proposta pedagógica, na realidade escolar da EJA, o ensino poderia valorizar mais as experiências prévias pelos estudantes e possibilitar novas perspectivas de vida e trabalho. Pensando assim consideramos as seguintes premissas: (1) Os usos de tecnologias como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem. (2) Trabalhar os conteúdos de ensino em contextos ou realidades de vida dos estudantes. (3) Realizar o planejamento das aulas, evitando a educação bancária, na qual estudantes são levados a reproduzir procedimentos, informações conceituais ou atitudinais e, para isso, buscar desafiar estudantes à resolução de situações-problema, à discussão e à construção individual e coletiva de conhecimento. (4) Poder incluir questionamentos e problematizações relacionados com situações sociais, visando à construção de novos saberes importantes aos ideais de inclusão social dos estudantes. Entendemos que a inovação pedagógica pode colaborar para uma aprendizagem mais significativa para os estudantes.

## 4.2 Objetivos da pesquisa

Como objetivo principal, estabelecemos: Planejar, realizar e analisar uma experiência de ensino com o uso de tecnologias no ensino de Geometria com estudantes da EJA. E em sua forma mais específica: (a) Elaborar planos de aula, contendo atividades usando tecnologias, como vídeos, filmagens, fotografias, computador, internet e programas de computador para abordar o ensino de área e perímetro; (b) Analisar as atividades propostas para aprimorar a prática pedagógica no ensino de Geometria.

## 4.3 Justificativa

As escolhas feitas nesta investigação estão relacionadas com a minha trajetória pessoal e profissional, especialmente com minha atuação e reflexão, numa perspectiva de formação inicial e continuada em Matemática. As inquietações decorrentes refletem uma formação que está se construindo e se (re)formulando, no decorrer da minha atuação profissional, em que, buscando por novos caminhos, venho encontrando outras possibilidades para lidar com os atuais desafios inerentes à educação escolar.

Nesta busca incessante por aprender mais, para suprir algumas dificuldades, foi necessário certo esforço pessoal nas pesquisas sobre o ensino de Matemática e acerca de metodologias de ensino. Desde o início da minha atuação profissional, essa inquietude levou-me à busca por aperfeiçoamento teórico e prático, no campo da Educação Matemática, desafiando-me a uma reflexão crítica sobre a minha prática docente, que vislumbra uma postura mediadora no processo ensino-aprendizagem. Essa experiência levou-me a procurar por práticas educativas que pudessem proporcionar um maior interesse dos estudantes pela Matemática e, consequentemente, por resultados mais significativos de aprendizagem.

Aprovada na seleção de mestrado, a minha pesquisa, até então, seria voltada, exclusivamente, para o uso de programas de computador (*softwares*) no ensino de Matemática. No entanto, durante o curso, recorrendo às leituras de pesquisas e relatos de experiências, deparei-me com “provocações”, que me instigaram a refletir sobre a inserção de tecnologias como mediadoras no processo ensino-aprendizagem e não apenas como mais uma maneira de passar o conteúdo. Levou-me a mudar de enfoque.

A escolha dos sujeitos de pesquisa refere-se ao meu envolvimento com a Educação de Jovens e Adultos e às dificuldades recorrentes em estruturar o plano de curso, planejar as aulas e organizar o material didático, adequando-os ao tempo de cada aula e aos sujeitos envolvidos.

Faz-se necessário destacar, também, os motivos da escolha em relação ao ensino de Matemática, nos tópicos de Geometria, área e perímetro, que são temas deste estudo. Um dos motivos da escolha pauta-se no fato dos assuntos estarem inseridos no planejamento de ensino das turmas escolares estudadas e serem conhecimentos fundamentais da disciplina. Embasada em minha experiência docente e em resultados de avaliações sistêmicas[5], como o SAEB[6] e o SIMAVE[7] e, também, da OBMEP, outro motivo é a dificuldade de aprendizagem dos estudantes com relação aos conhecimentos de Geometria, tais como: estabelecer relações entre as figuras geométricas, identificar suas propriedades, associar objetos do cotidiano às formas geométricas, planificar sólidos geométricos e determinar, principalmente, perímetros, áreas e volumes das figuras.

Diante disso, pretendeu-se, com a investigação, organizar algumas atividades com o uso de tecnologias, mediando o processo ensino-aprendizagem, motivando a participação dos estudantes e facilitando o aprendizado. O desafio de tentar amenizar as dificuldades de aprendizagem existentes é o impulsionador desta pesquisa.

---

5 Segundo MEC, a avaliação sistêmica é uma modalidade de avaliação, em larga escala, capaz de fornecer informações, sobre os processos e os resultados dos sistemas de ensino. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=13565>

6 A Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) são avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>

7 O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e a Prova Brasil são avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>

# 5 O TRABALHO DE CAMPO

Nesse capítulo apresentamos os sujeitos pesquisados e os procedimentos metodológicos utilizados para alcançar os objetivos propostos. Descrevemos o tipo de pesquisa, as técnicas e instrumentos de coleta de dados, as atividades planejadas e as discussões de resultados.

## 5.1 Os sujeitos da pesquisa e o contexto escolar

Os sujeitos da pesquisa foram 50 estudantes de duas turmas do 1º Período Médio da EJA. Os estudantes tinham idades entre 18(dezoito) e 78(setenta e oito anos), com diferentes tempos de abandono e retorno aos estudos. Em uma das turmas, incluíam-se dois estudantes surdos, que se comunicavam por meio da Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) e contavam com uma intérprete durante as aulas. A carga horária semanal de Matemática era de três aulas, com duração de 50 minutos, que aconteciam no turno noturno.

A pesquisa de campo foi realizada com turmas nas quais a professora-pesquisadora lecionava, no ano letivo de 2015. A escolha das turmas da EJA justifica-se pelo desejo de aproveitarmos o contexto de trabalho para desenvolver uma pesquisa em sala de aula.

A escola, em que a pesquisa foi realizada, está localizada na área urbana da cidade de Formiga, no interior de Minas Gerais e é vinculada à rede estadual de ensino. Oferece Ensino Básico, nos níveis Fundamental e Médio (Regular e EJA), em 33(trinta e três) turmas distribuídas em três turnos. Atende a, aproximadamente, 1.200 (um mil e duzentos) estudantes oriundos de todos os bairros da cidade, das classes média a baixa, determinando um perfil de grande diversidade. Faz parte do “Projeto Incluir” da Secretaria de Estado da Educação (SEE-MG), atendendo a crianças e adolescentes com necessidades especiais. A

Escola conta com 13 (treze) salas de aula, um Laboratório de Ciências, um Laboratório de Informática com 25 (vinte e cinco) computadores, uma sala de recursos, destinada ao atendimento especializado, uma quadra coberta e uma biblioteca.

## 5.2 Metodologia

O estudo tem abordagem qualitativa e se constitui de um estudo delimitado de uma determinada situação, baseada no trabalho de campo e, de acordo com Ludke e André (1986, p. 12), é uma investigação exploratória, descritiva e analítica. Este tipo de estudo que analisa um caso específico é identificado como estudo de caso. Em Matemática, os estudos de caso são usados para investigar as práticas em sala de aula, os programas de formação de professores, as inovações pedagógicas, dentre outras experiências relacionadas ao processo ensino-aprendizagem.

Este trabalho apresenta uma pesquisa de ensino de Matemática com uso de tecnologias. Refere-se aos tópicos de Geometria: área e perímetro. Nesta pesquisa, propôs-se um planejamento de aulas que pudessem viabilizar o ensino de Matemática, por uso de tecnologias mediando o processo ensino-aprendizagem. Tais estratégias foram: (a) Investigação dos conhecimentos dos estudantes sobre os conceitos e importância de Geometria, área e perímetro, com discussões em sala de aula e atividades práticas e escritas; (b) Realização de avaliação diagnóstica com situações-problema sobre área e perímetro; (c) Atividades didáticas contemplando medições e cálculos no ensino de área e perímetro; (d) Atividades didáticas contemplando o uso de tecnologias digitais, a saber: vídeos, fotografias e filmagem com celulares e câmeras digitais, programas de computador (*softwares* de Geometria Dinâmica), imagens digitalizadas e projeção de telas (*slides Power point*) e (e) Análise das atividades práticas e investigativas e das situações-problema tratadas na sequência de aulas planejadas e realizadas.

Nas atividades, contemplaram-se vídeos explicativos sobre os conteúdos estudados, as fotografias e/ou filmagens de objetos com formas geométricas encontradas ao nosso redor, com câmeras e celulares com câmera; o uso de vídeos e projeção de telas que tratavam de conceitos de Geometria, das construções geométricas e visualizações de formas geométricas pelo *software* de Geometria Dinâmica.

Para analisar as atividades, respaldamo-nos na análise das discussões e das atividades, investigativas e escritas, realizadas em cada aula, nas observações sistemáticas e nas anotações dos fatos no diário de campo da professora-pesquisadora e, também, das gravações dos discursos em áudio e vídeo de algumas das atividades. O material do estudante, avaliações e atividades em aula, integram os documentos que dão embasamento às reflexões e às considerações acerca do ensino de área e perímetro com a mediação de tecnologias. Ressaltamos que os dados coletados nas observações de aulas, em discussões e por atividades realizadas pelos estudantes foram registrados em um diário de campo, instrumento que permitiu sistematizar as experiências e os resultados analisados.

# 6 AS ATIVIDADES PEDAGÓGICAS E DISCUSSÕES

A proposta dispõe sobre temas “Área e Perímetro” e se constituiu de uma sequência de aulas que visa ao estudo desses assuntos de Geometria, com atividades mediadas por tecnologias. Ressaltamos que as tecnologias foram usadas como meio de construção de conhecimentos, mediando o processo ensino-aprendizagem. Primeiramente, apresentamos algumas possibilidades pesquisadas que deram suporte às atividades planejadas. A seguir, apresentamos a descrição das aulas que compõem a sequência didática e suas discussões. Ressaltamos que optamos pela descrição das aulas e, concomitantemente, análise e discussão dos resultados obtidos, considerando-se que articular as discussões teórico-metodológicas simultaneamente ao ocorrido seria mais adequado.

## 6.1 Algumas possibilidades tecnológicas

Na busca das informações referentes às metodologias, orientações, relatos de experiências, ou seja, por “ideias” e materiais que poderiam ser utilizados nas aulas de Matemática, encontramos alguns vídeos que atenderam às expectativas e ao anseio de uso de tecnologias. A série “Matemática em toda parte”, com o professor Antonio José Lopes[8] e “Matemática em toda parte - 2”, com o professor Leo Akio Yokoyama[9], serviram como material de apoio e

---

[8] Antonio José Lopes (Bigode) é professor-pesquisador do Centro de Educação Matemática (CEM). Presta consultoria didático-pedagógica a dezenas de instituições com destaque para o Ministério da Educação MEC (PCN, TV Escola) e dezenas de Secretarias Estaduais (SP, PR, MS) e Municipais de Educação (SP, Curitiba, Vitória, etc.) sobre temas relacionados à Educação Matemática. É autor da coleção Matemática Hoje é Feita Assim, FTD, e de artigos sobre Didática da Matemática. <http://www.matematicahoje.com.br/telas/mat_autor.asp>

[9] Leo Akio Yokoyama é professor doutor do Colégio de Aplicação da UFRJ - desde 2005. Doutor em Educação Matemática INCLUSIVA e Mestre em Matemática

inspiração para a organização das aulas. Outra série de vídeos da videoteca da TV Escola, Ministério da Educação (MEC) é a série: “Perspectivas: Matemática”. Desta série, destacamos o vídeo “Geometria: a Matemática do espaço”, que apresenta figuras geométricas e suas características em uma abordagem bem criativa. Os vídeos são distribuídos, gratuitamente, às escolas da rede pública brasileira e, também, disponibilizados na Videoteca[10] da TV Escola/MEC. O Portal indica episódios na série “Matemática em Toda Parte” e treze episódios na série “Matemática em Toda Parte II” (nem todos ainda disponibilizados), que mostram a presença de importantes conceitos matemáticos em nosso dia a dia, baseados em algumas atividades e discussões que são sugeridas pelos professores que apresentam a série. Outra série interessante, também disponibilizada pela TV Escola, é a série “Arte e Matemática”. Destacamos o episódio “Forma dentro da forma”, que trata da História da Geometria, Triângulo de Pitágoras e, principalmente, sobre a noção de perspectiva.

Estão disponíveis, também , os vídeos da UNIVESPTV[11], que tratam do ensino de Geometria de maneira prática: “Espaço e Forma: as formas geométricas no mundo”[12] e “Grandezas e Medidas: medir, estimar e comparar”[13]. Outras sugestões, para aulas de Matemática, são disponibilizadas

---

Aplicada (Geometria Projetiva) - UFRJ. Atua como Palestrante em Matemática Inclusiva; é Professor formador do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC); professor Orientador do Pic Obmep. <http://www.leoakio.com/quem-sou.html>

[10] <http://tvescola.mec.gov.br/tve/videoteca-series?clearBreadCrumb=true>

[11] O cmais+ é o portal de conteúdo da Cultura e reúne os canais TV Cultura, UnivespTV,MultiCultura, TV Rá-Tim-Bum! e as rádios Cultura Brasil e Cultura FM <http://univesptv.cmais.com.br/pedagogia-unesp/d-20>

[12] http://univesptv.cmais.com.br/pedagogia-unesp/d-20/espaco-e-forma-as-formas-geometricas-no-mundo-1

[13] http://univesptv.cmais.com.br/pedagogia-unesp/d-20/grandezas-e-medidas-medir-estimar-e-comparar-1

pelo portal da UNICAMP. Trata-se da coleção M³ Matemática Multimídia[14], que contém recursos educacionais multimídia em formatos digitais desenvolvidos pela Unicamp para o Ensino Médio de Matemática no Brasil, que também pode ser aplicável no Ensino Fundamental. Algumas dessas referências contam com a participação de professores que relatam suas experiências em sala de aula no ensino de Matemática e vieram contribuir para elucidar minhas dúvidas e expectativas.

Considerando a abordagem histórica relevante, para mediar a construção de conhecimentos matemáticos, buscamos introduzir o assunto por meio de um vídeo que mostrava a construção do conhecimento, no início da história da Geometria. Na procura por filmes/vídeos sobre a História da Geometria, realizamos uma busca na internet e na biblioteca/videoteca da escola por alguns vídeos que abordassem a origem do conhecimento geométrico. A listagem dos vídeos sobre a História da Matemática e da Geometria compõe o Apêndice C deste trabalho.

Com o intuito de conhecer outros recursos tecnológicos, especialmente, para uso em Geometria, realizamos uma busca na internet por indicações do uso de animações e/ou programas de computador que valorizassem e facilitassem a visualização de figuras geométricas tridimensionais. Privilegiamos a busca em páginas educacionais de instituições de ensino superior.

Alguns resultados encontrados, usando o descritor “geometria”:

**(a) Página: Banco Internacional de Objetos Educacionais[15]**

Este Repositório possui objetos educacionais de acesso público, em vários formatos e para todos os níveis de ensino. A pesquisa pode ser feita em objetos isoladamente ou em coleções.

---

[14] http://m3.ime.unicamp.br/

[15] http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/

**(b) Página: Educação Matemática e Tecnologia Informática – Educamatec**[16]

A página Educação Matemática e Tecnologia Informática tem como um dos objetivos a apresentação de material que trata do potencial da tecnologia informática no âmbito da educação matemática escolar. Uma especial atenção é dada à seleção de *softwares*, que se caracterizam por ambientes de expressão e exploração e oportunizam a visualização.

**(c) Página: Mídias Digitais para Matemática – MDMAT**[17]

Este site é um repositório de mídias digitais para o ensino-aprendizagem de matemática.

## 6.2 Descrição das atividades e discussões

Apresentamos abaixo um quadro-resumo com a relação das atividades realizadas durante as aulas, que trataremos com mais detalhes adiante. Cada aula teve a duração de 50 minutos e compõe um total de três aulas semanais por turma, no turno noturno. As atividades foram realizadas nas duas turmas, seguindo-se o planejamento proposto e se fazendo as adaptações necessárias à medida que surgiam dificuldades e contribuições dos estudantes. Ressaltamos que as aulas ocorreram na sala de aula, no laboratório de informática e no pátio da escola.

---

[16] http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_geometria.php
[17] http://mdmat.mat.ufrgs.br/

Tabela 1 Resumo das atividades por aula

| Aulas | Assunto | Objetivo | Recursos didáticos |
|---|---|---|---|
| 1 | A História da Matemática 1 - A Linguagem do Universo – Parte 1 - 0 a 6 min | Ilustrar e introduzir o estudo de Geometria | Vídeo |
| 2 e 3 | Breve comentário sobre a importância da Matemática e conhecimentos de Geometria nas atividades cotidianas das pessoas<br>• Perguntas sobre o uso de conhecimentos geométricos | Conhecer o que os estudantes sabiam de área e perímetro, no dia a dia | Questionário escrito e discussões |
| 4 e 5 | Avaliação diagnóstica | Resolver situações-problema envolvendo área e perímetro | Avaliação escrita |
| 6 | Compartilhando imagens do dia a dia | Exemplificar situações-problema envolvendo área e perímetro | Vídeo e projetor de figuras e imagens |
| 7 e 8 | Apresentação de telas e de programa de computador sobre conceitos fundamentais de Geometria | Apresentação de telas para explicar alguns conceitos fundamentais de Geometria. Visualização de figuras espaciais | Projetor de telas e Software *Poly* |
| 9 a 13 | Estudando perímetros | Compreender o que é perímetro e aprender a fazer cálculos | Régua, fita métrica, barbante, trena e câmeras de filmagens e fotografias. |
| 14 e 16 | O comprimento do contorno dos círculos | Fazer cálculos de comprimento da circunferência | Régua, fita métrica e barbante |
| 17 a 23 | Estudando a área de figuras planas | Fazer cálculo de área | Vídeos, telas de imagens, câmeras de filmagem e fotografia, *internet* |
| 24 e 25 | Medidas agrárias e o cálculo de área e perímetro | Fazer cálculo de área e de distâncias usando unidades agrárias | Vídeo |
| 26 e 28 | A Área do círculo | Fazer cálculo de área de círculos | Animações de computador |
| 29 e 32 | Calculando e comparando áreas usando programas de computador. | Fazer cálculo de área | *Software* Geogebra |

Fonte: Dados da pesquisa

Abaixo seguem o detalhamento e discussões das atividades citadas no quadro acima.

**Aula 1 – Introdução do assunto: Apresentação de vídeo sobre História da Matemática**

Procuramos na biblioteca da escola e na *internet* por vídeos que tratassem sobre o início da Geometria. Um dos critérios foi ter curta duração, para não se tornar cansativo e não ocupar a aula toda, sobrando-se tempo para discussões e outras atividades relacionadas com o assunto. Com a presença de estudantes surdos na aula e, mesmo com apoio de intérprete em Libras, buscamos, ainda, por vídeos com legendas em Libras, porém não encontramos. A preocupação era em virtude da possível ausência da intérprete, que poderia trazer mais dificuldades na compreensão do vídeo pelos estudantes surdos. Desta forma, as legendas poderiam amenizar um pouco tais dificuldades.

Selecionado da *internet*, utilizamos o vídeo: A História da Matemática **-** Parte 1: A Linguagem do Universo, que é um documentário sobre a construção do conhecimento matemático. Escolhemos o trecho (de 0 a 6 min) que tratava do início da Geometria, no Egito.


Figura 1 Vídeo: A História da Matemática - Linguagem do Universo - Parte 1[18]
Fonte: UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo.

Linguagem do Universo é o primeiro episódio da série “A História da Matemática”, apresentada pelo professor de Matemática Marcus du Sautoy e com produção da BBC e da *Open Universit*. Nesse episódio, mostra-se como era a Matemática na época de antigas civilizações, como no Egito, na Babilônia e na Grécia, que são considerados berços dessa ciência.

Apresentamos aos alunos o trecho que mostra alguns dos primeiros registros da Geometria, que menciona a sua origem no Egito, por volta de 6000 a.c., época em que os egípcios começaram a se estabelecer às margens do Rio Nilo, pelas condições favoráveis das terras para a agricultura. Com essa história, em diálogo com estudantes, destacamos a importância da contagem e das medições para compreender os padrões das estações e das fases lunares e, também, para administrar as terras, controlando áreas, produção e impostos.

O vídeo permitiu enriquecer a aula com imagens que trouxeram um pouco da origem dos conhecimentos de Geometria, através dos tempos e de conhecimentos advindos de uma civilização tão importante como a egípcia. Nas

---

[18] http://univesptv.cmais.com.br/a-historia-da-matematica/a-historia-da-matematica-1-a-linguagem-do-universo

discussões, destacamos a importância de se conhecer a História da Matemática para o melhor entendimento dos conceitos matemáticos.

Antes do iniciar o vídeo, fizemos alguns questionamentos para suscitar reflexões: *Vocês conhecem algo sobre a origem da Geometria? Quais as contribuições de se conhecer a História da Matemática para entender o que nós estudamos hoje? Reflitam isso ao assistirem ao vídeo.*

A apresentação do vídeo teve o objetivo de ilustrar e introduzir o estudo de Geometria, pretendendo ser um motivador ao estudo pretendido e que permitisse a compreensão dos conhecimentos que temos hoje. Neste sentido, “Um bom vídeo é interessantíssimo para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas” (MORAN, 1995, p. 30)[19].

Após assistirem ao vídeo, os estudantes destacaram suas percepções, reconhecendo a importância dos conhecimentos de Geometria, tanto na atualidade como em civilizações antigas. Comentaram que as construções antigas surpreendiam e demonstraram o interesse em saber mais sobre essas construções, principalmente, sobre as pirâmides no Egito.

Fizemos outros questionamentos: *Você agora sabe falar um pouco sobre o que é Geometria? Como ela surgiu? Que fatos você destacaria no vídeo a que assistiu?* Pelos comentários e indagações dos estudantes, pudemos verificar que o vídeo atendeu às expectativas de ser uma tecnologia que poderia desencadear discussões sobre o estudo de Geometria. Um dos estudantes disse: “*Como podem ter feito tantas construções grandes assim? Já vi num filme que pensaram até na posição do Sol para fazer as aberturas nas paredes e iluminar o lugar.”* Outros mencionaram que os conhecimentos de engenharia de hoje poderiam ser resultados dos conhecimentos passados de “pai para filho”, de geração em geração e advindos desses conhecimentos antigos.

---

[19] http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/desafios_pessoais/vidsal.pdf

Uma passagem do vídeo, mostrando as medições de terras pelos egípcios, favoreceu que relacionassem as medidas usadas para medir terras, no antigo Egito, com as unidades de medidas agrárias que usamos hoje, como, por exemplo, o hectare e o alqueire. Desta forma, foram sendo feitas interconexões entre o que viram no vídeo, o que já sabiam e o que iríamos estudar. Foi uma oportunidade para falarmos que os conhecimentos de Matemática foram sendo construídos em épocas e em lugares diferentes e que são resultados da evolução do pensamento do Homem através dos tempos.

A seguir, apresentamos parte da discussão oportunizada nesta aula, que foi registrada pela pesquisadora no seu diário de campo, após o término de cada aula. Ressaltamos que, como a aula não foi gravada, as falas dos estudantes são aquelas guardadas na memória da pesquisadora. Para apresentar essas falas entre os estudantes e entre estudantes e professora, atribuímos nomes fictícios para resguardarmos suas identidades.

> Vera: Difícil entender como fizeram, naquela época, construções grandes assim. Como foi possível? (A estudante estava referindo-se às pirâmides do Egito.) Não tinham máquinas, guindastes e nem tratores.
>
> Saulo: Eu já vi isto em filme bíblico. Colocavam as pedras em cima de troncos e arrastavam, rolando. E quem empurrava as pedras eram escravos. Muitos escravos eram esmagados pelas pedras de tão pesadas que eram.
>
> Professora: Alguns registros históricos mostram que, para construir as pirâmides, os egípcios usavam grandes trenós de madeira, que transportavam os enormes blocos de pedra e as gigantescas estátuas. Recentemente, alguns cientistas apresentaram alguns resultados de experimentações para tentar explicar as construções egípcias. Explicaram que os egípcios molhavam a areia para diminuir o atrito com os trenós carregados. Com isso, precisavam de menos escravos para o serviço.

> Alex: Eu já acho que isto é coisa de outro planeta. Não tem como explicar não.
>
> Professora: Realmente, não é fácil compreender como essas construções gigantescas foram feitas. E nem sabermos ao certo como foram realizadas, se as pesquisas arqueológicas ainda não descobriram mais registros sobre isto. No entanto, podemos considerar que a preocupação com os cálculos, com as medições e com a Geometria vem sendo construída há milhares de anos. Para terminar por hoje, deixo as seguintes perguntas para a próxima aula: A Geometria está a nossa volta? Onde podemos percebê-la?Pensem!

Os filmes, documentários e vídeoaulas são recursos que podem ser usados em sala de aula, seja por meio do computador e projetor de imagens ou televisão e DVD. Mas, precisamos planejar o seu uso, caso contrário, pode não dar o resultado esperado. Nessa perspectiva, o vídeo apresentado explorou a visualização de situações que poderiam não ser tão interessantes se apenas fossem relatadas ou por leitura de textos.

Tais recursos midiáticos, quando usados na escola, reproduzem experiências reais que demandariam muito tempo ou, ainda, seriam impossíveis de serem realizados em sala de aula. O vídeo ilustra o que se fala em aula, permitindo apresentar realidades distantes dos estudantes e a aproximar da escola e da sua vida.

Para Moran (2007b, p. 164) [20],

> As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as

---

[20] MORAN, J. M. **Desafios na comunicação pessoal.** 3. ed. São Paulo: Paulinas, 2007b. 248 p.

> potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes.

Terminado o vídeo, um dos estudantes comentou sobre a oportunidade de ver vídeos nas aulas: "*Legal o vídeo. Fica mais fácil de entender e é melhor do que apenas ler. A música e as imagens dos lugares cansam bem menos.*" O que nos leva a reconhecer o vídeo como uma tecnologia que permite uma dinâmica mais interessante e menos cansativa do que apenas ver imagens em livros, fazer leituras ou cópias no caderno. O vídeo assumiu, desta forma, a função de "cativar" e, ao mesmo tempo, explorar os sentidos e reflexões, envolvendo metodologias que estimulam perceber o mundo a nossa volta, de modo articulado à prática pedagógica.

Moran (1995, p. 27) enfatiza que as mídias cativam e impactam porque começam

> pelo sensorial, pelo afetivo, pelo que toca o estudante antes de falar de ideias, de conceitos, de teorias. Partir do concreto para o abstrato, do imediato para o mediato, da ação para a reflexão, da produção para a teorização. O vídeo explora também e, basicamente, o ver, o visualizar, o ter diante de nós as situações, as pessoas, os cenários, as cores, as relações espaciais.

Nesta perspectiva, o uso dos recursos audiovisuais, como o vídeo, facilitou a introdução do ensino de Geometria, complementando as narrativas orais e, ainda, servindo de instrumento de motivação para o estudo do assunto.

**Aula 2 e 3 – Investigando o que os estudantes sabem sobre área e perímetro**

"*A Geometria está a nossa volta? Onde podemos percebê-la?*" Refazendo essas perguntas feitas na aula anterior, iniciamos a aula com comentários sobre a importância de conhecimentos de Geometria e, especificamente, de área e perímetro nas atividades cotidianas das pessoas. Pedimos que respondessem, individualmente e por escrito, às perguntas: *(a) Onde você percebe a presença de formas geométricas em seu dia a dia? Dê exemplos. (b) Você sabe o que significam os conceitos: área e perímetro? Para que usamos estes conhecimentos? (c) Onde você percebe a necessidade do cálculo de área e perímetro no seu dia a dia? (d) Você já precisou saber/ calcular em alguma situação?*

Esta atividade serviu para provocar a reflexão dos estudantes e evidenciar os conteúdos que seriam estudados, despertando na memória os fatos e vivências relacionados ao estudo. E, ainda, para relembrar e identificar conhecimentos pertinentes que já possuíam, abrindo caminhos para que novos conhecimentos fossem relacionados aos já consolidados.

Com o intuito de deixá-los mais à vontade para responder às perguntas acima, a atividade proposta não teve cabeçalho, sendo apenas sugerido que poderiam assinar, caso desejassem. A atividade foi recolhida e, na aula seguinte, após conferirmos as respostas dadas por escrito, foram feitos comentários sobre as respostas dadas, o que permitiu discutir as respostas com os estudantes.

Por meio das respostas escritas e dos comentários dos estudantes, percebemos suas relações com as atividades profissionais dos estudantes. Registramos, a seguir, algumas das respostas dos estudantes às perguntas feitas, sendo selecionadas apenas duas para cada pergunta. Ressaltamos que escolhemos as respostas aleatoriamente. Para apresentar essas respostas, atribuindo nomes fictícios para os estudantes para resguardar suas identidades.

(a) Onde você percebe a presença de formas geométricas em seu dia a dia? Dê exemplos.

> Ana Maria: “Acho que geometria é o estudo das formas. Convivemos com isso o dia todo no formato da cama, da escova dental, no pente de cabelo, no copo que bebemos a água. Creio que seja tudo que tem forma, que fazemos sua forma e calculamos seu tamanho”.
>
> Márcio: “Eu percebo na forma dos móveis da minha casa, dos forros de mesa que uso e em várias coisas que tenho em minha casa”.
>
> (b) O que significa o perímetro e a área? Para que usamos estes conhecimentos?
>
> Ângela: “Área é o espaço e perímetro é a medida. Servem para medir, calcular, ter noção do tamanho certo”.
>
> João Henrique: “Acho que tenho que aprofundar mais nos estudos para saber o que significam as áreas e perímetros. Deve servir para a construção civil, nas construções de estradas, etc”.
>
> (c) Onde você percebe a necessidade do cálculo de área e perímetro no seu dia a dia? Você já precisou saber/calcular em alguma situação? Cite-a.
>
> Marcelo: “Sim, no meu serviço, trabalho em mineração e tem que ser calculada a área, para que possa ser perfurada por igual para que a implosão seja por igual e por todo o perímetro”.
>
> Vitória: “Na necessidade do cálculo de área e perímetro no dia a dia. Exemplo: Colocar um móvel em um lugar específico, precisa fazer uma medida antes, para ver se cabe ou não no espaço que quer. Quando medimos um lote e cercar com muro etc”.

Os estudantes responderam que faziam medições e percebiam algumas formas geométricas na construção civil, na fábrica de costura, em casa e na agricultura e pecuária. Tais respostas remetem-nos a entender que alguns deles conseguiam perceber a presença de elementos da Geometria no dia a dia. Por outro lado, houve estudantes que não conseguiram responder às perguntas, o que parece indicar que não estavam ainda relacionando o assunto área e perímetro com o mundo ao redor.

Notamos que alguns deles¸ inclusive os que não responderam às perguntas, apenas fizeram comentários depois de perceberem, com as discussões da aula, que o assunto era acessível por vivenciarem e trabalharem com algo relacionado. A busca pela aprendizagem envolveu a concepção do conhecimento como algo que não está pronto e acabado, visto que o ato de "Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção", como enfatiza Freire (1996, p. 12).

Podemos apresentar um determinado conteúdo ou tema de diferentes maneiras aos estudantes, que podem leva-los a buscar pelas informações sobre o conteúdo, relacionar e organizar os dados coletados, discutir suas opiniões com colegas e professor e, assim, conduzi-los à construção de novos conhecimentos. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), um novo conhecimento vai sendo construído à medida que o conhecimento prévio serve de base para a atribuição de significados à nova informação. As conexões que os estudantes estabelecem entre os conteúdos, as situações do dia a dia e com as outras áreas do conhecimento tornam a aprendizagem significativa, uma educação que faz sentido (AUSUBEL, 2003).

Começamos o estudo estabelecendo este diálogo com os estudantes e, entre eles, conferindo o que sabiam e pensavam sobre os assuntos a serem estudados, tomando conhecimento dos saberes que traziam. Nesta perspectiva, a escola tem, no cotidiano, tanto dentro como fora dela, um imenso campo de conhecimentos que pode apoiar as atividades em sala de aula. Situações cotidianas como calcular tamanhos e quantidades, medir distâncias e redimensionar objetos são exemplos importantes para reconhecermos cada conhecimento em seu contexto.

D'Ambrósio (2001, p. 22) destaca que as pessoas estão sempre "(...) comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura." São atividades corriqueiras, que talvez não percebam que realizam.

Durante essa aula, alguns estudantes demonstraram preocupação em responder às perguntas, com receio de perderem nota na atividade. Alguns falaram que "*tem muito tempo que parei de estudar*" ou "*não sei nada disso*", para justificar as dificuldades em responder às perguntas. No entanto, na nossa percepção, é previsível tal comportamento, em decorrência da visão classificatória das avaliações, na maioria das escolas, e, também, porque muitos deles não estão acostumados a dar sua opinião: "*Não sei nada*" e "*Não lembro, pois tem muito tempo que saí da escola*" foram frases repetidas por muitos, principalmente, pela grande preocupação demonstrada com nota que seria atribuída.

As discussões e compartilhamentos de ideias propiciaram perceber que os estudantes, que não reconheceram que sabiam algo de Geometria ou não estavam tão seguros para responder às perguntas, ao final da aula, mostraram-se, mais interessados em aprender e participar das discussões. Ramos (2011, p. 48) ressalta que "Ensinar é desvelar, é acolher os posicionamentos que se articulam em sala de aula, é preservar a capacidade de criar e de encorajar os estudantes a falarem, para que emerjam sentimentos e novas aprendizagens".

Os estudantes, ao participarem das discussões em aula e exporem suas ideias, puderam interligar os conteúdos ao seu dia a dia, tornando a aula não tão distante de suas experiências de vida. À luz dos referenciais teóricos de Paulo Freire, a articulação entre teoria e prática, alicerçada nas vivências dos estudantes, possibilita ações de consolidação do aprendizado e se torna uma prática emancipatória.

**Aulas 4 e 5 Conferindo se sabem calcular área e perímetro**

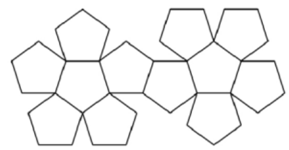
Foi aplicada uma avaliação diagnóstica (APÊNDICE A) com o objetivo de apontar o que os estudantes sabiam fazer e em que eles tinham mais dificuldades e, por conseguinte, orientar a organização das atividades sobre área e perímetro, modificando-as, quando necessário. Com antecedência, eles foram informados sobre a realização da avaliação, sendo devidamente esclarecido o propósito da sua realização e que não seria para atribuir nota.

A avaliação foi realizada, individualmente e com duração máxima de duas horas-aula (100 minutos). Havia vinte questões e, para cada uma delas foram apresentadas quatro opções identificadas pelas letras A, B, C, D, das quais apenas uma respondia corretamente à questão. Foi pedido que registrassem as resoluções das questões, de modo a podermos analisar o modo de pensar dos estudantes e as estratégias usadas por eles para obter as respostas.

Analisando as avaliações, observamos que as questões 1, 2, 10, 12 e 18 demonstraram algumas dificuldades, que destacaremos a seguir. Vale ressaltar que as questões, após a correção, foram analisadas e discutidas com os estudantes em aula.

A questão 1 teve 30% de acerto e, considerando-se acertos e erros, 64% das avaliações tinham cálculos ou marcações no desenho da questão, o que mostra a tentativa de resolução. A imagem era formada por figuras justapostas e isto não foi considerado na resolução por alguns dos estudantes.

**Questão 1 - Veja a planificação abaixo:**



Sabendo-se que cada lado da figura mede 2 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

a) 50 cm  b) 76 cm  c) 80 cm  d) 96 cm

Figura 2  Questão 1 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as resoluções dos estudantes, constatamos que 14% deles fizeram os cálculos de (4x10)x2, em que consideraram os lados justapostos; 38% dos estudantes fizeram 5x10, consideraram todos os lados dos pentágonos externos, mas não a medida de 2 cm para cada um de seus lados. Uma resolução correta seria: 38 x 2 = 76 cm. Quando selecionamos essa questão, para a avaliação, consideramos que seria uma questão muito fácil, mas as análises indicaram algumas dificuldades na resolução, como reconhecer figuras justapostas e entender o que é perímetro.

A questão 2 teve 66% de acerto e, considerando-se acertos e erros, 74% das avaliações tinham o registro da resolução da questão. Observamos pelas resoluções que alguns estudantes não fizeram os cálculos, considerando os quatro lados do retângulo e, sim, apenas dois deles, um comprimento e uma largura. Indagados sobre isto falaram que não imaginaram o retângulo ou não desenharam a figura e, por isso, erraram. Daí, constatarmos a importância de figuras para auxiliar no entendimento de algumas questões de Geometria.

Questão 02 – Numa fazenda do interior de Minas, um terreno retangular tem 175 m por 248 m de fundo. Este terreno foi cercado com 5 voltas de arame de acordo com a ilustração seguinte. Quantos metros de arame, no mínimo, ele gastou?

a) 2230 m. b) 2430 m. c) 4230 m. d) 5600 m

Figura 3 Questão 2 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Como os estudantes já comentaram, fazer o desenho ou visualizá-lo pode colaborar no entendimento da questão. “A visualização pode ser considerada como uma habilidade espacial necessária à formação de conceitos” (NACARATO, 2002, p. 90) e à compreensão de uma situação-problema. Percebemos pelas falas e registros dos estudantes que desenhar o retângulo e indicar as medidas nos lados, ajudou na resolução da questão 2. Podemos observar na resolução, feita por um dos estudantes, apresentada a seguir. O estudante relatou que “*desenhando consegui ter uma visão melhor do que teria que calcular na questão*”.

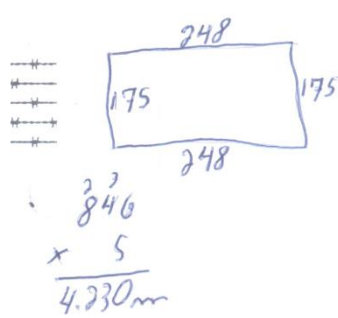



Figura 4 Resolução da questão 2 - Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme observações dos estudantes, as questões 10, 12 e 18 apresentaram dificuldades, por terem enunciados ou cálculos mais complexos. Os estudantes falaram, durante a aplicação da avaliação, que não sabiam fazer alguns cálculos de multiplicações e divisões. Um dos estudantes comentou que "*Multiplicação complicada e divisão com vírgula tenho dificuldade mesmo. Sempre erro. Nem faço*." Demonstraram, também, não entender o enunciado das questões e não saber como as resolver.

A questão 10 teve 44% de acerto e, considerando-se as questões da avaliação em branco e as erradas, 30% delas não tinham qualquer registro de tentativa de resolução. Nesta questão, notamos que fazer a divisão de (111: 3) ou (111: 4,5) foi a maior dificuldade apresentada por alguns dos estudantes.

Questão 10 – Os moradores do Bairro Alvorada decidiram fazer uma festa junina, numa parte reta de uma rua de 111 metros. Quantas barraquinhas de 3 metros devem ser montadas, respeitando uma distância de 1,5 metros entre duas barraquinhas, se eles preencherem um lado da rua?

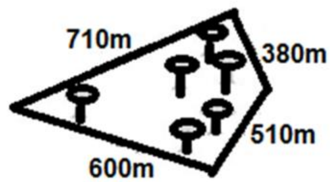
a) 15 b) 20 c) 25 d) 30

Figura 5 Questão 10 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto à questão 12, as dificuldades referiram-se à conversão de unidades de medidas. A questão teve 46% de acerto e, considerando-se acertos e erros, 82% das questões tinham o registro da resolução da questão. Os erros da questão devem-se, na maioria, a não converterem as unidades de medida, no caso, metros para quilômetros, segundo as resoluções e comentários dos estudantes.

Questão 12 – A figura abaixo mostra um parque onde Felipe caminha. Hoje, Felipe deu uma volta completa ao longo desse parque. Qual a distância que Felipe caminhou?




a) 220 km. b) 2,2 km. c) 22 km. d) 0,22 km.

Figura 6 Questão 12 - Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Com relação à questão 18, o enunciado da questão, envolvendo área e perímetro, proporcionou muitas dúvidas. Essa questão teve apenas 6% de acerto e, considerando-se acertos e erros, apenas 18% das questões tinham o registro da resolução da questão e 42% estavam em branco. Alguns estudantes que não fizeram a questão, relataram que estava difícil e que não sabiam como resolver.

Questão 18 – Juntando dois retângulos iguais lado a lado, sem sobreposição, podemos formar dois tipos de figura: um quadrado de área igual a 144 $cm^2$ e um retângulo de largura diferente do comprimento. Qual é o perímetro deste último retângulo, em cm?

a) 12 b) 24 c) 48 d) 60

Figura 7 Questão 18 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Apareceram, nas resoluções da questão 18, desenhos dos estudantes, posicionando quadrados e retângulos. Comentaram, nas discussões, que foram desenhando e redesenhando para tentar entender como era para fazer. As tentativas sem achar a resposta nas alternativas levou um dos estudantes a escrever que marcou uma alternativa por "chute". Para exemplificar, a seguir, apresentamos as resoluções de dois estudantes.

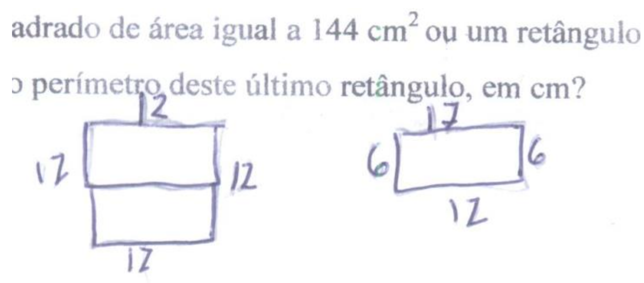



Figura 8 Resolução de Angélica da questão 18

Fonte: Dados da pesquisa.

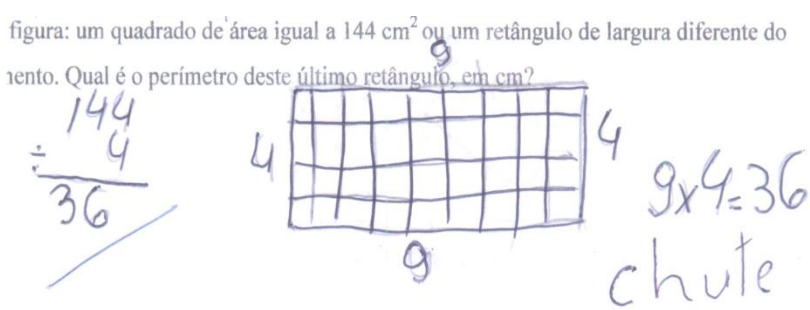


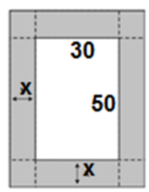

Figura 9 Resolução de Marcos da questão 18

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as questões, percebemos que as dificuldades para resolver problemas, envolvendo o cálculo de área, foram similares às que envolveram perímetro, tais como: a falta de conhecimento sobre as formas geométricas e suas propriedades, não saberem fazer conversões de unidades de medidas, não reconhecerem as figuras em formas irregulares, compostas por mais de uma forma geométrica e circulares.

As questões de área com menos acertos foram 3, 14 e 20. A questão 3 teve 26% de acerto. Conforme os acertos e erros, os cálculos dos 16% dos estudantes, que assinalaram a alternativa C, indicam que não consideraram os quatro cantos da moldura. Os que assinalaram a alternativa A, fizeram os cálculos considerando apenas as dimensões do quadro mostradas na figura, 30 cm e 50 cm. Conforme resoluções, os estudantes tiveram dificuldades por não saberem calcular a área da figura e por não conseguirem reconhecer as dimensões apenas da moldura.

Questão 03 – A moldura de um quadro, ilustrada ao abaixo, tem largura x. Quando x = 15 cm, qual é a área da moldura?




a) 150 cm$^2$ b) 900 cm$^2$ c) 2.400 cm$^2$ d) 3300 cm$^2$

Figura 10 Questão 3 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Apenas 12% dos estudantes acertaram a questão 14 e, considerando-se acertos e erros, apenas 30% das avaliações tinham feito o registro da resolução dessa questão. Mesmo com a informação de fórmula de área do círculo e do valor de $\pi$, vários estudantes não tentaram ou entenderam o que fazer. Percebemos dificuldades de aplicações de fórmulas, de conhecimento das características do círculo e do cálculo de potências.

Questão 14 Em uma praça circular com raio igual a 20 m serão plantadas árvores e construídos canteiros de flores, conforme a figura abaixo.

Sabendo que a área de uma região circular pode ser calculada pela expressão $A = \pi R^2$, onde R é o raio e considerando $\pi = 3$, calcule a área total da praça é:

a) 60 $m^2$ b) 120 $m^2$ c) 400 $m^2$ d) 1200 $m^2$

Figura 11 Questão 14 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 20 obteve apenas 22% de acerto e, considerando-se acertos e erros, apenas 26% das avaliações tinham o registro da resolução da questão. Os erros, de acordo com resoluções, na maioria, devem-se ao cálculo errado da área da varanda por se considerá-la como 30% do terreno.

Questão 20 – Uma pessoa comprou, por R$ 20250,00, um terreno de 30 metros de comprimento por 15 metros de largura. Esse terreno foi destinado à construção de uma residência cujo projeto estabelecia o seguinte: 40% da área do terreno será para construir uma casa e, adjacente à casa, será construída uma varanda de área igual a 30% da área da casa. O restante do terreno será destinado ao plantio de grama. Nestas condições, pergunta-se: Se o preço de 1 $m^2$ de grama é R$ 3,65, qual o custo total para plantar a grama?
a) R$ 216,00 b) R$ 788,40 c) R$ 365,70 d) R$ 1149,75

Figura 12 Questão 20 da Avaliação diagnóstica

Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que a questão 20, por ser a última e ser mais complexa, alguns dos estudantes nem tentaram resolvê-la. Ter que calcular porcentagem, também, foi uma das dificuldades. Alguns estudantes relataram não saber como fazer, por não estarem usando calculadoras. Falaram que *"os cálculos estavam complicados"*.

A avaliação diagnóstica teve como objetivo investigar o nível de conhecimento dos estudantes e possibilitar que as práticas de ensino fossem repensadas e suas ações (re) planejadas. Assim, o processo avaliativo buscou fazer um diagnóstico, priorizando o processo e não apenas seus resultados. Nesse tipo de avaliação o mais importante é avaliar o que os estudantes sabem, a partir das suas experiências e dos conhecimentos construídos durante o processo de escolarização (LUCKESI, 2002).

Nesta perspectiva, a avaliação possibilitou entender as razões para as respostas apresentadas pelos estudantes, auxiliando a localizar as dificuldades e a direcionar o planejamento das aulas. Segundo Luckesi (2002, p. 81), no contexto escolar, a avaliação serviria para "a compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem". Não priorizamos, na análise da avaliação, apenas registrar respostas certas ou erradas, buscamos verificar as estratégias de resolução usadas pelos estudantes para compreender os caminhos que os levaram aos erros ou aos acertos. Concordamos com Santos, que

> é de fundamental importância que o professor considere o erro do aluno como um conhecimento inadequado, porém significativo para que invista em outros procedimentos de ensino que levem o aluno a compreender, de forma correta, cientificamente falando, o conceito abordado. Em outras palavras, que o professor se utilize de outros modos de mediação para que o aluno, de fato, aprenda. Tal procedimento demanda do professor que analise o erro do

> aluno, refletindo sobre suas possíveis causas, a fim de superá-las. O erro, mais do que apontar as dificuldades dos alunos, auxilia o professor na elaboração de estratégias de ensino na busca de uma aprendizagem significativa (SANTOS, 2014, p. 3).

Na semana seguinte, tendo em mãos as avaliações corrigidas, pedimos aos estudantes que comentassem sobre suas dúvidas e dificuldades nas questões. Falaram da dificuldade de fazer operações de dividir. Um deles comentou que "*Até entendi como resolvia a questão, mas não estava com calculadora para fazer a conta. Aí, parei de fazer*." Outra dificuldade comentada foi a compreensão dos enunciados de algumas questões, como em 3, 18 e 20, citadas pelos estudantes nesta discussão. Alguns estudantes falaram que não conseguiram entender a questão por não saber qual conta fazer: "*Não achei que precisava era multiplicar. Pensei que era pra dividir*." Outras já evidenciaram não entender certas características das figuras geométricas, como foi o caso relatado de não saberem os tipos de triângulos e o que representava o raio na praça circular.

Ressaltamos que parte do que os estudantes comentaram já havíamos observado nas correções. Identificamos as dificuldades com as operações adição, subtração, multiplicação e, principalmente, divisão. Percebemos que a presença de imagens nas questões colaborou para a sua compreensão. Na tentativa de resolução, em algumas questões sem imagens, os estudantes fizeram desenhos ou marcas nos desenhos existentes apresentados. Em outras, sem desenho, fizeram seus próprios desenhos para resolver a questão. Observamos que a visualização de imagens, seja da própria questão ou dos desenhos feitos pelos estudantes, desempenhou um papel importante na interpretação dos enunciados das questões. De acordo com Nacarato e Passos (2003, p. 78), a visualização leva-nos a "pensar naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto". O fato de desenharem ou interpretarem as imagens prontas mostrou que os estudantes tinham conhecimentos de características do objeto ou figura geométrica. Sem esta habilidade ficaria difícil desenhar e buscar estratégias para resolver a questão.

A oportunidade da discussão de avaliações e exercícios, em sala de aula, permitiu que houvesse compartilhamento das estratégias usadas para resolver questões e, também, possibilitou a intervenção da professora para esclarecer as dúvidas que surgiram. Além disso, as discussões permitiram-nos ter uma visão mais ampla sobre o que era mais pertinente revisar antes ou durante a sequência de aulas planejadas.

Verificamos que as formas geométricas possuem características e propriedades que as distinguem umas das outras e reconhecer essas semelhanças e diferenças é fundamental para estabelecer comparações e determinar suas medidas. Reconhecemos que é importante desenvolver habilidades como classificar formas planas e espaciais e determinar a área e o perímetro de uma figura geométrica, utilizando composição e decomposição de figuras.

Nesta perspectiva, reconhecer figuras geométricas e saber fazer cálculos, como multiplicações e divisões, com e sem usar calculadoras, são pré-requisitos que não podem ser desconsiderados. Assim, optamos por fazer todos os cálculos no quadro, o que seria uma maneira de revisar as operações fundamentais, adição, subtração, multiplicação e divisão. E, ainda, acrescentar ao planejamento uma revisão sobre as características e as propriedades das figuras geométricas.

Pensando na próxima aula, recomendamos que os estudantes buscassem por situações reais em que a Geometria e o conhecimento de área e perímetro estivessem presentes na vida das pessoas. Sugerimos que fotografassem ou filmassem tais situações para apresentarem na aula seguinte.

**Aula 6 - Compartilhando imagens vistas no dia a dia**

No início da aula, citamos alguns exemplos de situações em que podemos perceber a necessidade de cálculos de áreas e perímetro. Apresentamos imagens do cotidiano, tais como vistas: no trabalho, na agricultura, em casa e nas construções, por meio de projeções ampliadas no quadro da sala. Foram mostrados os exemplos: (1) Colocação de portas; (2) Uma cisterna; (3) Mudas de árvores em uma estufa.

Figura 13 (1) Colocação de porta

Figura 14 (2) Construção de cisterna

Figura 15 (3) Estufa com mudas de árvores

Segundo Lorenzato (1995), a Geometria está presente em toda parte: no lazer, na profissão, na comunicação oral. No nosso cotidiano estamos sempre envolvidos com várias ideias de Geometria e, mesmo sem perceber, lidamos com situações em que encontramos conhecimentos da Geometria. O que precisamos é “enxergar” o que há a nossa volta.

Nesta aula, pedimos que os estudantes compartilhassem as fotos ou vídeos de situações envolvendo a Geometria no dia a dia, encontradas em suas casas, trabalho e em outros lugares, relacionadas com o conhecimento de área e perímetro. Vale ressaltar que essa tarefa foi dada na aula anterior.

Ao instruir os estudantes, para realizarem a atividade em casa, consideramos que alguns poderiam não realizar a atividade por diversos motivos: não terem celulares com câmeras e não saberem usar tais recursos. Mesmo reconhecendo que vivemos em uma sociedade interconectada, supormos que todos têm celulares e sabem usar os recursos de fotografia e envio, pode constranger algum estudante que não compartilha dessas experiências.

Alguns estudantes relataram ter certa dificuldade quanto a fazer fotografias. Por outro lado, observando as fotos trazidas por outros estudantes, pudemos perceber a facilidade que tiveram em lidar com essas tecnologias. Nessa atividade de tirar uma foto, que pode parecer simples para alguns e ser inacessível para outros, pudemos analisar vários conhecimentos que são necessários para fazer uma fotografia, como saberem posicionar-se em relação à luz, focalizar corretamente o que quer fotografar, salvar e enviar imagens para outras pessoas. Fotos sem foco e pouco nítidas são problemas ou não que podem acontecer.

Ao selecionar as imagens e fotografias trazidas pelos estudantes, percebemos que uma atividade que, inicialmente, para nós parecia simples, pode não atender totalmente às expectativas. Esperávamos que a maioria dos estudantes realizasse a atividade, em virtude da disponibilidade dos celulares com câmeras e parecer uma prática comum, nos dias de hoje. Mas, não foi o que aconteceu. Por motivos diversos, como por esquecimento, falta de tempo e de câmeras fotográficas ou filmadoras, poucos estudantes realizaram a atividade.

Para escolhermos as fotografias, primeiramente, pensamos em selecionar as "fotos bem tiradas", mas, ao refletirmos sobre o que deveria ser observado para fazer essa escolha, percebemos que colocar o dedo na lente, o pé aparecer ao fotografar o piso, cortar partes de cabeças, tirar fotos escuras, sem foco e nitidez, tudo isto não importava. O critério que interessava mesmo era a fotografia ser registro de situações, lugares e atividades que mostrassem a presença da Geometria. Se isto estivesse presente nas fotos, estava correto. Sendo assim, organizamos um arquivo com todas as fotografias tiradas pelos estudantes, mesmo aquelas que não se enquadrassem em "fotos bem produzidas", que tinham pouca incidência de luz e não estivessem com ótima nitidez e bem focalizadas.

Optamos por não apresentar aqui as fotografias que não ficaram nítidas na impressão deste trabalho de mestrado. Vale salientar que todas as fotografias foram compartilhadas em sala de aula, valorizando, assim, a participação e o protagonismo do estudante. Os estudantes mostraram as fotografias, pelos telefones celulares e câmeras fotográficas. E, com o intuito de projetar as imagens ampliadas no quadro, recorremos a cabos, projetor e programas de apresentação de multimídias e recursos dos telefones celulares de transmissão de dados (*email*, *Bluetooth*[21], e *Whatsapp)*[22].

Analisando as fotografias, verificamos o cuidado de alguns estudantes na organização do que fotografariam, visto que a tarefa era buscar por imagens em que estavam presentes os conhecimentos de área e perímetro no dia a dia dos estudantes. No material analisado, foram identificadas muitas fotografias que estavam ligadas às atividades profissionais dos estudantes. Nas imagens a seguir, podemos observar que a Geometria pode ser encontrada nos mais variados lugares, como na fabricação de roupas, na construção, no campo, no artesanato e na marcenaria.

---

[21] O *Bluetooth* é uma tecnologia de comunicação sem fio que permite que computadores, smartphones, tablets e afins troquem dados entre si e se conectem a mouses, teclados, fones de ouvido, impressoras e outros acessórios a partir de ondas de rádio. Disponível em: <http://www.infowester.com/bluetooth.php>. Acesso em: 26 jun. 2015.

[22] *Watsapp* é um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/WhatsApp>. Acesso em: 26 jun. 2015.

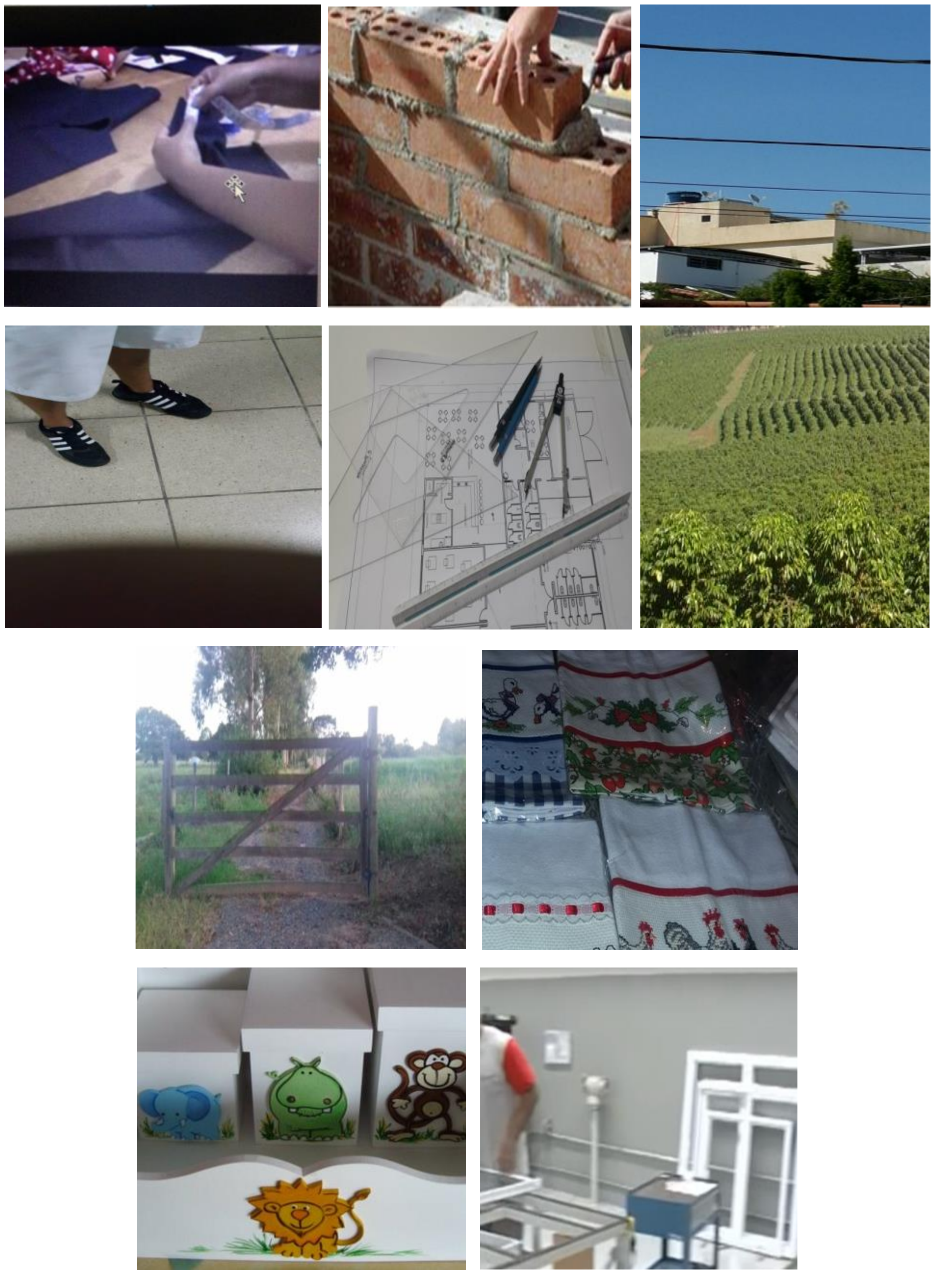


Figura 16  Fotografias trazidas pelos estudantes

Fonte: Dados da pesquisa.

Com esta atividade pretendíamos, novamente, aproximar o ensino escolar do cotidiano do estudante. Durante a aula, oportunizamos que os estudantes relatassem as suas experiências, para realizar a atividade de fotografar e mostrar suas percepções da Geometria em seu dia a dia.

Anotamos alguns comentários da aula, "puxados" da memória, ao fazer o registro da aula no diário de campo, visto que não a gravamos. Interessante perceber o quanto, também, nós, professores, aprendemos e "resgatamos" nossas próprias memórias. Como aconteceu, ao ouvirmos os comentários de um estudante, que explicou como sua mãe fazia medidas de espaços em casa: *"Minha mãe mede com cabo de vassoura. Ela usa o cabo da vassoura para calcular o tamanho do lugar e verificar se o móvel cabe no lugar. Pra não carregar à toa.*" Outro estudante completou dizendo que mediam os móveis com o palmo e depois faziam o mesmo com o lugar.

Com as discussões, pudemos reconhecer a importância de criar situações em aula para que as experiências de vida e os conhecimentos tradicionais sejam "resgatados da memória", identificados e associados ao conhecimento acadêmico.

Os conhecimentos de área e perímetro puderem ser trabalhados e impulsionados pela aproximação do mundo à nossa volta com o conhecimento a ser adquirido na escola. As atividades realizadas reforçaram a ideia de que aprendemos melhor quando vivenciamos e visualizamos alguma situação. Produzir fotografias e fazer a leitura dessas imagens foram ações que possibilitaram que os estudantes produzissem sentidos para os conceitos geométricos de área e perímetro.

**Aula 7 e 8- Revendo alguns conceitos fundamentais de Geometria**

Em virtude das observações das dificuldades dos estudantes acerca de características e propriedades de figuras geométricas e de conceitos de Geometria, retomamos, nesta aula, alguns conceitos básicos de Geometria para facilitar o entendimento das atividades envolvendo área e perímetro. Falamos sobre os conceitos fundamentais de Geometria, por um programa de apresentação de multimídias.

Primeiramente, apresentamos o conceito de Geometria, retomando alguns comentários sobre o filme da História da Matemática (aula 1) e destacando que a Geometria trata do estudo de formas, medidas e suas propriedades. Explicamos sobre os entes geométricos fundamentais: o ponto, a reta e o plano; semirretas, segmento de reta. Mostramos, também, telas com imagens de figuras bidimensionais e tridimensionais.

Pedimos para estudantes citassem outros exemplos presentes no nosso cotidiano que lembrassem as figuras geométricas espaciais. Citaram estojos, caixas, mesas, cadeiras, edifícios, bola de futebol, pirâmides do Egito, dentre outros. Para complementar, usamos, ainda, modelos geométricos transparentes (acrílico) e sólidos geométricos de madeira. Com o uso dos modelos geométricos e dos exemplos dados, caracterizamos os poliedros e corpos redondos, destacando suas principais características.

Cabe ressaltar que as figuras espaciais e os sólidos geométricos não são objetos de nosso estudo, mas consideramos importante saber diferenciá-los das figuras planas, como também enxergar que, nos objetos tridimensionais, existem faces que são compostas por formas geométricas planas.

Apresentamos, a seguir, o material concreto que mostramos para os estudantes.

Figura 17 Figuras geométricas espaciais

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 18 Sólidos geométricos em madeira

Fonte: Dados de pesquisa.

Compartilhamos, também, exemplos de formas geométricas existentes na natureza e de objetos produzidos pelo ser humano.

Figura 19  Imagens da natureza- seres vivos

Figura 20  Frutos

Figura 21  Objetos e construções

Destacamos, nas imagens acima, a presença de triângulos, quadrados, retângulos e círculos, figuras que seriam estudadas em aulas seguintes. E, com o intuito de explicar sobre a planificação de algumas das figuras geométricas espaciais, os poliedros, usamos o programa *Poly*, para planificá-los.[23] Explicamos que planificar é como se estivéssemos "abrindo" a figura e que todos os poliedros são formados pela união de figuras planas, as quais podem ser identificadas pela planificação. Nessa atividade, pretendíamos aproveitar a existência de recursos computacionais no ensino de Geometria, manipulando animações, como comentando a aplicabilidade deste tipo de recurso na medicina, engenharia, arquitetura e outras áreas do conhecimento. A ideia da

[23] O software *Poly* 1.11 ou 3D é um aplicativo para Geometria Espacial, faz planificações e animações. Muito interessante para aplicar com Poliedros. Possibilita a utilização em lousa digital interativa. Os arquivos podem ser redistribuídos livremente, com a condição de que permaneçam juntos e sem modificações. É um software *FREEWARE* e de criação da *Pedagoguery*. Possui uma grande coleção de sólidos, platônicos e arquimedianos entre outros. O utilizador pode visualizar o poliedro, a planificação e vistas, rodando pode-se ter um perspectiva total de todas as vistas do poliedro. Pode-se, ainda, imprimir e exportar as imagens. Ë encontrado em Inglês e outras línguas (exceto Português). Recursos necessários para instalação: Computador com sistema operativo *Windows* ou *Power* PC.

atividade foi permitir o reconhecimento das figuras tridimensionais e suas características.

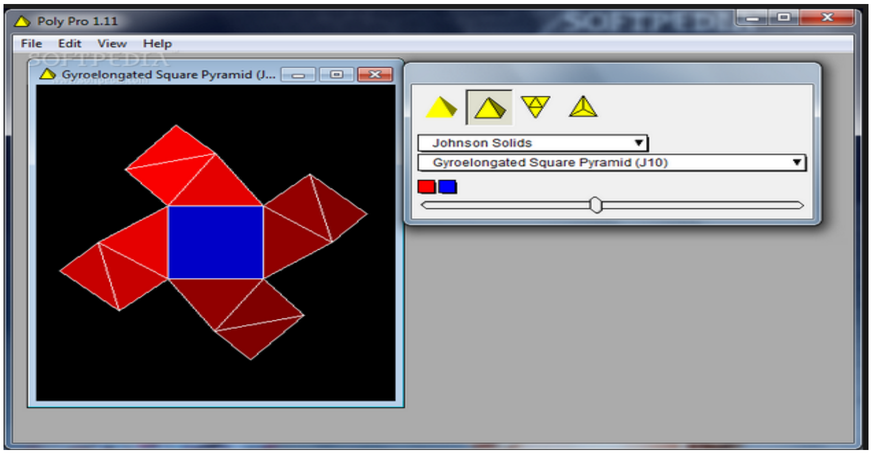



Figura 22 Software Poly 1.11 ou 3D

Fazendo parte da aula, escolhemos algumas das imagens já mencionadas, uma delas foi a imagem de um edifício. Considerando o edifício, perguntamos que figura ela lembrava. Responderam que eram: retângulos, caixas e paralelepípedos. Para conferir, selecionamos o paralelepípedo no programa *Poly* e mostramos sua planificação, evidenciando que era composto por retângulos. O mesmo fizemos com as pirâmides do Egito, citadas em aulas anteriores. Mostramos, no *Poly*, a forma planificada de uma pirâmide para destacar os triângulos e o quadrado que a compõem.

Essa planificação de poliedros favoreceu novos olhares sobre o estudo de Geometria, ao perceberem melhor as diferenças entre as figuras tridimensionais e bidimensionais. Destacamos que os poliedros são formados por figuras planas conhecidas, como nos exemplos, triângulos, quadrados e retângulos e podemos associar a todos os objetos, formas geométricas.

Ao mencionarmos sobre os triângulos, notamos a necessidade de fazer uma revisão sobre essa figura geométrica para destacar suas principais características. Com isso, reorganizamos nosso planejamento das aulas.

Com o objetivo de gerar questionamentos, perguntamos aos estudantes se achavam que com três medidas de lados quaisquer poderíamos construir um triângulo. As respostas foram quase unânimes, afirmando que "*sim*". E, com a intenção de promover uma investigação, para comprovarem ou não o que achavam, propusemos construções de triângulos. Os estudantes foram orientados a cortarem tiras finas em papel colorido e fazerem colagens na tentativa de construírem triângulos. Pela atividade prática, os estudantes tiveram a oportunidade de comprovar que, para construir triângulos, precisávamos ter as medidas adequadas de lados. A seguir, para exemplificar, apresentamos a atividade feita por um dos estudantes.

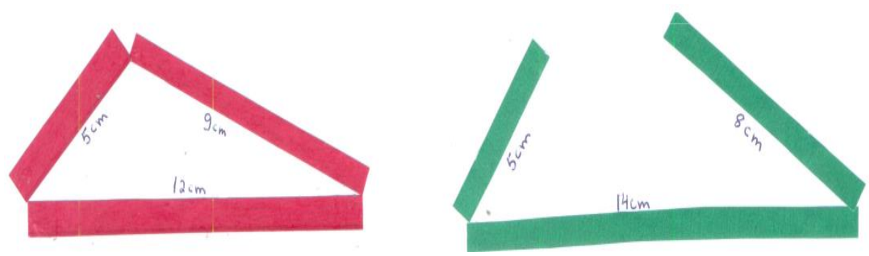



Figura 23 Construção de triângulos

Fonte: Dados de pesquisa.

Aproveitando a oportunidade de realizar atividades práticas, fizemos, também, a verificação, com recortes e colagem de triângulos, da soma dos ângulos internos de um triângulo. Para a verificação dessa soma, foi pedido que recortassem dois triângulos iguais e partissem um deles, separando seus vértices. Em seguida, deveriam colar esses vértices, encaixando-os sobre um segmento. Desta forma, proporcionamos aos estudantes condições de compreender, de forma prática e investigativa, que a soma dos ângulos internos de um triângulo era sempre 180º. Segue a atividade realizada por um dos estudantes.

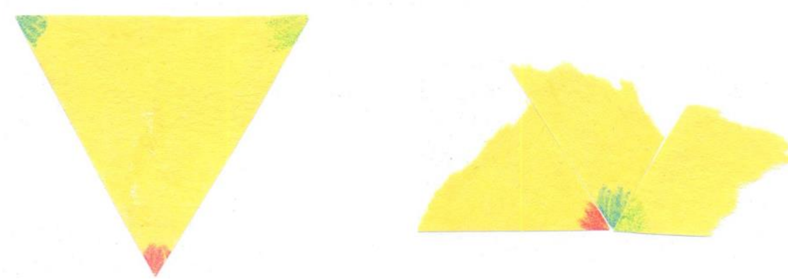


Figura 24 Soma dos ângulos internos do triângulo
Fonte: Dados de pesquisa.

Com base na realização dessas investigações, verificamos que as atividades práticas, como o manuseio de material concreto, favoreceram o reconhecimento de propriedades dos triângulos e a construção de conceitos.

Fizemos, também, no quadro da sala, a construção de triângulos para falarmos sobre suas classificações, quanto à medida dos lados e quanto à medida dos seus ângulos internos. No entanto, como foi um assunto já estudado, no semestre anterior, não realizamos atividades práticas. Porém, reconhecemos que a explicação seria fundamental para que estudantes, que não eram da turma na ocasião ou tivessem esquecido, reconhecessem os tipos de triângulos e usassem essas informações na resolução de questões envolvendo área e perímetro. (APÊNDICE B)

Dando continuidade, para destacar a importância dos triângulos em nosso dia a dia, apresentamos o vídeo “Construção/ Rigidez de triângulos” da série “Matemática em toda parte”, disponível no site da TV Escola[24].

---

[24] O vídeo pode ser encontrado também em <https://www.youtube.com/watch?v=9G3ga_2yAxI>

Neste vídeo apresenta-se a importante característica dos triângulos de ser uma forma geométrica rígida, ou seja, têm forma fixa depois de construídos, não sendo possível alterar seus ângulos internos. Contudo, o mesmo não acontece com os quadriláteros, que têm uma estrutura flexível, pois os ângulos internos podem ser modificados.

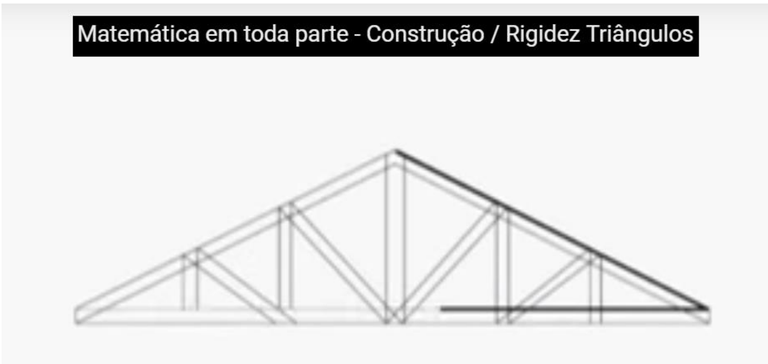



Figura 25 Tela do vídeo "Construção/Rigidez de triângulos"

Com um modelo construído com palitos e elásticos, os estudantes manipularam e comprovaram esta propriedade.

Figura 26 Triângulo - Forma rígida dos triângulos

Fonte: Dados de pesquisa.

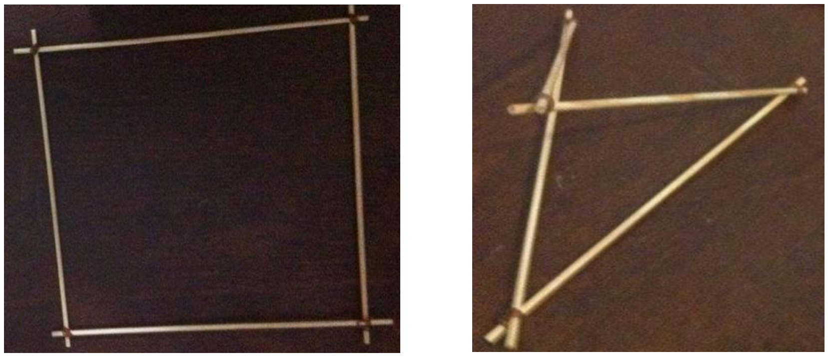


Figura 27  Quadriláteros - Forma geométrica não rígida

Fonte: Dados de pesquisa.

Para esclarecer a importância desta propriedade, retomamos nesta aula uma situação real ocorrida em nossa investigação, o caso das imagens de porteiras, trazidas por um estudante que morava na zona rural. Na ocasião, os estudantes, ao verem as imagens, tanto das porteiras como de portões de casas, destacaram as formas geométricas contidas neles, triângulos e quadriláteros.

Um estudante, que trabalhava fazendo grades e portões de casas, mencionou sobre a importância de colocar uma “trave” (referia-se à madeira ou metal colocado na diagonal) para “firmar” (tornar rígido) o portão. Esse comentário desencadeou a participação de outros estudantes, inferindo o que sabiam. O estudante, que trouxe as imagens da porteira, mencionou que tinham outros modelos de porteira no sítio em que morava e que a ripa era para evitar que a porteira se deformasse. Para exemplificar, procuramos mostrar nessa aula outras imagens de porteiras com diferentes modelos.

Figura 28  Modelos de porteira

Fonte: Dados de pesquisa.

Destacamos que todas as porteiras feitas com madeira possuíam a ripa formando triângulos, cujo propósito era proporcionar maior rigidez à porteira. O mesmo vale para alguns portões que possuem sua diagonal reforçada com madeira ou metal. A única dessas porteiras que não possuía essa característica foi a última, mas destacamos que ela era composta por vários retângulos intercalados, o que favorecia evitar deformações.

Nesta aula, surgiram alguns comentários como: “*Eu acho tão feio aquele pedaço de madeira cruzado no portão lá de casa e não sabia que tinha uma utilidade, um motivo*”, referindo-se à colocação de ripas de madeira na diagonal de portões para lhes dar rigidez. Ao fazerem estas considerações, os estudantes indicavam estarem associando o assunto ao dia a dia. Pelos comentários, percebemos que alguns pareciam “buscar na memória” se na casa deles havia esta “ripa” no portão.

Para mostrar essa e outras aplicabilidades da rigidez dos triângulos, recorremos ao vídeo sobre rigidez dos triângulos, citado, anteriormente, destacando que podemos perceber várias aplicações dessa propriedade dos triângulos em nosso cotidiano. Como exemplo, citamos as estruturas chamadas de "tesoura" no telhado. Muito rápido alguns já falaram que sabiam o que era. "*Ah! São aquelas vigas na forma de triângulos que tem no telhado. É o que sustenta o telhado*." Para elucidar as dúvidas de quem não sabia o que era, mostramos a imagem desta estrutura.

Figura 29 Tesoura no telhado
Fonte: http://amtelhados.com.br/fotos.php

As experiências compartilhadas pelos estudantes, mediadas pelas fotografias, possibilitaram discussões que nos permitiram interagir com a realidade dos estudantes, favorecendo a problematização matemática. Segundo Lopes[25](2005, p. 9), "o ato fotográfico desponta como mais um caminho de problematização da vida, que nos permite, com a mediação técnica da câmara fotográfica, registrar, decifrar, ressignificar e recriar o mundo e a nós mesmos."

---

[25] http://28reuniao.anped.org.br/textos/gt15/gt151254int.pdf

Dando continuidade ao estudo de polígonos, falamos sobre os hexágonos, mostrando pela decomposição da figura, que são formados por triângulos. Fizemos apenas uma revisão de suas principais características, visto que os estudantes já haviam estudado sobre polígonos regulares.

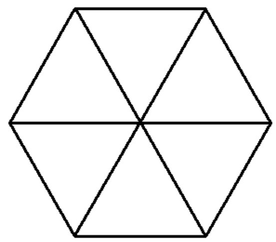


Figura 30 Hexágono regular

Nas interações realizadas com estudantes e, também, nas avaliações, tivemos a oportunidade de desvelar seus conhecimentos prévios, suas dificuldades e habilidades com a Matemática. Foram momentos em que identificamos algumas mudanças que precisavam ser feitas no planejamento inicial das aulas. O planejamento inicial não contemplava trabalhar/revisar os conceitos de: poliedros e polígonos, figuras bidimensionais e tridimensionais e nem a planificação de figuras.

Ressaltamos que as atividades, para a explicação sobre a rigidez dos triângulos, foram planejadas, com base no “caso da porteira”, enveredado por um dos estudantes. Isto ilustra bem a prática pedagógica, constituindo-se a partir das falas e questões colocadas pelos estudantes. Reforça que as aulas, preparadas com o intuito de favorecer uma aprendizagem significativa, não podem ter um planejamento rígido, mas, sim, devem ser abertas e flexíveis, para que os objetivos pretendidos possam ser alcançados.

**Aula 9 a 13 - O estudo de perímetro**

A princípio, retomamos os questionamentos das aulas iniciais sobre o que é perímetro e área. Dando sequência, escolhemos alguns exemplos de figuras geométricas para fazermos atividades práticas e investigativas. Aos estudantes foi pedido que determinassem a medida do contorno da mesa do professor, do caderno e da quadra e registrassem os resultados para, posteriormente, compararmos as medidas encontradas.

Para esta atividade, os estudantes foram organizados em grupos, nas duas turmas do 1º ano. A opção por realizar atividades em grupos aconteceu por considerarmos que a interação entre os estudantes é muito importante na construção do conhecimento. Segundo Hoffmann (2010, p. 60), "os trabalhos em grupo são como 'gatilhos' para a reflexão de cada estudante", pois inferem aos estudantes situações-problema que desencadeiam reflexões e, principalmente, discussões que possibilitam encontrar a solução correta dentre várias alternativas colocadas. O estudante em grupo, muitas vezes, compreende mais rápido o que não entendeu antes e, pela discussão com colegas, tem a oportunidade de defender seu ponto de vista e compartilhar suas vivências.

Para fazer as medições, cada grupo recebeu uma régua de 30 cm, um rolo de barbante, uma fita métrica e uma trena. Poderiam usar quaisquer dos instrumentos para medir o contorno dos objetos escolhidos. Pedimos a um estudante de cada grupo para filmar e/ou fotografar as etapas da atividade com seus celulares. A intenção era conferir como foi realizada a atividade em cada grupo. Assim, tanto a professora-pesquisadora como os outros estudantes poderiam rever e recordar as atividades e, caso necessário, disponibilizar os vídeos para os estudantes ausentes.

A atividade teve a duração de duas aulas de 50 minutos e foi realizada no pátio da escola. Ressaltamos que os estudantes não foram instruídos na escolha do instrumento de medida e nem orientados nas ações a realizar. Os objetos são: tampo da mesa do professor, capa do caderno e quadra de esportes da escola. Todos são constituídos por retângulos e foram escolhidos por terem essa característica.

Para conferirmos os resultados, projetamos uma tabela no quadro e pedimos que os estudantes falassem seus resultados para completarmos os dados na tabela e os analisar. Com todos os resultados inseridos na tabela, iniciamos as comparações e discussões.

A seguir, apresentamos os resultados obtidos e as observações feitas pelos estudantes.

Tabela 2 Atividade do grupo 1

| Item | Dimensões | Medida do contorno (perímetro) | Observações |
|---|---|---|---|
| Capa do caderno | (em cm) 20 x 30 | 20 + 30 + 20 + 30 = 100 cm ou 1 m | Usaram a régua |
| Tampo da mesa do professor (retangular) | (em cm) 63 x 100 | 63+ 100 + 63 + 100 = 326 cm | Usaram o barbante e fita métrica |
| Quadra | (em m) 32 x 20 | 32 + 20 + 32 + 20 = 104 m | Usaram a trena |

Tabela 3 Atividade do grupo 2

| Item | Dimensões | Medida do contorno (perímetro) | Observações |
|---|---|---|---|
| Capa do caderno | (em cm) 21 e 31 | 2 x 21 + 2 x 31 = 104 cm (1,04 m) | Usaram a régua |
| Tampo da mesa do professor | (em cm) 66 e 101 | 2 x 66 + 2 x 101 = 334 cm (3,34 m) | Usaram fita métrica |
| Quadra | (em m) 34 e 22 | 2 x 34 + 2 x 22 = 112 m | Usaram o barbante e a fita métrica |

Tabela 4 Atividade do grupo 3

| Item | Dimensões | Medida do contorno (perímetro) | Observações (instrumento) |
|---|---|---|---|
| Capa do caderno | (em cm)<br>20,5 - 30 - 20,5 - 30 | 20,5 + 30 + 20,5 + 30 = 101 cm | Usaram a régua |
| Tampo da mesa do professor | (em cm)<br>62 - 98,5 - 62 - 98,5 | 62+ 98,5 + 62+ 98,5 = 321 cm (3,21 m) | Usaram o barbante e a fita métrica |
| Quadra | (em m)<br>31,4 - 19,7 - 31,4 - 19,7 | 2 x 31,4 + 2 x 19,7= 62,8 + 39,4 = 102,2m | Usaram a trena e fita métrica |

Tabela 5 Atividade do grupo 4

| Item | Dimensões | Medida do contorno (perímetro) | Observações |
|---|---|---|---|
| Capa do caderno | (em cm)<br>20 x 30 | 2 x 20 + 2 x 30 = 100 cm | Usaram a régua |
| Tampo da mesa do professor | (em cm)<br>65 x 98 | 65 + 98 + 65 + 98 = 328 cm | Usaram a fita métrica |
| Quadra | (em m)<br>32 x 20 | 32 + 32+ 20 + 20 = 104 m | Usaram a trena |

Tabela 6 Atividade do grupo 5

| Item | Dimensões | Medida do contorno (perímetro) | Observações |
|---|---|---|---|
| Capa do caderno | (em cm)<br>20 e 30 | 2 x 30 + 2 x 20 = 60 + 40 = 100 cm | Usaram régua |
| Tampo da mesa do professor | (em cm)<br>60 e 100 | 2 x 60 + 2 x 100 = 320 cm | Usaram a trena |
| Quadra | (em m)<br>31,4 e 20 | 2 x 31,4 + 2 x 20 = 102,8m | Usaram a trena |

Observando-se as tabelas, percebemos que os resultados não ficaram iguais, o que é previsível em razão das possíveis imprecisões e dos erros de medida, conforme o recurso usado. Com o propósito de favorecer a participação dos estudantes na discussão da atividade, as seguintes perguntas foram colocadas: (*a) Como você mediu a mesa, o caderno e a quadra?; (b) Por que os resultados para o mesmo item não foram iguais? e (c) Que pode ter acontecido?*

Respondendo às perguntas, estudantes de cada grupo expuseram como calcularam o perímetro para os outros colegas. Durante a explicação, disponibilizaram, também, as filmagens e fotos que fizeram da realização da atividade. Assim, os estudantes conheceram as estratégias de cada um dos grupos; suas diferenças e similaridades de ações; quais e o porquê dos instrumentos de medida usados em cada objeto; como realizaram as medições e que resultados obtiveram.

Ao apresentarem os resultados, os estudantes explicaram que escolheram determinado instrumento de medida de acordo com o que iriam medir. Prevaleceu a régua para a capa do caderno, a fita métrica para o tampo da mesa e a trena para a quadra. No entanto, alguns usaram, também, o barbante para medir o contorno da mesa e as dimensões da quadra de esportes e, posteriormente, usaram a fita métrica ou trena para medir o comprimento do barbante.

Os resultados das medições não foram muito diferentes entre os grupos, porém notamos que algumas das imprecisões que aconteceram devem-se ao uso do barbante. Isto foi percebido assistindo-se às filmagens feitas para registrar a atividade prática. Os estudantes mediram, sem o cuidado de esticar o barbante, o que permitiu algumas das diferenças ocorridas na atividade. Verificamos que alguns iniciaram as medidas a partir do número 1, o que favoreceu uma diferença de 1 cm em cada lado do que estava sendo medido. O uso de dois instrumentos de medida, para realizar a mesma medição, como o grupo que usou, para medir o contorno da quadra, trena e fita métrica, favoreceu uma diferença de resultados. Comparando os resultados obtidos, verificamos que não dispersaram muito da medida real da quadra, que era 104 m, salvo o resultado do grupo que fez medições com barbante e fita métrica. Encontraram 112m, tendo, portanto, uma diferença de 8 m no valor do perímetro.

Segundo Gallas (2010, p. 10), tais erros podem enquadrar-se nos erros grosseiros, "(...) que podem decorrer, por exemplo, da má leitura das escalas, de ajustes imperfeitos do instrumento, ou seja, basicamente da imperícia ou desatenção da pessoa que está medindo". Nesta perspectiva, discorremos sobre a importância de se ter atenção e cuidado ao fazer medições, pois determinados erros, mesmo que pequenos, podem comprometer, por exemplo, a construção de uma casa ou de um objeto.

Observamos, durante a aula, as estratégias e dinâmicas para realizar a atividade. As discussões entre os estudantes, para a escolha do instrumento e de estratégias para fazer as medições, foram importantes para garantir resultados mais plausíveis e confiáveis. De acordo com Gallas[26], "Uma medição começa, portanto, com uma especificação apropriada do mensurando, do método de medição e do procedimento de medição." É importante, ainda, expressar os resultados de maneira que outras pessoas os compreendam e percebam com confiança que o resultado foi obtido.

Na aula seguinte, os estudantes fizeram, novamente, atividades em grupos. A proposta foi resolver alguns problemas matemáticos envolvendo o cálculo de perímetro. Os estudantes receberam atividades de fixação, situações-problema e foram orientados a deixarem todas as resoluções registradas nas folhas.

As dúvidas que surgiram nas resoluções permitiu-nos verificar que persistiam as dificuldades de alguns estudantes em fazer os cálculos, principalmente, multiplicações e divisões. E, também, as dificuldades de entender o que estava sendo pedido na questão. Pela complexidade de

[26] http://www.if.ufrgs.br/~marcia/medidas.pdf

informações de determinadas questões, alguns estudantes pediram ajuda para elucidar dúvidas, durante a resolução da atividade.

Percorrendo a sala de aula e observando a dinâmica dos grupos, presenciamos as discussões e a colaboração entre eles. O empenho dos estudantes, para resolverem as questões, sendo instigados a investigar, a buscar por estratégias e mais informações, foi evidente.

Os estudantes comentaram que as atividades, envolvendo triângulos e outros polígonos, não apresentaram muitas dificuldades, contrapondo às dificuldades evidenciadas na avaliação diagnóstica, em que alguns estudantes apresentaram dificuldades em reconhecer figuras geométricas e suas propriedades. Falaram que a revisão sobre as características e propriedades dos polígonos, em aulas anteriores, ajudou bastante na resolução das questões.

Desta forma, mencionar, por exemplo, que o triângulo era equilátero, não causou tanta estranheza, como aconteceu na avaliação diagnóstica. Em algumas questões, em que não fornecemos figuras, notamos que nas resoluções apareceram desenhos.

A seguir, apresentamos um exemplo de resolução de um estudante.

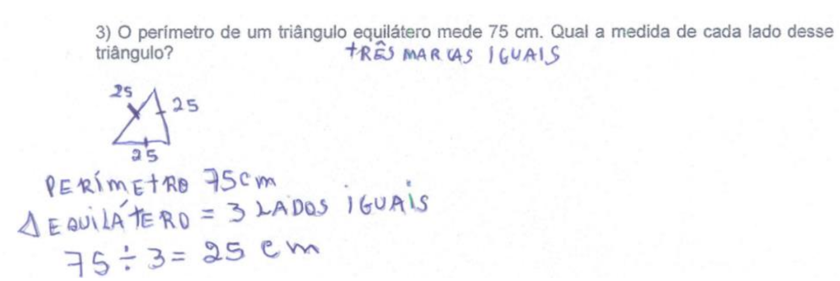



Figura 31  Resolução da questão 3 sobre perímetro

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebemos que os estudantes, na maioria, conseguiram resolver as questões sem reclamarem tanto como em outras ocasiões, em que falavam “não dou conta” ou “não tô entendendo nada”. Entendemos que poderiam estar encaminhando, assim, para atingirem um dos objetivos da disciplina, explicitados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática dos ensinos Fundamental e Médio (BRASIL, 1998, p. 114), de “promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação”.

**Aula 14 a 16 – O comprimento do contorno dos círculos**

O círculo é uma figura geométrica bastante comum em nosso dia a dia. Observando à nossa volta, percebemos formas circulares tanto nos elementos da natureza como nos construídos pelo homem. Para mostrar a presença de círculos ao nosso redor, apresentamos alguns exemplos, pela projeção de telas.

Figura 32 Círculos ao nosso redor

Fonte: Dados de pesquisa.

Antes de iniciar o assunto “medida do comprimento da circunferência”, destacamos as diferenças entre círculo e circunferência, suas características, seus elementos e falamos do número $\boldsymbol{\pi}$ (Pi). Fizemos, também, as construções de circunferências, no quadro, usando compasso. Nessas construções, indicamos o centro da circunferência e os elementos: raio, diâmetro e a corda. Mostramos, também, uma tela com esta representação.

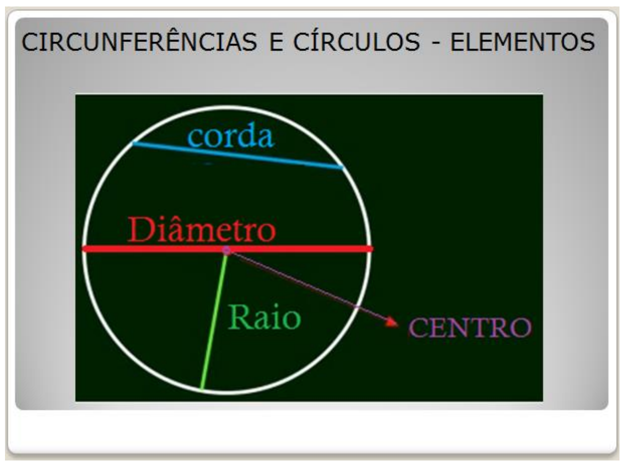



Figura 33  Circunferência e Círculo

Fonte: Dados de pesquisa

Para exemplificar o cálculo de comprimento da circunferência, propusemos a seguinte situação-problema: *"Uma bicicleta com 35 cm de medida do raio da circunferência de cada pneu percorreu uma distância de 500 m. De forma mais aproximada, qual a quantidade de giros completos que cada pneu da bicicleta deu, ao longo do trajeto realizado? Considere 3,14 para o valor de $\pi$ (pi)."* Incentivados a responder, um estudante falou, rapidamente, que: "É só multiplicar 35 por 500 para achar." E outro interveio, dizendo: "Não deve ser assim não! 35 é o raio. E o que faz com esse pi."

Para explicar o que acontecia, colocamos uma fita adesiva em torno de um círculo de papelão e giramos o círculo de modo que a fita ficasse colada no quadro. Demonstramos, assim, que o comprimento da circunferência correspondia à distância para o círculo dar um giro completo.

Para explicar sobre o número $\pi$, demonstrando sua relação no cálculo do comprimento da circunferência, propusemos uma atividade investigativa de comparações entre comprimento e diâmetros de alguns círculos. E, assim, explicaríamos o que é e quanto vale o número $\pi$, ou seja, determinaríamos, experimentalmente, o valor de $\boldsymbol{\pi}$.

Foram escolhidos quatro objetos circulares, com diâmetros diferentes, para a medição do comprimento da circunferência e dos seus diâmetros. Foram eles: tampa de panela, mesa do pátio, roda da bicicleta e moeda de um real. Para determinar as medidas usamos: barbante, fita métrica, trena e régua e, para os cálculos, calculadoras. A atividade foi realizada no pátio da escola e os estudantes foram organizados em grupos.

Os estudantes receberam a lista dos objetos circulares a serem medidos e os instrumentos de medida: barbante, trena, régua e, também, uma calculadora. Foram, ainda, orientados a determinarem as medidas dos contornos e diâmetros de cada item da lista.

A seguir, apresentamos imagens dos estudantes realizando as medições.

Figura 34 Comparação entre as medidas de comprimento e diâmetro de círculos(a)

Figura 35 Comparação entre as medidas de comprimento e diâmetro de círculos(b)

Após medirem, anotaram os resultados encontrados em uma tabela, em que deveriam indicar a medida do contorno e do diâmetro de cada objeto circular. De volta à sala de aula, terminamos o preenchimento da tabela, destacando a relação do comprimento da circunferência e diâmetro, para explicarmos sobre o valor do número $\pi$. Para fazer as divisões, sugerimos o uso de calculadoras para agilizar os cálculos.

A seguir, apresentamos as tabelas preenchidas.

Tabela 7 Comprimento da circunferência e diâmetro – Tampa de panela

| Tampa de panela | Comprimento da circunferência (em cm) | Diâmetro (em cm) | C/D |
|---|---|---|---|
| Grupo 1 | 146 | 45 | 3,244... |
| Grupo 2 | 141 | 45 | 3,133... |
| Grupo 3 | 142 | 46 | 3,086... |
| Grupo 4 | 146 | 46 | 3,173... |
| Grupo 5 | 148 | 47 | 3,148... |

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 8 Comprimento da circunferência e diâmetro – Mesa do pátio

| Mesa do pátio | Comprimento da circunferência (em cm) | Diâmetro (em cm) | C/D |
|---|---|---|---|
| Grupo 1 | 315 | 100 | 3,15 |
| Grupo 2 | 320 | 99 | 3,232... |
| Grupo 3 | 318 | 102 | 3,117... |
| Grupo 4 | 324 | 103 | 3,145... |
| Grupo 5 | 321 | 100 | 3,21 |

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 9 Comprimento da circunferência e diâmetro – Roda de bicicleta

| Roda da bicicleta | Comprimento da circunferência (em cm) | Diâmetro (em cm) | C/D |
|---|---|---|---|
| Grupo 1 | 224 | 70 | 3,2 |
| Grupo 2 | 220 | 72 | 3,055... |
| Grupo 3 | 222 | 69 | 3,217... |
| Grupo 4 | 224 | 74 | 3,047... |
| Grupo 5 | 223 | 71 | 3,140... |

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 10 Comprimento da circunferência e diâmetro – Moeda de 1 real

| Moeda de 1 real | Comprimento da circunferência (em cm) | Diâmetro (em cm) | C/D |
|---|---|---|---|
| Grupo 1 | 9,4 | 2,8 | 3,357... |
| Grupo 2 | 9,0 | 2,8 | 3,214... |
| Grupo 3 | 9,2 | 3,0 | 3,066... |
| Grupo 4 | 9,5 | 2,9 | 3,275... |
| Grupo 5 | 10 | 2,9 | 3,448... |

Fonte: Dados de pesquisa.

Alguns estudantes mostraram já saber sobre a existência do $\pi$ (pi), mencionando o valor 3,14. Aproveitando que estudantes falaram sobre ele, falamos da relevância desse número para a Matemática. Não apenas por sua história, mas por sua importância em cálculos matemáticos em várias áreas do conhecimento, como por exemplo, nas engenharias.

Segundo Lima (1991, p. 202),

> A maneira mais rápida de responder a esta pergunta é dizer que $\pi$ é a área de um círculo de raio 1. (Por exemplo, se o raio do círculo mede 1 cm, sua área mede $\pi$ $cm^2$ ). Podemos também dizer que $\pi$ é o comprimento de uma circunferência de diâmetro igual a 1. Desde há muito tempo (cerca de 4000 anos!) notou-se que o número de vezes em que o diâmetro está contido na circunferência é sempre o mesmo, seja qual for o tamanho dessa circunferência. Dito de outro modo, se o diâmetro mede um centímetro, um metro ou um côvado, a circunferência medirá respectivamente $\pi$ centímetros, $\pi$ metros ou $\pi$ côvados. Ainda de outra maneira: se uma circunferência tem comprimento C e diâmetro D, enquanto outra tem comprimento C' diâmetro D', então C/D = C'/D'. Este valor constante da razão C/D é um número aproximadamente igual a 3,141592, o qual se apresenta pela letra grega $\pi$.

Os estudantes, ao realizarem as medições nos círculos e fazerem os cálculos para encontrar o $\pi$, puderam perceber que os quocientes eram números aproximados, mas não determinaram, exatamente, o valor 3,14. Esclarecemos, então, que o valor de $\pi$ não era um número exato e, sim, um número irracional, que viram, anteriormente, no estudo dos conjuntos numéricos. Explicamos que, além disso, imprecisões de medidas poderiam ocorrer. Daí, alguns resultados terem valores, em décimos, com diferenças maiores. Tais imprecisões podem acontecer, até mesmo, por usarmos um círculo que não é exatamente um círculo, como exemplo, a tampa de panela, que estava amassada e, ainda, erros ao fazer a medição dependendo da dificuldade de manuseio do instrumento de medida.

> Pela própria definição de $\pi$, pensamos imediatamente em calculá-lo usando círculos. Uma maneira "prática" de estimarmos seu valor é tomar muitos objetos redondos, com tamanhos diferentes, medir o perímetro e o diâmetro de cada

> um deles e calcular a razão entre estas duas medidas. Depois, faz-se a média das razões obtidas. Esta média deve ser uma aproximação de $\pi$. Nas muitas vezes que utilizamos este método, obtivemos sempre algo da ordem de 3,2. Esse método, apesar de (ou talvez exatamente por) ser simples, tem uma série de problemas: os círculos usados são realmente círculos? O que medimos era realmente o diâmetro? Fora estes problemas da ordem do concreto, temos erros decorrentes da própria maneira de medir. Todo instrumento de medida tem um erro. (...) Assim, se usamos sempre a mesma fita métrica, ou a mesma régua, pequenos círculos darão um erro maior do que os grandes. (...) Mas enfrentaremos sempre os mesmos problemas: não temos como saber se o que chamamos de círculo é realmente um círculo e sempre teremos um erro de medida dado pelo instrumento usado [27] (CARVALHO, 2011, p. 50).

Os resultados com valores próximos a 3,0 foram surpresa para os estudantes. Um deles comentou: “Estranho isto. Mesmo com círculos com tamanhos muito diferentes, o valor deu três e pouco. Achei que seria bem diferente por causa do tamanho bem diferente das coisas”.

Ressaltamos a dificuldade de medir o contorno de círculos menores. Para a moeda, por exemplo, medimos o seu contorno com um pedaço de barbante e, depois, com uma régua verificamos a medida em centímetros. Mas, mesmo assim, os estudantes tiveram certa dificuldade para segurar o barbante em volta da moeda. Com o intuito de instigar a participação dos estudantes, foi perguntado se poderíamos usar outras estratégias ou outros instrumentos de medida, para fazer as medidas do contorno e diâmetro da moeda.

E, como ninguém fez sugestões, expusemos que, para achar o diâmetro, poderíamos desenhar seu contorno em uma folha, fazer um quadrado a sua volta e medir o lado do quadrado. E, assim, mostrar que o lado do quadrado correspondia ao diâmetro do círculo. Durante essa atividade, um estudante

[27] http://www.sbm.org.br/docs/coloquios/SE-1.02.pdf
A área e o perímetro de um círculo. Sônia Pinto de Carvalho Universidade Federal de Minas Gerais. 1 o Colóquio da Região Sudeste Abril de 2011

sugeriu que medíssemos o contorno da moeda com um barbante, depois, esticássemos o barbante para medir o seu comprimento, obtendo a medida do contorno da moeda. Sugeriu colarmos o barbante cortado no desenho da moeda e, em seguida, medir o diâmetro pelo barbante colado. A imagem que segue mostra a realização do que foi sugerido pelo estudante. Percebemos que fazer desta forma facilitou obter a medida mais precisa do contorno da moeda, do diâmetro e do valor de π.

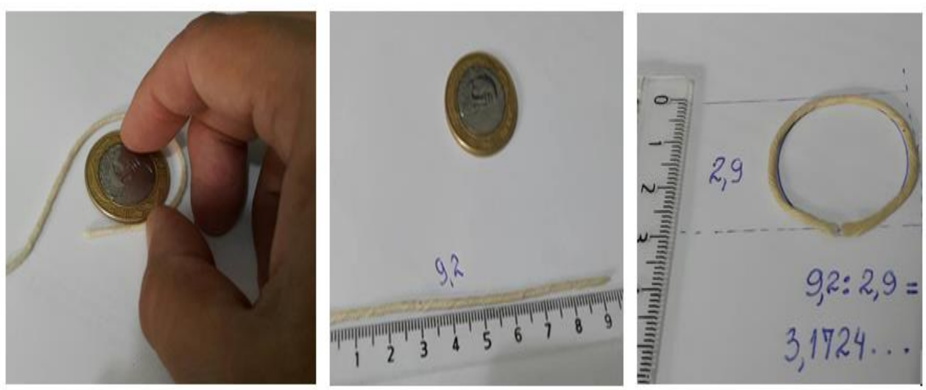



Figura 36  Atividade Calculando o valor de π

Fonte: Dados da pesquisa

Aproveitando o desenho do contorno da moeda, destacamos que, se comparássemos as medidas do lado do quadrado e do diâmetro do círculo (moeda), perceberíamos que teriam a mesma medida. Assim, encontraríamos valores mais precisos. Com esta demonstração, tivemos a oportunidade de mostrar a relação entre o diâmetro da circunferência e medida do lado de um quadrado circunscrito.

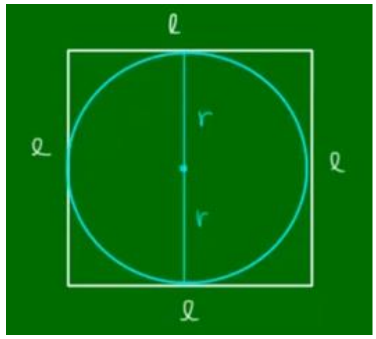



Figura 37 Quadrado circunscrito

Fonte: Dados de pesquisa

Um estudante comentou sobre instrumentos que usam em seu trabalho, o paquímetro e o micrômetro[28]. Mesmo não sendo instrumentos de fácil aquisição na escola, consideramos importante a oportunidade de "compartilhar informações" que, além de permitir -nos, adquirirmos novos conhecimentos, propicia aproximarmos mais ainda a escola da realidade do estudante.

Estudantes sugerindo estratégias, para resolver as dificuldades de medição e discutindo entre eles como fazer a atividade, remete-nos a refletir sobre a importância do estudante ser sujeito do seu próprio aprendizado e, além disso, ao compartilhar suas ideias com seus colegas, coloca-se diante de situações em "que participa desconstruindo e reconstruindo conhecimento", num processo dinâmico de aprendizagem (DEMO, 2004, p. 60)[29].

Para reforçar a explicação, apresentamos uma animação que mostra a relação entre o comprimento da circunferência e diâmetro. As animações são ferramentas tecnológicas que possibilitam uma visualização dinâmica de um conceito e podem ser consideradas como pontos de apoio para a sua compreensão. É muito mais fácil entender um conteúdo, se dispusermos de uma

---

28 O paquímetro é usado para medir as dimensões internas e externas de peças pequenas e o micrômetro é usado para medir a espessura de coisas muito finas.

29 DEMO, P. **Aprendizagem no Brasil:** ainda muito por fazer. Porto Alegre: Mediação, 2004.

maneira dinâmica, ilustrativa e com linguagem mais acessível daquela vivenciada em nosso cotidiano, podendo mais fácil entender, do que por um recurso estático, com difícil percepção. A animação encontrada faz parte de uma vídeoaula sobre o assunto, nos instantes finais, aos 20 min. Encontra-se em: Vídeoaula 44 de Matemática: **Geometria Plana - Círculo e Circunferência.**[30]**.**

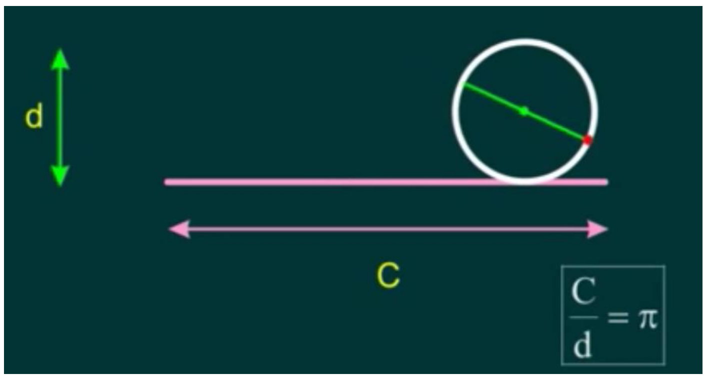
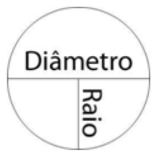



Figura 38 Tela da animação sobre Circunferência

A animação possibilitou a observação desse objeto geométrico, servindo para facilitar a visualização das relações existentes, favorecendo a percepção das diversas propriedades geométricas.

Depois disso, explicamos como calcular o comprimento da circunferência, usando a relação do diâmetro ou raio com o valor de **$\pi$.** Fazendo as demonstrações necessárias, indicamos a equação para o cálculo do comprimento da circunferência.

[30] Canal do *You Tube* do vestibulândia.com. Disponível em:< https://www.youtube.com/user/nerckie>. Acesso em: 12 fev. 2015.




$\frac{C}{D} = \boldsymbol{\pi} \longrightarrow C = \boldsymbol{\pi} \,.\, \mathbf{D}$

Como $D = 2r$, temos que $\mathbf{C= 2 .\pi. r}$
onde C= comprimento da circunferência; $\pi$= 3,14 e
r = raio e D é o diâmetro.

A seguir, voltamos ao exemplo dado no início das aulas e expusemos que, para achar a quantidade de voltas, primeiramente, deveríamos encontrar a medida de uma volta, ou seja, de um giro do pneu (roda) da bicicleta. Fizemos, no quadro, os cálculos dessa volta, usando a relação C= $\boldsymbol{\pi}$ . D e, então, calculamos a quantidade de giros que cada roda percorreu. Aproveitamos para explicar, novamente, como transformar a unidade de medida de centímetro para metros, evidenciando a necessidade dessa conversão. Como, também, fizemos todos os cálculos, no quadro, para sempre estar revisando como fazer as operações fundamentais, principalmente, multiplicação e divisão.

A seguir, apresentamos a resolução que foi feita, no quadro da sala.

$C = 2 \,.\, \pi \,.\, r \longrightarrow C = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 70 \longrightarrow C = 219{,}8 \text{ cm} \approx 220 \text{ cm}$

Como 1m =100 cm, temos que:

220 cm é 2,2 m. Logo, 500 m: 2,2 m ≈ 227 giros

Na sequência, propusemos a resolução de outras situações-problemas, envolvendo o comprimento da circunferência. Sugerimos que fizessem grupos para favorecer a discussão das questões, momento em que aproveitamos para verificar as resoluções e discussões dos estudantes, percorrendo a sala de aula.

Durante a tentativa de resolução das questões, observamos que estudantes com mais habilidades em Matemática explicavam para colegas com dificuldades. E esta habilidade de trabalhar em equipe, compartilhando estratégias de resolução, instigou discussões e, ainda, favoreceu que acolhessem o ponto de vista dos colegas.

Analisando as resoluções, durante a aula, percebemos que os estudantes, ainda, tiveram dúvidas na interpretação do enunciado de alguns dos problemas, como também dificuldades em fazer conversão de unidades de medidas de comprimento (centímetros para metros e vice-versa) e fazer multiplicações e divisões com números decimais.

A seguir, para exemplificar, apresentamos as resoluções da questão 1 feita por quatro estudantes. Vale ressaltar que essa foi uma das questões que mais gerou dúvidas, conforme questionamentos dos estudantes. Por isso, escolhemos essa questão para apresentar neste estudo.

*Questão 01(IFSP – Técnico Integrado ao Ensino Médio - 1º semestre / 2012)*
*Uma mangueira de jardim enrolada forma uma pilha circular medindo cerca de 100 cm de um lado a outro. Se há seis voltas completas, o comprimento da mangueira é de, aproximadamente (A) 9 m. (B) 15 m. (C) 19 m. (D) 35 m. (E) 39 m.*

Tabela 11  Resoluções de estudantes - Questão 1

| | |
|---|---|
| Resolução de Fabrício: | ① 1m : 2 = 0,50<br>C = 2.π.r<br>C = 2 3·14 · 60 = 314 m . 6 = 1884m |
| Resolução de Fernando: | 1m<br>C = 2.π.r<br>C = 2.3,14.1<br>C = 6,28 m  x 6 = 37,68 m → 39 m<br>π = Pi 3,14 |
| Resolução de Flávia: | 100 cm<br>100 cm = 1 m<br>1 x 3,14 = 3,14 x 6 = 188,4<br>3,14<br>x 6<br>1884 |
| Resolução de Caio: | 200 x 6 = 600 cm = 6 m<br>600<br>m dm cm |

Fonte: Dados de pesquisa.

Tentando entender os erros dos estudantes, buscamos analisar e refletir como foram resolvidas as questões propostas. Percebemos que alguns desses erros aconteceram por falta de atenção ou concentração dos estudantes. Como pode ser visto na resolução de Fabrício, que fez a mudança da unidade de medida e determinou o raio, no entanto, substituiu os valores errados na equação. Já, no caso de Fernando, podemos considerar seu erro como uma falta de aprendizado efetivo na diferenciação de raio e diâmetro. Verificamos que outros estudantes, também, cometeram o mesmo erro. Daí, a importância de rever tais conceitos. Na resolução de Flávia, notamos que cometeu um erro ao fazer as contas, que foi recorrente nas resoluções de outros estudantes. Com isso, procuramos sempre fazer as contas, no quadro, para tirar dúvidas de como fazê-las.

Conferindo a resolução de Caio, percebemos que cometeu um erro de interpretação. Pela resolução, parece não ter compreendido que o valor de 100 cm era o diâmetro dos círculos formados pela mangueira enrolada. Sem essa habilidade, o estudante parece ter tido mais dificuldades de compreender o que estava sendo pedido na questão. A interpretação correta de uma situação-problema torna-se imprescindível para a escolha da melhor maneira de resolvê-la.

Nesta perspectiva, consideramos necessário incentivar a leitura, que é fundamental para a interpretação de qualquer texto, inclusive, as situações-problema de Matemática. Considerando-se, ainda, a ideia de que ler é fundamental para adquirir novos conhecimentos, como também para a compreensão melhor do mundo em que se vive, podemos entender que as "pessoas não leem apenas decodificando palavra por palavra, mas apreendendo o texto por todas as sinalizações que lhes são familiares e que ajudam a dar suporte para compreensão" (GIESTA, 2016, p. 10).

A reflexão sobre os erros dos estudantes nas avaliações e em outras atividades puderam favorecer o entendimento das dificuldades dos estudantes, ou seja, "o quê" e "por que" erraram. Assim, buscar por estratégias de ensino direcionadas a sanar as dúvidas e obter melhores resultados no processo ensino-aprendizagem. Nesta perspectiva, segundo Pinto (1998, p. 75), "o erro pode ser trabalhado de forma dinâmica, pelo fato de provocar uma multiplicidade de diálogos: da professora com o aluno, da professora com a matemática, do aluno com a matemática, diálogo do aluno com o aluno".

É importante ponderar que precisamos mudar a visão classificatória da avaliação de aprendizagem na escola, seja em provas ou atividades em aula e “transformar o erro em um problema, um diálogo e, por fim, em uma situação de aprendizagem” (NOGARO; GRANELLA, 2004, p. 9), que leva os estudantes à superação de suas dificuldades e à aquisição de novas aprendizagens. Valoriza, assim, um processo de ensino em que ”o caráter construtivo de conhecimento só é concretizado quando há ação do sujeito, quando ele participa de forma ativa nessa construção” (PINTO, 1998, p. 108).

**Aula 17 a 23 - Estudando a área de figuras planas**

Nas aulas iniciais, quando os estudantes foram questionados sobre o uso dos conhecimentos sobre área e perímetro, mencionaram a colocação de pisos e azulejos. Para retomar a esse assunto e instigar novos comentários, perguntamos, novamente, onde usavam os conhecimentos de área no dia a dia. Os estudantes repetiram algumas das respostas dadas, anteriormente, tais como: para calcular o piso no chão da casa, construir muro, fazer casa, dentre outras.

Ao final da aula anterior, pedimos aos estudantes que fotografassem ladrilhos no chão ou paredes de diferentes formatos. Contudo, poucos estudantes fizeram as fotos, ou as trazidas não estavam nítidas. E, por isso, resolvemos, mesmo não tendo programado antecipadamente, levá-los para a sala de informática e fazerem uma busca na *internet* por imagens de pisos com ladrilhos, com formas diferentes ou ladrilhos combinados de maneira diferente. Pedimos que selecionassem as imagens e gravassem em arquivo, em meio digital, para serem apresentadas na sala por meio de projeções de telas.

A seguir, apresentamos as imagens apresentadas pela turma:

Figura 39 Ladrilhamentos

Fonte: Dados de pesquisa

Após apresentar as imagens acima, levantamos o questionamento sobre as formas geométricas que percebiam nos pisos mostrados. Os estudantes falaram sobre os quadrados, retângulos, triângulos e hexágonos que, realmente, são formas usadas para pavimentar pisos de ambientes internos e externos nas construções. Evidenciamos as presenças de formas retangulares nas imagens trazidas, no entanto, com coloridos e desenhos que formam outras figuras, as combinações e as disposições diferentes de uma mesma forma para montar outras figuras.

Destacamos que alguns dos exemplos estavam com desenhos pintados, parecendo ser outra figura geométrica. Na maioria eram retângulos e quadrados justapostos de maneiras diferentes. Questionamos se percebiam as possibilidades de encaixe, dependendo do formato escolhido para o ladrilhamento de chão e paredes. Alguns responderam dizendo: "*Tem que encaixar para forrar o chão ou fica faltando um pedaço.*"; "*Dependendo do tipo de forma, não vai dá.*"; "*O quadrado e o retângulo é mais fácil, daí se usa mais*".

Buscando sempre aproximar a realidade dos estudantes ao ensino escolar, favorecendo a aprendizagem, organizamos as aulas de modo a valorizar essas respostas. E, como a colocação de piso era uma resposta recorrente, iniciamos o estudo de área com o vídeo da série "Matemática em toda parte" – Construções e Pavimentação com Polígonos[31]. Este episódio da TV Escola, que trata do "Ladrilhamento", contextualiza o ensino de polígonos regulares. Poderíamos ter desenhado no quadro ou mostrado imagens de ladrilhos, mas o uso do vídeo foi uma forma de tentar envolver mais os estudantes nas aulas, além de conseguir informar sobre o assunto.

Dando continuidade, apresentamos, novamente, as imagens das formas geométricas: losangos, triângulos, retângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos, pelas projeções de telas e perguntamos se sabiam como calcular as

---

[31] https://www.youtube.com/watch?v=y__0a7TDbfs

áreas de cada uma delas. A maioria dos estudantes permaneceu em silêncio, apenas alguns falaram como calcular a área do quadrado e do retângulo. Conforme relatos, alguns estudantes já tinham aprendido, em anos anteriores, a calcular a área destas figuras. Dessa forma, recordamos as equações matemáticas (fórmulas) para o cálculo destas áreas (APÊNDICE B). Mencionamos que, quando medimos superfícies tais como um terreno, ou o piso de uma sala, ou ainda uma parede, obtemos um número que é a sua área. Logo, área é um número real, que representa a medida de uma superfície. Para medir uma superfície, escolhemos uma unidade de medida de área e a comparamos com a superfície a ser medida.

Com base nas discussões, pedimos que observassem o piso da sala de aula, a forma dos ladrilhos e da sala e que estimassem o número de ladrilhos que foram gastos no piso. Alguns arriscaram, citando valores bem próximos à quantidade real de ladrilhos. Com as respostas dos estudantes, observamos que a leitura do problema refletia as suas experiências de vida e, de alguns estudantes, as experiências profissionais, visto que vários deles trabalhavam na construção civil.

Com o objetivo de entender o que pensavam, intervimos, instigando-os a responderem como fizeram os cálculos. Pretendíamos que, ao explorar suas ideias referentes à sua forma de operar e de estimar a quantidade de ladrilhos do piso, socializassem seus conhecimentos e suas estratégias com colegas.

Segundo Freire (1997, p.34), com o diálogo, podemos socializar nossas experiências pessoais e perceber que existem outros saberes, além dos nossos.

> O que se pretende com o diálogo, em qualquer hipótese (seja em torno de um conhecimento científico e técnico, seja de um conhecimento "experiencial"), é a problematização do próprio conhecimento em sua indiscutível reação com a realidade concreta na qual se gera e sobre a qual incide, para melhor compreendê-la, explicá-la, transformá-la (FREIRE, 1993, p. 19).

Sem confirmar as respostas anteriores, pedimos que falassem como poderíamos achar, precisamente, a quantidade de ladrilhos que cobriam o chão da sala. Alguns deles falaram que tínhamos que contar todos os ladrilhos. Outros mencionaram que seria mais fácil se multiplicássemos a quantidade do comprimento pela quantidade da largura.

Apresentaremos, a seguir, as respostas de três estudantes, cujos nomes são fictícios e expressam a importância dos conhecimentos prévios e da capacidade de estimar medidas, fazendo comparações de tamanhos, no processo de produção de novos significados.

> Vítor: “Eu olhei o tanto de carteiras e, como cada carteira e cadeira ocupa 4 ladrilhos, fiz as contas mais ou menos.”
>
> Fabiano: “Eu sei, mais ou menos, o tamanho de um metro. Faça isto direto no meu trabalho. Daí, eu calculei quanto que tinha na largura e quanto que tinha no comprimento. E multipliquei”.
>
> João: “É só separar a sala em quadrados grandes. Imaginar isso. Daí olhei o tanto que tinha de ladrilhos em um quadrado e multiplicar pelo número de quadrados”.

Pelas falas, pudemos perceber o quão importante é ouvir as explicações dos estudantes para um fato ou situação-problema. Ideias que, às vezes, nem tínhamos pensado podem surgir e, assim, acabamos aprendemos, também, com os estudantes.

Na perspectiva de resolver o problema proposto, retomamos a situação-problema da área da sala, para fazer os cálculos pela equação matemática de área de retângulos. Primeiramente, desenhamos, no quadro, um retângulo para representar o formato do chão da sala. Com a colaboração dos estudantes, fizemos os cálculos para comparar os resultados reais e estimados. Propusemos realizar a medição do comprimento e largura da sala, usando uma trena. Os estudantes colaboraram e, em duplas, realizaram a tarefa, enquanto registrávamos, no quadro, os resultados obtidos.

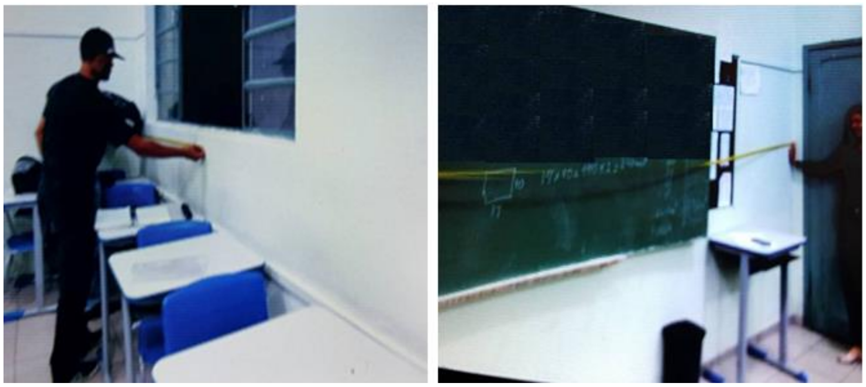


Figura 40 Atividade: Área da sala de aula
Fonte: Dados de pesquisa

Sendo a forma da sala retangular, mostramos que multiplicando suas dimensões, comprimento e largura, podemos determinar sua área da sala. Realizamos o mesmo procedimento para calcular a área de cada ladrilho.

Figura 41  Atividade: Área da sala de aula
Fonte: Dados de pesquisa

A seguir, dividimos a área da sala pela área de um ladrilho e comparamos o resultado com os resultados estimados pelos estudantes, anteriormente. Assim foi feito, sendo o resultado encontrado bem próximo. As diferenças surgiram em virtude das imprecisões de medida e ao fato de terem pedaços de ladrilhos em uma parte do chão da sala.

Mostramos, por meio de desenhos de retângulos e de quadrados, no quadro, que poderíamos obter os cálculos de área dessas figuras pela multiplicação do comprimento pela largura da figura, o que justificava as equações matemáticas de área dessas figuras.

A visualização das imagens e o vídeo sobre o ladrilhamento de pisos propiciaram a percepção de situações que poderiam não ser vivenciadas facilmente na escola. As atividades práticas de medição feitas nessa aula permitiram aproximar a realidade de vida dos estudantes e o conteúdo estudado, visto que favoreceram a participação ativa e a interação entre os estudantes com o compartilhamento de experiências de vida.

Nas aulas seguintes, os estudantes, em grupos, fizeram problemas de cálculo de área de quadrados e retângulos, usando equações matemáticas, para fixação do aprendizado. Durante essa atividade, percorremos a sala de aula, para verificar como eles resolviam as questões e tirar as dúvidas que surgissem. Notamos o comprometimento e o empenho na realização da tarefa, evidenciado pela troca de ideias entre estudantes.

Outras duas figuras que estavam presentes, nos exemplos de ladrilhamento de piso, são elas: o triângulo e o hexágono. Por esta observação, iniciamos o estudo da área de triângulos e hexágonos.

Estudando sobre os triângulos e hexágonos, demonstramos como calcular suas áreas, por suas relações matemáticas. Antes de demonstrar as relações, para o cálculo da área de triângulos, falamos sobre o quadrilátero e sua relação com os triângulos e sua área. Apresentamos as relações matemáticas, seguidas de exemplos mais simples, procurando sempre selecionar aqueles que apresentavam contextualização (APÊNDICE B).

Após as explicações, os estudantes fizeram atividades de fixação, que foram corrigidas com a participação deles, instigando-os a comentarem suas estratégias para resolver as questões. Acrescentamos, também, a explicação sobre o cálculo da área de losangos e trapézios, fazendo as demonstrações das relações matemáticas, com exemplos e atividades de fixação. Fizemos um resumo das relações matemáticas (APÊNDICE B), com exemplos resolvidos e atividades de fixação, para que os estudantes fizessem nas próximas aulas.

Percebemos que os estudantes, ainda, tiveram uma maior dificuldade em resolver questões que envolviam "saber algo a mais", como converter unidades de medida de comprimento e área e fazer contas sem a calculadora. Recomendamos aos estudantes o uso da calculadora para "agilizar" os cálculos e para fazer confirmações de resultados, porém sempre incentivando a tentativa de fazer os cálculos sem esse recurso e estimular o cálculo mental.

**Aulas 24 e 25 – Medidas agrárias e o cálculo de área e perímetro**

As fotografias de plantações e de uma porteira, trazidas por um estudante, em outra aula, suscitaram, também, comentários sobre as experiências já vividas no campo. Como as medidas de hectare e alqueire são assuntos que também seriam estudados, buscamos, ao iniciar esta aula, resgatar esses comentários feitos na ocasião. Com isso, para tratar sobre essas medidas agrárias, comumente usadas para medir terras em regiões rurais, retomamos ao assunto, perguntando aos estudantes se sabiam o que significavam e a quanto equivaliam cada uma dessas unidades de medida.

Um dos estudantes respondeu que um hectare correspondia a 10000 $m^2$. Já sobre alqueire, outros falaram que valia mais ou menos 30000 $m^2$ e 48000 $m^2$

e outros valores diferentes, o que provocou discussões sobre a divergência de valores. Completando, um estudante comentou: "*A gente usa isso para saber quanto de semente vai gastar para plantar na área toda ou o tanto de fertilizantes que precisamos. Calculamos que três hectares é um alqueire, que vale mais ou menos 30000m$^2$ e para cada alqueire gastamos uma quantidade certa de sementes. Daí, dois alqueires é o dobro. E, assim, vai calculando. Já tem a medida certa da quantidade de sementes para a área, conforme o tanto que cada planta vai crescer.*" Ele, ainda, explicou que faziam comparações similares para calcular a quantidade de fertilizante e agrotóxico seriam necessários nas plantações.

Como a aula não foi gravada em áudio, nem todas as falas foram "guardadas na memória" e registradas no diário de campo, no entanto, ressaltamos que, quando se referiam ao seu dia a dia, outros conhecimentos de Matemática estavam presentes nos comentários dos estudantes. Além de medidas agrárias, entremeando as conversas, ouviam-se as palavras: porcentagem, juros, as estatísticas e o peso.

Notamos, pela fala dos estudantes, que usavam outro conhecimento matemático: a proporcionalidade. Usavam, para calcularem a área de cultivo em hectares, conforme a quantidade de animais e o tempo de alimentação. Neste estudo, o foco é a Geometria, mas como pudemos perceber, outros conhecimentos matemáticos podem ser trabalhados identificando as vivências dos estudantes.

O comentário do estudante, que é trabalhador rural, sobre os cálculos que faziam para saber quanto iriam precisar de sementes, fertilizantes ou agrotóxicos, para uma determinada área, fazendo estimativas e cálculos aproximados, instigaram outros estudantes a também comentarem o que sabiam: "*Para vender a terra, anuncia em alqueires e não em metro quadrado como é de casa e lote*". Oportunizou-nos falar sobre a importância da escolha da unidade de medida mais apropriada para fazer medições. No caso de fazendas, sítios, enfim, em áreas rurais, usam-se as medidas agrárias, alqueire e hectare.

Segundo Baldini,

> Os problemas de medida de terra e de cálculo aproximado de área de terrenos estão presentes ainda hoje no cotidiano e são de muita relevância tanto nas práticas rurais quanto nas urbanas. Como exemplo, tem-se a situação do agricultor que, ao fazer o plantio, muitas vezes precisa estimar a área do terreno, que em muitos casos é de forma irregular (BALDINI, 2004, p. 17).

Antes de comentar mais sobre essas medidas agrárias, esclarecendo as dúvidas sobre seus valores, convidamos os estudantes para assistirem ao episódio 1, da série Matemática em Toda Parte II, "Matemática na Agricultura"[32] com duração de 12min23, mas assistimos apenas ao intervalo 1min50 a 5min48. O vídeo, por coincidência, tratava do que o estudante falou sobre uma maneira de calcular a área e insumos agrícolas, como no exemplo mostrado no vídeo, que usa a quantidade de sementes em cada cova, estimando-se a área pela quantidade total de sementes gastas.

---

[32] http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-2-matematica-na-agricultura


Figura 42 Imagem do Vídeo Matemática na agricultura

Sendo assim, faz-se importante ressaltar que os conhecimentos compartilhados oportunizaram o nosso aprendizado, o que reforça que, nós, professores, também, aprendemos com os estudantes, tanto adquirindo novos conhecimentos como entendendo como eles aprendem. Não temos os conhecimentos práticos sobre medidas agrárias e acabamos por aprender com eles como fazem os cálculos por meio de medidas aproximadas e estimativas, que aprenderam com seus familiares e, na prática, trabalhando no campo. Assim, tornamo-nos “ensinantes” e “aprendizes” capazes de estar abertos a rever nossas posições e, permanentemente, estarmos disponíveis a repensar o pensado (FREIRE, 1993, p. 159-160).

> Quero dizer que ensinar e aprender se vão dando de tal maneira que quem ensina aprende, de um lado, porque reconhece um conhecimento antes aprendido e, de outro, porque, observado a maneira como a curiosidade do estudante aprendiz trabalha para apreender o ensinando-se, sem o que não o aprende, o ensinante se ajuda a descobrir

> incertezas, acertos, equívocos. O aprendizado do ensinante ao ensinar não se dá necessariamente através da retificação que o aprendiz lhe faça de erros cometidos. O aprendizado do ensinante ao ensinar se verifica à medida que o ensinante, humilde, aberto, se ache permanentemente disponível a repensar o pensado, rever-se em suas posições; em que procura envolver-se com a curiosidade dos estudantes e dos diferentes caminhos e veredas, que ela os faz percorrer (FREIRE, 1997, p. 259-260).

Com a demonstração de interesse, inclusive, de estudantes que não compartilhavam de conhecimentos do meio rural, assistimos, também, ao episódio “Matemática no Sítio”[33] da série “Matemática em toda” (Parte I- Duração: 26min18), do instante 3min28 a 9min11, que trata do significado de alqueire e hectare. No vídeo, fala-se sobre história e se exploram as diversas possibilidades que ideias de medidas podem exercer em um ambiente agrícola.


Figura 43 Imagem do Vídeo Matemática no sítio

[33] http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-no-sitio

Assumindo, segundo Freire e Shor (1986, p. 61-62)[34], um papel de educador libertador, que "pode ajustar seu papel na sala de aula às necessidades do estudo":

> O professor pode dar uma aula expositiva, pode encaminhar uma discussão, pode organizar pequenos grupos de estudo dentro da sala de aula, pode supervisionar pesquisas de campo fora da sala de aula, pode exibir filmes, pode complementar pontos de vista que faltam à classe, ou pode atuar como um bibliotecário, na ajuda a grupos de estudo a encontrar os materiais, ou pode destinar longas horas de aula às apresentações dos estudantes, etc (FREIRE; SHOR, 1986, p. 61-62).

Após os vídeos e discussões, evidenciamos que cada hectare equivale a 10.000m² (dez mil metros quadrados) e que essa medida se trata de um padrão internacional, pois o hectare tem sempre a mesma medida em qualquer lugar do mundo. [35] Explicamos, ainda, que um hectare corresponde a 100 ares (hectômetro quadrado).

Estudando as medidas agrárias, resolvemos alguns problemas envolvendo medidas agrárias, trabalhando conversões e cálculos de área. Percebemos, nesta aula, as mesmas dificuldades em resoluções de problemas anteriores, como dificuldades nas operações matemáticas e conversão de unidades de medidas. Procedemos, assim, como em aulas anteriores, fazendo e explicando os cálculos sem dar respostas diretas na busca pela superação dessas dificuldades.

---

[34] http://forumeja.org.br/files/MedoeOusadia.pdf

[35] Portaria do INMETRO. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/legislacao/rtac/pdf/ RTAC002050.pdf> Acesso em: 10 Jan.2016.

**Aulas 26 e 28 – A Área do círculo**

Para estudar a área do círculo, iniciamos usando a animação[36] disponibilizada pelo Laboratório Didático Virtual - Escola do Futuro da USP, que mostra de maneira simples o cálculo da área do círculo.


Figura 44 Animação – Demonstração da área do círculo

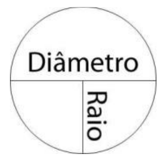
Fonte: Laboratório Didático Virtual - Escola do Futuro da USP

Retomando a relação matemática do vídeo, propusemos a resolução de algumas situações-problema envolvendo o cálculo da área de círculos.

---

[36] Demonstração da área do círculo, Laboratório Didático Virtual (LabVirt - Escola do Futuro da USP). Disponível em: <http://www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim_geometria_areacirculo.htm>. Acesso em: 10 abr. 2015.

- **Área do círculo**.

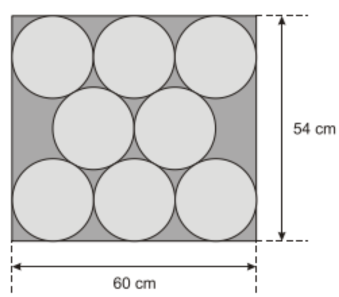



As questões de cálculos das áreas de círculos contemplaram, preferencialmente, situações do cotidiano, tendo questões mais simples, de aplicação direta da relação matemática, e questões envolvendo o comprimento da circunferência, partes de círculos e a combinação de círculos e outras figuras, como quadrados, triângulos e retângulos.

Analisando as questões e os comentários, notamos que os estudantes apresentaram maiores dúvidas naquelas questões que envolveram mais de uma figura geométrica, em que precisariam revisar áreas de figuras já estudadas, requerendo partição de figuras ou envolviam vários cálculos.

Para exemplificar, apresentamos uma questão que gerou vários comentários e dúvidas.

> Para fazer um trabalho de Artes, Daniela está recortando círculos de uma folha de cartolina, conforme o modelo de corte da figura abaixo.



> A cartolina tem dimensões 60 cm x 54 cm e todos os círculos têm o mesmo raio. a) Quanto mede o raio de cada círculo recortado? b) Qual a medida da área de cada círculo e da área desperdiçada de cartolina, representada pelo sombreado na figura acima?[37] (Considere $\pi \cong 3,14$ )

A seguir, apresentamos a resolução de um dos estudantes, que considerou os dois círculos centrais com raios diferentes dos outros seis. Tal atitude ocorreu porque achou que os círculos centrais pareciam menores.

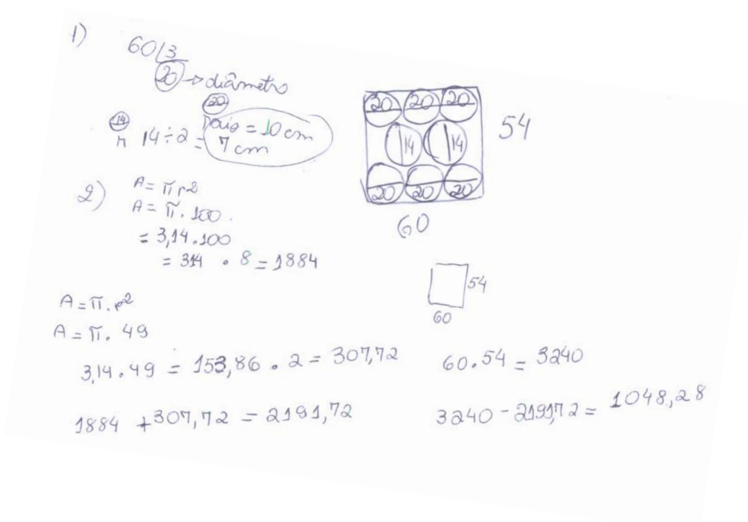



Figura 45 Questão sobre área de círculos
Fonte: Dados de pesquisa.

A resolução da questão acima levou-nos a refletir sobre o enunciado da questão e à verificação da imagem, para conferirmos se o enunciado estava claro e se os círculos estavam realmente com tamanhos diferentes, o que levaria à interpretação errada da questão. Verificamos que o enunciado e a imagem da questão não estavam incorretos, porém não havia a informação de que os

[37] Fonte: http://nsaulasparticulares.com.br/wp-content/uploads/2014/02/Geometria-Plana-Circunferencias-e-Circulos.pdf

círculos eram iguais e a disposição dos círculos pode ter induzido o estudante ao erro. Foi, portanto, um erro de interpretação do problema. O estudante teria que considerar todos os oito círculos com diâmetro 20 cm.

Por considerarmos que “As situações-problema são um desafio no desenvolvimento de habilidades e competências, pois exigem uma demanda maior de trabalho” (SILVA; FELICETTI, 2014, p. 25), a nossa intenção, na seleção das questões, foi proporcionar a reflexão para tomada de decisão, além do desenvolvimento de habilidades e competências. E para isto, devemos ter clareza do que pretendemos em cada questão para poder elaborar ou selecioná-las, corretamente.

**Aulas 29 a 32 – Calculando e comparando áreas e perímetros usando um programa de computador**

Buscando proporcionar a fixação de aprendizagem de área e perímetro, planejamos mais uma atividade com a mediação de tecnologias. O recurso selecionado para esta atividade foi o programa de Geometria Dinâmica, chamado Geogebra, que é um programa gratuito, sendo sua utilização mais acessível às escolas. Além disso, o Geogebra foi a opção escolhida por termos encontrado muitos relatos e indicações de atividades com o seu uso, o que colaborou na organização das atividades, visto que temos poucos conhecimentos sobre o uso desse tipo de recurso tecnológico no ensino de Matemática.

A aula demandava de computadores e, por isso, foi planejada para a sala de informática da escola. No dia da aula, deixamos o ambiente preparado, com a instalação do programa em cada computador e deixando ligados todos os equipamentos.

Para realizar a atividade, organizamos os estudantes em grupos, visto que não dispúnhamos de computadores para todos os estudantes, mesmo que apenas 58% deles estivam presentes. Como são duas turmas, trabalhamos separadamente com cada uma, em seus respectivos horários de aula.

A realização das atividades, em grupos, favoreceu a maior interação e colaboração entre os estudantes. Sendo uma novidade, realizamos uma demonstração do programa, pela projeção em tela, mostrando os recursos do programa que seriam usados. Apresentamos, também, um exemplo de como realizar a construção e o cálculo de área e perímetro, usando o programa.

A seguir, apresentamos as construções feitas com o Geogebra para exemplificar a atividade que os estudantes iriam realizar.

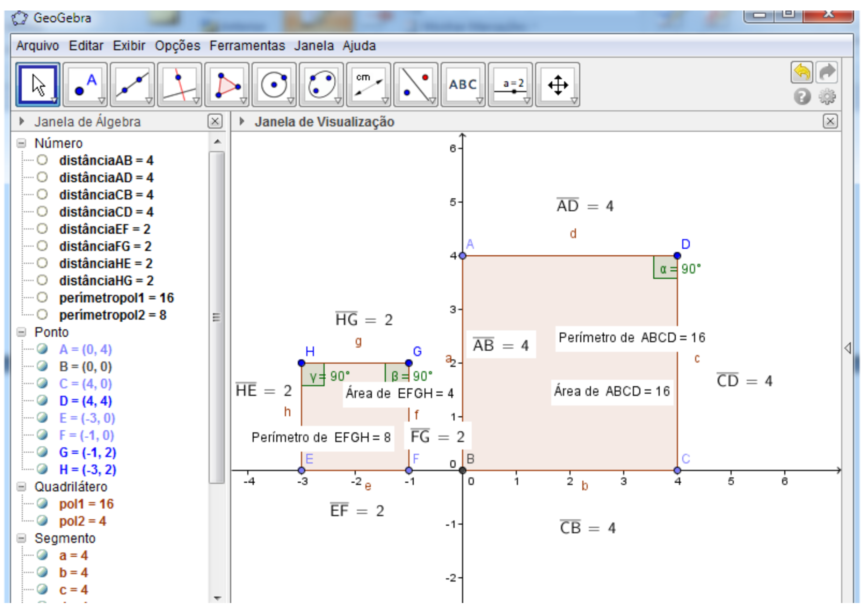



Figura 26 Atividade com o Geogebra – Exemplo

Organizados na sala de informática, os estudantes foram orientados a construírem quadrados, calculando-se suas áreas e seus perímetros. Deveriam comparar o que acontecia com os valores das áreas e perímetros com a modificação da medida de seus lados. Sugerimos que ampliássemos e reduzíssemos a figura. Primeiramente, dobrando a medida dos lados e, sequencialmente, triplicando-se e se quadriplicando suas medidas.

Após realizarem as construções, os estudantes fizeram o registro dos resultados em tabelas e compararam os resultados. A seguir, apresentamos as telas do programa com construções e as tabelas e observações feitas pelos estudantes.

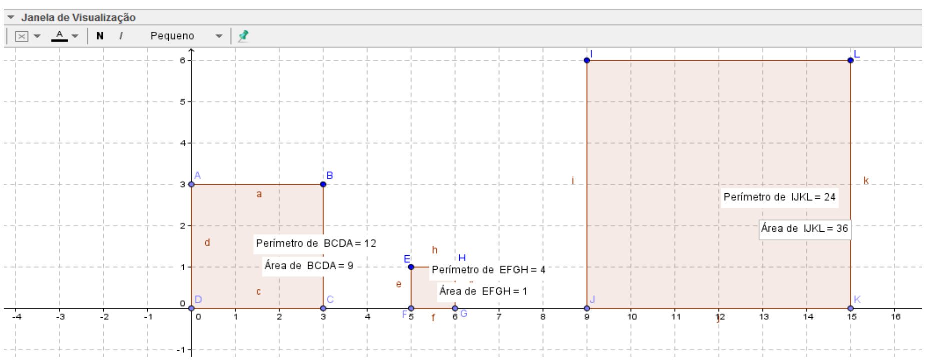



Figura 46  Atividade com Geogebra feita pelos estudantes

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 12 Atividades com Geogebra

| Lado | □ | Perímetro = 4x lado | Área= lado x lado =$l^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | 4x1=4 | 1x1=1 |
| 2 | | 4x2=8 | 2x2=4 |
| 3 | | 4x3=12 | 3x3=9 |
| 4 | | 4x4=16 | 4x4=16 |
| 5 | | 4x5=20 | 5x5=25 |
| 6 | | 4x6=24 | 6x6=36 |
| 7 | | 4x7=28 | 7x7=49 |
| 8 | | 4x8=32 | 8x8=64 |
| 9 | | 4x9=36 | 9x9=81 |
| 10 | | 4x10=40 | 10x10=100 |

Fonte: Dados de pesquisa.

Questionamos sobre o que aconteceu com a área e perímetro em cada situação. Observando os valores encontrados, pelas construções geométricas, os estudantes puderam comparar os resultados obtidos com aqueles encontrados com a aplicação de equações matemáticas. Eles registraram as seguintes observações:

a) Dobrando-se o lado, o perímetro é o dobro e a área é quatro vezes maior;
b) Triplicando-se o lado, o perímetro é o triplo e a área é nove vezes maior;
c) Quadriplicando-se o lado, o perímetro é o quádruplo e a área é dezesseis vezes maior;
d) E assim por diante.

Realizaram, também, a construção de retângulos, calculando-se perímetros e áreas dessas figuras. A seguir, apresentamos duas atividades realizadas pelos estudantes.

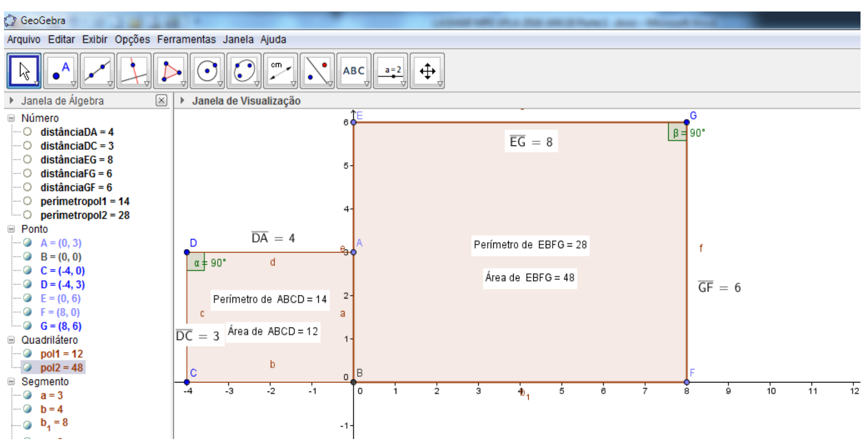


Figura 47 Atividade com Geogebra – Retângulos (a)

Fonte: Dados de pesquisa

Tabela 13 Atividade Geogebra

| Lado a e b | Perímetro = 2*a + 2*b | Área= a * b |
|---|---|---|
| 1 e 2 | 2*1 + 2*2= 2+4=6 | 1x2=2 |
| 2 e 4 | 2*2 + 2*4= 4+8=12 | 2x4=8 |
| 3 e 6 | 2*3 + 2*6= 6+12=18 | 3x6=18 |
| 4 e 8 | 2*4 + 2*8= 8+16=24 | 4x8=32 |
| 5 e 10 | 2*5 + 2*10= 10+20=30 | 5x10=50 |

Fonte: Dados de pesquisa

Novamente, registraram as observações sobre o que perceberam:

a) Dobrando-se a medida dos dois lados, o perímetro será o dobro e a área é 4 vezes maior;
b) Triplicando-se a medida dos dois lados, o perímetro é o triplo e a área é 9 vezes maior;
c) Quadriplicando-se a medida dos dois lados, o perímetro é o quádruplo e a área 16 vezes maior;
d) E assim por diante.

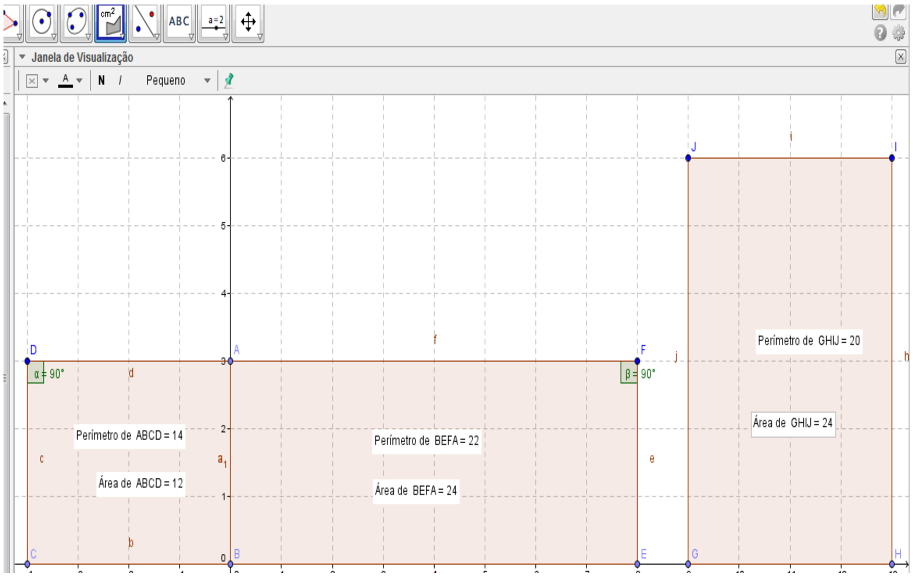



Figura 48  Atividade com Geogebra - Retângulos (b)

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 14  Atividade com Geogebra

| Lado a e b | Perímetro = 2*a + 2*b | Área= a * b |
|---|---|---|
| 1 e 3 | 2*1 + 2*3= 2+6=8 | 1x3=3 |
| 2 e 3 | 2*2 + 2*3= 4+6=10 | 2x3=6 |
| 3 e 3 | 2*3 + 2*3= 6+6=12 | 3x3=9 |
| 4 e 3 | 2*4 + 2*3= 8+6=14 | 4x8=12 |
| 5 e 3 | 2*5 + 2*3= 10+6=16 | 5x3=15 |

Fonte: Dados de pesquisa.

a) Dobrando-se apenas um lado, a área é o dobro;

b) Triplicando-se apenas um lado, a área é o triplo;

c) Quadriplicando-se apenas um lado, a área é o quádruplo;

d) E assim por diante.

Como os estudantes já haviam calculado, em aulas anteriores, a área e comprimento da circunferência de raios com medidas 1cm, 2cm, 3 cm e 4 cm, pedimos que construíssem esses mesmos círculos, usando o Geogebra, para visualizá-los e comprovassem os resultados obtidos. Seguem essas construções:

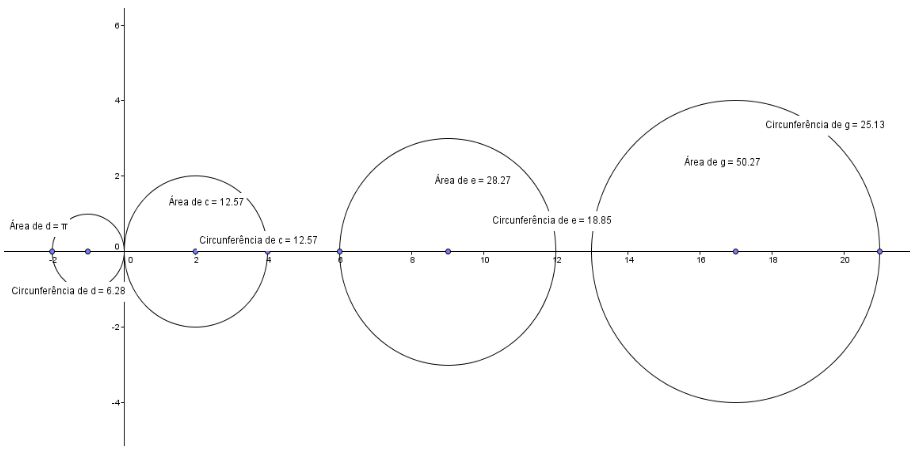



Figura 49  Atividade Geogebra – Círculos

Fonte: Dados de pesquisa.

Para comprovarem a relação matemática da área de triângulos e favorecer a fixação da aprendizagem, pedimos que construíssem quadriláteros e calculassem as áreas usando o recurso "área" do programa. Em seguida, arrastassem um dos pontos e, sobrepondo-o sobre outro consecutivo a ele, formassem um triângulo. Pedimos que calculassem a área desse triângulo e comparassem os resultados. Observando os resultados, os estudantes conferiram que a área do triângulo se tornou a metade da área do quadrilátero. A seguir, apresentamos uma das construções, em que destacamos as áreas do quadrilátero e do triângulo.

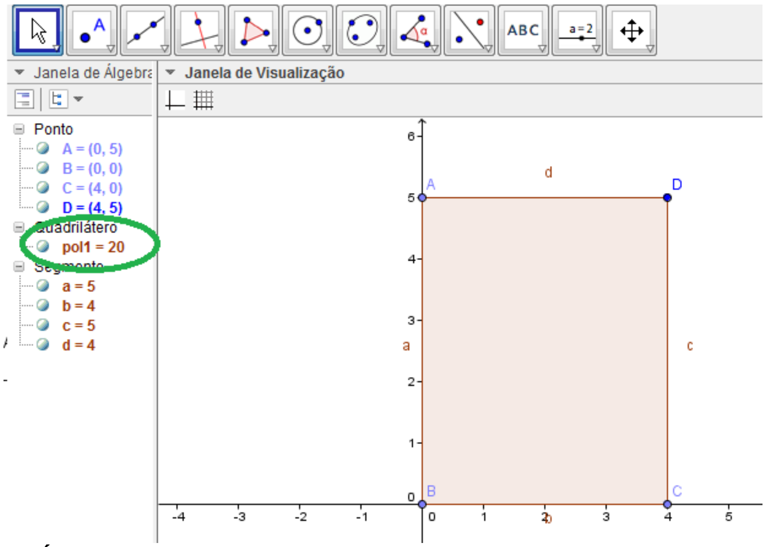



Figura 50  Área de quadriláteros e triângulos

Fonte: Dados de pesquisa

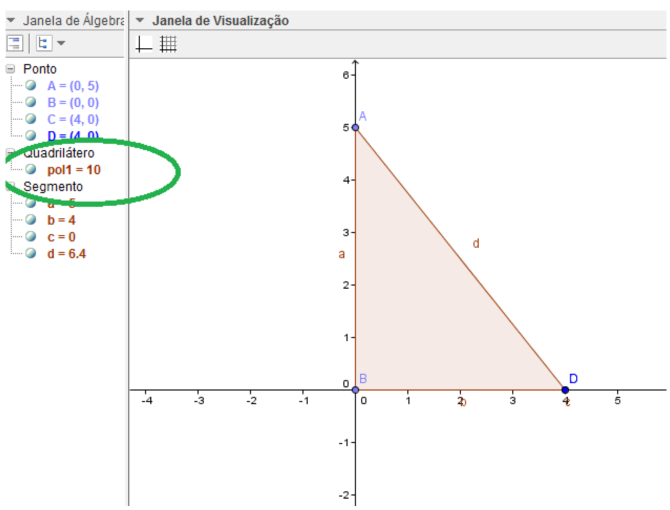



Figura 51  Área de quadriláteros e triângulos

Fonte: Dados de pesquisa

As atividades apresentaram muitas dificuldades, como: o tempo reduzido para as aulas, a indisponibilidade de recursos tecnológicos e técnicos e, principalmente, a “novidade” de usar o computador para fazer atividades escolares. Nas turmas, havia alguns estudantes com mais habilidades com computadores e que colaboraram muito com outros com mais dificuldades. Dessa forma, realização de atividades em grupo favoreceu a ambientação com o programa, tornando-a mais fácil.

Com o programa, dinamicamente, fizeram construções e manipulação de figuras geométricas, alteraram suas dimensões, ampliando-as e reduzindo-as para conferirem as relações matemáticas entre elas. Foi uma experiência em que os estudantes puderam visualizar e conferir o que aconteciam com as medidas de área e perímetro das figuras, além de proporcionar-lhes uma visão do conteúdo de maneira mais participativa.

Nestas aulas mediadas pelo programa, os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolverem atividades que favoreceram a exploração de conceitos da geometria plana em um ambiente dinâmico e interativo. Com o programa, mesmo que dominando pouco o seu funcionamento, obtivemos bons resultados com relação à abordagem do conteúdo.

Pudemos observar que a manipulação, exploração e visualização favoreceram uma aprendizagem significativa, com aulas mais prazerosas, tanto para os estudantes como para a professora.

De acordo com Borba e Penteado (2001, p. 64),

> Aspectos como incerteza e imprevisibilidade, geradas num ambiente informatizado, podem ser vistos como possibilidades para desenvolvimento: desenvolvimento do aluno, desenvolvimento do professor, desenvolvimento das situações de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, cabe ressaltar que a implementação desse recurso tecnológico mostrou-se como uma das possibilidades que se abrem para o ensino de Geometria. Percebemos estudantes que nunca tiveram contato com computadores na escola, motivaram-se a usá-lo. A mediação da professora nas atividades e a colaboração entre estudantes e entre estudante e professora, foram fundamentais. Ressaltamos que, percorrendo esses possíveis “caminhos”, também, aprendemos.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há décadas, o crescente avanço tecnológico vem transformando a nossa sociedade e a maneira ~~de~~ como as pessoas se relacionam. Se por um lado, tais avanços trazem novas perspectivas de construção de conhecimento, por outro, provocam inquietude e insegurança nas escolas. Contudo, as tecnologias não podem continuar sendo algo "estranho" dentro na escola, pois há muito tempo estão mais presentes em nossa sociedade.

Em nossa pesquisa foi construído um plano para ação em aula com a premissa de, durante todo o processo de ensino, permitir o uso de vídeos, fotos, animações, telas de imagens, calculadoras e programas de computador, como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem. Mesmo tendo feito um planejamento inicial de todas as atividades, algumas foram modificadas, para se adequarem ao tempo disponível e aos imprevistos, como foi o caso de não termos disponíveis computadores para estudantes usarem.

O plano das aulas foi mudando com o desenvolver das atividades, em prol de promover a aprendizagem e valorizar as histórias de vida dos estudantes, permitindo, ainda, que o conhecimento popular entrasse na escola. Um processo de construção e reconstrução das atividades aconteceu em função das dificuldades encontradas durante as aulas e pela necessidade de alguns conhecimentos básicos de Geometria que não estavam previstos inicialmente.

Compassos, réguas e tecnologias digitais foram usados de modo integrado, e permitiram a inovação Pelos dados coletados, foram levantadas as possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes nas atividades, o que possibilitou estarmos revendo-as e as reorganizando. Para atender às demandas de tempo e espaço, os ritmos e quantidades de aulas, também, foram repensados, o que reforça a importância da flexibilização do planejamento das aulas. Planejamentos "rígidos" não permitiriam as mudanças que foram necessárias e a interação obtida durante as aulas. Assim, as aulas preparadas, com o intuito de favorecer uma aprendizagem significativa, requerem um planejamento aberto e flexível para que os objetivos pretendidos possam ser alcançados.

O planejamento previu atividades que estimularam estudantes a identificarem e apresentarem conhecimentos prévios, observando-se seus interesses e concepções sobre o assunto. Durantes as aulas, alguns questionamentos foram levantados, para se a coleta de informações conhecer melhor o que eles sabiam sobre o assunto, informações pertinentes com o nosso propósito de aproximar o conteúdo escolar com suas experiências de vida, criando diálogos entre contextos e a proposta de ensino. Verificando se percebiam a Geometria a sua volta, seja no trabalho ou em casa, muitos estudantes foram mostrando que tinham certo conhecimento do assunto, contradizendo as falas de alguns que diziam não saberem nada do assunto.

Talvez, não percebiam é que há uma relação entre suas vivências e o que se estuda na escola. Além disso, é importante considerar que levar cada estudante a aprender envolve reconhecer as diferenças individuais. Estando há algum tempo à frente de uma sala de aula sabemos que nem todos os estudantes vão aprender da mesma forma tudo o que ensinamos. Uma pessoa não é igual à outra. É um desafio contínuo perceber a capacidade e dificuldade de cada um deles.

Os relatos de experiências de vida profissional e pessoal dos estudantes sobre o assunto estudado, seus comentários e a realização das atividades são instrumentos de análise desta pesquisa, constantes em nosso diário de campo, servindo, também, para orientar a prática educativa e a redimensionar, quando for necessário. As atividades foram realizadas, individualmente e em grupos, o que permitiu a melhor interação entre os estudantes.

A dinâmica das aulas permitiu que os estudantes participassem mais das atividades e discussões, momentos de compartilharem suas experiências sobre o assunto e suas perspectivas de aprendizado. Nesta ótica, as atividades foram trabalhadas de modo a permitirem que os estudantes e a professora participassem como sujeitos ativos na construção do seu próprio conhecimento.

Neste sentido, assistiram a vídeos sobre o assunto estudado, conheceram o assunto, também, por meio de projeções de telas, fizeram construções e planificações geométricas, visualizaram a manipulação de figuras geométricas por um programa de computador, fizeram pesquisas na *internet* e viram animações, oportunidades que permitiram tornar a aula mais participativa.

Contudo, algumas atividades não atenderam às expectativas iniciais em decorrência das dificuldades de uso de tecnologias e, também, por problemas de mau funcionamento das máquinas. Tivemos, também, a impossibilidade de uso da sala de informática por estar ocupada com outras atividades ou materiais. Outra dificuldade foi não nos permitirem o acesso à internet da escola, usando equipamentos portáteis. Não tendo computadores em cada sala, a utilização dos portáteis era importante. Vivenciamos isso, ao tentar utilizar algumas animações e vídeos diretamente na internet e, por falta de acesso, não foi possível realizar as atividades planejadas, tendo que alterar a programação feita. Nestas ocasiões, replanejamos a aula, usando apenas um computador com projeção para a visualização conjunta, sem que estudantes participassem de manipulação e construção, em grupos ou individualmente.

Outras dificuldades aconteceram quanto ao uso de filmes e vídeoaulas, sem legendas em Libras, que poderiam facilitar o entendimento dos estudantes surdos, mesmo tendo a presença de uma intérprete de Libras. Não encontramos, nem em endereços de órgãos educacionais públicos, vídeos e filmes com a opção de legenda em Libras. Precisamos, para isto, colocar legendas para atender, em parte, às necessidades desses estudantes. Notamos um maior envolvimento dos estudantes surdos, manipulando materiais e fazendo as atividades com colegas ouvintes.

Outro problema foi a presença irregular de alguns estudantes às aulas, que aconteceu por vários motivos, tais como cansaço após trabalhar o dia todo e ter que assistir os familiares, conforme relatos dos estudantes. Com isso, a sequência de atividades ficou prejudicada por requerer repetir partes das aulas para dar sequência lógica aos estudos ou por não ser possível retomar o que foi feito. Em contrapartida, com aqueles que tinham uma boa frequência, percebemos uma melhor participação nas aulas.

Podemos mencionar, ainda, que os comentários de estudantes, queixando-se de suas dificuldades, tais como; “Matemática é muito difícil.” e “Tem muito tempo que parei de estudar.”, já não eram mais tão ouvidos. Esses comentários, que antes eram muito presentes, com a maior aproximação da teoria à vivência deles, ficaram menos recorrentes.

Sendo assim, podemos ressaltar a importância de ter usado vídeoaulas e filmes, que puderam ser acompanhados pelos estudantes em casa. Informamos os endereços eletrônicos das vídeoaulas e dos filmes vistos nas aulas para quem quisesse assistir novamente ou se estivesse ausente à aula em que foram usados. Essa foi uma vantagem favorecida pela inserção de tecnologias. Vale mencionar a ausência, por motivos de doença, da aluna surda, que teve acesso aos vídeos e telas com imagens, via internet, pela troca de mensagens de texto com professora e colegas.

Conferimos, com as análises das atividades realizadas, que as tecnologias usadas nas aulas foram ferramentas que colaboram como mediadoras no processo ensino-aprendizagem e não foram apenas um meio de transmitir informações. Contando com as tecnologias em sala de aula, podemos considerar inúmeras possibilidades de uso como: o professor usar algo pronto e mostrar; o professor preparar e usar; os estudantes procurarem algo pronto e apresentarem e os estudantes produzirem por eles mesmos.

Com a realização das atividades propostas e relatadas aqui, destacamos, a seguir, algumas reflexões e considerações relevantes ao processo ensino-aprendizagem na EJA. É preciso: (a) Adequar o currículo escolar e/ou o planejamento de cada aula com o objetivo de permitir que os estudantes aprendam melhor o conteúdo lecionado, amenizando as dificuldades enfrentadas; (b) Buscar por novas abordagens, estratégias e recursos didáticos que sejam mediadores e facilitadores da aprendizagem; (c) Permitir a flexibilização do tempo para que jovens e adultos possam retomar conteúdos, realizar tarefas e avaliações e entregar atividades escolares e (d) Incentivar a participação e o compartilhamento de ideias e vivências, possibilitando um aprendizado que tenha mais significado para o estudante.

Este estudo teve resultados que nos permitiram compreender que as atividades problematizadas, com o uso das tecnologias e com uma relação dialógica em sala de aula, favoreceram o envolvimento dos estudantes nas aulas, inclusive, dos estudantes surdos, possibilitando a construção de significados. Levou-nos a perceber o quão é importante buscar novas possibilidades de ensino para a promoção de aprendizagem, tendo como premissa fazer com que o papel do estudante seja mais de protagonista do que receptor na construção do conhecimento.

Pela ação real com reflexão sobre a prática pedagógica, pudemos alavancar nossas possibilidades de ensino. O tempo da reflexão, da produção e do amadurecimento é longo e traz consigo incertezas e dúvidas, que inferem mudanças de enfoque e de caminhos. Por isso, o olhar distanciado sobre esse percurso, às vezes, é tardio. Mas, mesmo assim, tornou-se possível e precisa ser incorporado às nossas vivências.

Aprendemos, ainda, que há a necessidade de repensar o currículo para permitir a inserção de tecnologias como ferramentas mediadoras no processo ensino-aprendizagem. Desta forma, consideramos relevante a inovação pedagógica em que os recursos tecnológicos colaborem, façam diferença nas aulas e sirvam para melhorar, significativamente, o processo ensino-aprendizagem, promovendo a dialogicidade, a motivação para os estudos e a inclusão social.

# REFERÊNCIAS


ALMEIDA, M. E. B. Gestão de tecnologias, mídias e recursos na escola: o compartilhar de significados. **Em Aberto**, Brasília, v. 22, n. 79, p. 75-89, jan. 2009.

______. Tecnologia na educação, formação de educadores e recursividade ente teoria e prática: trajetória do programa de pós-graduação em educação e currículo. **Revista E-Curriculum**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 01-28, dez./jul. 2005.

______. **Tecnologia na escola:** criação de redes de conhecimentos. Brasília: MEC, 1999. 26 p.

ALMEIDA, M. E. B. de; VALENTE, J. Integração currículo e tecnologias e produção de narrativas digitais. **Revista Currículo sem Fronteiras**, v. 12, n. 3, p. 57-82, set./dez. 2012.

ARROYO, M. **Formação de educadores de jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 296 p.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003. 242 p.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Educational psychology.** New York: Holt, Rinehart and Winston, 1978. 625 p.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 625 p.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com o auxílio do software de Geometria dinâmica. 2004. 179 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções & perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 285-295.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 98 p.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. 3. ed. São Paulo: Blücher, 2012. 508 p.

BRANDÃO, L. O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na Internet: iGeom. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 9., 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: [s.n.], 2003. p. 1476–1487. Disponível em: <http://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/ view/ 808>. Acesso em: 19 ago. 2014.

BRANDÃO, L. O.; ISOTANI, S.; MOURA, J. G. Imergindo a geometria dinâmica em sistemas de educação a distância: iGeom e SAW. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 14, n. 1, p. 41-49, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Federal de Educação. **Currículos mínimos dos cursos de graduação.** 4. ed. Brasília: MEC/CFE, 1981. 575 p.

______. Ministério da Educação. **Educação para jovens e adultos:** ensino fundamental: proposta curricular - 1º segmento. São Paulo: Ação Educativa, 2001. 239 p.

______. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC, 1998. 148 p.

CAMPOS, G. H. B.; CAMPOS, F. C de A. **Qualidade de software:** teoria e prática. Campinas: Makron, 2001.

CARVALHO, S. P. de. A área e o perímetro de um círculo. In: COLÓQUIO DA REGIÃO SUDESTE, 1., Belo Horizonte, 2011. **Anais...** Belo Horizonte: Editora da UFMG, 2011. p. 01-58.

CUNHA, C. M. da. **Introdução:** discutindo conceitos básicos. In: SECRETARIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA. **Salto para o futuro:** educação de jovens e adultos. Brasília: MEC, 1999. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002698.pdf>. Acesso em: 10 set. 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática:** da teoria á prática. Campinas: Papirus, 1996. 121 p.

______. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 112 p.

DEMO, P. **Aprendizagem no Brasil:** ainda muito por fazer. Porto Alegre: Mediação, 2004.

______. **Aprendizagem no Brasil:** ainda muito por fazer. Porto Alegre: Mediação, 2004. 96 p.

FONSECA, M. da C. F. R. et al. **O ensino da geometria na escola fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 128 p.

FREIRE, P. **Extensão ou comunicação?** 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977. 93 p.

FREIRE, P. **Extensão ou comunicação?** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983. 93p.

______. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessário à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 218 p.

______. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessário à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 148 p.

______. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987. 218 p.

______. **Professora sim, tia não. Cartas a quem ousa ensinar.** 10. ed. Editora Olho D'Água, 1993. 192 p.

FREIRE, P.; SHOR, I. **Medo e ousadia**: o cotidiano do professor. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986. 224 p.

GALLAS, M. R. **Incerteza de medição.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2010. 10 p. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~marcia/medidas.pdf>. Acesso em: 02. fev. 2016.

GIESTA, N. C. Professores de licenciatura: concepções sobre aprender. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-

GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO ANPED, 23., 2016, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2000. p. 01-12. Disponível em: <http://www.anped.org.br/sites/default/files/gt_08_10.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 175 p.

GRANDO, R. C. **O jogo e as suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1995.

GRAVINA, M. A. **Avaliação mediadora:** uma pratica em construção da pré-escola à universidade. Porto Alegre: Mediação, 2010. 277 p.

______. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. 277 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2001.

HOFFMAN, J. M. L. **Avaliação mediadora:** uma pratica em construção da pré-escola à universidade. 30. ed. Porto Alegre: Mediação, 2010. 160 p.

KENSKI, V. M. Novas tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente. **Revista Brasileira de Educação,** São Paulo, n. 8, p. 58-71, maio/ago. 2006.

______. O papel do professor na sociedade digital. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2001.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. 206 p.

LOPES, A. E. Ato fotográfico e processos de inclusão: análise dos resultados de uma pesquisa-intervenção. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO ANPED, 28., 2005, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2005.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 4, p. 3-13, 1995.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar.** São Paulo: Cortez, 2002. 98 p

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 1986. 99 p.

______. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013. 99 p.

MENDES, R. M. **A formação do professor que ensina matemática, as tecnologias de informação e comunicação e as comunidades de prática:** uma relação possível. 2013. 285 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2013.

______. **As potencialidades pedagógicas do jogo computacional Simcity 4**. 2006. 201 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco, Itatiba, 2006.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Construção coletiva:** contribuições à educação de jovens e adultos. Brasília: UNESCO, 2006. 368 p.

______. **Trabalhando com educação de jovens e adultos:** avaliação e planejamento. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec. gov.br/secad/arquivos/pdf/eja_caderno4.pdf> Acesso em: 05. Set. 2014.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos:** novos desafios e como chegar lá. Campinas: Papirus, 2007a. 174 p.

______. **Desafios na comunicação pessoal.** 3. ed. São Paulo: Paulinas, 2007b. p. 162-166. 248 p.

______. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias. **Informática na Educação**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, p. 137-144, set. 2000a.

______. Mudar a forma de ensinar e aprender com tecnologias. **Interações**, São Paulo, v. 5, n. 9, p. 57-72, jan./jun. 2000b.

______. O vídeo na sala de aula. **Revista Comunicação & Educação**, São Paulo, v. 2, n. 2, p. 27-35, jan./abr. 1995.

______. Os novos espaços de atuação do educador com as tecnologias. In: ROMANOWSKI, J. P. et al. (Org.). **Conhecimento local e conhecimento universal:** diversidade, mídias e tecnologias na educação: volume 2. Curitiba: Champagnat, 2004. p. 245-253.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, F. F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (Org.). **Cotidiano escolar**: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002. p. 84-99.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L.B. **A geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003. 151 p.

NOGARO, A.; GRANELLA, E. O erro no processo de ensino aprendizagem. **Revista de Ciências Humanas da URI**, Criciúma, v. 5, n. 5, p. 01-25, 2004. Disponível em: <http://www.revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/244>. Acesso em: 15 mar. 2015.

OLIVEIRA, V. C. A. de. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana.** Rio Claro: [s.n.], 2011. 207 p.

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

______. **Possibilidades para a formação do professor de matemática:** a informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000. 79 p.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar.** 1998. 320 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

PRADO, M. E. B. B. **O uso do computador no curso de formação de professor:** um enfoque reflexivo da prática pedagógica. 1996. 189 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1996.

RAMOS, M. B. J. **Autoestima:** relação professor e estudante; aprender e ensinar: diferentes olhares e práticas. Porto Alegre: Editora da PUCRS, 2011. 299 p.

SANTOS, J. A. S. do. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **Revemat:** revista eletrônica de educação matemática**,** Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, ago. 2014.

SILVA, G. B.; FELICETTI, V. L. Habilidades e competências na prática docente. **Educação Por Escrito**, Porto Alegre, v. 5, n. 1, p. 17-29, jan./jun. 2014.

TEIXEIRA, A. C.; BRANDÃO, E. J. R. Software educacional: o difícil começo**. Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 1, n. 1, p. 01-07, 2003. Disponível em: <http://www.cinted.ufrgs.br/eventos/cicloartigos fev2003/adrianoS.pdf>. Acesso em: 14 out. 2015.

VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1999. 156 p.

______. Diferentes usos do computador na educação. In: ______. (Org.). **Computadores e conhecimento:** repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993a. p.1-23.

______. Por quê o computador na educação. In: ______. (Org.). **Computadores e conhecimento:** repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993b. p. 24-44.

______. Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Florianópolis, v. 1, n. 1, p. 45-60, 1997.

Livros didáticos:

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**: 9º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009. 436 p.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**: 9º ano. São Paulo: FTD, 2009. 207 p.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática**: Imenes & Lellis: 9º ano. São Paulo: Moderna, 2009. 328 p.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Escola
Estadual:_______________________________________________
Disciplina: Matemática
Professor(a):_______________________________________________
Estudante(a):_______________________________________________

Ano de escolaridade: 1º Período MEDIO EJA    Data: / /2015

**Prezado(a) Estudante(a),**

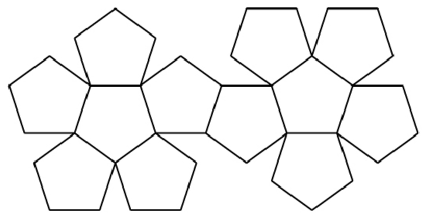
Esta é uma Avaliação Diagnóstica da Aprendizagem Escolar referente ao estudo dos conteúdos de área e perímetro. O objetivo da prova é acompanhar o seu desempenho e identificar possíveis dificuldades de forma a orientar o professor sobre como ajudá-lo.

Instruções:

- Leia atentamente cada questão e assinale com um X a resposta correta.
- A prova é individual e sem consulta.
- Pode ser feita a lápis, mas as respostas devem estar em caneta azul ou preta.
- É permitido o uso de calculadora, porém não pode ser emprestado.
- A prova tem duração de 2 horários de aula e consta de 20 questões.
- As questões devem apresentar cálculos e/ou comentários que justifiquem a resposta indicada.
- Antes de entregar a prova, confira se marcou todas as suas respostas corretamente.

Bom trabalho!

Questão 01 – Veja a planificação abaixo:



Sabendo-se que cada lado da figura mede 2 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

a) 50 cm

b) 76 cm

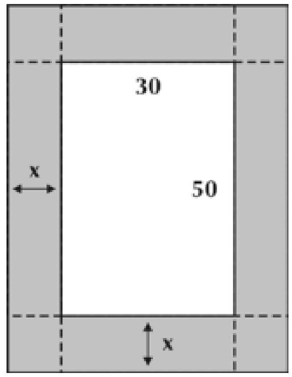
c) 80 cm

d) 96 cm

Questão 02 – Numa fazenda do interior de Minas, um terreno retangular tem 175 m por 248 m de fundo. Este terreno foi cercado com 5 voltas de arame de acordo com a ilustração seguinte. Quantos metros de arame, no mínimo, ele gastou?

a) 2230 m.
b) 2430 m.
c) 4230 m.
d) 5600 m.

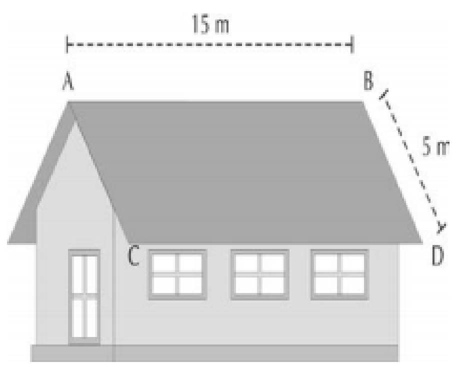
Questão 03 A moldura de um quadro, ilustrada ao abaixo, tem largura x. Quando x = 15 cm, qual é a área da moldura?




a) 150 $cm^2$  b) 900 $cm^2$

c) 2.400 $cm^2$  d) 3300 $cm^2$

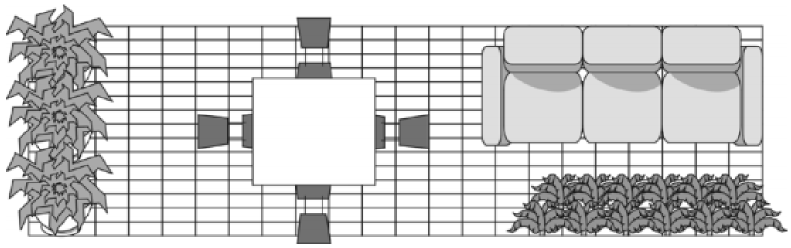
Questão 04 – A figura abaixo mostra uma casa com as medidas do seu telhado, que é simétrico em relação a um plano perpendicular ao chão e que passa pelos pontos AB. Além disso, ABCD é um retângulo. Nessa situação, quantas telhas são necessárias para cobrir totalmente o telhado, se, para cada metro quadrado ($m^2$), são usadas 20 telhas?




a) 3000  b) 1600

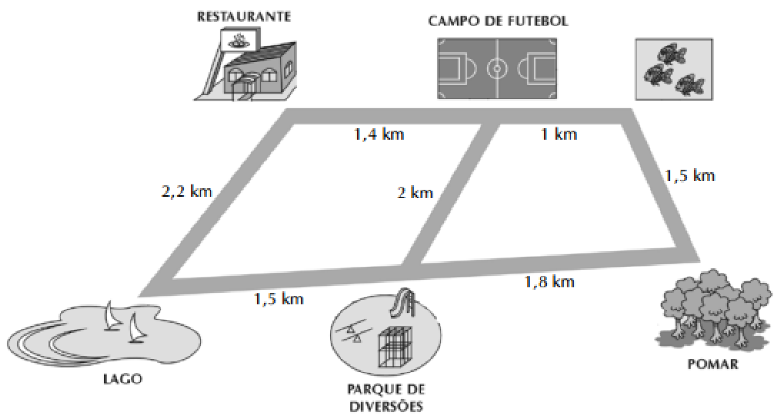
c) 400  d) 150

Questão 05 – Para cobrir o chão retangular de uma área da casa, são gastos 330 ladrilhos idênticos. Se na largura desse chão cabem 15 desses ladrilhos, quantos cabem no comprimento?



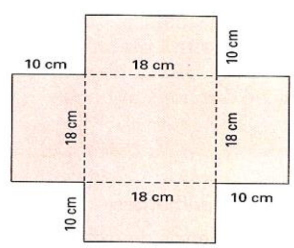
a) 10 b) 15
c) 18 d) 22

Questão 06 – Abaixo, temos o mapa de um clube. Veja o comprimento de cada trilha entre um local e outro do clube. Para ir do restaurante até o pomar, passando primeiro pelo campo de futebol e depois pelo parque de diversão, quantos quilômetros serão percorridos?




a) 3,9 km
b) 5,2 km
c) 5,5 km
d) 8,2 km

Questão 07 – A planificação abaixo é a representação de uma caixa de papelão.



Quantos centímetros quadrados de papelão foram gastos para fazer a caixa?

a) 324 cm²  b) 360 cm²
c) 720 cm²  d) 1044 cm²

Questão 8 – Um quadrado tem lado de medida 6 cm. Diminuindo 3 cm de cada um dos lados, é correto afirmar:

a) o perímetro do novo quadrado tem 12 cm a mais do que o perímetro do primeiro.

b) o perímetro do novo quadrado é a terça parte do perímetro do primeiro.

c) a área do novo quadrado é a quarta parte da área do primeiro.

d) a área do novo quadrado tem 9 $m^2$ a mais do que a área do primeiro.

Questão 09 – Um jardineiro deseja plantar algumas mudas em um canteiro retangular de 0,75 m por 1,90 m. Entretanto, para que as mudas possam desenvolver-se satisfatoriamente, cada muda deve ser plantada no centro de um quadrado de 0,09 $m^2$ de área. O número máximo de mudas que o jardineiro poderá plantar nesse canteiro é

a) 10

b) 12

c) 15

d) 18

Questão 10 – Os moradores do Alvorada decidiram fazer uma festa junina, numa parte reta de uma rua de 111 metros. Quantas barraquinhas de 3 metros devem ser montadas, respeitando uma distância de 1,5 metros entre duas barraquinhas, se eles preencherem um lado da rua?

a) 15

b) 20

c) 25

d) 30

Questão 11 – Alguns jornais calculam o número de pessoas presentes em eventos públicos considerando-se que cada metro quadrado é ocupado por 4 pessoas. Qual é a estimativa de numero de pessoas presentes numa praça de 4000 $m^2$ que tenha ficado lotada para um show, segundo essa estimativa?

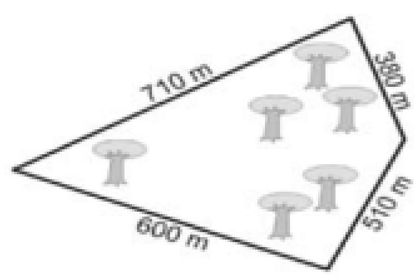
a) 1000

b) 2500

c) 8000

d) 16 000

Questão 12 – A figura abaixo mostra um parque onde Felipe caminha. Hoje, Felipe deu uma volta completa ao longo desse parque. Qual a distância que Felipe caminhou?




a) 220 km.

b) 22 km.

c) 2,2 km.

d) 0,22 km.

Questão 13 – Uma fazenda, com área que se assemelha a um retângulo de 2000 m por 1000 m, foi destinada à criação exclusiva de bois. Sabendo que em cada hectare cabem 10 bois, o número de bois criados nesta fazenda é:

Dados: 1 hectare equivale a 10 000 $m^2$

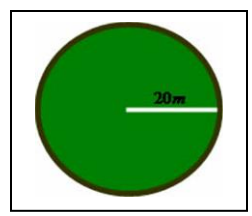
a) 1000

b) 1500

c) 2000

d) 3000

Questão 14 – Em uma praça circular com raio igual a 20 m serão plantadas árvores e construídos canteiros de flores, conforme a figura abaixo.




Sabendo que a área de uma região circular pode ser calculada pela expressão $A = \pi R^2$, onde R é o raio e considerando $\pi = 3$, calcule a área total da praça é:

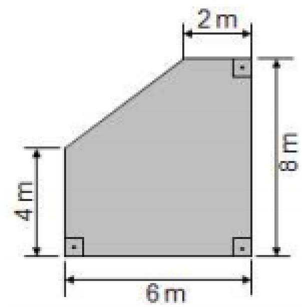
a) 60 $m^2$

b) 120 $m^2$

c) 400 $m^2$

d) 1200 $m^2$

Questão 15 – A figura representa a planta do piso do escritório do Dr. Pedro, que será revestido com carpete.




Quantos metros quadrados de carpete serão necessários para revestir totalmente o piso?

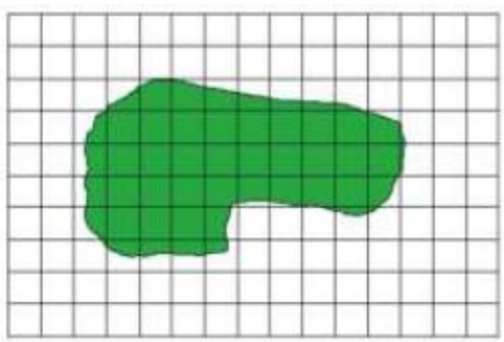
a) 32

b) 36

c) 40

d) 48

Questão 16 – A área colorida da figura representa um esboço da fazenda do Sr. Jurandir.



Sabendo que cada quadradinho corresponde a 25 $m^2$. Em qual intervalo está o valor mais próximo da área, em $m^2$, da fazenda do Sr. Jurandir?

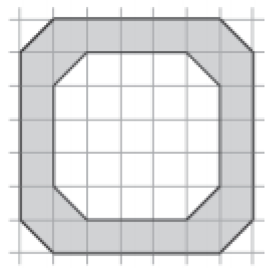
a) Entre 50 e 500

b) Entre 500 e 800

c) Entre 800 e 1100

d) Entre 1100 e 1400

Questão 17 – O quadriculado da figura é feito com quadradinhos de 1 cm de lado.



Qual é a área da região sombreada?

a) 16 $cm^2$

b) 18 $cm^2$

c) 20 $cm^2$

d) 24 $cm^2$

e) 30 $cm^2$

Questão 18 – Juntando dois retângulos iguais lado a lado, sem sobreposição, podemos formar dois tipos de figura: um quadrado de área igual a 144 $cm^2$ ou um retângulo de largura diferente do comprimento. Qual é o perímetro deste último retângulo, em cm?

a) 12

b) 24

c) 48

d) 60

Questão 19 – Deseja-se trocar o piso retangular de uma garagem. O pedreiro informou-lhe que cabem 18 peças de cerâmica no comprimento e 15, na largura. Tem-se 280 dessas peças.

Assinale a afirmativa correta de acordo com a situação:

a) Deve-se comprar 10 peças para cobrir todo o piso.

b) Para cobrir o piso, serão necessárias exatamente280 pecas de cerâmica.

c) Após cobrir o piso, ainda sobrarão 10 peças de cerâmica.

d) Deverão ser compradas 50 peças de cerâmica para cobrir o piso todo.

Questão 20 – Uma pessoa comprou, por R$ 20 250,00, um terreno de 30 metros de comprimento por 15 metros de largura. Esse terreno foi destinado à construção de uma residência cujo projeto estabelecia o seguinte:

40% da área do terreno serão para construir uma casa e, adjacente a casa, será construída uma varanda de área igual a 30% da área da casa. O restante do terreno será destinado ao plantio de grama.

Nestas condições, pergunta-se: Se o preço de 1 $m^2$ de grama é R$ 3,65, qual o custo total para plantar a grama?

a) R$ 216,00

b) R$ 788,40

c) R$ 365,70

d) R$ 1149,75

## REFERÊNCIAS

BONJORNO, R. A.; BONJORNO, J. A.; OLIVARES, A. **Simulado de matemática.** [S.l.: s.n], [200-]. 250 p. Disponível em: <http://pt.slideshare.net/fabiohenrk/perguntas-para-o-ensino-fundamental-maior>. Acesso em: 14 mar. 2015.

______. **Simulado de matemática.** [S.l.: s.n], [200-]. Disponível em: <https://pt.scribd.com/doc/ 125489165/Simulado-de-matematica>. Acesso em: 14 mar. 2015.

## APÊNDICE B - MATERIAL PARA O ESTUDANTE

### Atividade 1 - Conhecendo sobre o que você já sabe

Alguns conteúdos de Matemática podem estar bem presentes em nosso cotidiano. Situações como financiamentos de casa e carros, compras a prazo ou com cartão de crédito, cálculo de quantidades e distâncias, entre outras. Outro exemplo é o conhecimento dos conteúdos de Geometria, área e perímetro. Estes estão bem presentes no dia a dia das pessoas, seja em casa ou no trabalho, na cidade ou no campo.

1) Onde você percebe a presença da geometria em seu dia a dia? Dê exemplos.

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

2) Mas você sabe o que significam os conceitos área e perímetro? Para que servem?

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

___________________________________________________________

3) Onde você percebe a necessidade do cálculo de área e perímetro? Você já precisou saber/ calcular em alguma situação?

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

___________________________________________________________________

## Matemática – Introdução à Geometria

Para saber mais… Significado de **Geometria**

> **Geometria** é uma palavra que resulta dos termos gregos "***geo***" (terra) e "***métron***" (medir), cujo significado em geral é designar propriedades relacionadas com a **posição e forma de objetos no espaço.** Podemos dizer que a Geometria é a área da Matemática que se dedica a questões relacionadas com forma, tamanho, posição relativa entre figuras ou propriedades do espaço.

### Entes geométricos

- **Ponto**

Se pressionarmos a ponta de um lápis contra uma folha de papel, podemos observar a marca deixada pelo lápis: ela representa um ponto. Olhe para o céu, numa noite sem nuvens: cada estrela pode ser associada a um ponto. O ponto é a figura geométrica mais simples. Não tem dimensão, isto é, não tem comprimento, nem largura, nem altura. Para identificá-lo, usamos letras maiúsculas do alfabeto latino, como mostram os exemplos:

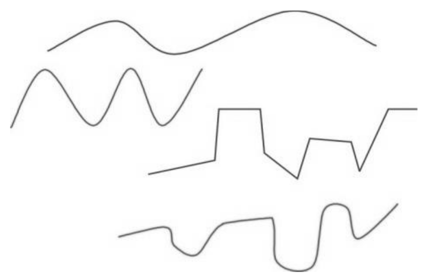
No desenho, o ponto é determinado pelo cruzamento de duas linhas. Observe:


Lê-se: ponto A, ponto B

- **Linha**

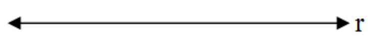
Podemos ter uma ideia do que é linha, observando os fios que unem os postes de eletricidade ou o traço que resulta do movimento da ponta de um lápis sobre uma folha de papel. A linha tem uma única dimensão: o comprimento.

Você pode imaginar a linha como um conjunto infinito de pontos dispostos sucessivamente. O deslocamento de um ponto também gera uma linha.



- **Linha reta ou reta**

Para ter a ideia de linha reta observe um fio bem esticado. A reta é ilimitada, isto é, não tem início nem fim. As retas são identificadas por letras minúsculas do minúsculas alfabeto latino. Veja a representação da uma reta r:

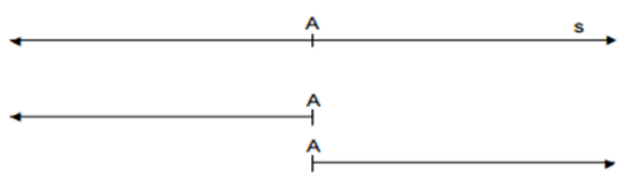



Podemos representar a reta usando também dois de seus pontos:


- **Semirreta**

Tomando um ponto qualquer de uma reta, dividimos a reta em duas partes chamadas **semirretas**. A semirreta sempre tem um ponto de origem, mas não tem fim.

O ponto A dá origem a duas semirretas.




- **Segmento de reta**

Tomando dois pontos distintos sobre uma reta, obtemos um pedaço limitado de reta. A esse pedaço de reta, limitado por dois pontos, chamamos segmento de reta. Os pontos que limitam o segmento de reta são chamados de extremidades.

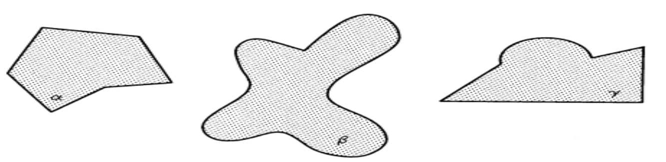
No exemplo a seguir temos o segmento de reta CD, que é representado da seguinte maneira: CD.


Os pontos C e D (extremidades) determinam o segmento de reta $\overline{CD}$.

- **Plano**

Podemos ter uma ideia do que é o plano observando uma parede ou o tampo de uma mesa. Você pode imaginar o plano como sendo formado por um conjunto de retas dispostas sucessivamente numa mesma direção ou como o resultado do deslocamento de uma reta numa mesma direção. O plano é ilimitado, isto é, não tem começo nem fim.

Apesar disso, no desenho, costuma-se representá-lo delimitado por linhas fechadas:

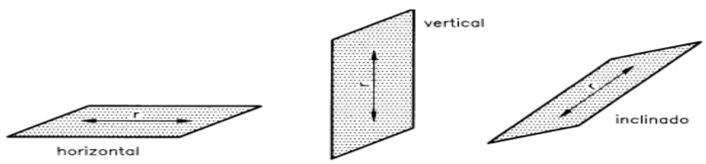


Para identificar o plano usamos letras gregas. É caso das letras $\alpha$ (alfa), $\beta$ (beta) e $\gamma$ (gama), que você pode ver nos planos representados na figura acima. O plano tem duas dimensões, normalmente chamadas comprimento e largura. Se tomarmos uma reta qualquer de um plano, dividiremos o plano em duas partes, que chamamos de semiplanos.

**Posições da reta e do plano no espaço**

A reta e o plano podem estar em posição vertical, horizontal ou inclinada.

Exemplos: Um tronco boiando sobre a superfície de um lago nos dá a ideia de uma **reta horizontal**. O pedreiro usa o prumo para verificar a verticalidade das paredes. O fio do prumo nos dá a ideia de **reta vertical**. Um plano é **vertical** quando tem pelo menos uma reta vertical; é **horizontal** quando todas as suas retas são horizontais. Quando não é horizontal nem vertical, o plano é **inclinado**. Veja as posições da reta e do plano.

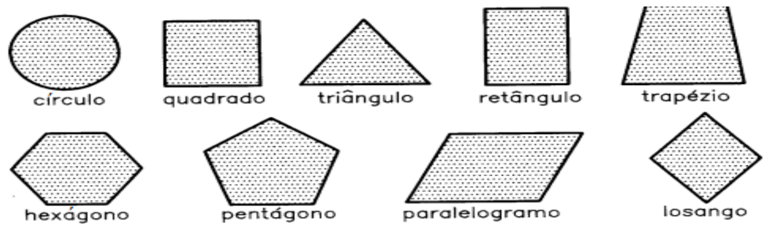



**Formas geométricas**

Se olhar ao seu redor, você verá que os objetos têm forma, tamanho e outras características próprias. As figuras geométricas foram criadas baseadas na observação das formas existentes na natureza e dos objetos produzidos pelo homem.

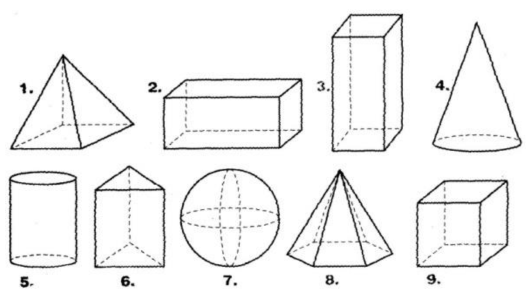
**Figuras geométricas planas**

- Uma figura qualquer é plana quando todos os seus pontos situam-se no mesmo plano. Ela bidimensional. A seguir você vai recordar as principais figuras planas. Algumas delas você terá de identificar pelo nome, pois são formas que você encontrará com muita frequência.




As figuras planas com três ou mais lados são chamadas **polígonos**.

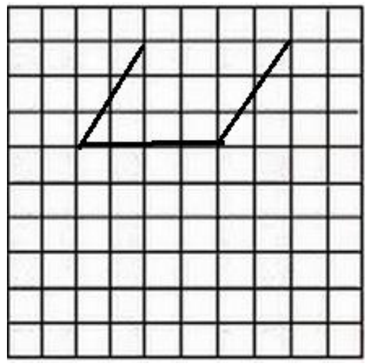
- **Sólidos geométricos -** Quando uma figura geométrica tem pontos situados em diferentes planos, temos um **sólido geométrico**. Os sólidos geométricos têm três dimensões (tridimensional): comprimento, largura e altura.



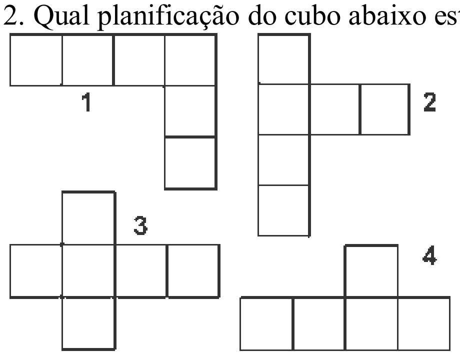

Gabarito: 1. Pirâmide quadrangular, 2. Paralelepípedo (ou bloco retangular ou prisma quadrangular), 3. Paralelepípedo (ou bloco retangular ou prisma quadrangular), 4.Cone , 5. Cilindro, 6. Prisma triangular, 7.Esfera, 8. Pirâmide hexagonal e 9. Cubo.

Trabalho em equipe... Atividade 3- Figuras geométricas planas e não planas

1. Complete o desenho para formar um cubo.

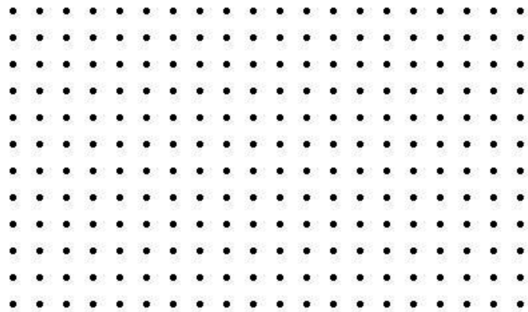


2. Qual planificação do cubo abaixo está correta?



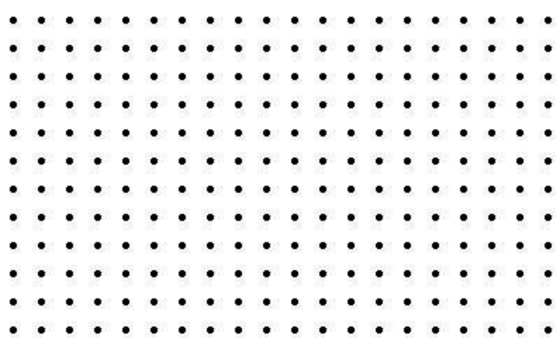

2. Os animais invertebrados são geralmente muito pequenos, mas quando eles se reúnem em grupo, é impressionante o que eles conseguem fazer...

Troque ideias com seus colegas de grupo e unindo adequadamente os pontos do quadro abaixo, você poderá obter um desenho com algo de semelhante à construção das abelhas. Use uma régua e mãos à obra.



A natureza, além de oferecer ao homem tudo o que ele necessita para sua subsistência, oferece elementos que estimulam seu raciocínio e criatividade. Observe a imagem do abacaxi.

Use uma régua e mãos à obra. Desenhe a figura semelhante à construção do abacaxi.



As formas encontradas nos elementos da natureza são reproduzidas pelo homem no desenho, nas artes e nas construções.

• Qual das figuras abaixo você usaria para fazer o desenho da colmeia?

• E do abacaxi?

• O que o desenho do abacaxi tem em comum com o desenho da colmeia?

**Parte III**

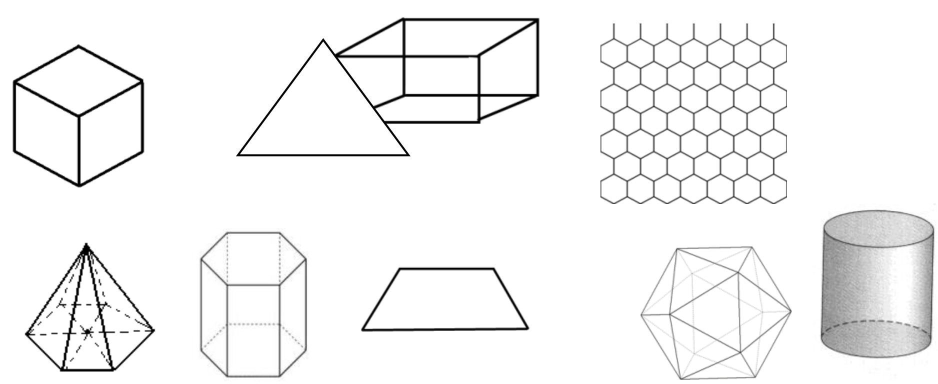
**Atividade – Figuras planas e não planas**

1. O que significa uma figura tridimensional?

2) Olhe a sua volta e cite 3 exemplos de objetos tridimensionais.

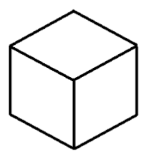
- 
- 
- 

3) Observe as figuras abaixo e diga quais representam imagens de 3 dimensões.



4) Qual a principal característica de um sólido geométrico para que seja chamado de poliedro?

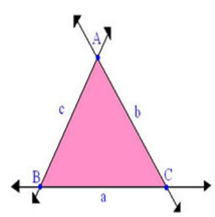
5) Identifique na figura os três elementos de um poliedro : aresta , vértice e face



6)Observe a imagem abaixo. Ele é um poliedro ou um corpo redondo? Explique.

Estudando triângulos

Como já vimos, o Triângulo é uma figura geométrica formada por três retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando três lados e três ângulos.



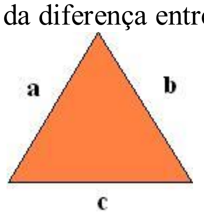

Observando o triângulo podemos identificar alguns de seus elementos:

♦ A, B e C são os vértices.
♦ Os lados dos triângulos são simbolizados pelo encontro dos vértices (pontos de encontros): $\overline{AB}$ , $\overline{BC}$ , $\overline{AC}$ segmentos de retas.
♦ Os ângulos têm duas formas de representá-los: no caso do triângulo ele tem 3 lados, consequentemente, 3 ângulos: Â , B , C ou A BC, BCA, BÂC.

**Condição de existência de um triângulo**

Para construir um triângulo não se pode utilizar qualquer medida, tem que seguir a condição de existência:

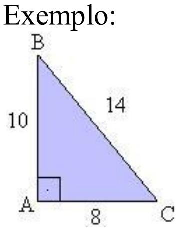
Para construir um triângulo é necessário que a medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas.




Resumindo:
**| b - c | < a < b + c**
**| a - c | < b < a + c**
**| a - b | < c < a + b**

Se essas duas condições são satisfeitas então existe um triângulo com esses lados por que então os dois segmentos terão que se cruzar.
[38].

Exemplo:




14 – 8 < 10 < 14 + 10
14 – 10 < 8 < 14 + 10
10 – 8 < 14 < 10 + 8

.....................................................................
Faço o mesmo para conferir a existência dos triângulos da atividade anterior.
O que percebeu?

Reforçando...

Verifique se existe ou não os triângulos com lados medindo:
a) 2 cm, 6 cm e 10 cm
Resolução: 10 > 2 + 6
Logo o triângulo não existe.

b) 4 cm, 6 cm e 10 cm.
Resolução: 10 = 4 + 6
Logo o triângulo não existe.

c) 6 cm, 8 cm e 10 cm.
Resolução: 10 < 6 + 8
Logo o triângulo existe.

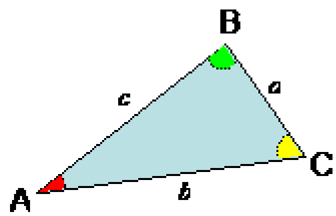
[38] http://www.prof2000.pt/users/secjeste/modtri01/Pg000330.htm

**Conclusão:** O comprimento do maior dos lados tem de ser menor que a soma dos comprimentos dos lados de menor comprimento. De um modo geral, temos a DESIGUALDADE TRIANGULAR:

- Num triângulo o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos outros dois.
- O comprimento de qualquer lado é maior que a diferença entre os comprimentos dos outros dois.

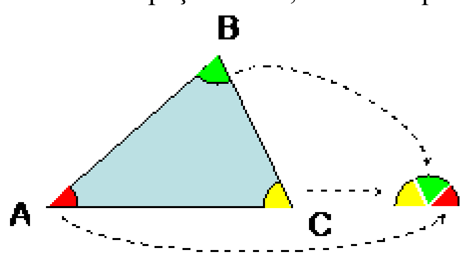
<u>Soma dos ângulos internos do triângulo</u>

A soma dos ângulos internos de qualquer triangulo é 180º.




$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^{\circ}$$

Recorte um triângulo, indicando os seus três ângulos internos com cores diferentes e com os nomes dos ângulos conforme os vértices A, B e C.
Faça recortes, separando os três ângulos.
Cole-o no espaço abaixo, de modo que os três ângulos fiquem juntos. Assim:




Resolução:


**Classificação dos triângulos**

Indicar a classificação dos triângulos quanto à medida dos lados.

Consulte a classificação indicada na tabela.

**Escaleno** quando não tem lados congruentes.

**Equilátero** quando tem os três lados congruentes.

**Isósceles** quando tem dois lados congruentes.

**Acutângulo** quando te três ângulos agudos.

**Retângulo** quando tem um ângulo reto.

**Obtusângulo** quando tem um angulo obtuso.

Destacando algumas **propriedades** importantes:

1) Cada lado do triângulo deve ter uma medida menor que a soma das medidas dos outros dois lados. Sendo a, b e c a medida de cada um dos lados de um triângulo qualquer, temos:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{a < b + c} \\ \mathbf{b < a + c} \\ \mathbf{c < b + a} \end{array}}$$

2) Enquanto figuras de 4 ou mais lados não são rígidas, um triângulo não se deforma. A rigidez do triângulo tem muitas aplicações práticas. Ela justifica a presença de triângulos nas estruturas, de madeira ou ferro das construções e o fato de os carpinteiros colocarem uma espécie de trava quando fazem portões.

portão com travessa

3) Qualquer que seja o triângulo que se considerar, a soma das medidas de seus ângulos internos é sempre 180°.

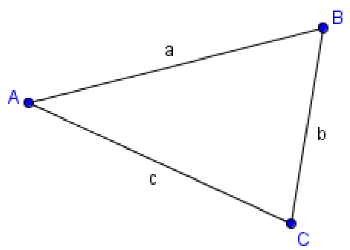
## PERÍMETRO DE UMA FIGURA PLANA

- **Perímetro** é a medida do comprimento de um contorno, ou o comprimento da linha que delimita uma figura plana.

**As principais figuras geométricas planas e o cálculo de seus perímetros**

### Triângulo

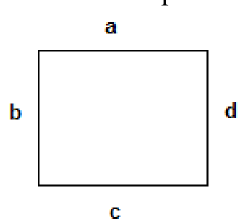
Para fazer o cálculo do **perímetro de um triângulo** basta fazer a soma da medida de seus três lados.




O perímetro será dado por a + b + c.

### Quadriláteros: paralelogramos, quadrados, retângulos, losangos e trapézios.

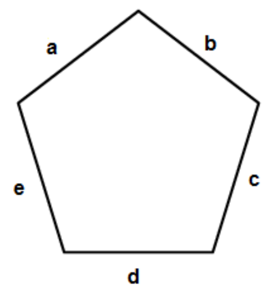
Para fazer o cálculo do **perímetro de um quadrilátero** basta fazer a soma da medida de seus quatro lados.



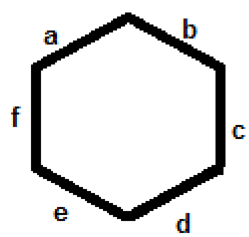

O perímetro será dado por a + b + c + d.

**Pentágonos, hexágonos e polígonos com mais lados**

Para fazer o cálculo do perímetro de **pentágonos, hexágonos e outros polígonos com mais lados,** basta fazer a soma das medidas de seus lados.



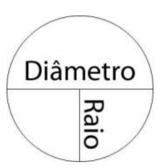

O perímetro do pentágono será dado por a + b + c + d + e.




O perímetro do hexágono será dado por a + b + c + d + e + f.

E assim por diante.

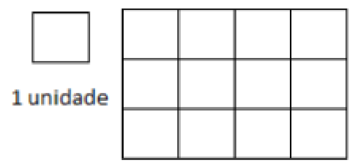
**Círculos**




Para encontrar a medida do contorno (perímetro) de um círculo. Devemos calcular: **C= 2 .π. r** onde C= comprimento da circunferência; π= 3,14 e r = raio

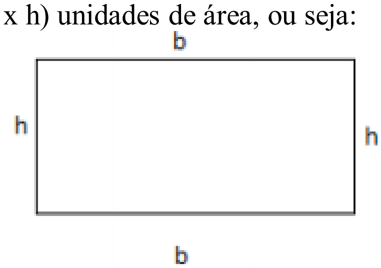
## Área das figuras geométricas.

Quando medimos superfícies tais como um terreno, ou o piso de uma sala, ou ainda uma parede, obtemos um número que é a sua área. Logo, área é um número real, maior ou igual a zero, que representa a medida de uma superfície. Para medir uma superfície, escolhemos uma unidade cuja área é 1 e a comparamos com a superfície a ser medida.




- **Área do retângulo**

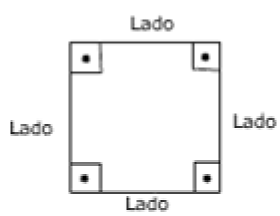
A área de uma região retangular de comprimento b e largura h (ou base b e altura h) é dada por (b x h) unidades de área, ou seja:




**A = b x h**

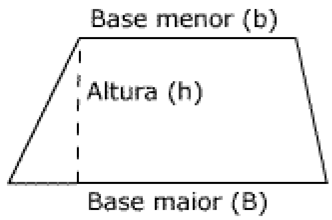
- **Área do quadrado**

A área de um quadrado é similar a de um retângulo, já que o quadrado é um retângulo com os quatro lados iguais. Assim a área do quadrado será definida como $\mathbf{A = L \times L = L^2}$




- **Área de um trapézio**

Como área do trapézio temos que:

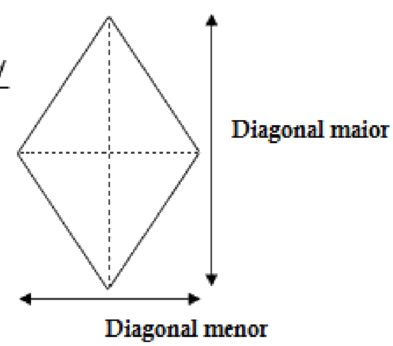



$$A = \frac{(\text{Base menor} + \text{Base maior}) \times \text{Altura}}{2} \Rightarrow A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

### ➢ Área do losango

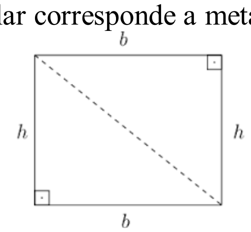
O losango é um tipo especial de paralelogramo. Neste caso, além dos lados opostos paralelos, todos os quatro lados são iguais. Observe que ligando paralelamente os vértices do losango, podemos formar um retângulo. Logo, o losango ocupa metade da área de um retângulo, portanto:

$$A_{Losango} = \frac{D \times d}{2}$$

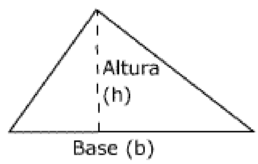



### ➢ Área do triângulo

A área de uma região triangular corresponde a metade de um retângulo.



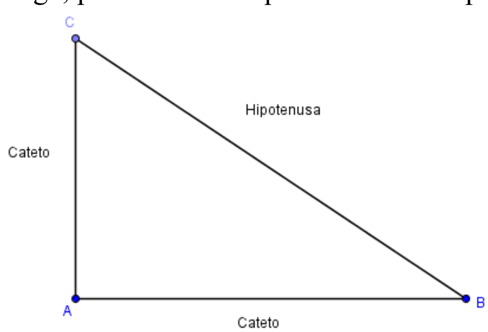
Assim a área será definida como:




$$A = \frac{\text{Base x Altura}}{2}$$

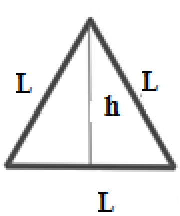
$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Observe a seguir que em um **triângulo retângulo** a base e a altura correspondem aos catetos.
Logo, podemos dizer que a área é dada pela metade do produto dos catetos.

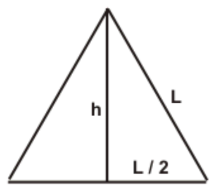



$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{\text{cateto x cateto}}{2}$$

**Área do triângulo equilátero**




Aplicando o Teorema de Pitágoras para encontrar a altura, temos:



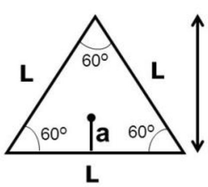

$$h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = L^2 \Rightarrow h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} \quad \Rightarrow h = L.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Agora, substituindo o valor da base do triângulo, que é **L** , e o valor da altura na fórmula

$$\mathbf{A = \frac{b \times h}{2}}$$

Portanto, dizemos que a área do triângulo equilátero é:

**TRIÂNGULO EQUILÁTERO**




$$\mathbf{A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}} \qquad \mathbf{a = \frac{h}{3}}$$

$$\mathbf{h = \frac{L\sqrt{3}}{2}}$$

Outra forma de encontrar a **área de um triângulo**: **Fórmula de Heron** (ou de **Herão)**

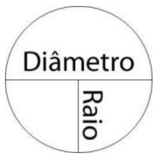
Heron de Alexandria foi um grande matemático que dentre seus trabalhos desenvolveu uma fórmula capaz de determinar a área de um triângulo somente através das medidas dos lados.
Observe a expressão formulada por Heron de Alexandria:

$$A = \sqrt{p(p-a)*(p-b)*(p-c)}$$ , onde p é o semiperímetro do triângulo:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

As letras a, b e c são as medidas dos lados do triângulo e p é o semiperímetro.

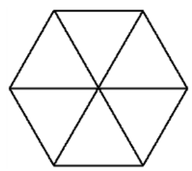
- **Área do círculo**.




A área de um círculo de raio r é dada por: $\mathbf{A = \pi \cdot r^2}$
Lembre-se: O valor de $\boldsymbol{\pi}$ é aproximadamente **3,14.**

- **Área do Hexágono regular**

Um hexágono é formado seis triângulos equiláteros (triângulos com lados iguais).



Podemos dizer que a área de um hexágono regular será igual à soma das seis áreas dos triângulos equiláteros. Logo, a área do hexágono regular será igual a seis vezes a área do triângulo equilátero.

$$A = 6\times\frac{L^2\times\sqrt{3}}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = \frac{3\times L^2\times\sqrt{3}}{2}}$$

Onde $L$ é o lado do triângulo.

## APÊNDICE C - Alguns vídeos/filmes sobre a História da Matemática/Geometria encontrados:

| Título | Duração | Descrição | Endereço do site |
|---|---|---|---|
| A Linguagem do Universo – A História da Matemática Parte 1 | Vídeo 58'01" | É o primeiro de quatro episódios da série que resume 30 mil anos de desenvolvimento das ideias matemáticas que formam a base da nossa cultura, ciência e tecnologia. Neste programa a Matemática é mostrada como fundamental nas nossas vidas. Explorar ainda os estudos do Antigo Egito, Mesopotâmia e Grécia. | http://univesptv.cmais.com.br/a-historia-da-matematica/a-historia-da-matematica-1-a-linguagem-do-universo |
| O legado de Pitágoras Episódio 1: Os triângulos de Samos. | Vídeo 41`27`` | Série apresenta, além dos fundamentos dos estudos realizados pelo filósofo e matemático Pitágoras, a história que permeou todas as suas descobertas. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/videoteca-series!loadSerie?idSerie=6461 e http://www.youtube.com/watch?v=j1aWX6UO4v0 |
| Matemática e o início das civilizações | Vídeo | Série de documentários apresenta a história dos números e como eles moldaram o desenvolvimento da humanidade. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/videoteca-series!loadSerie?idSerie=6643 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| A lenda de Dido<br>Série: Matemática na Escola | Vídeo<br>10’18” | A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de Matemática do ensino médio por meio de situações, ficções e contextualizações. A lenda de Dido aborda um problema isoperimétrico em uma situação real. A fazendeira Elisa tem oitenta metros de tela e pretende fazer um cercado para suas ovelhas. A princesa Dido surge para ajudá-la a escolher o melhor formato para esta cerca. | http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1126 |
| Mão na forma - Nas malhas da geometria | Vídeo<br>12’46” | Pela história da arte, temos explicações sobre como os artistas começaram a trabalhar com a perspectiva -- e o quanto isso depende do conhecimento e da ordem geométrica --, além da reformulação desta pelas escolas artísticas. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/video;jsessionid=B7B4AB5BB143E90C8049CD0A279C6999?idItem=7217 |
| Série “Arte e Matemática” – TV Escola | Vídeo | A série trata das relações entre a Arte e a Matemática, que parecem caminhar juntas no tempo. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/videoteca/serie/arte-e-matematica |

Outros Recursos tecnológicos

| Título | Tipo do recurso | Descrição do recurso | Disponível no endereço: |
|---|---|---|---|
| Projeções em perspectiva | Animações/ Simulações | Esta atividade oferece um conjunto de aplicativos orientados para o estudo das propriedades matemáticas das projeções em perspectiva e o uso destas projeções em obras de artes e fotografias | http://www.uff.br/cdme/ e http://www.cdme.im-uff.mat.br/ |
| Pavimentação com poliedros regulares | Animações/ Simulações | Esta atividade explora algumas propriedades matemáticas de duas classes particulares de mosaicos do plano: aquelas obtidas por pavimentações lado-lado do plano por polígono regulares. | http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html e http://www.cdme.im-uff.mat.br/ |
| Construções Geométricas: Construção da reta paralela | Vídeo | Este vídeo apresenta a construção geométrica da reta paralela a uma reta dada passando por um ponto dado | http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/21741 |
| Construções Geométricas: Construção da reta perpendicular | Vídeo | Este vídeo apresenta a construção geométrica da reta perpendicular a uma reta dada passando por um ponto dado | http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/21725 |
| Geometria dos corpos | Vídeo 4’24” | O vídeo demonstra um trabalho com o conceito de formas geométricas utilizando o corpo humano, possibilitando também trabalhar os conceitos de corporeidade, afetividade e cooperação. | http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/17628 |
| Tangrans Pitagóricos | Objeto de aprendizage | Descobrindo o Teorema de Pitágoras com o Tangram | http://www.uff.br/cdme/tangrans_pitag |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | m - OA | Pitagórico com Quadrados. | oricos_eletronico/jogo01/estudante01.html e http://www.uff.br/cdme/ |
| Atividades de Geometria | Animações | Animações com figuras geométricas | http://mdmat.mat.ufrgs.br/ |
| Matemática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Aula 78 – | Vídeo 14’25” | Aula de geometria: ângulo de 90º; área de piso / quantidade de lajotas; conversão de metros para centímetros | https://www.youtube.com/watch?v=KCLjy6ptkw4 |
| Matemática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Aula 14 | Vídeo 13’30” | Aula sobre a área e volume | https://www.youtube.com/watch?v=tfA5mul0vxo |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| mática - Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Aula 16 (Sistemas de Medidas) | Vídeo 13’31” | Aula sobre unidades de medida; cálculo de medidas | https://www.youtube.com/watch?v=Cmmzl3HI1yE |
| TV Escola - Matemática e Medidas | Vídeo 18’40” | Aula sobre as unidades medidas – introdução | https://www.youtube.com/watch?v=j7IzrJ21QCs |
| Geometria no cotidiano | 9’49” | Estudo das propriedades dos triângulos; geometria no cotidiano. | https://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM |
| Construindo o pensamento geométrico - Matemática - Ens. Fund. – Telecurso - Aula 28 | 13’26” | Figuras tridimensionais | https://www.youtube.com/watch?v=MhmBtQ8Po6Y |
| TV Escola Matemática – Formas Geométricas - Canal EducarBrasil | 14’27” | Aula sobre a importância da geometria: formas geométricas | https://www.youtube.com/watch?v=3NXTZjVepP8 |
| Os sólidos de Platão. (Mão na forma). | Vídeo 9’54” | Forma geométrica – cubos, tetraedros, pirâmides | https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnI |
| Mão na forma **- 3, 4, 5 e o pentágono** | Vídeo 10’40” | O quarto episódio do programa Mão na Forma procura encontrar mais pentágonos no dia a dia e ensina como a proporção áurea (relação 3, 4, 5), estudada pelos matemáticos gregos Pitágoras e Platão, está presente nas formas da natureza. Neste vídeo se ensina a fazer uma pentágono dando um nó em | http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/mao-na-forma-3-4-5-e-o-pentagono |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | uma tira de papel. | |
| Mão na forma **- Nas malhas da Geometria** | Vídeo 12'45" | No quinto episódio do programa Mão na Forma, pela história da arte, temos explicações sobre como os artistas começaram a trabalhar com a perspectiva -- e o quanto isso depende do conhecimento e da ordem geométrica --, além da reformulação desta pelas escolas artísticas. Além disso, programa apresenta as ilusões de óptica provocadas pela combinação de figuras. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/mao-na-forma-nas-malhas-da-geometria |
| Mão na forma – Quadrado, cubo e Cia | Vídeo 9'55" | O programa segue pela cidade mostrando de que formas o cubo e o quadrado se encaixam nas construções e prova que, mesmo sendo considerada instável na natureza, eles são comuns na arquitetura. | http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/mao-na-forma-quadrado-cubo-e-cia |
| Perpendiculares e paralelas - Matemática - Ens. Fund. - Telecurso | Vídeo 12'07" | Nesta teleaula, trata sobre retas paralelas e perpendiculares, o que é ângulo reto e ficará sabendo como a Geometria pode ajudar, e muito, no seu dia a dia. | https://www.youtube.com/watch?v=dgcr-cV6mZc |

# ANEXOS

## ANEXO A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Prezado(a) Senhor(a):

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa “Uma experiência de uso de tecnologias no ensino de área e perímetro para estudantes da EJA” de forma totalmente voluntária e anônima. O estudo está vinculado ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Lavras – UFLA, na modalidade Mestrado Profissional e definida como modalidade de formação pós-graduada *Stricto Sensu*. Esta pesquisa tem como pesquisadores o Professor Dr. Celso Vallin (orientador do estudo) e Elizabeth Ferreira Terra Lasmar (pesquisadora responsável).

Mas, antes de concordar em participar desta pesquisa, é muito importante que você compreenda as informações e instruções contidas neste documento. Os pesquisadores responderão a todas as suas dúvidas antes que você se decida a participar. Para participar deste estudo você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira.

Você tem o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem nenhuma penalidade e sem perder os benefícios aos quais tenha direito, não acarretando qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido pelo pesquisador.

## DADOS DA PESQUISA

**Título do trabalho experimental**: "Uma experiência de uso de tecnologias no ensino de área e perímetro para estudantes da EJA"

**Pesquisadora responsável**: Elizabeth Ferreira Terra Lasmar

**Contato**: email: lizaterra@hotmail.com

**Orientadora**: Celso Vallin (orientador / professor do Departamento de Educação)

**Instituição/Departamento**: Universidade Federal de Lavras – Departamento de Educação

**Local da coleta de dados**: E. E. Professor Joaquim Rodarte – Formiga - MG

## OBJETIVO GERAL

- ✓ Planejar, realizar e analisar uma experiência de uso de tecnologias no ensino de Geometria para estudantes de EJA.

## JUSTIFICATIVA

A pesquisa apresenta uma proposta de ensino de Matemática com uso de tecnologias mediando o ensino e a aprendizagem do tópico de Geometria: área e perímetro. E, diante do fato dos estudantes terem diferentes tempos de abandono e volta aos estudos, pretende-se organizar uma sequência de atividades que possibilite uma abordagem metodológica que seja mais atrativa e facilitadora da aprendizagem dos tópicos área e perímetro de Geometria e, consequentemente, enriquecer e melhorar a dinâmica das aulas com a mediação de tecnologias no ensino.

**PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

As atividades serão aplicadas em uma turma com 52 estudantes do 1º Período do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), de uma instituição pública da rede estadual de ensino. Todos os estudantes são maiores de 18 anos e as aulas acontecem no turno noturno.

O estudo acontecerá por meio de uma pesquisa de campo, com autorização da diretora desta instituição de ensino. A realização de atividades de Matemática, que tem a observação participante como instrumento de pesquisa e o tratamento dos dados, acontecerá com base nos registros das observações das aulas e das avaliações aplicadas. A pesquisa será constituída por: análise de relatos de experiências já existentes na área em estudo, elaboração e aplicação de avaliação diagnóstica que contemple os fundamentos geométricos, organização de bancos de questões com sugestões de uso de tecnologias e aplicação das mesmas, aplicação e avaliação das sequências de atividades. A coleta de dados acontecerá pela descrição das aulas da professora-pesquisadora, por anotações feitas, durante e após cada aula, com o uso, se possível, de equipamentos eletrônicos como gravadores, computador, filmadoras ou celulares que possam auxiliar na gravação de áudio ou imagens para registro das atividades da aula. Após finalização do estudo, as imagens e áudios apenas serão usados com a devida permissão do comitê de ética e dos sujeitos da pesquisa. Caso contrário, serão descartados.

V **RISCOS ESPERADOS**

A pesquisa oferece riscos mínimos por se tratar apenas da observação e registro da prática pedagógica da professora-pesquisadora. Tem foco na observação de aulas para propor e relatar atividades que promovam a aprendizagem mais significativa dos estudantes de EJA em estudo. Os sujeitos participarão de atividades didáticas referentes ao ensino de Geometria. Poderá acontecer certo desconforto por autocríticas efetuadas pelos sujeitos (estudantes) quanto ao processo ensino-aprendizagem, principalmente, se tiverem muitas dificuldades de aprendizagem. Consideramos, também, que os riscos serão mínimos quanto à divulgação de dados, pois as referências pessoais dos sujeitos e da escola serão anônimas e preservadas.

VI **BENEFÍCIOS**

Os benefícios desta pesquisa se referem à professora-pesquisadora, que poderá melhor entender como se dá sua prática docente e como essa pode vir a ser aperfeiçoada para possíveis e, se necessárias, mudanças na abordagem metodológica da disciplina e, também, aos próprios pesquisados, que terão a oportunidade de uma abordagem dos conteúdos de acordo com suas limitações e necessidades de aprendizagem. De maneira indireta, esta investigação pode ajudar outros professores de Matemática, em contextos semelhantes, incentivando a reflexão crítica sobre a sua própria prática, além de dar indícios sobre a possibilidade de trabalho com a Matemática, em especial, Geometria com mediação tecnológica em contexto da Educação de Jovens e Adultos - EJA.

VII **RETIRADA DO CONSENTIMENTO**

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa de forma totalmente voluntária. Seu consentimento em relação à participação na pesquisa poderá ser retirado sem quaisquer danos, da mesma forma que procedimentos metodológicos e demais questionamentos poderão ser interrompidos e/ou recusados, se necessário. Afirmamos, ainda, que você não será identificado(a) sob hipótese alguma. Todos os dados confidenciais da pesquisa e outras informações obtidas serão mantidas em sigilo, sendo divulgadas apenas desde que não comprometam nem tampouco coloquem em risco a sua privacidade. Informamos, também, que não há previsão de gastos e/ou ressarcimento, uma vez que o projeto não contempla despesas nem tampouco pagamento ou gratificação financeira para o voluntário participante do estudo.

## VIII **CRITÉRIOS PARA SUSPENDER OU ENCERRAR A PESQUISA**

Não há previsão de suspensão da pesquisa, a mesma será encerrada quando as informações desejadas forem obtidas. Como não há previsão de riscos significativos, a pesquisa, possivelmente, será encerrada ao final da análise dos dados obtidos e da finalização e aprovação dos trabalhos escritos que compõem o produto do mestrado.

**ATENÇÃO**: A sua participação em qualquer tipo de pesquisa é voluntária. Em caso de dúvida quanto aos seus direitos, escreva para o Comitê de Ética em Pesquisa em seres humanos da UFLA. Endereço – Campus Universitário da UFLA, Pró-reitoria de pesquisa, COEP, caixa postal 3037. coep@nintec.ufla.br

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias. Uma cópia será arquivada com o pesquisador responsável e a outra será fornecida a você (ficando arquivada na sua pasta de documentos na secretaria da escola). No caso de qualquer emergência, entrar em contato com o pesquisador responsável pelo email: lizaterra@hotmail.com

**CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO**
PARTICIPANTE MAIOR DE IDADE

Eu,____________________________________________________________ _______________, certifico que, tendo lido as informações acima e, suficientemente, esclarecido (a) de todos os itens, estou plenamente de acordo com a realização da pesquisa. Assim, eu autorizo a execução do trabalho dessa pesquisa exposto acima.

Formiga, _____ de ___________________ de 2015.

NOME COMPLETO __________________________________________________

Documento de Identidade (RG)_________________________________________

ASSINATURA_______________________________________________________