



NATÁLIA DOS SANTOS RASLAN

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO
ACERCA DO CONCEITO DE FUNÇÃO EM SITUAÇÕES
DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM**

**LAVRAS – MG
2026**

NATÁLIA DOS SANTOS RASLAN

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO ACERCA DO
CONCEITO DE FUNÇÃO EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE
APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas Pedagógicas e Formação Docente, linha de pesquisa em Processos de Ensino e Aprendizagem, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador
Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade

**LAVRAS – MG
2026**

**Ficha Catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração
de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Raslan, Natália dos Santos.

O desenvolvimento do pensamento teórico acerca do conceito de função em situações desencadeadoras de aprendizagem / Natália dos Santos Raslan. - 2026. 162 p.

Orientador: José Antônio Araújo Andrade

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2026. Bibliografia.

1. Conceito de Função. 2. Atividade Orientadora de Ensino. 3. Pensamento Teórico. 4. Situação Desencadeadora de Aprendizagem. 5. Nexos Conceituais. I. Andrade, José Antônio Araújo. II. Universidade Federal de Lavras. III. Título.

NATÁLIA DOS SANTOS RASLAN

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO ACERCA DO CONCEITO
DE FUNÇÃO EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM**

**THE DEVELOPMENT OF THEORETICAL THINKING ABOUT THE CONCEPT
OF FUNCTION IN LEARNING-TRIGGERING SITUATIONS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas Pedagógicas e Formação Docente, linha de pesquisa em Processos de Ensino e Aprendizagem, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 12 de fevereiro de 2026

Prof. Dr. Maria do Carmo de Sousa
Prof. Dr. Luiz Fernando Rodrigues Pires

Orientador
Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade

**LAVRAS – MG
2026**

*À Mariana, luz da minha vida.
Que aqui vejas o valor de aprender sempre.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me conduzir até aqui, por sustentar meus passos e por me permitir aprender o que era necessário em cada etapa desta jornada.

Agradeço à Universidade Federal de Lavras e aos seus professores, pela formação proporcionada ao longo do mestrado, pelo acolhimento sempre atento e generoso.

Ao meu orientador José, agradeço pela disponibilidade para os momentos de estudo, pelas conversas e contribuições que acompanharam este percurso.

Aos professores Luiz Fernando e Maria do Carmo, que integraram a banca de qualificação e defesa, agradeço pela leitura cuidadosa, pela escuta e pelos ensinamentos oferecidos.

À escola e aos estudantes participantes da pesquisa, agradeço pela confiança e pelo envolvimento que tornaram este estudo possível.

À minha família, agradeço por acreditarem em mim, pelo apoio constante e por se desdobrarem tantas vezes ao longo dessa caminhada.

Ao meu marido, Helson, agradeço pela compreensão nos momentos de ausência e pelo cuidado que sustentou todo esse processo.

À minha filha, Mariana, agradeço pelo carinho, pelos abraços e por entender, com tanta doçura, os momentos em que precisei estar ausente. Aos amigos e colegas, pelas conversas, risadas e encontros que tornaram o caminho mais leve, agradeço a companhia, que trouxe equilíbrio e inspiração para atravessar os desafios.

Expresso minha gratidão, de modo especial, aos queridos amigos que o mestrado me deu a oportunidade de conhecer: Verônica Pinel, Fabiana Botinha, Fabiana Andrade, Danielle Neves, Rejane Diniz e Renan do Couto e Silva. Obrigada pelos momentos tão especiais e divertidos, que permanecerão na memória.

Registro também meu carinho pelo grupo de pesquisa Práticas Pedagógicas orientadas pela Teoria Histórico-Cultural, cujos diálogos me aproximaram das teorias que guiam minhas reflexões. Em especial, à minha amiga Arlete Aparecida, cuja generosidade e parceria tornaram tão ricos os momentos que compartilhamos.

Ao Governo do Estado de Minas Gerais, pela oportunidade de formação continuada proporcionada por meio do projeto Trilhas de Futuro Educadores.

A todos que, de diferentes formas, estiveram presentes ao longo desse caminho, meu agradecimento.

*Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento.
Esta é a exigência fundamental do método dialético.
Quando, em uma investigação, se observa o processo de desenvolvimento de algum
fenômeno em todas as suas fases e transformações, do início ao fim, isso implica
destacar sua natureza, conhecer sua essência,
já que o corpo que existe apenas se revela em movimento.
Assim, a pesquisa histórica do comportamento não é algo que complementa ou
ajude o estudo teórico, mas, sim, é o que constitui seu fundamento.
(Vigotski, 1931/2000, p. 67-68)*

RESUMO

Este estudo, assumindo o materialismo histórico-dialético como referencial teórico-metodológico que orienta a compreensão e análise, investiga a organização do ensino para o desenvolvimento do pensamento teórico. Ampara-se, para tanto, nos constructos da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e da Teoria do Ensino Desenvolvimental. A organização do ensino é concretizada na Atividade Orientadora de Ensino, por meio de um Produto Educacional, constituído por situações desencadeadoras de aprendizagem implementadas por meio de uma história virtual, inspirada na gênese lógico-histórica do conceito de função, com o intuito de simular contextos nos quais esse conceito se torna necessário. O objetivo geral consiste em analisar o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função a partir das significações produzidas por estudantes em situações desencadeadoras de aprendizagem. Como objetivos específicos, busca-se analisar o papel dos elementos de mediação presentes na organização do ensino na produção dessas significações, bem como compreender como essas significações constituem o movimento do pensamento teórico sobre o conceito de função. A pesquisa orienta-se pela seguinte questão: como as significações produzidas pelos estudantes, em situações desencadeadoras de aprendizagem, permitem compreender o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função? A pesquisa adota uma abordagem qualitativa, desenvolvida no ambiente de trabalho da professora-pesquisadora, tendo como sujeitos 24 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola Estadual de Minas Gerais. Os instrumentos de coleta foram registros dos estudantes, registro audiovisual e diário de campo. A análise dos dados envolveu a transcrição e organização dos registros, seguida pelo agrupamento de indicadores e pré-indicadores em núcleos de significação. Esse processo explorou as relações internas (intranúcleos) e interações (internúcleos), considerando as significações sobre o conceito de função. Os resultados foram organizados em três núcleos: o primeiro aborda o aparecimento das relações de dependência e causalidade; o segundo trata da constituição do conceito de variável e de seu campo de variação; e o terceiro contempla a generalização e síntese expressas em múltiplas representações. Nos núcleos analisados, observa-se a articulação entre aspectos quantitativos e qualitativos do fenômeno em estudo, assim como significações expressas em diferentes formas de representação, que indicam aproximações aos nexos de interdependência, fluência, movimento e variação. As significações refletem as formas pelas quais os estudantes se relacionaram com o conceito de função e sugerem que a articulação entre a gênese conceitual e a Atividade Orientadora de Ensino contribuiu para a criação de uma dinâmica distinta em sala de aula, articulada à organização de ensino proposta. Tais significações configuraram construções coletivas que buscaram expressar a essência do conceito de função, criando condições que se distanciam de práticas tradicionais. Observa-se, entretanto, que os estudantes permanecem em um processo de formação conceitual em transição, marcado por traços empíricos e parcialmente desenvolvidos. Nesse sentido, o percurso investigativo consolidou-se no produto educacional “Conceito de função: uma jornada de mudanças e possibilidades”, unidade didática que materializa essa proposta de reorganização do ensino em direção ao desenvolvimento do pensamento teórico, com vistas à apropriação conceitual pelos estudantes.

Palavras-chave: Conceito de Função; Atividade Orientadora de Ensino; Pensamento Teórico; Situação Desencadeadora de Aprendizagem; Nexos Conceituais.

ABSTRACT

This study, assuming historical-dialectical materialism as the theoretical-methodological framework that guides understanding and analysis, investigates the organization of teaching for the development of theoretical thinking. It is supported by the constructs of Cultural-Historical Theory, Activity Theory, and Developmental Teaching Theory. The organization of teaching is materialized through the Teaching Orienting Activity, in which learning triggering situations are implemented by means of a virtual story, inspired by the logical-historical genesis of the function concept, with the aim of simulating contexts in which this concept becomes necessary. The general objective consists of analyzing the development of theoretical thinking regarding the function concept based on the significations produced by students in learning triggering situations. As specific objectives, it seeks to analyze the role of mediation elements present in the organization of teaching in the production of these significations, as well as to understand how these significations constitute the movement of theoretical thinking about the function concept. The research is guided by the following question: how do the significations produced by students in learning triggering situations allow for the understanding of the development of theoretical thinking about the function concept? The research adopts a qualitative approach, developed within the workplace of the teacher-researcher, involving 24 first-year high school students from a state school in Minas Gerais, Brazil. The data collection instruments included student records, audiovisual recordings, and field diaries. Data analysis involved the transcription and organization of records, followed by the grouping of indicators and pre-indicators into cores of signification. This process explored internal relations (intra-cores) and interactions (inter-cores), considering the significations regarding the function concept. The results were organized into three cores: the first addresses the emergence of relations of dependence and causality; the second deals with the constitution of the variable concept and its field of variation; and the third covers generalization and synthesis expressed in multiple representations. In the analyzed cores, an articulation between quantitative and qualitative aspects of the phenomenon under study is observed, as well as significations expressed in different forms of representation, which indicate approximations to the nexuses of interdependence, fluency, movement, and variation. These significations reflect the ways in which students engaged with the function concept and suggest that the articulation between conceptual genesis and the Teaching Orienting Activity contributed to the creation of a distinct classroom dynamic, aligned with the proposed teaching organization. Such significations configured collective constructions that sought to express the essence of the function concept, creating conditions that distance themselves from traditional practices. It is observed, however, that the students remain in a conceptual formation process in transition, marked by empirical and partially developed traits. In this sense, the investigative path culminated in the educational product “Function Concept: A Journey of Changes and Possibilities,” a teaching unit that materializes this proposal for reorganizing teaching toward the development of theoretical thinking, aiming for conceptual appropriation by the students.

Keywords: Concept of Function; Teaching Orienting Activity; Theoretical Thinking; Learning-Triggering Situation; Conceptual Nexuses.

INDICADORES DE IMPACTO

A presente pesquisa, fundamentada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, investigou como 24 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual na região leste de Minas Gerais se relacionaram com o conceito de função, buscando compreender expressões iniciais do pensamento teórico. Os impactos sociais, de natureza qualitativa, corroboram a democratização do acesso ao conhecimento científico e a humanização dos sujeitos, na medida em que a intervenção pedagógica possibilitou a superação de formas de pensamento empírico e fragmentado, favorecendo aproximações aos nexos essenciais do conceito de função. Em relação às dimensões tecnológica e cultural, a validação da História Virtual autoral "Uma Jornada de Mudanças e Possibilidades" e a integração intencional dos softwares de apresentação digital e GeoGebra constituem contribuições concretas ao ensino, apresentando um produto educacional replicável que resgata o movimento lógico-histórico enquanto produção humana e utiliza a tecnologia como instrumento de mediação para a objetivação dos conceitos. O compromisso social desta pesquisa se manifesta na articulação dialética entre a universidade e a escola básica, com participação direta da comunidade escolar, configurando uma ação inicial que incidiu sobre a prática docente da professora-pesquisadora e mobilizou estudantes e docentes para uma postura investigativa, orientada pela busca da gênese dos conceitos em oposição à reprodução mecânica de procedimentos. Do ponto de vista econômico, o fortalecimento das capacidades de abstração e generalização contribui para qualificar os sujeitos na análise das relações produtivas contemporâneas. Classificada na área temática de Educação da Política Nacional de Extensão, a investigação alinha-se aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Agenda 2030 da ONU, contribuindo especificamente para o ODS 4 (Educação de Qualidade), ao reafirmar a função social da escola pública na promoção de oportunidades de aprendizagem que ultrapassam o utilitarismo do conhecimento e se orientam pelo desenvolvimento humano.

IMPACT INDICATORS

This research, based on the assumptions of Historical-Cultural Theory, Activity Theory, and Developmental Teaching Theory, investigated how 24 first-year high school students from a public state school in the eastern region of Minas Gerais engaged with the concept of function, aiming to understand initial expressions of theoretical thinking. The social impacts, of a qualitative nature, support the democratization of access to scientific knowledge and the humanization of the participants, as the pedagogical intervention enabled the overcoming of empirical and fragmented ways of thinking, fostering approximations to the essential nexuses of the function concept. From a technological and cultural perspective, the validation of the authorial Virtual Story “A Journey of Changes and Possibilities” and the intentional integration of digital presentation software and GeoGebra constitute concrete contributions to teaching, presenting a replicable educational product that revisits the logical-historical movement as a human production and employs technology as a mediating tool for the objectification of concepts. The social commitment of this research is evident in the dialectical interaction between the university and the basic school, with direct participation of the school community, configuring an initial action that impacted the teaching practice of the teacher-researcher and mobilized students and teachers in an investigative posture oriented toward understanding the genesis of concepts, as opposed to the mechanical reproduction of procedures. Economically, the strengthening of students’ abstraction and generalization skills contributes to their capacity to analyze contemporary productive relations. Classified under the theme of Education in the National Extension Policy, the study aligns with the Sustainable Development Goals of the 2030 Agenda, contributing specifically to SDG 4 (Quality Education), reaffirming the social role of public schools in promoting learning opportunities that go beyond the utilitarian view of knowledge and are oriented toward human development.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Zona de Desenvolvimento Iminente	37
Figura 2 - Mapa conceitual dos processos de desenvolvimento do social ao psicológico	38
Figura 3 - Sistematização dos Nexos Conceituais do Conceito de Função	66
Figura 4 - História virtual	83
Figura 5 - Delineamento do Percurso Investigativo	101
Figura 6 - Percurso analítico de construção dos núcleos	107
Figura 7 - Gráfico de Francisco relacionando temperatura (x) e tempo(y)	116
Figura 8 - Gráfico de Enzo relacionando tempo (x) e temperatura (y)	121
Figura 9 - Registro de Lais e Talita da relação entre quantidade de vidas e valor a pagar	127
Figura 10 - Resolução da tarefa de aprendizagem da SDA1 pelo estudante Bruno	129
Figura 11 - Resolução da tarefa de aprendizagem da SDA1 pelo estudante Lucas	129
Figura 12 - Memória de cálculo da SDA 2 em que o estudante Enzo testa a fórmula	133
Figura 13 - Estudantes utilizando o instrumento mediador da SDA 4	135
Figura 14 - Representação utilizando o diagrama de conjuntos com flechas para a SDA 4 ..	136
Figura 15 - Registro de Carolina sobre a máquina de vendas	137
Figura 16 - Representações feitas por Paulo, Alice e Bruno, respectivamente, na SDA 4. ...	138
Figura 17 - Ação do estudante Lucas mediada pela tecnologia na SDA 5	139
Figura 18 - Registros do estudante Francisco mediada pela tecnologia na SDA 5	141
Figura 19 - Registro estudante Heitor na transição da exploração gráfica para a generalização.	142
Figura 20 - Estudantes em situação de aprendizagem	144
Figura 21 - Mapa conceitual da dinâmica da atividade orientadora de ensino	148

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Estrutura bimestral do conceito de função no 1º ano do Médio	72
Quadro 2 - Estrutura dos Nexos Conceituais da História Virtual.....	82
Quadro 3 - Levantamento das obras sobre SDA e o ensino do conceito de função.....	94
Quadro 4 - Composição dos grupos de pesquisa e seus pseudônimos	104
Quadro 5 - Indicadores encontrados na Pesquisa	108
Quadro 6 - Sistematização dos pré-indicadores e indicadores	109

LISTA DE SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
CRMG	Currículo Referência de Minas Gerais
MHD	Materialismo Histórico-dialético
SDA	Situação Desencadeadora de Aprendizagem
THC	Teoria Histórico Cultural
TA	Teoria da Atividade
TD	Teoria Desenvolvimental
UFLA	Universidade Federal de Lavras
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PPTHG	Grupo de Pesquisa Práticas Pedagógicas orientadas pela Teoria Histórico - Cultural
ZDI	Zona de Desenvolvimento Iminente

SUMÁRIO

1 ENTRE O SER E O TORNAR-SE	17
2 PENSAMENTO E ENSINO DE MATEMÁTICA.....	22
3 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO	28
3.1 BASES TEÓRICAS E CRÍTICAS PARA RE (PENSAR) O ENSINO	29
3.2 A PERSPECTIVA VIGOTSKIANA DO ENSINO	33
3.3 A DINÂMICA ENTRE A ATIVIDADE DO ESTUDANTE E DO PROFESSOR	41
3.4 PENSAMENTO TEÓRICO, AFETIVIDADE E A VISÃO DE TOTALIDADE	46
4 MOVIMENTOS DO PROFESSOR NA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO	50
4.1 O DESENVOLVIMENTO LÓGICO - HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO	50
4.2 DAS INTENÇÕES CURRICULARES À REALIDADE DOCENTE: O ENSINO DE FUNÇÃO EM MG	66
4.3 A SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM	78
4.3.1 A História Virtual.....	81
4.4 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE FUNÇÃO: UM ESTADO DO CONHECIMENTO...	91
5 A ATIVIDADE DE PESQUISA.....	100
5.1 O MATERIALISMO HISTÓRICO DIALÉTICO ENQUANTO MÉTODO DE PESQUISA	101
5.2 A REALIDADE CONCRETA COMO PONTO DE PARTIDA DA INVESTIGAÇÃO	103
5.3 OS INSTRUMENTOS DE CONSTITUIÇÃO DOS DADOS E A DOCUMENTAÇÃO DA PESQUISA	105
5.4 A OBTENÇÃO DOS NÚCLEOS DE SIGNIFICAÇÃO PARA A ANÁLISE DOS DADOS	106
6 RESULTADOS E ANÁLISE: O MOVIMENTO DE FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO	108
6.1 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 1: O APARECIMENTO DA RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA E CAUSALIDADE.....	112
6.2 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 2: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE VARIÁVEL E SEU CAMPO DE VARIAÇÃO.....	120
6.3 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 3: A GENERALIZAÇÃO E A SÍNTESE NAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES.....	128

6.4 ANÁLISE INTERNÚCLEOS: A ARTICULAÇÃO DOS SABERES NA FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO	143
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	152
REFERÊNCIAS	157

1 ENTRE O SER E O TORNAR-SE

VERBO SER
 Que vai ser quando crescer?
 Vivem perguntando em redor. Que é ser?
 É ter um corpo, um jeito, um nome?
 Tenho os três. E sou?
 Tenho de mudar quando crescer? Usar outro nome,
 corpo e jeito?
 Ou a gente só principia a ser quando cresce?
 É terrível, ser? Dói? É bom? É triste?
 Ser; pronunciado tão depressa, e cabe tantas
 coisas?
 Repito: Ser, Ser, Ser. Er. R.
 Que vou ser quando crescer?
 Sou obrigado a? Posso escolher?
 Não dá para entender. Não vou ser.
 Vou crescer assim mesmo.
 Sem ser. Esquecer.
 ANDRADE, Carlos Drummond de. *Poesia e prosa*. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1992.

As diversas questões do poema do meu contraterrâneo marcaram a minha jornada até aqui. *Que vou ser quando crescer?* a pergunta de Drummond me acompanhou, insinuando-se em decisões, dúvidas e descobertas. Ser parecia, então, algo que se construía aos poucos, entre desafios e estímulos externos. Minha primeira lembrança da escola não foi de encantamento, relutava em ir. A mudança veio com a chegada de uma nova professora, Maria de Lourdes, vizinha querida da minha avó Antônia, que transformou aquele espaço em acolhimento e possibilidades. A escola deixou de ser obrigação e tornou-se um lugar de encontros, afetos e aprendizados.

Assim, o *ser* que Drummond questiona se desdobra ao longo da trajetória que relato, encontrando eco nas experiências e reflexões que fundamentam esta dissertação. As escolhas que fiz, os desafios que enfrentei e as descobertas que realizei ajudaram a moldar minha identidade e me conduziram na busca por um propósito na minha área de atuação.

Minha trajetória é marcada por relações interpessoais. Das tias, três cursaram magistério no ensino médio, embora posteriormente tenham seguido outras profissões. Elas eram exemplos silenciosos de dedicação e estudo. Minha mãe, Geralda, por sua vez, retornou aos estudos e concluiu o ensino médio enquanto eu cursava a graduação.

Recordo-me de cenas: vê-la chegar do trabalho exausta, organizar seu material para seguir estudando ou permitir que eu me dedicasse aos estudos em vez de cobrar tarefas domésticas. Aprender era entendido como um compromisso, um investimento na minha

formação que demonstrava que esforço, disciplina e curiosidade podem se transformar em escolhas concretas.

Mais uma vez, o *ser* se revelava nesse entrelaçar de inspiração, experiências e aprendizagens. No Ensino Fundamental as professoras de Matemática despertavam meu interesse pela disciplina. Ser convidada a ajudar os colegas, explicar conteúdos e participar das aprendizagens coletivas eram ações que, muitas vezes, sem perceber, contribuíam para a constituição do meu modo de aprender e interagir. Naquele momento, a ideia de ser professora ainda não fazia parte dos meus planos, eram apenas vivências que mais tarde revelariam seu papel na formação do meu *ser* docente.

O Ensino Médio trouxe novos horizontes e me colocou diante de mais uma reflexão sobre o *ser* que desejava constituir. A escola onde cursei os três últimos anos tornou-se o ambiente que me provocava a sair de um mundo que até então me parecia limitado, instigando-me a almejar algo mais. Conviver com colegas de diferentes bairros e com professores que incentivavam ir ao cinema, ao teatro, a debates e à preparação para o vestibular ampliava minha percepção do que poderia ser possível. A professora de Matemática, rigorosa e conhecida por sua exigência, despertava fascínio ao conduzir a resolução de exercícios complexos com clareza, após longas tentativas coletivas de resolução.

Nesse período, vivi momentos decisivos que consolidaram minha escolha profissional. Relato com saudade um episódio envolvendo meu primo Luciano (*in memoriam*), na época estudante de Engenharia de Minas na Universidade Federal de Minas Gerais, que se tornou inspiração pelo seu esforço, dedicação e pela maneira como me apresentou a matemática. Lembro-me de uma viagem de ônibus, entre o local da prova e a casa onde estávamos hospedados, em que resolvemos juntos questões de um concurso que eu havia prestado, na ocasião ele me acompanhava por eu ser menor de idade e por não conhecer Belo Horizonte.

Ver o Luciano lidar com os números tão naturalmente fez o difícil parecer simples. Aquela experiência mostrou que a matemática poderia ser paixão e propósito. Naquele instante, o *que vou ser quando crescer?* começou a tomar forma: meu desejo, naquele momento, não era ser professora, e sim viver a matemática, tão bela e intensa quanto eu a imaginava, assim como via no meu primo e nos exemplos que admirava.

Logo, a escolha pela Matemática veio primeiro. A licenciatura em Matemática, concluída em 2005 pela Fundação Comunitária de Ensino Superior de Itabira, abriu a possibilidade de tornar-me professora. Durante estágios, monitorias e o contato com docentes e colegas, percebi que a docência poderia ser parte do meu percurso. Entretanto, foi na prática, atuando na rede municipal e, depois, na estadual, que a complexidade de ser professora se

revelou. Planejar aulas, lidar com questões disciplinares, criar estratégias de ensino e aprender com os estudantes mostrou que ensinar vai muito além do domínio de conteúdo.

Com o diploma em mãos, aos 21 anos, ainda não sabia exatamente o que aquele espaço significava, e parte desse entendimento parecia se revelar aos poucos. Embora tomasse meus professores como referência, eu buscava experimentar e traduzir minhas próprias convicções, tentando, ainda que de forma exploratória, construir um ambiente de maior escuta e interesse para os estudantes.

Os primeiros anos como regente de turma foram marcados pela influência e presença de uma querida amiga, Magda Fonseca (*in memoriam*), coordenadora de área que, em um período curtíssimo, se tornou mentora e amiga. Guardo a lembrança do momento em que ela entrou na minha sala e perguntou: “Vamos estudar mais? Estou fazendo nossa inscrição?” Foi assim que ingressei na especialização em Matemática, pela Universidade Federal de São João del-Rei, em 2010.

Nos primeiros meses, pude contar com sua companhia, até que a doença a acometeu novamente. Apesar do curto período juntas, ela me ensinou muito: sobretudo, como manter vivo o gosto pelo estudo. Magda me mostrou, com sua humildade e abertura, que ser professora é aprender e trocar experiências continuamente, reinventando a prática, e que ensinar envolve, acima de tudo, agir com humanidade e empatia.

Assim como Drummond sugere, o *ser* se constrói nas escolhas que fazemos, nos encontros que vivemos e nas experiências que nos transformam, mesmo quando ainda não compreendemos totalmente o que estamos nos tornando. Nesse percurso, reencontrei professores que haviam sido meus mestres e que, com o tempo, se tornaram colegas e amigos. Ao longo da minha trajetória, trabalhei em poucas escolas e por períodos longos, incluindo uma passagem por uma escola municipal na cidade de João Monlevade e pelas instituições em que estudei no Ensino Fundamental e Médio, até ser nomeada pela rede estadual em 2015.

Hoje, sou professora há mais de 11 anos em uma instituição de ensino que também fez parte da minha trajetória como estudante. No meu primeiro ano como docente nesse espaço, ouvi uma frase que me fez pensar sobre a influência e a responsabilidade da nossa atuação: “A gente precisa tentar ser o que há de melhor para aqueles estudantes, pois talvez para eles aquilo seja o melhor que poderiam ter...” A frase, dita em um momento de formação entre os colegas de área, tornou-se um chamado à reflexão e continua a guiar minha prática, lembrando que ser professor envolve dedicação e escuta sensível.

Esse entendimento sobre a docência, felizmente, não foi uma jornada solitária. Os anos de trabalho nesta instituição me inseriram em um ambiente de acolhimento no grupo de

professores de Matemática. Este coletivo sempre se pautou pela abertura ao diálogo e pela contribuição mútua, o que foi importante para minha aprendizagem como docente.

Menciono esse grupo porque, ao longo dos anos, vivemos transformações no planejamento e discutimos diferentes maneiras de organizar o ensino de Matemática. Juntos, percebemos que o modo como nos foram ensinados os conceitos não se transferia para a realidade dos estudantes de hoje.

A presença crescente da tecnologia em sala de aula, aliada às mudanças na sociedade, no perfil dos estudantes e na educação, mostrou que a prioridade a aspectos superficiais dos conceitos se opõe ao que concebemos para o ensino de Matemática. Por isso, a abordagem tradicional, centrada em listas de exercícios, não poderia constituir a única forma de organizar o ensino.

As discussões sobre as dificuldades dos estudantes em compreender conceitos matemáticos, como o de função, impactaram minha prática. Em minha trajetória, pude participar de experiências interdisciplinares que integravam a Matemática a outras áreas do conhecimento, como a Língua Portuguesa. Ao propor diferentes ações pedagógicas, como jogos e o uso de tecnologias, observei um engajamento distinto por parte dos estudantes. Era algo que demandava minha atenção e provocava constante reflexão sobre o ensino aprendizagem.

Essas experiências em sala de aula despertaram em mim o desejo de continuar aprendendo e de buscar novos modos de organizar o ensino de Matemática. Um projeto desenvolvido antes da pandemia, envolvendo jogos matemáticos com turmas do primeiro ano do Ensino Médio, inspirou a proposta do projeto de pesquisa apresentada ao programa de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, realizado em 2023. A aprovação representou a oportunidade de retornar ao ambiente acadêmico, ampliar perspectivas e retomar algo que sempre me moveu, o estudo.

Provocada, novamente me vi desafiada por uma palavra: *atividade*. Utilizada pelo orientador José Antônio em uma concepção distinta do senso comum, que não remetia à ideia de mero exercício prático já no primeiro dia de aula do mestrado. O referencial teórico apresentado conduziu-me a uma nova concepção, e, ao aproximar a pesquisa da minha prática docente, o conceito de função surgiu como possibilidade para investigação.

A escolha deste objeto de ensino não foi ao acaso. Ela foi motivada pela minha atuação no Ensino Médio, marcada pela percepção contínua da dificuldade de aprendizagem dos estudantes, o que impôs a necessidade de pesquisar uma nova organização do ensino que permitisse alinhar a investigação a uma concepção distante de modelos de ensino baseados na lógica formal.

É a partir dessa vivência reflexiva e dessa inquietude, decorrente da dificuldade de aprendizagem dos estudantes em relação ao conceito de função, que esta dissertação se estabelece. Ser professora e pesquisadora, neste sentido, revela a jornada pela qual o questionamento permeia cada etapa do meu trabalho. Inspirada no diálogo com Drummond, este estudo se apresenta menos como uma resposta à *o que vou ser?* e mais como a materialização do *como ser* uma professora que investiga e uma pesquisadora que ensina, reconhecendo que ambas as ações são, em essência, uma só atividade em contínua transformação.

Por fim, esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), Mestrado Profissional, da Universidade Federal de Lavras (UFLA), na área de concentração Práticas Pedagógicas e Formação Docente, vinculada à Linha de Pesquisa Processos de Ensino e Aprendizagem sob orientação do Prof. José Antônio Araújo Andrade.

Como produção técnico-tecnológica decorrente desta investigação, foi elaborado o Produto Educacional intitulado “Conceito de função: uma jornada de mudanças e possibilidades”, (Raslan, 2026), classificado na tipologia Material Didático/Instrucional (PTT1), apresentado em formato de e-book, constituindo-se como documento independente vinculado à Coleção Práticas Pedagógicas e Formação Docente.

2 PENSAMENTO E ENSINO DE MATEMÁTICA

A escola, enquanto instituição social, nasce com a promessa de garantir o acesso ao conhecimento científico e promover o desenvolvimento pleno das potencialidades humanas, mediando o encontro entre os saberes da experiência imediata dos estudantes e os conceitos historicamente sistematizados. É na gestão desse encontro que residem os grandes desafios pedagógicos, especialmente aqueles relacionados a conteúdos de natureza abstrata, como os da Matemática.

Conforme afirmam Santana e Souto (2020, p. 441), “é na escola que, preferencialmente, o indivíduo tem acesso ao conhecimento científico e cultural acumulado pela humanidade; por ela, consolida-se o processo de humanização e o desenvolvimento integral do sujeito”. Tal entendimento reforça a educação como meio pelo qual o indivíduo se apropria da experiência humana historicamente produzida, assegurando sua inserção na vida social e cultural. Nesse sentido, Mame, Miller e Miguel (2020) corroboram esse aspecto ao sustentarem que a constituição do humano se realiza justamente no movimento de transmissão cultural entre gerações.

Compreendemos que, ao se apropriar de conhecimento científico e sistematizado, o ser humano viabiliza condições imprescindíveis para a vida em sociedade e que é por meio da educação, concebida em sua principal dimensão de transmissão cultural entre as diferentes gerações, que o indivíduo se faz humano, ou seja, se apropria da experiência humana. (Mame; Miller; Miguel, 2020, p. 2)

Com isso, a apropriação de conhecimentos sistematizados cria condições para o desenvolvimento de capacidades que não se manifestam de modo espontâneo. O ensino desses conteúdos constitui a base para o pensamento teórico, o qual, conforme Mame, Miller e Miguel (2020, p. 3), possibilita ao estudante ir além da aparência imediata dos fatos, compreendendo as leis e relações que estruturam a realidade. Nessa direção, a escola se concretiza por meio da organização do ensino realizada pelo professor, cuja atuação cria condições para que os estudantes se apropriem dos conhecimentos historicamente produzidos.

Nesse contexto, a atuação docente envolve escolhas que conferem forma às experiências de aprendizagem e favorecem modos reflexivos de relação com o conhecimento. Ao planejar tarefas, propor perguntas e orientar modos de ação, o professor cria condições para que os estudantes investiguem, comparem e ampliem suas formas de compreender o que estudam. Dessa forma, torna-se possível problematizar práticas orientadas apenas pela exposição e pela repetição, que pouco contribuem para a participação dos estudantes no processo educativo.

Nesta pesquisa, entende-se que a ação docente está orientada pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e por seus desdobramentos na Teoria da Atividade e na Teoria do Ensino Desenvolvimental. É essa práxis, assim sustentada, que molda as decisões didáticas e suas intervenções no processo de ensino e aprendizagem. Nela, o trabalho do professor se volta à formação da atividade de aprendizagem (Leontiev, 1978; Davydov, 1988) e ao desenvolvimento, por parte do estudante, da capacidade de aprender e de se relacionar criticamente com o conhecimento.

No entanto, observamos que, no cotidiano das salas de aula do Ensino Médio, a organização do ensino nem sempre se estrutura a partir desses pressupostos. Em muitas situações, a prática pedagógica passa a operar por meio da aplicação de métodos e procedimentos desvinculados de uma compreensão do desenvolvimento humano como processo histórico e social de formação das capacidades intelectuais. Segundo Resende (2021, p. 12), “ainda prevalecem no ensino de Matemática processos de resolução mecânica de algoritmos, que se baseiam no pensamento empírico, na observação de elementos externos, isto é, na esfera da aparência”. Nesse contexto, em vez de ações pedagógicas que favoreçam a passagem do pensamento espontâneo à abstração conceitual, a atividade escolar tende a reforçar a compreensão da Matemática como um conjunto de convenções a serem memorizadas.

Essa fragilidade teórica se faz presente no ensino do conceito de função, conteúdo que perpassa o Ensino Médio e fundamenta estudos posteriores. A aprendizagem desse conceito exige que o estudante supere a lógica de resultados isolados em favor de um raciocínio pautado pela interdependência entre grandezas. Contudo, ao reduzir o ensino à aplicação de leis de formação, tabelas e gráficos desvinculados de sentido, a escola aprisiona o saber no imutável e descuida da necessidade humana que o fez surgir. Afinal, compreender o movimento e a variabilidade dos fenômenos exige que o ensino não se limite a contemplar o objeto em sua forma final, trata-se de recuperar as necessidades e contradições que deram origem ao conceito.

Essa intencionalidade pedagógica redireciona o olhar para o estudante e para as abordagens que orientam sua aprendizagem em cada etapa do processo educativo. Como destacam Rosa e Niero (2023, p. 3), “a escola é um lugar para aprender o novo, e não aquilo que os estudantes têm capacidade de internalizar no cotidiano”. Assim, embora a aprendizagem se apoie em experiências concretas, ela não deve se encerrar nelas.

No Ensino Fundamental, o estudante inicia sua escolaridade em um contexto de aprendizagem baseado em experiências concretas, ligadas à realidade que consegue perceber diretamente. O ensino faz uso da manipulação de objetos, exemplos e materiais práticos, permitindo que os estudantes se apropriem dos conteúdos a partir de seu conhecimento

empírico. Consequentemente, ao avançar para o Ensino Médio e Superior, o apoio exclusivo ao concreto torna-se insuficiente, exigindo a abstração de conceitos que vão além do vivido. Ao tratar da permanência no nível sensorial, Asbahr (2017) chama atenção para os limites que essa forma de apreensão impõe ao desenvolvimento do pensamento.

Na prática escolar massiva, utiliza-se a experiência sensorial cotidiana dos estudantes como ponto de partida na formação dos conceitos, mas, como não há reestruturação qualitativa da percepção, o pensamento caminha do sensorial ao abstrato (conceito empírico), mas não chega ao essencial, ao teórico. (Asbahr, 2017, p. 67)

Embora as experiências concretas sejam importantes, o foco exclusivo nelas pode levar à ideia de que o conhecimento se constitui sem a necessidade do exercício de abstrações mais complexas. Ocorre que a transição do concreto ao abstrato nem sempre se realiza de forma tão estruturada quanto seria desejável. Quando essa reestruturação do pensamento não se efetiva, compromete-se a apropriação de conceitos mais elaborados, o que repercute negativamente no Ensino Médio, etapa em que o estudante passa a enfrentar exigências conceituais para as quais, muitas vezes, não foi devidamente preparado.

Segundo Davydov (1988, p. 151), no pensamento teórico, o concreto se manifesta tanto como ponto de partida da experiência sensorial quanto como resultado da síntese conceitual, e o caráter concreto ou abstrato do conhecimento¹ depende da compreensão de sua essência e relações, e não da proximidade com elementos sensoriais. Por essa razão, a aprendizagem deve apoiar-se em um raciocínio capaz de articular lógica, análise das ideias e entendimento da essência dos conceitos. Favoreto (2022, p. 112) defende que,

no ensino, mais do que repetir conceitos, é necessário problematizar sobre o seu significado histórico. Neste sentido, o conceito não é tomado de formas isoladas, mas é pensado em relação à prática. Também, não se trata da prática isolada, mas em relação ao desenvolvimento histórico, às contradições e às diversidades. Neste aspecto, o ensino busca ampliar a percepção imediata do estudante, fazendo-o estabelecer relações entre o conceito formalizado e a prática social em desenvolvimento. Neste exercício reflexivo, as contradições são incorporadas como parte integrantes do conceito na prática. Uma vez pontuadas, pelo menos em parte, o questionamento não se encerra, pois ainda, é necessário provocar reflexões sobre as razões de tais conceitos permanecerem, bem como, sobre suas interferências na permanência da forma de ser social.

¹ Por concreto entende-se aqui o conhecimento ligado à experiência imediata, enquanto abstrato remete à organização de conceitos e relações, associando-se ao desenvolvimento do pensamento teórico, segundo a Teoria Histórico-Cultural. Outros termos utilizados ao longo do estudo serão detalhadamente explicados em momentos posteriores do texto.

Ao articular essas perspectivas, esta pesquisa assume que o ensino do conceito de função busca explicitar sua relação com o desenvolvimento histórico, permitindo que os estudantes o reconheçam como um conhecimento gerado para atender a necessidades humanas concretas.

No entanto, observa-se que, na prática atual de muitos contextos de ensino, a organização da Matemática ainda se estrutura segundo uma lógica formal, orientando a apresentação dos conceitos por meio de definições acabadas, fórmulas e procedimentos de fixação. A esse respeito, Davydov (1988, p. 107) esclarece que “[...] o pensamento que se realiza com ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal somente leva a formar os chamados conceitos empíricos.” Esse modelo concentra-se no que é aparente ou imediatamente visível, sem propiciar a compreensão das relações universais e da essência dos fenômenos.

Na abstração autêntica não se isola simplesmente algum indício sensorialmente perceptível do objeto, mas atrás do sensorialmente perceptível descobrem-se as propriedades, aspectos, indícios e relações que constituem a essência do objeto. A tarefa da abstração não é separar uns dos outros os indícios sensorialmente perceptíveis, mas através deles descobrir novos aspectos do objeto que traduzam as relações de essência. (Kopnin, 1978, p. 161)

Com base em Kopnin (1978), percebe-se que, embora o ensino de Matemática recorra à lógica formal, a apropriação do objeto em sua totalidade exige a mobilização da lógica dialética. Nessa direção, a atuação do professor retoma as nossas discussões, pois é ele quem organiza situações de ensino que promovem a apropriação consciente do conhecimento teórico, evitando que a disciplina se torne distante e restrita aos olhos dos estudantes. Diante desse cenário, questiona-se: como organizar o ensino para superar a superficialidade do pensamento empírico e promover o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes?

Em resposta a essa provocação, esta investigação fundamenta-se na Atividade Orientadora de Ensino (AOE), desenvolvida por Moura (1996), por compreendê-la como estrutura metodológica capaz de materializar tais princípios. Estruturada sob uma lógica dialética, a narrativa suscita a necessidade de compreender o conceito a partir de seis problemas desencadeadores extraídos da história virtual *Uma jornada de Mudanças e Possibilidades*², desenvolvida especialmente para esta investigação. Os problemas são:

- 1) Variação da temperatura no vagão;
- 2) Previsão do tempo de chegada com velocidade constante e esboço gráfico;

² Como requisito do Mestrado Profissional, esta pesquisa resultou na elaboração do Produto Educacional "Conceito de função: Uma jornada de mudanças e possibilidades", o qual se encontra disponível para consulta na seção de Produtos Educacionais do portal do PPGECEM/UFLA.

- 3) Análise dos limites de gastos no jogo de Felipe e impossibilidade de “meia unidade” no jogo;
- 4) Contradição na entrega de produtos;
- 5) Transposição da estrutura física da ponte para o plano cartesiano e
- 6) Identificação da parábola e determinação do ponto máximo.

Ao propor tal ação, alinhamo-nos à perspectiva de Davydov (1988), que defende o desenvolvimento do pensamento teórico por meio da generalização e da abstração, em um movimento que parte da relação essencial que estrutura o conceito para, então, explorar suas múltiplas formas de manifestação.

A fim de construir condições que favoreçam o desenvolvimento teórico dos estudantes na aprendizagem de funções, delinea-se a seguinte questão de pesquisa: como as significações produzidas pelos estudantes, em situações desencadeadoras de aprendizagem, permitem compreender o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função? Para respondê-la, define-se como objetivo geral analisar o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função a partir das significações produzidas por estudantes em situações desencadeadoras de aprendizagem.

Especificamente, busca-se:

- analisar o papel dos elementos de mediação, presentes na organização do ensino, na produção dessas significações;
- compreender como essas significações produzidas pelos estudantes constituem o movimento do pensamento teórico sobre o conceito de função.

Por estar em sintonia com os princípios que a fundamentam no materialismo histórico-dialético, adotamos nesta pesquisa a proposta de núcleos de significação. Essa abordagem considera que o pensamento se forma na e pela atividade, mediado pela linguagem e pelas relações sociais. Assim, os núcleos permitem apreender a historicidade dos sentidos produzidos pelos estudantes, revelar as mediações que estruturam seu modo de pensar e compreender o movimento dessas significações em sua totalidade. Desse modo, configuram um caminho pertinente para interpretar como os estudantes desenvolvem formas mais elaboradas de compreender o conceito de função.

Com base na proposta investigativa, a pesquisa foi estruturada em sete capítulos. O Capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos que sustentam a concepção de ensino e desenvolvimento adotada; o Capítulo 4 aprofunda essa discussão ao analisar o conceito de função, a partir de seu percurso lógico-histórico, justificando a construção das situações desencadeadoras de aprendizagem com base no estado de conhecimento sobre os documentos

orientadores da rede de ensino de Minas Gerais e na produção acadêmica; o Capítulo 5 detalha o percurso metodológico da pesquisa, fundamentado no Materialismo Histórico-Dialético (MHD) e na análise por núcleos de significação; o Capítulo 6 apresenta a análise dos dados a partir do referencial teórico; por fim, o Capítulo 7 tece as considerações finais, consolidando os resultados e apontando as contribuições desta investigação.

3 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

Este capítulo discute a organização do ensino nos pressupostos do Materialismo Histórico-dialético (MHD) e nos princípios da Teoria Histórico-Cultural (THC), os quais compreendem o desenvolvimento humano como resultado da atividade socialmente mediada. Nessa perspectiva, Prestes, Tunes e Silva (2024, p.168) afirmam que “as formas superiores da atividade psíquica emergem no curso do desenvolvimento da criança que transcorre por meio da relação e colaboração com o meio social”. Parte-se, portanto, do entendimento de que o ensino não é uma prática desvinculada das condições concretas em que se realiza, mas uma atividade historicamente situada, permeada por determinações sociais e pela concepção que o professor tem de sua prática e de seu papel na formação dos estudantes.

Assim, ao articular o MHD e as teorias de aprendizagem que dele derivam, entende-se o trabalho docente como parte de um processo mais amplo de produção social, no qual as condições objetivas de trabalho e a inserção histórica da escola influenciam diretamente as possibilidades de organização do ensino. Por sua vez, o ensino e a aprendizagem são concebidos como atividade formadora, voltada à apropriação de conhecimentos e ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Neste contexto, a concepção de mediação adquire uma dimensão que ultrapassa a ideia de o professor atuar apenas como elo entre o estudante e o conhecimento e questiona a visão reducionista da docência, limitada à simples transmissão de conteúdo. Isso porque, como esclarecem Prestes e Tunes (2022), a função docente é muito mais exigente:

A função do professor é de muito maior complexidade: ele deve organizar o meio social do estudante de modo a propiciar condições que possibilitem o seu autodesenvolvimento, isto é, a emergência de formas de domínio das próprias funções psíquicas, seja o pensamento, a atenção, a memória, a imaginação etc. Isso não é a mesma coisa que mediar. É, acima de tudo, atuar, agir sobre o meio, organizando-o para que o estudante possa disso tirar o maior proveito em termos de autodesenvolvimento. (Prestes; Tunes, 2022, p. 15)

A partir disso, pode-se dizer que o papel do professor é aquele que, de maneira intencional, organiza a atividade de ensino em função do desenvolvimento dos estudantes. Trata-se de uma ação consciente sobre o meio social da sala de aula, por meio da qual o professor planeja e organiza condições que favoreçam a apropriação, pelos estudantes, dos instrumentos culturais historicamente produzidos.

Portanto, constrói-se como argumentação um percurso que se inicia com a análise das bases filosóficas do MHD, que situam a educação como práxis social. Em seguida, aprofunda-se na perspectiva vigotskiana, com foco nos conceitos de mediação e Zona de Desenvolvimento

Iminente. Posteriormente, avança-se para a Teoria da Atividade de Leontiev (2021; 1978), examinando a dinâmica entre a atividade do professor e do estudante e, por fim, a Teoria Desenvolvimental de Davydov (1982; 1988), sobre o desenvolvimento do pensamento teórico e a visão de totalidade como finalidade do processo educativo.

3.1 BASES TEÓRICAS E CRÍTICAS PARA RE (PENSAR) O ENSINO

Se olhamos para o ser humano veremos uma busca constante por significado e pertencimento, que, ao longo da vida, se manifesta de formas diversas, mas, em essência, é impulsionada a compreender seu lugar no mundo, a encontrar propósito em sua existência e a construir conexões significativas no âmbito da cultura. Nesse movimento, formamos uma identidade única a partir das experiências vividas, dos valores cultivados e das escolhas realizadas. Ao longo deste processo, a educação nos acompanha, podendo contribuir para a construção de uma visão de mundo própria, para a realização do nosso potencial e por essa busca por fazer a diferença.

Como processo social, a educação nos leva a refletir sobre a natureza da realidade, não como algo pré-determinado, mas como uma construção dinâmica, influenciada por múltiplas determinações sociais e, simultaneamente, passível de transformação pela ação humana. Assim, a perspectiva de Lukács (2010, p.168), ao afirmar que “o ser só pode ser abordado como ser se for objetivamente determinado em todos os sentidos. Um ser privado de determinações é apenas produto do pensamento: uma abstração de todas as determinações, cuja totalidade somente faz do ser um ser” reforça a compreensão da complexidade dos fatores que moldam a experiência humana.

Ressalta-se que a educação não se limita a ser um reflexo passivo das determinações sociais. Pelo contrário, ela desempenha um papel ativo na construção da realidade, ao possibilitar a apropriação de conhecimento e valores produzidos pela cultura e ao fomentar condições para o desenvolvimento de formas de pensamento que capacitem os indivíduos a interpretarem, questionarem e transformarem os contextos sociais em que estão inseridos.

Segundo Karl Marx (2007, p. 30), "o mundo sensível que o rodeia não é uma coisa dada imediatamente por toda a eternidade e sempre igual a si mesma, mas [...] o resultado da atividade de toda uma série de gerações". Essa perspectiva ressalta que o indivíduo é resultado das condições materiais e sociais acumuladas ao longo do tempo, destacando a centralidade do contexto histórico em sua constituição como ser social. No entanto, existe uma relação dialética entre o estudante e a sua realidade social, em que o contexto influencia suas ações, mas o

estudante, por meio de suas interações ativas, também contribui para transformá-lo. É nesse movimento recíproco que se configuram a formação da consciência, dos valores e das escolhas do estudante, definindo-o como um ser histórico e social.

A compreensão da educação brasileira passa necessariamente pelo estudo da relação entre o ato educativo e o desenvolvimento humano. Conforme Coelho (2023) argumenta, essa análise deve começar pela observação das condições materiais da vida social e de como elas se organizam e operam concretamente, antes da formulação de categorias e conceitos mais abstratos, evitando, assim, um entendimento desvinculado da realidade concreta. Esse olhar valoriza a concepção de um professor comprometido com um projeto de ser humano e, conseqüentemente, de sociedade, na qual a educação se configura como um processo de transformação social.

A teoria materialista de que os homens são produto das circunstâncias e da educação e de que, portanto, homens modificados são produto de circunstâncias diferentes e de educação modificada, esquece que as circunstâncias são modificadas precisamente pelos homens e que o próprio educador precisa ser educado. [...] A coincidência da modificação das circunstâncias e da atividade humana só pode ser apreendida e racionalmente compreendida como prática transformadora. (Marx, 2007, p. 537-538)

Adicionalmente, Marx (2007), ao criticar o determinismo, revela a profundidade do MHD como método de análise, ao demonstrar que a relação entre o sujeito e o mundo é complexa, superando uma visão reducionista das condições materiais. O autor rejeita a ideia de que o sujeito seja apenas um produto passivo das circunstâncias, destacando que os indivíduos também atuam como agentes transformadores, moldando a realidade por meio de suas ações e decisões. Seu entendimento, portanto, revela que a mudança social não decorre exclusivamente das condições materiais, mas da unidade indissolúvel entre a transformação das circunstâncias e a atividade humana.

Ao abordar o processo educativo, Marx (2007) oferece uma contribuição significativa ao reconhecer que a educação é, ela mesma, sujeita a transformações. O autor completa o entendimento de que o educador, responsável por desenvolver mentes, também está imerso no processo de transformação e deve igualmente refletir sobre sua formação, seus valores e suas ações. Essa autorreflexão é indispensável para que o educador participe da modificação das circunstâncias e, conseqüentemente, transforme a si mesmo e o outro.

Embora Marx (2007) se concentre na análise crítica do capitalismo, focando nas contradições inerentes ao sistema e no processo de transformação social, sua perspectiva materialista, histórica e dialética converge com a visão de Vigotski (2009) sobre o desenvolvimento humano. Segundo Feitosa, Moraes e Junior (2022, p. 4) a perspectiva teórica

e metodológica do MHD, as relações e os modos de pensar humanos são determinados pelas condições estabelecidas na cultura, especialmente pelas condições materiais presentes na organização socioeconômica de cada contexto histórico. Nessa esteira, pela ação concreta do ser humano sobre si e sobre a natureza é que as funções psicológicas superiores são formadas e desenvolvidas.

Essa compreensão da historicidade e do movimento da realidade é um aspecto importante na constituição das bases teóricas da abordagem histórico-cultural formulada por Vigotski e seus colaboradores, que, da mesma forma, concebem a consciência, ou o psiquismo, não como algo fixo e inato, mas como um processo em constante desenvolvimento, moldado pelas condições sociais e pelo papel que o indivíduo desempenha nas relações estabelecidas na cultura.

Portanto, devemos considerar a consciência (o psiquismo) no seu devir e no seu desenvolvimento, na sua dependência essencial do modo de vida, que é determinado pelas relações sociais existentes e pelo lugar que o indivíduo considerado ocupa nestas relações (Leontiev, 1978, p. 95).

Mantendo-se na abordagem do autor, a formação da psique, é um processo contínuo de "vir a ser" constituído pelas condições materiais de existência. O sujeito interage com o mundo e é transformado por essa interação mediada por instrumentos e signos culturais. Para Leontiev (2021, p.45) a consciência e o pensamento são produtos diretos da existência material e das relações sociais, surgindo como reflexo do desenvolvimento do sistema de relações objetivas. Estes mediadores permitem ao sujeito não apenas transformar o contexto ao qual está inserido, mas também modificar o sistema de relações.

Sob essa perspectiva, a consciência não pode ser reduzida a um mero produto da materialidade, e essa compreensão é importante porque se opõe a leituras reducionistas da Teoria Histórico-Cultural que restringem o desenvolvimento cognitivo à interação direta com o ambiente, desconsiderando a mediação dos instrumentos culturais. Ao contrário dessas interpretações, Vigotski concebe o desenvolvimento como um processo histórico e dialético, no qual a criança e o meio se influenciam e se transformam mutuamente.

Neste sentido, a perspectiva vigotskiana supera a falsa oposição que marcava o pensamento psicológico da época. De um lado, o determinismo do meio, que vê a criança como mero produto do ambiente, de outro, o inatismo, que atribui o desenvolvimento unicamente a fatores biológicos preexistentes. Em contraposição a essas abordagens, Vigotski propõe uma síntese na qual o desenvolvimento resulta da dinâmica de interação entre a criança e o meio, processo em que, conforme já mencionado, ambos se transformam mutuamente por meio da mediação de instrumentos culturais e das interações sociais.

Colocar essa relação no centro do processo educativo é o que define uma pedagogia autenticamente dialética. Segundo Vigotski (2010, p.691) “a maneira pela qual o meio influenciará nesse desenvolvimento, isto é, a relação entre o meio e a criança fica sempre no centro e não unicamente o meio, nem unicamente a criança, em separado”. Complementando essa visão, Leontiev (2021) alerta para o risco de reduzir a atividade humana a uma oposição entre pessoa e mundo, uma visão que fragmenta a realidade e dificulta a compreensão da interdependência entre sujeitos e mundos que se constituem mutuamente através de suas ações e mediações.

Em Marx (2007), o conceito de mediação descreve o processo pelo qual o trabalho, a linguagem e as relações sociais se entrelaçam, gerando transformações históricas que afetam o indivíduo e a sociedade como um todo. Sob essa mesma ótica, Davydov (1988) aponta que a criação e o funcionamento da cultura, como um fenômeno social específico exercem influência no desenvolvimento humano.

Desse modo, a cultura é o resultado da atividade de gerações anteriores, das quais herdamos os instrumentos e significados historicamente produzidos. Ao mesmo tempo, é por meio dessa cultura que as ações e pensamentos dos indivíduos se constituem como atividade humana. Nesse processo, o conhecimento científico emerge como resposta às necessidades concretas da vida material e para transformar a própria consciência humana.

Ao aplicar a perspectiva do MHD, a escola deixa de ser vista como um espaço neutro e se revela como um campo de contradições. De um lado, o discurso meritocrático, que parte da valorização do esforço individual e do talento de cada estudante como determinantes para o sucesso. De outro, esse discurso mascara e colabora para desigualdades socioeconômicas, culturais e raciais que estruturam a sociedade e condicionam as trajetórias dos estudantes. Além disso, essa dinâmica tende a se manter diante de lacunas na formação docente, que muitas vezes não contempla uma abordagem crítica sobre as desigualdades educacionais e sobre o papel que a escola pode desempenhar na reprodução ou superação dessas estruturas.

Os ideais que permeavam (e ainda permeiam) a educação brasileira negam a possibilidade de estimular a ponderação crítica dos estudantes sobre o modelo de opressão e subalternização edificado na contemporaneidade, em que uma elite financeira comanda os rumos da nação, ditando políticas que beneficiam aos seus interesses privados em contrapartida dos anseios sociais de grande parte da população. (Rotondano, 2020, p. 4)

Assim, Rotondano (2020) complementa a compreensão de que a escola brasileira, frequentemente submetida a pressões, prioriza a formação de mão de obra em detrimento do desenvolvimento humano. Essa subordinação se manifesta em práticas pedagógicas que

reproduzem as estruturas econômicas e culturais vigentes, impactando diretamente a atuação docente e o processo de ensino e aprendizagem.

No confronto destas realidades é que se busca analisar as interações entre os indivíduos e as condições materiais e socioculturais que permeiam o processo educativo, permitindo entender como o ensino e a aprendizagem acontecem de fato. Ao integrar esses conceitos, torna-se possível analisar as desigualdades presentes na escola, ao mesmo tempo em que se permite vislumbrar formas de superá-las. Parte-se, portanto, do entendimento de que a educação se torna um agente consciente e intencional na formação do estudante, reconhecendo-o como um ser histórico e cultural em constante desenvolvimento, capaz de intervir em seu próprio processo formativo e superar os desafios de sua realidade.

3.2 A PERSPECTIVA VIGOTSKIANA DO ENSINO

Em sua busca por compreender o desenvolvimento humano, Vigotski propôs uma abordagem que rompe com as concepções predominantes de sua época. Para o autor, a consciência é um produto das interações sociais mediadas por instrumentos e signos culturais. Prestes, Tunes e Silva (2024) destacam que essa mudança de perspectiva constitui uma revolução conceitual, dando origem à THC.

L. S. Vigotski revolucionou com seus estudos a concepção do desenvolvimento humano, libertando-o do biologismo, do naturalismo e do inatismo. Enquanto as teorias predominantes, à época e presentes até hoje no campo da educação, defendem que o ser humano já nasce com todas as suas características e capacidades determinadas, Vigotski, com base em estudos teóricos e experimentais, afirmava que as funções psíquicas superiores (pensamento conceitual, raciocínio lógico, atenção voluntária, fala, entre outras) são de origem social, ou seja, são fenômenos com os quais não nascemos, que emergem no processo do desenvolvimento. (Prestes; Tunes; Silva, 2024, p. 168)

Para explicar como esse processo social ocorre, Vigotski (2009) apresenta o conceito de mediação, segundo o qual a relação dos sujeitos com o mundo é mediada por elementos culturais divididos em dois tipos: instrumentos e signos. Entre esses mediadores, a linguagem se destaca como o sistema simbólico que rege a comunicação, a generalização e a tomada de consciência. Ao oferecer aos estudantes o acesso a esses mediadores culturais, a escola possibilita a apropriação do conhecimento acumulado pela humanidade, ampliando as formas de compreensão do mundo, da história e da cultura.

Por meio do domínio e uso da linguagem, o estudante se torna consciente de sua atividade, avançando de maneira autônoma e iniciando seu caminho de transformação e

desenvolvimento pessoal. Vigotski (2009, p.11) compreendeu que todos os processos ou funções mentais superiores são mediados psicologicamente e construiu a sua interpretação de que, sem estes sistemas de signos, linguagem verbal ou outros símbolos, a comunicação entre os indivíduos seria básica e restrita. Conforme o autor, “a comunicação, estabelecida com base em compreensão racional e na intenção de transmitir ideias e vivências, exige necessariamente um sistema de meios...”, isto é, a falta de um sistema de signos limita o compartilhamento de significados mais abstratos.

Desta forma, a comunicação humana, segundo Vigotski (2009, p.12), está diretamente ligada aos signos. Nas palavras do autor: “verificou-se que a comunicação sem signos é tão impossível quanto sem significado”. A interação externa entre os sujeitos, mediada por essas ferramentas psicológicas, desencadeia o processo de internalização, que envolve a transformação dos signos externos em atributos mentais internos. Esse processo é um mecanismo pelo qual se desenvolvem a linguagem e o pensamento, apontando a mediação cultural na formação das funções psíquicas superiores.

Segundo Vigotski (2009, p. 485), esses dois elementos, pensamento e linguagem, são “a chave para a compreensão da natureza da consciência humana”. O autor argumenta que o desenvolvimento da linguagem e do pensamento não se constitui como algo simples, mas requer o amadurecimento de várias funções mentais, que nos permite pensar, aprender, comunicar e interagir com o mundo.

Esse processo de desenvolvimento dos conceitos e significados das palavras requer o desenvolvimento de toda uma série de funções como a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação, e todos esses processos psicológicos sumamente complexos não podem ser simplesmente memorizados, simplesmente assimilados. (Vigotski, 2009, p. 246)

Sob essa perspectiva, a simples assimilação não é suficiente para o desenvolvimento, pois vai além da simples disponibilização de instrumentos e situações de aprendizagem e requer uma interação ativa entre professor, estudantes, seus colegas e os instrumentos culturais. Na essência do desenvolvimento das funções psicológicas superiores está a interação social, mediada por instrumentos e signos, que impulsionam esse processo.

O entendimento que se constrói é que a linguagem é compreendida como um sistema de signos, resultante das relações estabelecidas no âmbito social. Como explica Vigotski (2003, p. 38), ao afirmar que a linguagem permite às crianças o planejamento de ações, o controle do comportamento e a superação de impulsos imediatos. Assim, a linguagem se estabelece na interação entre os sujeitos, adquirindo significado e evoluindo constantemente.

Este princípio da interação mediada é uma contribuição da THC, em que se entende a aprendizagem como o meio pelo qual o desenvolvimento se impulsiona e se realiza. O que Vigotski (2009) sugere é que a atuação do professor no desenvolvimento da mente ocorre por meio das interações sociais, isto é, com adultos, pares mais experientes e outros contextos culturais permitindo que o estudante internalize signos, significados e conhecimentos compartilhados. Por meio da interação e colaboração na atividade coletiva, esses estímulos externos são internalizados e transformados em capacidades cognitivas internas, manifestando-se na atividade individual. Esse processo culminaria então na formação de funções psicológicas superiores, como o pensamento.

A escola, como espaço privilegiado para a interação, potencializa o desenvolvimento ao promover relações que envolvem mediação intencional, troca de sentidos e influência mútua entre os sujeitos e os objetos de aprendizagem. A centralidade do professor nesse processo é, portanto, uma consequência direta desse princípio, uma vez que o desenvolvimento humano depende, em especial, da interação com figuras de referência. Logo, é essa interação que organiza o processo educativo e impulsiona a construção do conhecimento.

As contribuições de Vigotski são especialmente relevantes quando consideramos que, historicamente, o ensino de Matemática no Brasil tem se concentrado em práticas empíricas, com menor ênfase no desenvolvimento conceitual do estudante. Segundo Feitosa, Moraes e Junior (2022), Vigotski buscou desenvolver uma psicologia que analisasse o indivíduo de forma integral, considerando a relação dialética entre aspectos internos e externos e reconhecendo o vínculo do sujeito com a sociedade à qual pertence.

Essas possibilidades se traduzem nas elaborações de potencial humano, reveladas pela Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI)³, que se configura como uma importante ferramenta para a avaliação qualitativa do desenvolvimento. Em sua obra, Vigotski destaca que

Essa discrepância entre a idade mental real ou nível de desenvolvimento atual, que é definida com o auxílio dos problemas resolvidos com autonomia, e o nível que ela atinge ao resolver problemas sem autonomia, em colaboração com outra pessoa, determina a zona de desenvolvimento imediato da criança. (Vigotski, 2009, p. 326)

Vigotski (2009, p.138) observa que a ZDI tem, para a dinâmica do desenvolvimento intelectual e do aproveitamento, mais importância que o nível atual do desenvolvimento das crianças. Essa concepção amplia o entendimento sobre os processos avaliativos ao sugerir que

³ Opta-se nesta pesquisa pela tradução Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), com base nos estudos de Zoia Prestes, por expressar com maior precisão o sentido dinâmico do conceito original russo. Outras traduções, como "Imediato" ou "Proximal", serão mantidas apenas em citações diretas, a fim de preservar a fidelidade à fonte.

a aprendizagem não se restringe ao que o estudante já domina, mas envolve também aquilo que ele é capaz de realizar com mediação. Consequentemente, a avaliação pode ser compreendida como um instrumento de verificação do conhecimento já adquirido e como um caminho para identificar potencialidades em processo de formação, além de lacunas que possam orientar intervenções do docente, sendo, portanto, o convite para uma análise mais ampla das ações dos estudantes.

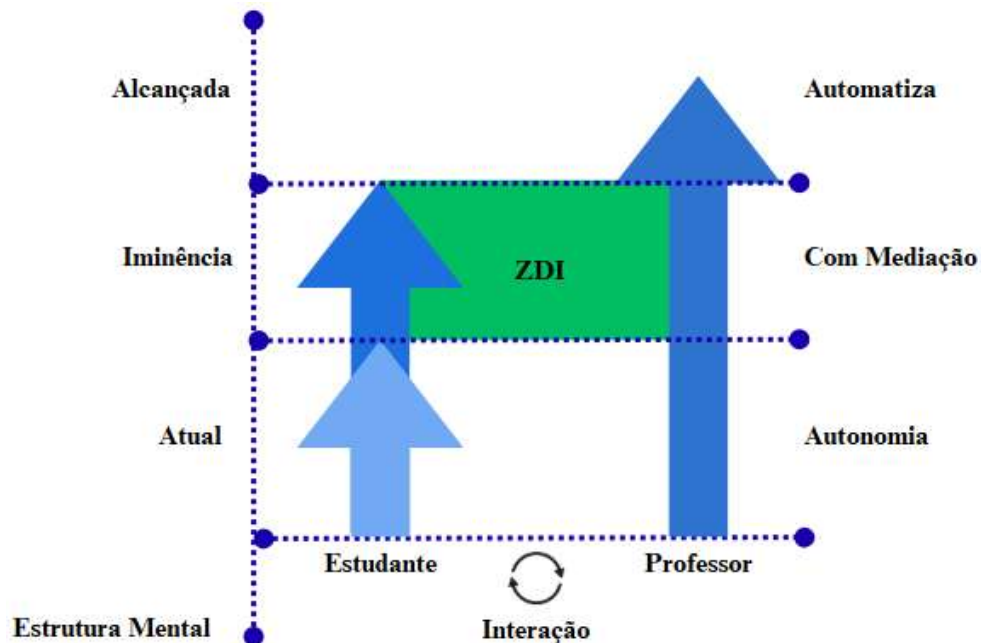
O ensino voltado para o desenvolvimento da psique, ressaltado nesta pesquisa, difere em seus fundamentos das abordagens inspiradas no construtivismo, cujos princípios influenciam políticas públicas e propostas pedagógicas no contexto educacional brasileiro. A diferença reside na compreensão da relação entre aprendizagem e desenvolvimento. Na perspectiva de base piagetiana, criticada por Puentes (2020, p. 236), a aprendizagem é condicionada pelos estágios de maturação, de modo que “a educação e a aprendizagem, vistas assim, vão atrás do desenvolvimento”. De acordo com o autor, essa concepção minimiza o papel da interação social e da ação docente intencional, ou seja, ao desconsiderar a mediação, pressupõe que todos os estudantes estão no mesmo nível, ignorando seus diferentes ritmos de aprendizagem e capacidades individuais.

Nesse contexto, Puentes (2020, p. 235) afirma que “não há lugar para as funções e papéis do professor, pois não é a interação com o outro que se forma a inteligência, mas no processo de interação individual com o mundo das coisas reais”. É justamente por colocar a mediação do professor em um plano secundário que, na prática, essa teoria pode resultar em um ensino que se limite a validar o conhecimento espontâneo, sem o impulso intencional necessário para a formação dos conceitos científicos.

É na atividade do sujeito, tanto do professor quanto do estudante, que ocorre a possibilidade de intervir intencionalmente no desenvolvimento cognitivo. Isso se confirma pelo papel ativo da interação pedagógica, que potencializa a aprendizagem e permite ao estudante avançar na sua ZDI, entendida como um espaço dinâmico de incorporação de novas aprendizagens.

Segundo Vigotski (2009, p. 329), “a possibilidade maior ou menor de que a criança passe do que sabe fazer sozinha para o que sabe fazer em colaboração é o sintoma mais sensível que caracteriza a dinâmica do desenvolvimento e o êxito da criança”. Essa possibilidade é compreendida pelo autor como ZDI, um constructo determinante de sua teoria, que ressalta a importância da interação com o professor ou com colegas mais experientes como condição para que o sujeito avance além do que conseguiria apenas pelo esforço individual.

Figura 1 - Zona de Desenvolvimento Iminente



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

Como observado na figura 1, a mediação na ZDI explicita que, ao se apoiar na orientação de um professor ou de um colega mais experiente, o estudante avança em seu processo de aprendizagem, movendo-se para um novo nível de desempenho. Essa transição de uma aprendizagem guiada para uma execução autônoma exemplifica o processo de internalização, sendo justamente sobre este momento que Vigotski (2009, p. 331) reflete que “o momento central para toda a psicologia da aprendizagem é a possibilidade de que a colaboração se eleve a um grau superior de possibilidades intelectuais, a possibilidade de passar daquilo que a criança consegue fazer para aquilo que ela não consegue por meio da imitação”. Portanto, entende-se que a imitação é um processo consciente de reconstrução da atividade do outro.

De fato, conforme Vigotski (2009, p. 331), “a imitação, se concebida em sentido amplo, é a forma principal em que se realiza a influência da aprendizagem ao desenvolvimento”. Assim, esse processo de internalização por meio da imitação é importante para a formação dos conceitos científicos, visto que, ao se apropriar desses conceitos, o estudante desenvolve formas mais elaboradas de pensamento.

Diferentemente dos conceitos espontâneos, que o sujeito desenvolve em sua experiência cotidiana, os científicos exigem um ensino intencional. Nas palavras de Vigotski (2009, p. 290)

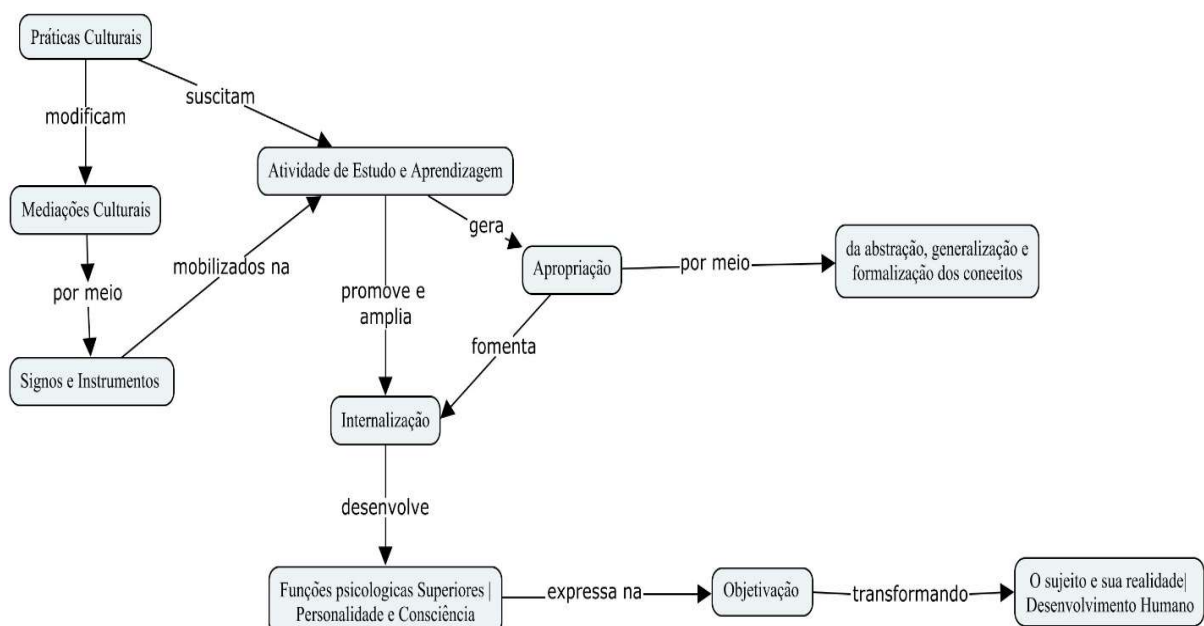
“a tomada de consciência passa pelos portões dos conceitos científicos”, pois eles funcionam como ferramenta intelectuais que estruturam a mente, permitindo a generalização e a abstração.

Entende-se, dessa forma, que o conhecimento espontâneo forma a base sobre a qual o conhecimento científico é estruturado. Em vez de simplesmente substituir o saber cotidiano, o conhecimento científico o amplia e o organiza, levando a um desenvolvimento cognitivo mais avançado. Como afirma Vigotski (2009, p. 265), a formação de um conceito científico " não termina, apenas começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um significado [...]". Com isso, a aprendizagem cria novas conexões entre o que ele já sabe e o conhecimento mais formal e estruturado do qual ele se apropria.

Vigotski (2009, p. 247) afirma que “o desenvolvimento dos conceitos científicos pressupõe um certo nível de elevação dos conceitos espontâneos”, mostrando como os conceitos científicos transformam e ampliam os espontâneos, concretizando essa ZDI “... no momento em que a criança toma conhecimento pela primeira vez do significado de uma nova palavra, o processo de desenvolvimento dos conceitos não termina, mas está apenas começando” (p. 250). Essas novas relações entre aprendizagem e desenvolvimento tornam o ambiente educacional propenso para alcançar os objetivos da escola, como o domínio do conhecimento e a formação humana.

A figura 2 procura descrever como o fluxo das práticas culturais influencia diferentes etapas do desenvolvimento, desde a interação interpessoal (interpessoal) até a internalização do conhecimento (intrapsíquico).

Figura 2 - Mapa conceitual dos processos de desenvolvimento do social ao psicológico



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A natureza dinâmica e interativa do desenvolvimento humano, na perspectiva de Vigotski (2009), articula conceitos científicos e práticas culturais ao desenvolvimento individual. Conforme ilustrado na figura 2, a conexão entre apropriação e objetivação revela que as interações humanas moldam o conhecimento em um movimento permanente de construção, adaptação e troca.

Segundo Leontiev (2021), o conhecimento adquirido por meio das contribuições de autores como Piaget e Vigotski sobre o desenvolvimento infantil, especialmente no que se refere à formação de conceitos e operações mentais, reflete uma combinação entre teoria e sua aplicabilidade no campo educacional.

Nos estágios iniciais, a criança assimila significados concretos, imediatamente referentes ao objeto. Em seguida, ela domina também operações propriamente lógicas, mas também em sua forma exterior, exteriorizada; de fato, do contrário essas operações não poderiam ser comunicadas. Depois de serem interiorizadas, elas formam significados abstratos, conceitos, e em seu movimento constitui uma atividade mental interior, uma atividade no “plano da consciência”. (Leontiev, 2021, p. 162-163)

Portanto, o conceito, inicialmente externo ao estudante, é apropriado por meio da atividade conjunta e mediada com o professor e colegas na dimensão da atividade de estudo. Nesse processo, o conceito é internalizado e incorporado às estruturas cognitivas do estudante, tornando-se parte do seu repertório de conhecimento. Quando o conceito abstrato se torna concreto no pensamento, ele se transforma em uma ferramenta mental, manifestando-se em uma imagem que pode ser dominada e utilizada em diferentes contextos. Essa imagem mental não é uma cópia do conceito, caracteriza-se como uma representação que o torna acessível e adaptável às necessidades do estudante, superando a distância inicial entre o sujeito e o conceito abstrato.

Logo, para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores é essencial a internalização, que enriquece a atividade humana em aspectos como ações, comportamentos e consciência. Essa etapa permite que o estudante amplie suas capacidades e as reflita em sua realidade, contribuindo para o desenvolvimento do indivíduo.

Na escola, quando a aprendizagem deixa de ser a atividade principal, o desenvolvimento da consciência e raciocínio teóricos das crianças em idade escolar ocorre no processo da performance da aprendizagem, que está intimamente conectada ao trabalho produtivo e outros tipos de atividades socialmente úteis. (Davydov, 1988, p. 85)

Entretanto, quando a escola se limita à memorização superficial de conteúdos simplificados, o conhecimento se reduz a um mero acúmulo de informações, resultando em ações superficiais e ignorando a profundidade do aprendizado. Essa abordagem pedagógica

limitada desconsidera a função do ato educativo, que vai além das interações sociais e exige a internalização significativa do conhecimento.

A internalização de conceitos é um processo que exige tempo e dedicação, contrapondo-se às abordagens de ensino superficiais, muitas vezes reduzidas a "macetes", que sugerem uma apropriação imediata do conceito. A compreensão evolui conforme o desenvolvimento do estudante, de modo que o que é desafiador hoje pode tornar-se mais acessível no futuro.

Como afirma Sousa (2024, p. 45), “as aulas ministradas nos diversos níveis de ensino devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se através do conhecimento”. Dessa forma, compreende-se que a escola tem o papel de orientar suas práticas para promover a apropriação do conhecimento científico por meio da atividade coletiva, atendendo às necessidades de desenvolvimento cognitivo e humano dos estudantes.

Essa análise direciona para uma contribuição importante da THC e que se traduz ao se perceber a tensão presente na educação brasileira em relação à clareza do verdadeiro papel do professor. Embora a concepção de um estudante ativo seja reconhecida, ainda persiste uma dúvida na definição da função do docente, pois é necessário superar o modelo tradicional que se enfatiza uma aprendizagem procedimental em detrimento da conceitual e que se limita ao repasse de informações e à ideia de desenvolvimento inato do estudante.

Mas se os pré-conceitos só surgem na idade escolar, seria um milagre se a criança pudesse tomar consciência deles e apreendê-los, pois isto significaria que a consciência pode não só conscientizar e aprender com suas funções como também pode criá-las a partir do nada, recriá-las muito antes que elas se desenvolvam (Vigotski, 2009, p. 287)

Este movimento inicial na formação de uma nova estrutura cognitiva precisa estar claro para o professor, visto que a compreensão das relações entre os conceitos, da sua gênese e de seus significados resulta na orientação e instrumentalização do estudante. Isto é, o ensino sistematizado e intencional se faz decisivo para a construção de significado ao que se aprende e, com isso, para que os novos conceitos sejam integrados ao desenvolvimento intelectual dos estudantes

Nesse processo manifesta -se em primeiro lugar o papel decisivo do ensino. Os conceitos científicos – com sua relação inteiramente distinta com o objeto – mediados por outros conceitos – com seu sistema hierárquico interior de inter-relações –, são o campo em que a tomada de consciência dos conceitos, ou melhor, a sua generalização e a sua apreensão parecem surgir antes de qualquer coisa. (Vigotski, 2009, p. 290)

Nesse contexto, a mediação do ensino, efetivada por meio da interação com o professor, permite ao estudante internalizar conceitos, estabelecer conexões entre eles e, assim, desenvolver uma compreensão mais objetiva da realidade. Neste sentido, a aprendizagem

escolar envolve a mobilização de nexos conceituais, definidos por Sousa (2018, p.50) como “os elos que fundamentam os conceitos”. Por sua vez, ao mobilizar esses elos conceituais, é que o estudante se torna capaz de gradualmente generalizar o que aprende, aplicar esse conhecimento em diferentes contextos e, por fim, alcançar a tomada de consciência.

Portanto, a concepção de docência defendida nesta pesquisa compreende o professor como um organizador intencional da atividade, cuja função é guiar o estudante para além de suas capacidades atuais. Essa visão é sintetizada por Vigotski (2009, p. 331) ao afirmar que “na escola a criança não aprende o que sabe fazer sozinha, mas o que ainda não sabe e lhe vem a ser acessível em colaboração com o professor e sob sua orientação”. Assim, conforme o autor, ao mediar a aprendizagem, o docente possibilita avanços além do nível atual do estudante, fazendo do ensino parte do próprio desenvolvimento.

Logo, ao atuar dessa forma, o professor gera um conflito produtivo no estudante, uma tensão necessária entre os conceitos espontâneos que ele já domina e os conceitos científicos que representam o novo desafio. Longe de serem negativos, esses conflitos são os que impulsionam o desenvolvimento mental. É por isso que, para Vigotski (2009, p. 334), “a aprendizagem só é boa quando está à frente do desenvolvimento”, pois é ela que cria essa zona de tensão e a empurra para um novo patamar. Dessa maneira, o desenvolvimento de capacidades cognitivas avançadas ocorre em um movimento ativo de construção de conceitos, orientado pela mediação pedagógica.

3.3 A DINÂMICA ENTRE A ATIVIDADE DO ESTUDANTE E DO PROFESSOR

As contribuições de Vigotski (2009) permitem interpretar o papel decisivo do professor na formação das funções psicológicas superiores, destacando a importância de uma organização do ensino intencionalmente orientada. Nesse contexto, ressalta-se a necessidade do professor compreender o estudante em sua totalidade e estabelecer interações mediadas que viabilizem a apropriação de novas formas de ação e pensamento.

Com base na observação de Moura (2017, p.78), tem-se que, ao analisar o papel do signo, Vigotski forneceu os elementos fundamentais para definir a natureza da atividade pedagógica e a concretização de seu objeto. Precisamente, é por meio da mediação dos signos que a interação pedagógica se efetiva, funcionando como o elo que possibilita a internalização e a objetivação dos conceitos.

Sob este entendimento, Leontiev (2021) argumenta que a atividade é uma “unidade de vida”, ou seja, um sistema de relação entre o ser humano e o mundo, no qual a consciência se

constitui. Essa relação, por sua vez, é mediada pela capacidade do cérebro de construir uma imagem subjetiva da realidade, que passa a orientar a ação do sujeito para satisfazer suas necessidades no ambiente.

A partir dos desdobramentos iniciados por Vigotski e estruturados por Leontiev, o surgimento da Teoria da Atividade dialoga com a Teoria Histórico-Cultural e a complementa ao aprofundar a atividade humana como unidade para a explicação do desenvolvimento psíquico. Esse movimento teórico implica a diferenciação entre atividade e ação, bem como entre atividade humana e atividade animal, articulando o vínculo entre o sujeito e as condições materiais de sua existência.

Conforme Davydov (1988), a atividade do sujeito está sempre associada a certa necessidade, o que significa que a ação humana não acontece de forma esporádica, mas é impulsionada por algo que o sujeito precisa ou busca. Ainda, Leontiev (2021, p.68) menciona que “não chamamos todos os processos de atividade”, e, por isso, compreende a atividade como aqueles “processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), sempre coincidente com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, ou seja, o motivo”. Dessa forma, o ser humano age a partir de necessidades que geram motivos e direcionam suas ações para objetivos específicos, organizando sua atividade em um sistema articulado entre ações e operações, conforme as condições concretas e os meios disponíveis no contexto.

Aprofundando essa discussão, Leontiev (2021) propõe que a estrutura da atividade humana se divide em duas funções interdependentes, a de excitação, impulsionada pela necessidade e materializada pelo motivo que leva o sujeito a iniciar a ação, e a função de orientação, que abrange o objetivo, as ações e as operações, relacionando-se com a maneira como o sujeito organiza e direciona a realização da atividade. Ou seja, a necessidade é o que desperta a vontade de agir, e essa vontade, quando direcionada a um objeto, se concretiza no motivo.

Leontiev (2021) ao diferenciar as funções, reflete sobre um aspecto importante: o motivo é o impulso inicial, e o objetivo é o que se quer alcançar por meio das ações. Os passos concretos realizados nesse percurso são as ações que mediam e articulam o caminho entre o motivo e o objetivo. Conforme destaca Leontiev (2021, p.124), “as ações que realizam a atividade são despertadas pelo motivo, mas são orientadas a um objetivo”, demonstrando a unidade inseparável entre o que impulsiona e o que direciona a práxis. Essa articulação entre excitação e orientação complementa a dinâmica apresentada anteriormente, revelando como

necessidade, motivo, objetivo, ações e operações constituem um sistema integrado que sustenta a atividade humana.

Adicionalmente, o autor contribui para o entendimento da complexidade da estrutura da atividade, a qual não é linear, e sim uma rede ramificada, com múltiplas interconexões e hierarquias. Leontiev (2021, p. 125) afirma que “uma mesma ação pode realizar diferentes atividades, pode passar de uma atividade para outra”, o que permite entender que uma única necessidade pode gerar diversos motivos, cada um direcionando a um ou mais objetivos. E, para cada objetivo, pode ser necessária uma sequência de ações e operações, formando assim uma hierarquia natural. Nesse contexto, a busca pela realização de cada objetivo pode envolver etapas intermediárias, cujo alcance contribui para a consecução do objetivo final.

Além disso, Leontiev (2021, p. 105) menciona que “uma característica básica ou, como se diz às vezes, constitutiva, é seu caráter *objetal*”. Em outras palavras, a atividade sempre se dirige a um objeto, que pode ser físico ou abstrato e que possui significado para o sujeito, podendo ser transformado por meio da atividade.

Algumas distinções são importantes para definições posteriores. Nesse cenário, diz-se que as ações são orientadas para os objetivos, sendo concretizadas por meio de operações. As operações são ações que saem do campo da consciência, sendo executadas de forma automática pelo sujeito. Ainda, por objeto entende-se algo externo ao sujeito, que não faz parte do sujeito, e que atua como mediador entre o sujeito e a satisfação de suas necessidades e objetivos. Considerando-o como um elemento externo, torna-se possível a interação e a transformação, mostrando que a atividade não é apenas uma ação interna do sujeito, e sim uma interação dinâmica entre o sujeito e o objeto.

Nesse sentido, a atividade humana emerge como a articulação que impulsiona o desenvolvimento. A THC concebe o desenvolvimento das funções psicológicas superiores e, conseqüentemente, a formação de conceitos como resultados dessas interações. Por sua vez, a Teoria da Atividade, segundo Leontiev (2021), aprofunda essa perspectiva ao focar na relação do sujeito com o objeto no contexto da práxis, mostrando como as ações realizadas com o mundo externo são internalizadas, transformadas em processos psicológicos e, assim, constituem a base da consciência.

Leontiev (2021, p. 110) enfatiza que “as necessidades dirigem a atividade, mas elas são capazes de cumprir essa função apenas sob condições de serem *objetais*”. Isto é, a mera existência de uma necessidade, em sua forma abstrata, é insuficiente para motivar o sujeito e conduzir seus esforços para a realização de um objetivo específico. Somente quando a necessidade se concretiza em um objeto, ela adquire a capacidade de direcionar a atividade.

Neste aspecto, a compreensão da necessidade como um fenômeno objetual permite articular a relação entre a produção cultural e a formação das necessidades humanas. Assim, a necessidade não é um dado a priori, mas um produto da interação entre o sujeito e o mundo, mediada pela criação de objetos no âmbito da cultura. São esses objetos que a concretizam e a tornam capaz de direcionar a atividade humana. Desse modo, a própria criação de objetos, moldada pelas condições sociais e materiais, estrutura e redefine, simultaneamente, as necessidades que esses objetos buscam atender.

Esta conclusão é importante e aproxima-nos da compreensão do processo formativo do sujeito. De acordo com Davydov (1988, p. 130) tem-se que os conceitos que se desenvolvem historicamente na sociedade se materializam de forma objetiva nas atividades humanas e em seus resultados, os quais são expressos nos objetos produzidos racionalmente. Isso significa apresentar o conhecimento científico não apenas como algo imposto, caracterizando-o como um saber que pode atender às necessidades e interesses dos estudantes, contribuindo para sua participação na sociedade.

Portanto, o entendimento que se busca é o de que o educador deve compreender a dinâmica da produção social das necessidades, a fim de ampliar o círculo de necessidades dos estudantes, despertando o desejo por novos conhecimentos e conceitos. Assim, espera-se que, por meio do processo educativo, a necessidade objetiva de aprender se manifeste de forma particular em cada sujeito, configurando-se pela historicidade e pela cultura. Ao reconhecer essa necessidade, o estudante torna-se autônomo no seu próprio processo de aprendizagem.

Moura (2017, p. 79) define que "a atividade, como processo psicológico que move o sujeito rumo à objetivação de sua atividade, mobiliza-o para a organização de ações e modos de realizá-la". Isso se aplica diretamente ao contexto educacional, influenciando a atuação do professor e sua visão sobre ensino e aprendizagem. Ao planejar e executar suas aulas, o professor engaja-se em uma atividade intencional, direcionada não apenas a atender, mas a provocar e criar as condições para que os estudantes se apropriem de novas necessidades, especialmente a de aprender conceitos científicos.

Para isso, ele organiza o trabalho pedagógico, definindo métodos e selecionando recursos didáticos que favoreçam essa apropriação e o desenvolvimento do pensamento teórico. Por sua vez, o estudante, ao participar, estrutura suas próprias ações com o objetivo de assimilar e produzir elaborações conceituais que o conduzam à compreensão do conceito, objetivando-o em sua realidade e no contexto de sua atividade.

A intencionalidade do professor para realizar o ensino é o seu ponto de partida como trabalhador que estabelece seu plano de ação mediante ao conhecimento

sobre o objeto idealizado: tem os pressupostos teóricos, define ações sustentadas por seus pressupostos, elege instrumentos mediadores dessas ações e ao agir, em processo de análise e síntese, objetiva a sua atividade (Moura, 2017, p. 84)

Como reforça Moura (2017) a prática docente intencional se inicia com a percepção clara do conteúdo a ser ensinado. Nesse sentido, o professor pode fundamentar suas ações em teorias que orientam sua prática, por meio de um processo contínuo de análise e síntese para aprimorar o ensino. Com isso, entende-se que o foco reside em provocar a necessidade subjetiva, a vontade interna de superar o pensamento empírico e de compreender a essência dos fenômenos, que se manifesta na busca por soluções aos problemas inerentes ao ensino.

Com essa necessidade desenvolvida, os estudantes tornam-se capazes de mobilizar o conhecimento teórico para lidar com a complexidade da realidade, transformando sua compreensão sobre si mesmos e sobre o mundo. É nesse contexto que, segundo Moura (2017, p. 85), “formam-se personalidades: estudantes e professores de qualidade nova”, uma vez que as funções psicológicas se desenvolvem, proporcionando uma transformação qualitativa nas atividades realizadas e na constituição dos sujeitos.

Portanto, ao superar uma necessidade, o estudante tende a buscar outras. Nesse processo, cabe ao professor criar os motivos para a atividade de estudo, gerando situações que demandem novas ações e a apropriação de operações fundamentais para a resolução dos problemas propostos. Essa organização pedagógica estimula o desenvolvimento contínuo das necessidades dos estudantes, de modo que a regularidade das ações na escola é um fator essencial para que o estudante se aproprie dos objetos de aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento contínuo de suas estruturas mentais. Assim, o professor deve reconhecer que a aprendizagem requer esse movimento constante de regularidade e dinamismo.

Esse processo está em consonância com a proposição de Vigotski sobre a ZDI, na qual as ações, ao serem praticadas, se automatizam e se transformam em operações, enquanto as atividades se convertem em outras atividades, em um movimento dialético. A escola, como espaço de construção coletiva de significados, não deve focar apenas na satisfação de necessidades individuais. A compreensão vai além, pois envolve a participação em contextos colaborativos, onde estudantes e professores negociam sentidos pessoais e significados em suas atividades.

Desta forma, a escola contribui para a formação tanto da identidade pessoal quanto da coletiva, reconhecendo que suas motivações são influenciadas pela cultura. Nessa dinâmica, o professor tem como motivo o desenvolvimento integral do estudante, buscando, por meio da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), gerar as necessidades que impulsionarão a

apropriação do conhecimento científico. Enquanto isso, o estudante, impulsionado pela necessidade de compreender e transformar a realidade, engaja-se em um processo de apropriação dos conceitos científicos, que lhe permite desenvolver capacidades de pensamento e de ação. Desse modo, tem-se que as ações do professor organizam o ensino de forma sistemática e intencional, enquanto as ações do estudante são voltadas para a efetivação dessa apropriação e a internalização do conhecimento, resultando na sua própria formação.

Essa interação entre professor e estudante está ligada à constituição da consciência, que, segundo Leontiev (2021) não é apenas um reflexo do que está fora, mas um processo ativo de construção que acontece pela interação entre o biológico, o social e o simbólico (como a comunicação e a linguagem), e envolve entender as relações causais e os motivos que levam às ações humanas, em constante troca entre o indivíduo e o mundo.

O reflexo psíquico surge como resultado da divisão dos processos da vida do sujeito em processos que realizam suas relações bióticas diretas e processos de ‘sinalização’, que medeiam. [...] Essas formas, ao se fixarem na língua, adquirem uma existência quase independente como fenômenos objetivos e ideias, sendo reproduzidas e enriquecidas por meio de contribuições individuais. (Leontiev, 2021, p. 124)

Como Leontiev (2021) sugere, o desenvolvimento da consciência humana é um processo dialético, onde o sujeito, ao interagir com o mundo, transforma ao mundo e a si mesmo, por meio da apropriação dos significados legitimados pela cultura. Desta forma, a escola se configura como um ambiente de construção coletiva de significados, onde as relações de ensino e aprendizagem são mediadas pela interação, pelo diálogo e pelo compartilhamento de experiências. Nesse contexto, o conhecimento científico não apenas enriquece a compreensão de mundo, mas, ao se vincular a esse processo dialético, promove uma transformação qualitativa da consciência e das possibilidades de desenvolvimento humano.

3.4 PENSAMENTO TEÓRICO, AFETIVIDADE E A VISÃO DE TOTALIDADE

Considerando as contribuições teóricas de Vigotski (2009), Leontiev (2021) e Davydov (1988), nota-se que suas teorias se complementam, cada uma explorando diferentes aspectos do desenvolvimento humano. Em Davydov (1988) temos o princípio do ensino que desenvolve o processo de formação do estudante e que deve ser orientado por práticas pedagógicas capazes de promover o desenvolvimento psíquico em todo o seu potencial, isso é, a educação escolar deve fomentar o pensamento teórico.

Assim, Davydov (1988) propõe uma abordagem educacional que se distingue por promover o desenvolvimento mental dos estudantes e, conseqüentemente, a transformação de

seus modos de agir e pensar, como resultado de uma atividade de estudo orientada ao desenvolvimento do pensamento teórico. O autor defende, ainda, que apenas uma abordagem que reconheça o papel desenvolvimental do ensino pode atender às demandas de uma educação que realmente contribua para o progresso humano. Tal posicionamento reflete uma visão pedagógica que considera o processo educacional essencial para a formação da personalidade, buscando desenvolver práticas educativas que promovam a superação do pensamento empírico e a constituição de novas capacidades teóricas.

Nesse sentido que o autor observa que:

No nosso ponto de vista, a única teoria compatível com as tarefas das reformas escolares é a que leva em conta o papel desenvolvimental do ensino e da educação no processo de formação da personalidade da criança e que está orientada para a busca dos (meios) psicopedagógicos que ajudarão a exercer uma influência substantiva tanto no desenvolvimento mental geral das crianças quanto no desenvolvimento de suas capacidades especiais. (Davydov, 1988, p. 11)

Sabe-se que o ato de aprender se inicia na vida cotidiana com a formação de conceitos espontâneos baseados em nossa experiência e na interação com o mundo. Esses conceitos, embora importantes, são geralmente influenciados pelo contexto social. Por isso, cabe à escola a tarefa de sistematizar o conhecimento e promover a transição para um nível mais elevado de conceito, no caso, o científico, que é fruto das investigações e sistematizações realizadas pela atividade humana, permitindo ampliar nossa visão de mundo.

Para Davydov (1988, p. 128), o conceito pode ser entendido como uma atividade mental que permite reproduzir um objeto idealizado e seu sistema de relações, refletindo a universalidade e a essência do objeto material. Além disso, ele funciona tanto como um reflexo do objeto quanto como uma ferramenta para sua reprodução e estruturação na mente, caracterizando-se como uma ação mental específica.

A Teoria Desenvolvimental preconiza, sob essa perspectiva, o desenvolvimento do pensamento teórico e a construção de conceitos científico-teóricos como base para uma conduta consciente e intencional. Esse modelo de escola, no entanto, busca a regulação emocional e o autodomínio, orientados por finalidades humanizadoras, como resultado da formação do pensamento teórico.

À primeira vista, a formação de conceitos pode parecer similar entre a teoria desenvolvimental e abordagens conteudistas, mas essa semelhança é superficial. Isso porque a metodologia desenvolvimental, diferentemente das abordagens conteudistas, enfatiza a formação de conceitos científicos por meio da análise crítica, da resolução de problemas e da construção de novas ideias, sempre com a interação e mediação do professor.

Além disso, a formação de conceitos nessa perspectiva não pode ser dissociada da dinâmica afetivo-cognitiva, compreendida como uma relação interdependente e parte de um sistema complexo. Nesse contexto, as emoções não são apenas consequências da atividade, mas também exercem um papel regulador, influenciando o desenvolvimento do pensamento. Como destaca Leontiev (2021, p.215) “as emoções não se subordinam à atividade, mas são resultado dela e são o ‘mecanismo’ de seu movimento”. Assim, a motivação para aprendizagem surge das necessidades do estudante, enquanto emoções como satisfação, frustração, curiosidade e ansiedade refletem e impulsionam o processo de aprendizagem, influenciando diretamente o engajamento e a superação de desafios.

O componente afetivo, por sua vez, contribui para a aprendizagem, influenciando a atenção, a memória, os motivos e o processamento da informação. Um estudante que avança e se transforma por meio da aprendizagem desenvolve seus sentimentos e percepções, sentindo-se engajado a gerar novas necessidades de aprendizagem. Por outro lado, a dificuldade em aprender pode gerar frustração e sofrimento. Nas palavras de Leontiev (2021, p. 214-215), “daí, a obtenção da satisfação e libertação dos sofrimentos constituem motivos autênticos que movem o ser humano”. Isso significa que o caráter afetivo não é o motor principal da aprendizagem, e sim um componente importante do processo, pois contribui para a satisfação de necessidades e para a construção de novas aprendizagens.

Compreende-se, desse modo, que os aspectos afetivo-cognitivos são fundamentais dentro dessa perspectiva teórica e não são negligenciados. Nesse contexto, segundo Leontiev (2021, p.216) é importante que o professor reconheça que “[...] as emoções são relevantes para a atividade, e não para as ações ou operações que a realizam”. A satisfação de uma necessidade, seja de conhecimento, reconhecimento ou pertencimento, está diretamente ligada à emoção. Aprender um conceito para satisfazer uma necessidade leva, conseqüentemente, à sensação de felicidade.

A análise sugere que, ao propor o pensamento teórico por meio da formação de conceitos, o ambiente escolar deve ser organizado de modo a gerar os motivos para a atividade de estudo, auxiliando o estudante a lidar com os desafios e a transformar a frustração em um motor para a aprendizagem e desenvolvimento. Quando o estudante compreende o conhecimento não como um produto final, e sim como um meio para entender e superar suas próprias necessidades, a aprendizagem assume o caráter de um processo de autotransformação.

Portanto, ao organizar o ensino por meio do conhecimento teórico, procurando objetivá-lo, o professor realiza sua atividade de ensino, possibilitando que o estudante comece a perceber a realidade como um sistema de relações internas que se articulam entre si. Para Davydov (1988,

p. 127) o "pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas", ou seja, pensar teoricamente é ser capaz de reproduzir mentalmente o caminho que levou à criação daquele conhecimento, dominando o nexos que sustenta as suas aplicações práticas.

Desta forma, a tarefa de estudo promove um movimento que supera a apreensão empírica, direcionando o estudante à formação do pensamento teórico por meio do confronto e da exploração dos nexos conceituais do objeto. Nesse processo, o estudante integra diferentes níveis de abstração, realiza a ascensão do abstrato ao concreto e lança as bases para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Convém destacar que a formação do conceito teórico não se reduz à execução de ações isoladas ou ao cumprimento de uma sequência de tarefas desprovida de um motivo de estudo. Sob a perspectiva de Davydov (1988), a organização do ensino deve pautar-se na visão de totalidade, na qual o conceito emerge do estudo dos nexos conceituais internos que dão sentido ao todo. É por meio desse movimento intencionalmente organizado que o estudante inicia a apreensão do conceito e produz significações, relacionando suas diferentes partes e percebendo suas interdependências.

Considerando a perspectiva teórica adotada nesta pesquisa, o foco não é demonstrar a consolidação do pensamento teórico, mas identificar movimentos iniciais de apreensão do conceito, entendidos como momentos em que os estudantes procuram explicar, relacionar e generalizar os nexos presentes na situação estudada. Esses movimentos correspondem a uma mudança na maneira como os estudantes compreendem o objeto, refletindo a superação do pensamento empírico e o início do processo de formação conceitual característico da atividade de estudo.

4 MOVIMENTOS DO PROFESSOR NA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

Nesta perspectiva teórica, ao pensar a organização do ensino, o professor precisa refletir sobre a natureza do conhecimento que pretende ensinar, buscando compreendê-lo em sua gênese antes de definir escolhas metodológicas. Isso implica questionar sua própria relação com esse conhecimento e reconhecer os sentidos que orientam sua prática pedagógica.

Quando o professor atribui significado ao que ensina, torna-se capaz de antecipar as dificuldades que os estudantes podem enfrentar e conduz o processo de ensino aos aspectos que são realmente importantes. Ao conduzir este argumento, busca-se romper com a concepção de um professor meramente expositor, que não estuda seu objeto de ensino, tampouco reflete criticamente sobre sua própria prática.

Planejar a apresentação de um conceito implica reconhecê-lo como resultado de um processo histórico, marcado por transformações e formas específicas de pensamento. Os conceitos são sínteses produzidas pela consciência humana ao longo de seu desenvolvimento histórico, que se refletem na forma como hoje aparecem nos materiais didáticos. Como destaca Kopnin (1978, p. 186), a relação entre o lógico e o histórico influencia a estrutura da ciência e a própria forma como pensamos.

Esta pesquisa concentra-se no estudo do conceito de função a partir de sua dimensão histórica e lógica, ressaltando a necessidade de o professor compreender seu desenvolvimento para orientar o ensino. Isso implica reconstruir a trajetória que originou o conceito e identificar os nexos conceituais que emergiram das necessidades humanas, constituindo a base do pensamento a ser mediado.

4.1 O DESENVOLVIMENTO LÓGICO - HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Quanto mais alto for o grau de compreensão dos fenômenos naturais e sociais, tanto melhor o homem se poderá defender dos perigos que o rodeiam, tanto maior será o seu domínio sobre a natureza e as suas forças hostis, tanto mais facilmente ele poderá realizar aquele conjunto de actos que concorrem para a sua segurança e para o desenvolvimento da sua personalidade, tanto maior será, enfim, a sua liberdade. (Caraça, p. 64, 1951)

Ao olhar para um conceito, assim como um cientista observa um objeto por meio das lentes de um microscópio, revelam-se aspectos que, à primeira vista, não são evidentes. Essa lente simbólica nos permite acessar dimensões mais profundas e conexões antes não percebidas.

A epígrafe sugere uma primeira interpretação dessa lente: a necessidade humana de criar quadros explicativos que permitam uma determinada organização e interpretação da realidade. Tal construção conceitual reflete o esforço contínuo das gerações em ampliar o domínio sobre os fenômenos naturais e sociais, conferindo ao sujeito maior autonomia e capacidade de ação.

São as necessidades concretas, resultantes da forma como os seres humanos se organizam para produzir sua existência, que fazem emergir os conceitos científicos. No início, demandas práticas como medir terras, prever o tempo e administrar a produção motivaram esse desenvolvimento. Posteriormente, os avanços do comércio e das grandes navegações intensificaram a necessidade de elaboração conceitual, como mostram as palavras de Caraça (1951, p. 65), ao mostrar como a transição de sociedades primitivas para agrárias, e destas para comerciais, cria condições favoráveis à superação de tensões e ao progresso da ciência.

Kirk, Raven e Schofield (2010, p. 71) mencionam que “foi na Jónia que se efectuaram os primeiros esforços de carácter completamente racional para descrever a natureza do mundo”. Ainda, com Caraça (1951, p. 67), “o mundo dos filósofos de Mileto era um mundo de permanência, da matéria; ...”. Filósofos como Tales, Anaximandro e Anaxímenes sugeriram uma substância primordial para explicar a origem e a base de toda a realidade, argumentando que tudo no universo derivava dessa substância. Contudo, uma nova contradição emergiu, conduzindo e provocando novas formas de pensamento. Essa percepção de que a explicação da realidade não poderia se restringir a um único elemento material levou Heráclito, Parmênides e Pitágoras a focarem não só em substâncias, mas também em princípios racionais, matemáticos, estruturais ou metafísicos.

Heráclito e Parmênides instauram uma tensão filosófica ao apresentarem concepções opostas sobre a realidade, sendo que Heráclito defende a mudança como essência do real, enquanto Parmênides afirma a imutabilidade do Ser. Ao formularem suas concepções estes não apenas apresentam ideias distintas, mas também realizam um importante movimento de abstração na forma de pensar. Eles deslocam o foco da explicação sensível, baseada na aparência, para uma elaboração conceitual do mundo.

No pensamento de Heráclito, o mundo é compreendido como fluxo contínuo, em que os contrários não se anulam, mas se implicam mutuamente.

O aspecto fundamental que a realidade nos apresenta e aquele, portanto, ao qual se deve prender a razão ao procurar uma explicação racional do mundo, é estarem constantemente as coisas transformando -se umas nas outras. Morte e vida unem-se, formando um processo único de evolução _ o fogo vive a morte do ar e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a terra vive a morte da água. Assim a morte não significa destruição, ruína, mas fonte

de uma nova vida: a todo momento à morte actua e a vida surge. (Caraça, 1951, p. 67)

Essa percepção revela uma abstração importante: a aparente estabilidade é ilusória, pois tudo está em constante transformação. Nada permanece exatamente igual por um instante sequer, daí a metáfora do rio: “tu não podes descer duas vezes ao mesmo rio, porque novas águas correm sempre sobre ti”. Contudo, o que se entende pela análise do pensamento de Heráclito é a de que esta mudança, é, pois, orientada por uma medida interna e uma regularidade que confere sentido ao constante vir-a-ser, permitindo, ainda assim, sustentar que essa mudança é acessível à razão.

Mas todos os pensadores pré-socráticos foram impressionados pelo predomínio da mudança no mundo da nossa experiência. Heráclito, é claro, não constituiu uma exceção: de facto, talvez tenha expresso a universalidade da mudança com mais clareza e mais dramatismo do que os seus predecessores; mas, para ele, o que tinha importância vital era a ideia complementar de medida inerente à mudança, a estabilidade que persiste através dela e a governa. (Kirk; Raven; Schofield, 2010, p. 192)

Heráclito compreende que o mundo é estruturado por tensões, oposições e processos de transformação contínua. No entanto, essa fluidez não implica imprevisibilidade, mas que há uma ordem, designada como *lógos*⁴, que permite que o pensamento acompanhe o movimento do mundo, tornando possível compreender a realidade justamente por meio de suas transformações.

Conforme Kirk, Raven e Schofield (2010, p. 195), o *Logos* “foi, provavelmente, concebido por Heráclito como um verdadeiro constituinte das coisas, e, em muitos aspectos, é coextensivo com o constituinte cósmico primário, o fogo.” Assim, ao ilustrar as contribuições de Heráclito, não se trata apenas de um convite a repensar a realidade, mas do reconhecimento de uma forma de pensamento que marcou a história do conhecimento e que se expressa nos nexos conceituais de fluência, movimento e permanência.

Em Heráclito, encontramos a concepção de uma unidade em tensão, em que os contrários se correlacionam e são mediados por um princípio comum, que garante que a mudança entre os contrários não ocorra de forma aleatória. Segundo Kirk, Raven e Schofield (2010, p. 198), “o *Logos* é, entre outras coisas, o constituinte das coisas que as torna contrárias, e que garante que a mudança entre os contrários seja, a todos os títulos, proporcional e equilibrada”. A mudança, portanto, não é um obstáculo ao conhecimento, mas o que torna o mundo compreensível.

⁴ *Logos* é um termo grego que designa razão, palavra ou princípio racional que organiza e dá sentido ao mundo.

Com isso, Heráclito não apenas oferece uma explicação do real, mas inaugura um modo de pensar que influenciou gerações futuras e forneceu bases para que se formulassem novas questões e novos conceitos. Nesse sentido que sua abstração sobre o devir torna possível refletir sobre a origem do conceito de função, como uma maneira de compreender e expressar matematicamente a regularidade presente nas transformações do mundo.

A tensão entre mudança e permanência, presente na filosofia pré-socrática, figura entre os nexos conceituais que contribuem para a compreensão da formação do conceito de função. Essa oposição manifesta-se na concepção atribuída a Heráclito, que via a realidade como um fluxo constante, cuja ordem é apreendida pelos sentidos, e na negação dessa mudança por Parmênides, que afirmava que o ser é uno e imutável, conhecido apenas pela razão, em oposição ao não-ser.

Como apontam Kirk, Raven e Schofield (2010), o verdadeiro conhecimento, segundo Parmênides, consiste em reconhecer que a realidade autêntica não se transforma: não nasce, não perece, ela simplesmente é. Parmênides aponta dois caminhos para o pensamento: o que existe e não pode deixar de existir, e o que não existe, que não pode ser pensado nem descrito, porque é impossível de conhecer.

Anda daí e eu te direi (e tu trata de levars as minhas palavras contigo, depois de as teres escutado) os únicos caminhos da investigação em que importa pensar. Um, [aquilo] que é e que [lhe] é impossível não ser, é a via da Persuasão (por ser companheira da Verdade); o outro, [aquilo] que não é e que forçoso se torna que não exista, esse te declaro eu que é uma vereda totalmente indiscernível, pois não poderás conhecer o que não é — tal não é possível — nem exprimí-lo por palavras. (Kirk; Raven; Schofield, 2010, p. 255)

O pensamento voltado para a compreensão da mudança está ligado à ideia de que, para a razão apreender um objeto, necessita de estabilidade. Contudo, esse é o desafio epistemológico que reside no fato de que o mundo percebido pelos sentidos está em constante transformação, sem nada que pareça regular ou duradouro. Essa tensão é justamente o que é interpretado e explicado por Gondim e Rodrigues (2011), ao observarem que, “na mudança, ou movimento, não há permanência e o vir-a-ser não pode ser adequadamente compreendido pelos sentidos” (p. 40). Assim, instaura-se um conflito para o conhecimento, pois se a razão exige permanência, mas os sentidos apenas oferecem fluxo, o que está em constante mudança não pode ser tomado como verdadeiro.

Gondim e Rodrigues (2011) acrescentam que o movimento percebido pelos sentidos é considerado mera aparência, sendo apenas um aspecto superficial da realidade na filosofia de Parmênides. Por isso, a verdade, por consequência, deve ser buscada em outro lugar, isto é, no Ser: único, eterno, imutável e alheio ao mundo das transformações. Essa defesa da ideia de que

a mudança e a multiplicidade são ilusões é aprofundada por Zenão de Eleia, discípulo de Parmênides, que desenvolve argumentos baseados na dedução lógica.

Em seus paradoxos, como o de Aquiles e a tartaruga, Zenão de Eleia elaborou construções racionais com o objetivo de demonstrar que a confiança nos sentidos conduz a contradições. Na conhecida corrida entre Aquiles e uma tartaruga, concede-se uma vantagem inicial à tartaruga, mas a experiência mostra que Aquiles, por ser mais rápido, facilmente a ultrapassaria. Contudo, Zenão demonstra logicamente que, para alcançá-la, Aquiles primeiro deve cobrir a distância até o ponto de partida da tartaruga, tempo no qual ela já teria avançado. Esse processo se repete, levando à conclusão de que Aquiles jamais a alcançaria.

Com esse argumento, ao dividir logicamente o percurso em infinitas partes, Zenão mostra que, se o movimento fosse real da forma como o percebemos, isso resultaria em contradições. Assim, em vez de validar o mundo sensível, ele reforça a visão de Parmênides. Em suas argumentações, nesses e em outros paradoxos, sugere que aceitar o mundo como algo em constante vir-a-ser conduz a contradições. Assim, a valorização da dedução racional, em detrimento da experiência, marca um movimento importante na superação do pensamento, consolidando o pensamento abstrato como uma via para se alcançar a verdade.

Sob estas concepções filosóficas de Heráclito e Parmênides, alcançamos a compreensão entre duas formas de conceber a realidade: a imutabilidade e o devir. Embora esses filósofos não tenham se dedicado ao estudo formal do conceito de função, podemos traçar uma analogia interessante com suas ideias. A proposta de Heráclito, com sua ênfase no fluxo constante, ressoa com a noção de função como uma relação de variação entre grandezas, onde a mudança segue uma regra inteligível. Por outro lado, a alegação de Parmênides de que toda multiplicidade é ilusória encontra um contraponto no estudo de funções, ao assumirmos que a compreensão matemática dos fenômenos requer certa estabilidade nas relações, como se a permanência de uma estrutura funcional possibilitasse descrever o mundo.

Adicionalmente, a escola pitagórica afirma que os números e as relações matemáticas são a base de todas as coisas. Para os pitagóricos, o universo é estruturado por proporções harmônicas, que podem ser expressas numericamente, antecipando uma visão racional e ordenada da realidade. Segundo Caraça (1951, p.69), trata-se de uma das mais belas ideias da história da ciência: “a de que a compreensão do universo consiste no estabelecimento de relações entre números, isto é, de leis matemáticas; [...] duma ordenação matemática do cosmos.” Ao associar o ser ao número, a proposta pitagórica inaugura um modo de pensar que influenciaria a filosofia e a ciência, especialmente na busca por descrever as leis do universo por meio de estruturas lógicas e numéricas.

O legado da escola pitagórica consiste, na proposição de que o número constitui a essência da realidade, estabelecendo assim as bases para o desenvolvimento da matemática e do formalismo. Essa concepção não se limitava à quantificação dos fenômenos, mas atribuía aos números uma função simbólica e qualitativa. Os pitagóricos inclinavam-se menos a uma investigação quantitativa sistemática e mais à identificação de relações harmônicas e proporções presentes na música, nos astros e na ordem natural do mundo.

O objectivo da doutrina no seu conjunto é seguramente o de ensinar que o cosmos — e tudo a mais que nele acontece — apresenta uma ordem totalmente inteligível. A função principal da identificação pitagórica das coisas com os números remete, portanto, em dar uma expressão simbólica a essa ordem. (Kirk; Raven; Schofield, 2010,p.349)

Para a escola pitagórica, os números eram considerados a linguagem por meio da qual a realidade se tornava compreensível. Nesse contexto, segundo Aristóteles *apud* Kirk, Raven e Schofield, (2007, p. 243), os pitagóricos afirmavam que todas as coisas se relacionavam ao número e recorriam à *tetractys*, símbolo da perfeição, em seus juramentos mais solenes, atribuindo-lhe a origem e a essência da natureza inesgotável. Tal revelação era atribuída a Pitágoras, a quem chegaram a divinizar. Assim, a doutrina pitagórica conferia ao número um papel mediador entre o mundo sensível e a ordem racional do universo, constituindo-se como ponto de partida para a matemática e para a própria ciência enquanto forma racional de compreender o mundo, isto é, o saber de que a natureza pode ser descrita com base em leis matemáticas, sejam elas qualitativas ou quantitativas.

Isso significa que nenhum fenômeno pode ser plenamente entendido de forma isolada, pois está sempre relacionado a outros elementos do sistema. Para reforçar essa ideia sobre o contínuo devir, Caraça (1951, p. 67) afirma que “nem a própria frase ‘o que é agora’ tem significado real — durante o tempo que ela levou a ser pronunciada ou escrita, o processo de evolução atuou e a Terra transformou-se”. Portanto, a ciência não elimina a complexidade da natureza, marcada por relações de interdependência e por um processo contínuo de transformação. Surge, então, o motivo pelo qual se recorre ao estudo matemático das leis naturais: a necessidade de captar e expressar a lógica que rege essa realidade em constante movimento.

Segundo Caraça (1951, p. 108), a ciência é um instrumento criado pelos seres humanos para investigar e compreender o desconhecido, no qual se constrói explicações parciais da realidade. Isso significa que a ciência não abrange a totalidade do real, mas opera a partir de recortes da realidade, construindo modelos que visam tornar inteligíveis certos aspectos dos fenômenos observados. Assim, Caraça (1951, p.109) afirma que o mundo deve ser

compreendido como um organismo vivo e integrado, no qual todas as partes estão em comunicação contínua e participam mutuamente da existência umas das outras.

O avanço do conhecimento de um fenômeno envolve compreender suas qualidades manifestadas e as relações quantitativas que determinam suas transformações e permanência. Longe de serem apenas duas formas de descrição, a investigação científica se debruça sobre a qualidade e a quantidade dos fenômenos, que se revelam como uma unidade dialética, cuja determinação se concretiza na forma como o pensamento reconstrói o real em sua complexidade e movimento.

Portanto, as qualidades que percebemos nos objetos e fenômenos não são meras características superficiais ou subjetivas, mas são representações de aspectos da constituição destes seres, refletindo a maneira como suas partes estão interconectadas e como elas se relacionam com o todo. Segundo Caraça (1951, p.98), “ao conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres de um agregado chamaremos de qualidades do ser”. Segundo o autor (1951, p. 114), “só em relação ao contexto é que as qualidades têm significado”, sendo, portanto, expressões diretas das interações e relações que constituem a essência do ser.

Por exemplo, no caso de uma função do 1º grau crescente, percebemos que, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $f(x)$ também aumentam. Essa característica de “ser crescente” não é uma propriedade de um ponto isolado da função, mas sim uma qualidade inerente à relação entre todos os seus pares de valores. Dizemos isso porque, ao aumentarmos os valores de x , os valores de $f(x)$ também aumentam. Essa qualidade de “ser crescente” aparece na relação entre os pares de valores da função. Assim como afirma o autor, ela depende do modo como os elementos se relacionam entre si.

Para Caraça (1951, p. 115–116), a quantidade é, antes de tudo, aquilo que pode ser medido. No entanto, ele destaca que essa quantidade está sempre ligada a uma qualidade específica. O autor apresenta a ideia de que a quantidade está presente na qualidade, sugerindo que mudanças numéricas não se resumem a variações de valor, mas, em certos casos, podem provocar transformações qualitativas e assim afirma que

Por toda a parte, em todos os ramos do conhecimento, há esta tendência para o quantitativo, para a medida, de modo tal que pode afirmar-se que o estado propriamente científico de cada ramo só começa quando nele se introduz a medida e o estudo da variação quantitativa como explicação da evolução qualitativa. (Caraça, 1951, p. 125)

Com Caraça (1951, p. 115-116) temos que a busca por um “quadro explicativo” do mundo, fundamentado em leis naturais, é o objetivo da ciência. Para o autor, esse processo

envolve a articulação entre os aspectos qualitativos e quantitativos do conhecimento, ressaltando que compreender uma medida é entender o que se transforma quando uma grandeza varia.

Nas palavras do autor (1951, p.125), “o quadro explicativo que os homens procuravam construir deve assentar sobre as leis naturais, e na sua procura e ordenação deve consistir no objetivo essencial da ciência”. Nesse mesmo movimento racional, Platão e Aristóteles reconheceram a importância da matemática, embora, segundo Rosa (2012, p. 148), não tenham contribuído diretamente para a Matemática, atuando principalmente como incentivadores do seu estudo em suas respectivas escolas e utilizando-a na elaboração de suas visões de mundo.

Além disso, Aristóteles defendia que a observação contínua dos fenômenos naturais deve fundamentar a construção do saber, buscando identificar regularidades na natureza. Conforme destaca Rosa (2012, p. 133), “a repetição das observações dos casos particulares permitiria uma operação do intelecto, a indução, que conduziria – em contraste com a dedução – do particular ao universal”. Isto é, sua teoria do conhecimento adota uma abordagem qualitativa, em contraste com a orientação quantitativa que se consolidaria posteriormente com Galileu, instaurando um novo e decisivo nexos conceitual: o da quantificação sobre o qualitativo.

A conhecida lenda do experimento de Galileu, no qual ele teria lançado duas esferas de massas diferentes do alto de uma torre para observar sua queda, representa mais uma vez um confronto entre formas distintas de compreender o mundo natural. Enquanto Aristóteles sustentava que objetos mais pesados caem mais rapidamente do que os mais leves, Galileu desafiou essa concepção ao adotar a experimentação sistemática e a mensuração como fundamentos para a construção do conhecimento. Ao constatar que as esferas atingiram o solo ao mesmo tempo, ele concluiu que a queda dos corpos não depende de sua massa, mas de fatores como a resistência do ar e a aceleração gravitacional.

Este experimento, representa a mudança imposta por Galileu Galilei que consiste na necessidade de compreender os fenômenos naturais não apenas por meio da observação, mas também pela capacidade de medir e expressar essas observações através de relações numéricas e matemáticas. Diante das relações de dependência e mudança que permeiam a natureza, o intelecto se volta para a investigação de suas transformações, buscando leis quantitativas para descrevê-las.

Como afirma Caraça (1951, p.125), “é natural, portanto, esperar que, de uma coisa tão importante para o entendimento e explicação da realidade como é a lei quantitativa, surja também o conceito matemático próprio para o seu estudo”. É precisamente dessa busca por

entender e formalizar essas relações que emerge os nexos conceituais que relacionam as representações múltiplas: analítica e geométrica.

Ao longo da história, é possível identificar traços iniciais do conceito de função, especialmente no modo como diferentes civilizações buscaram expressar relações entre grandezas. O que se propõe aqui não é atribuir a esses povos antigos a compreensão atual de função, mas, sim, pontuar vestígios desta ideia no movimento do pensamento. A raiz desse pensamento então reside em uma ação primária: o ato de corresponder. É precisamente essa ação que Caraça (1951, p. 7) identifica como “uma das operações mentais mais importantes e que na vida de todos os dias utilizamos constantemente”. Um exemplo é fornecido por Sá, Souza e Silva (2003, p. 3) ao mencionar a prática de associar uma pedra a cada animal para controlar o número de cabeças de um rebanho, uma ação que, embora intuitiva, expressa uma correspondência entre biunívoca, característica para o desenvolvimento dos números e, mais tarde, para a definição de função.

A capacidade de articular relações entre variáveis, essência do conceito de função, pode ser identificada em diversas práticas matemáticas de povos antigos, ainda que de forma intuitiva e sem formalização teórica. Conforme assinala Sá, Souza e Silva (2003, p.3) “os babilônicos construíram tabelas em argila, e para cada valor da primeira coluna existia um número na segunda, que era resultado da multiplicação do número da primeira por uma constante”. O estudo realizado por Sá, Souza e Silva (2003) percorre ainda os conhecimentos de outros povos, como os árabes e os gregos, destacando a escola pitagórica ao relacionar proporções numéricas a fenômenos físicos, como os intervalos musicais, demonstrando uma busca por representar as regularidades do mundo por meio de relações quantitativas.

Entretanto, a relação entre os povos antigos e o conceito de função revela uma evolução do pensamento matemático que, embora ainda distante do que entendemos hoje como o conceito de função, já apresentava o elemento essencial para estabelecer conexões entre grandezas, a noção de correspondência unívoca. A ausência de uma formalização teórica, porém, limita o alcance dessas concepções, tornando evidente que a consolidação do conceito de função exigiria transformações mais profundas no modo de pensar e organizar o conhecimento matemático.

As barreiras para a formalização do conceito de função estão diretamente relacionadas às características fundamentais das tradições matemáticas da Antiguidade. De um lado, a abordagem grega era sobretudo teórica e geométrica, com ênfase na demonstração de propriedades qualitativas.

Como afirma Caraça (1951, p.193), “a matemática grega, no período áureo, é uma matemática essencialmente qualitativa, em que o número cede passo à figura, à forma”, o que dificulta o desenvolvimento de uma concepção numérica e relacional que permitisse a abstração de leis funcionais. De outro lado, entre os mesopotâmios, uma matemática voltada à resolução de problemas práticos do cotidiano, sem compromisso com a elaboração teórica ou a generalização conceitual, nas palavras de Rosa (2012, p. 64), caracteriza esse viés empírico ao afirmar que as tábuas ensinavam o resultado da operação, mas não a raciocinar e a compreender, mostrando que “a Matemática era, fundamentalmente, uma técnica para cálculos, sem qualquer outra preocupação intelectual”. Logo temos que tais culturas não criaram as condições necessárias para o surgimento de um conceito abstrato e geral como é o de função.

Ainda com Youschkevitch (1981, p. 9), temos que o surgimento do conceito de função pode ser indicado em três momentos distintos. Na Antiguidade, o estudo das relações de dependência entre quantidades não havia ainda isolado as noções gerais de variáveis e funções. No entanto, durante a ciência europeia do século XIV, essas noções foram expressas de maneira precisa, tanto geometricamente quanto mecanicamente, embora cada caso específico de dependência fosse definido por descrições verbais ou gráficos, e não por fórmulas. Somente na Idade Moderna, a partir do final do século XVI e especialmente no século XVII, as expressões analíticas de funções começaram a se tornar predominantes, frequentemente expressas por séries infinitas, tornando-se a principal forma de representação.

Contudo, o estudo das práticas antigas revela que, embora a essência da correspondência estivesse presente, não havia as condições necessárias para fazer emergir o conceito de função, visto que ainda não se configurava uma compreensão mais ampla da mudança e da interdependência entre variáveis. Ou seja, as concepções filosóficas que orientavam o pensamento em cada época influenciaram diretamente essa limitação. Assim, é a incorporação da ideia de fluidez e da variação (o devir) o que conduz ao conceito de função.

Essa concepção, que pressupõe a interdependência e a fluidez entre variáveis, começou a se consolidar com o surgimento de uma nova racionalidade durante o Renascimento. Nas palavras de Caraça (1951, p. 124), os cientistas renascentistas “deram rumo novo a barca da ciência, dedicando-se a observação por variações de quantidades, tecendo uma teia de leis quantitativas”. Foi nesse período que a noção de variável passou a ganhar forma, sendo marcado por uma significativa mudança de pensamento: uma oposição à tradição escolástica de análise puramente qualitativa, dando lugar a uma ciência focada na quantificação e na sistematização de cálculos.

O Renascimento, compreendido aproximadamente entre os séculos XIV e XVI, marcou a transição do fim da Idade Média para o início da Idade Moderna. Caracterizou-se por um resgate da cultura clássica greco-romana e da valorização do pensamento humano. A matemática foi influenciada por este movimento, inspirando-se nos gregos como Euclides. A este contexto, soma-se o fato da mudança do pensamento da emergente burguesia e dos novos intelectuais com o afastamento da visão de mundo predominantemente teocêntrica da Idade Média, onde a Igreja Católica ditava o conhecimento.

Enquanto o pensamento religioso medieval se apoiava em dogmas e na fé como fundamentos de verdade, o período renascentista passou a valorizar progressivamente a observação, a experimentação e a busca por comprovação. Nesse contexto, intensificaram-se transformações sociais relacionadas à expansão urbana e comercial, às grandes navegações e aos avanços nos estudos astronômicos, que ampliaram as necessidades práticas da época e impulsionaram a produção de conhecimentos técnicos e científicos.

Nesse contexto, segundo Karlson (1961, p. 376), “o tempo ingressa no reino da pesquisa científica”, a marcação do tempo passa a constituir um elemento que, simultaneamente, é transformar e transformado. Como destaca Hogben (1970, p. 414), “a manufatura dos relógios de corda, a introdução da artilharia na guerra e a confecção de cartas e tábuas astronômicas, para uso dos navegantes, forçaram os matemáticos a considerar o tempo, em novo ambiente social, com novo equipamento técnico.” O tempo adquire um novo sentido; isto é, o homem passa a percebê-lo como algo que flui continuamente, deixando de ser apenas uma medida prática. Mais do que possuir um caráter qualitativo, o tempo torna-se quantificável e é incorporado à busca por regularidades, por padrões e pela formulação de leis que expressem o funcionamento da realidade.

[...] Ousa-se — Nicolau de Cusa primeiro — meditar sobre o conceito de “infinito”, e há a preocupação do esclarecimento deste conceito. Submetem-se — Descartes — na geometria analítica, as figuras geométricas às leis das variações, aquelas figuras que refletiam o repouso perfeito do sistema estático de Platão. Como a imagem desta vida nova e agitada cria-se o símbolo matemático do movimento, a função. (Karlson, 1961, p. 376)

Ao criar o plano cartesiano, René Descartes proporcionou uma revolução matemática ao integrar álgebra e geometria. Nas palavras de Hogben (1970, p. 433), “vimos que a geometria de René Descartes incluiu algo que a geometria de Euclides desprezará. Diz-nos a posição da figura no espaço”. Ao representar a dimensão espacial utilizando-se da matemática, Descartes forneceu as ferramentas que ampliaram a capacidade de interpretar, descrever e prever

fenômenos, incluindo aqueles que variam com o tempo. Isso foi determinante para uma nova forma de compreender a relação entre variáveis.

Desse modo, nesse período, nota-se um movimento crescente de valorização da razão, da observação e da troca de ideias, o que favoreceu o aperfeiçoamento dos meios de circulação do conhecimento. Esse processo contribuiu para a construção de um contexto histórico propício ao avanço dos instrumentos conceituais, fazendo assim emergir um novo modo de pensar, no qual a busca por explicações ultrapassa os limites da autoridade religiosa ou da tradição baseada em textos antigos.

Com que rapidez e decisão, com que violência se transforma este quadro no século heróico da Renascença! Novamente, e desta vez em definitivo, Copérnico arremessa a terra para longe do centro do universo; com mão firme e realista Galileu segura o mundo da matéria, arrebatando-o do tranquilo abrigo da concepção aristotélico-escolástica e o submete aos números e medidas, à lei do movimento e da variação; Kepler deduz as leis matemáticas que regem a marcha dos planetas, e seu sonho sobre a harmonia do mundo, o *Harmonice mundus*, não consegue ocultar o caráter revolucionário deste feito; Newton destrona o 'Primeiro Motor', anima o céu e a terra com a ação poderosa, mas calculável, de forças que agem à distância, completando assim a nova imagem do universo. (Karlson, 1961, p. 365)

Percebe-se, ao longo de um extenso período histórico, que a quebra de paradigmas impulsionou uma transformação na análise dos fenômenos, agora investigados através da formulação de leis com componentes tanto qualitativos quanto quantitativos. Essa nova abordagem, aliada à crescente compreensão da variação (fluência) e da dependência entre grandezas fomentou o estudo e a consequente necessidade de novos instrumentos conceituais.

Ainda, conforme o autor, “se, por consequência, queremos estudar leis quantitativas, temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos” (Caraça, 1951, p. 127). Ao observar a variação de uma grandeza, mais do que simplesmente descrever relações entre quantidades, medir ou registrar dados de forma isolada, torna-se necessário dispor de um instrumento que relacione dois conjuntos de dados: um conjunto de variáveis independentes e um conjunto de variáveis dependentes. A correspondência entre esses conjuntos é o que será descrito pela lei quantitativa.

Desse entendimento nasce uma ideia contraditória e determinante para o conceito de função, o nexo conceitual de variável. A variável não é um valor fixo, mas um símbolo que representa uma gama de valores, abrangendo todos os possíveis, e não apenas um. Segundo Caraça (1951, p. 128), “pelo seu caráter essencial — síntese do ser e do não ser — ela sai fora daquele quadro de ideias que quer ver na realidade uma permanência e irrompe ligada à corrente de pensamento que expressa ou tacitamente vê na fluência a primeira das suas características”.

Essa fluidez e dimensão abstrata revelam um avanço na compreensão de uma dinâmica contínua, retomando a essência da variável como síntese do ser e do não ser.

Em vez de apenas descrever variações, tornou-se possível expressar matematicamente como uma grandeza depende de outra e, com o uso de coordenadas no plano cartesiano, essa nova álgebra se traduz visualmente em curvas que revelam a natureza da mudança. Essa revolução foi consolidada por matemáticos como Vieté, Descartes e Fermat, cuja genialidade consistiu em perceber que, segundo Caraça (1951, p. 139), “o conceito de função permite estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre as expressões analíticas e os lugares geométricos[...]”. Assim, a Matemática se configura como uma linguagem para a análise e o estudo dos movimentos e transformações ao longo do tempo.

Em Caraça (1951), temos que o autor utiliza o exemplo $e=f(t)$ para indicar como a definição formal do conceito de função se une aos seus aspectos conceituais, mostrando que ambos são partes integrantes de um mesmo todo. De um lado, temos a definição matemática abstrata do conceito de função, que é uma correspondência unívoca entre dois conjuntos. De outro, encontram-se as ideias ricas e intuitivas que deram vida a esse conceito: o problema físico do movimento, a noção filosófica de mudança contínua (fluência) e o objetivo científico de encontrar leis que regem o mundo. Assim, mais do que uma definição, trata-se da construção de um conceito.

Seja t a variável do conjunto dos tempos e e a variável do conjunto dos espaços; a lei consiste na existência duma dada correspondência entre t e e , correspondência que sabemos que é unívoca no sentido $t \rightarrow e$. Diremos que a variável e é função da variável t , e escrevemos simbolicamente $e = f(t)$; a variável t , antecedente da correspondência, chamaremos de variável independente, a variável e chamaremos variável dependente. (Caraça, 1951, p. 128-129)

No trecho, o tempo aparece como variável independente, vinculando diretamente a noção de função ao movimento e remetendo a um dos problemas clássicos da física. Por sua vez, essa escolha também está relacionada à concepção do tempo como algo fluido. Caraça (1951, p. 203) destaca que Newton, ao nomear as funções como “fluentes”, traduzia a ideia de que as variáveis não são valores fixos, mas quantidades que mudam continuamente, sendo esse entendimento posteriormente generalizado pelo termo “função”.

Essa perspectiva segue o formato de muitas leis científicas, nas quais uma grandeza é expressa como dependente de outra segundo uma relação bem definida. Nesse caso, f representa a regra que descreve como e varia em função do tempo, refletindo a intenção de explicar e prever fenômenos naturais por meio de relações matemáticas claras e precisas.

Ainda, segundo Caraça (1951, p. 209), “este conceito não teve sempre a generalidade que lhe damos hoje. Surgindo, lentamente, da necessidade de estudar leis naturais, ele achou-se, a breve trecho, identificado como a relação analítica que define a correspondência das duas variáveis”. Tem-se na história do conceito de função uma progressiva libertação de concepções e que tem como o desenvolvimento do cálculo infinitesimal por Newton e Leibniz o avanço das abstrações do nexo de variação.

Foi nesse contexto que, segundo Youschkevitch (1981), a palavra "função" foi utilizada pela primeira vez por Leibniz. Ainda assim, é no século XVIII que o conceito se consolida com figuras como Johann Bernoulli e Leonard Euler, embora ainda estivesse associado a uma noção restrita, limitada à sua representação por meio de fórmulas analíticas.

Em sua definição, Bernoulli não deu nenhuma indicação de como constituir funções a partir da variável independente. Mas, então, é óbvio que ele, na verdade, se referia a expressões analíticas de funções, o que está de acordo com a tendência básica no desenvolvimento da análise infinitesimal que, mantendo e até mesmo fortalecendo suas conexões com a geometria, a mecânica e a física, tornou-se, durante o século XVIII, uma disciplina científica cada vez mais autocontida em seus princípios. Todos os conceitos iniciais do cálculo perdem gradualmente sua estrutura geométrica e mecânica, são formulados aritmeticamente ou algebricamente e começam a ser apreendidos como conceitos semelhantes logicamente precedentes de outras ciências exatas. (Youschkevitch, 1981, p.60, tradução nossa)

Youschkevitch (1981, p.61) argumenta que a visão de função como fórmula foi explicitamente consolidada por Euler, que estabeleceu em 1748 que uma função correspondia a qualquer expressão analítica que pudesse ser formada, de qualquer maneira, a partir de uma variável e de constantes. Tal limitação ao conceito se envolve em meio ao desenvolvimento do cálculo que, segundo o autor,

foi o método analítico de introdução de funções que revolucionou a matemática e, devido à sua extraordinária eficiência, garantiu um lugar central para a noção de função em todas as ciências exatas. Ainda assim, apesar de toda a sua fecundidade, em meados do século XVIII, essa interpretação de funções como expressões analíticas mostrou-se inadequada, de modo que uma nova definição geral de função, que mais tarde se tornou universalmente aceita na análise matemática, foi introduzida naquele mesmo período. Na segunda metade do século XIX, essa definição geral abriu as mais amplas possibilidades para o desenvolvimento da teoria das funções, mas imediatamente revelou dificuldades lógicas que, no século XX, levaram à reconsideração da essência do conceito de função (assim como os outros conceitos principais da análise matemática). (Youschkevitch, 1981, p. 39, tradução nossa)

Contudo, o que impulsionou a definição do conceito de função para além dos limites puramente analíticos foi a necessidade de uma concepção mais abrangente, expressa pelo debate entre matemáticos acerca da impossibilidade de descrever todas as funções por uma

única equação. Observa-se, mais uma vez, a tensão provocada por um problema concreto e sua consequente superação. Segundo Youschkevitch (1981, p. 66), o motivo ocorreu com o problema da corda vibrante, que levou os matemáticos a considerar funções irregulares ou mistas como objetos de estudo.

Ainda de acordo com o autor (1981, p. 70), Euler, ao propor uma definição de função baseada na noção de dependência entre grandezas, retomou a ideia de função como correspondência. Para ele, qualquer quantidade que possa ser determinada por meio de outra deve ser considerada função desta, o que ampliou a concepção do conceito até então vigente.

Observa-se que a definição puramente analítica passou a orientar a compreensão do conceito, o que gerou a necessidade de novos desdobramentos teóricos por parte das gerações seguintes. Esse processo indica o avanço do pensamento abstrato, impulsionado pelas questões que emergiram nesse período, e permite compreender como os sujeitos foram conduzidos à atividade intelectual na busca por superar tais impasses.

Segundo Youschkevitch (1981, p. 78), a formulação de Dirichlet sobre funções contínuas destaca a unicidade da relação entre grandezas, sem a necessidade de explicitar uma lei algébrica ou que a associação seja a mesma durante todo o intervalo. Do ponto de vista geométrico, o aspecto importante é que, para cada valor de x , existe um valor único de y , o que resulta em uma curva contínua no gráfico. Em seu trabalho de 1837, citado por Youschkevitch, Dirichlet afirma:

Considere a e b como dois valores fixos e x como uma variável que gradualmente assume todos os valores entre a e b . Agora, se todo x corresponde a um único y finito, tal que, enquanto x passa continuamente pelo intervalo de a a b , $y = f(x)$ também muda gradualmente, então y é chamado de contínuo ou função contínua em x para este intervalo. Não é necessário que y seja dependente de x de acordo com a mesma lei ao longo de todo este intervalo; na verdade, não é necessário sequer pensar em uma dependência expressa por operações matemáticas. Representada geometricamente, ou seja, pensando em x e y como abscissa e ordenada, uma função contínua aparece como uma curva conectada à qual apenas um ponto corresponde a cada abscissa contida entre a e b . (Youschkevitch, 1981, p. 78, tradução nossa)

Como aponta Youschkevitch (1981), as abstrações realizadas, como a de Daniel Bernoulli, que, ao resolver o problema da corda vibrante, utilizou somas infinitas de senos e cossenos para representar as formas do movimento, ou no exemplo de Dirichlet, que propôs uma função descontínua em todos os pontos, refletem o avanço do pensamento matemático e sua capacidade de lidar com conceitos cada vez mais elaborados.

Nesse sentido, a função de Dirichlet desafia os critérios anteriores, pois, embora não possa ser representada por uma única expressão e não seja contínua em nenhum ponto do

domínio, ela satisfaz a definição moderna de função: para cada valor de x , seja racional ou irracional, há um único valor correspondente de y . Assim, ela se configura como uma função válida dentro da nova concepção, embora contrária à visão anterior, que exigia continuidade gráfica e uma expressão única. A função de Dirichlet é definida no intervalo $0 \leq x < 1$, e que assume os valores:

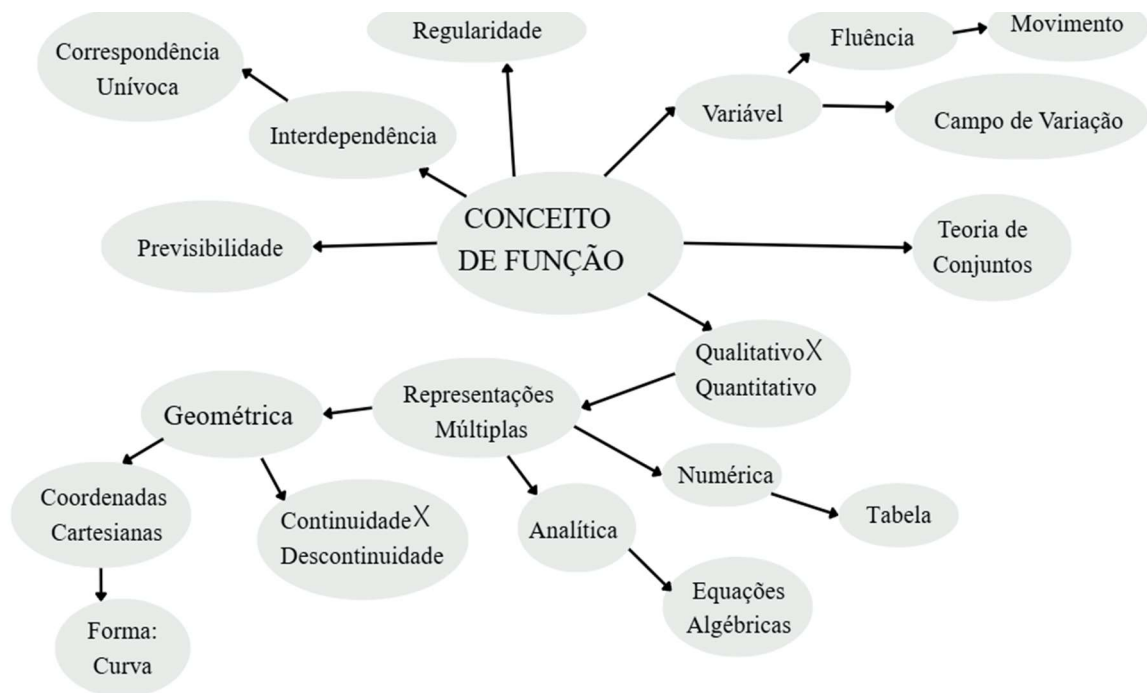
$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \text{ é um número racional} \\ 1, & \text{se } x \text{ é um número irracional} \end{cases} \quad (1)$$

Esse exemplo permite compreender que uma função pode ser definida mesmo sem continuidade visual ou uma fórmula única. Ao destacar a correspondência unívoca entre os elementos de dois conjuntos, a proposta de Dirichlet foi importante para consolidar a concepção moderna de função, que se apoia na teoria dos conjuntos como base estrutural e linguística para sua formalização.

Considerando o percurso investigativo realizado até aqui, o conceito de função não pode ser abordado de maneira isolada, pois sua constituição está vinculada às necessidades históricas e práticas que impulsionaram seu desenvolvimento. Cada nova definição ou interpretação do conceito surgiu como uma resposta a problemas concretos. Desvincular o conceito de função de seu contexto, implicaria em ignorar as circunstâncias que moldaram sua origem e significado, o que diretamente influencia sua objetivação.

Diante disso, a sistematização dos nexos conceituais identificados ao longo deste percurso histórico é apresentada na Imagem 3. Esta representação funciona como uma síntese teórica que visa subsidiar tanto o movimento investigativo desta pesquisa quanto a própria organização do ensino, oferecendo uma base para o planejamento de tarefas que promovam a formação conceitual.

Figura 3 - Sistematização dos Nexos Conceituais do Conceito de Função



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Os nexos destacados na imagem orientaram a elaboração da Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA), materializada por meio de uma narrativa criada para desafiar o estudante a reconstruir as relações conceituais que constituem o conceito de função. É por esta articulação que se pode estabelecer a conexão entre os conceitos e identificar conflitos cognitivos capazes de impulsionar a aprendizagem.

A imagem 3 constitui o primeiro movimento do professor para retomar a autoridade pedagógica. O domínio da gênese do conhecimento favorece sua autonomia e reafirma o papel da escola na formação do pensamento teórico, posicionando o professor como organizador do ensino que atua com intencionalidade. Esse entendimento permite, ainda, uma análise crítica sobre dos materiais didáticos e dos documentos curriculares, identificando potencialidades e limitações na construção do saber.

4.2 DAS INTENÇÕES CURRICULARES À REALIDADE DOCENTE: O ENSINO DE FUNÇÃO EM MG

A atividade de ensino, como síntese entre saber científico e prática, articula objetivos e métodos para favorecer a apropriação do conhecimento. Nesse processo, a intencionalidade do

docente reflete sua concepção de aprendizagem, influenciando a profundidade da formação teórica do estudante. Investigar essa estrutura exige analisar os instrumentos de mediação e a relação entre as intenções curriculares e a prática escolar.

De certo, este entendimento nos direciona a refletir sobre as implicações curriculares para os professores do Sistema de Ensino do Estado de Minas Gerais, bem como analisar a influência do Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG) e do Plano de Ensino da rede sobre a estruturação dessa atividade de ensino.⁵ Segundo o próprio documento, o CRMG (2021, p. 11) é "fruto do trabalho coletivo de centenas de profissionais de várias regiões do estado, versando sobre pluralidade de ideias, identidades e expressões mineiras e, em conformidade com a BNCC". Este referencial, implementado para a Educação Infantil e Ensino Fundamental a partir de 2019 e, em seguida, para o Ensino Médio em 2021, atua como a base normativa que integra as diretrizes nacionais com as especificidades culturais e educacionais de um estado com 853 municípios.

Contudo, na prática, existe uma diferença entre o que o governo diz sobre a participação de todos e o que realmente foi levado em conta no documento final. Podemos citar o trabalho de Pina, Gama e Galvão (2025, p.12), no qual os autores argumentam que na elaboração do CRMG "foi possível organizar o processo dando-lhe uma face aparentemente democrática, de ampla participação, mantendo, contudo, a tradição autocrática da administração pública, com as decisões centrais definidas pelos gestores". Nesse contexto, estratégias como o "Dia D", embora implementados para que educadores contribuíssem com o documento preliminar, possuíram um caráter mais formal do que decisório.

Ainda que a elaboração do CRMG se apresente como resultado de um processo coletivo, sua construção curricular reitera os marcos da BNCC. Consequentemente, o documento reflete a influência de modelos de gestão pautados pela eficiência e padronização, e que tendem a prevalecer sobre a autonomia pedagógica e as necessidades específicas das comunidades escolares. Nessa linha, Pina, Gama e Galvão (2025, p. 11) argumentam que,

Embora a construção do CRMG seja apresentada como resultado de uma concepção de participação democrática, envolvendo trabalho coletivo e ampla mobilização, não podemos deixar de considerar que as estratégias adotadas no processo serviram mais para legitimar as posições já estabelecidas do que efetivamente contribuir para as definições de rumo teórico-epistemológico do documento. (Pina; Gama; Galvão, 2025, p. 11)

⁵Nesta dissertação, o uso de documentos de domínio público buscou analisar os textos estritamente dentro de seus contextos originais, evitando recortes que pudessem distorcer o conteúdo original dos autores ou dos documentos oficiais.

Como resultado, o documento consolidou um modelo que prioriza competências e conceitos científicos predefinidos para cada etapa, ao incorporar elementos em consonância com o projeto nacional. Neste sentido, tais decisões acabam por subordinar os processos de aprendizagem a uma perspectiva de uniformidade, que condiciona à obtenção de resultados previstos em larga escala e que nem sempre dialogam com a dinâmica cotidiana do ambiente escolar.

No que tange à área de conhecimento da Matemática, o documento faz uma declaração inicial com a premissa de que a Matemática é, desde sua origem, uma ciência essencial para a estruturação do pensamento e para a análise da realidade social e natural, estabelecendo a finalidade última do aprendizado como a formação de cidadãos conscientes capazes de argumentar, posicionar-se criticamente e tomar decisões.

A Matemática é uma área de conhecimento desenvolvida desde os primórdios da humanidade e se constitui como uma ciência fundamental para a estruturação do pensamento, para a análise do mundo natural e para a interpretação da sociedade como a conhecemos atualmente. Além disso, o desenvolvimento de competências matemáticas é imprescindível para validar hipóteses, argumentar, posicionar-se criticamente, resolver problemas e tomar decisões, sejam elas pessoais, sociais, culturais ou profissionais, e, sobretudo, para formar cidadãos conscientes. (CRMG, 2021, p. 143)

O currículo imediatamente contextualiza essa visão, afirmando que seus princípios pedagógicos são a resposta direta e historicamente fundamentada às deficiências dos modelos educacionais praticados no século XX. Ao incorporar um breve histórico de reformas, o documento busca reforçar o rompimento com o ensino focado em procedimentos, posicionando-se como uma necessidade histórica que visa o desenvolvimento integral do estudante.

Tal narrativa se consolida ao reafirmar a alteração para o ensino por competências e habilidades. Esta transição visa forçar o foco no destinatário, isto é, o estudante, e na sua formação, exigindo que a escola garanta as condições para que ele mobilize conhecimentos, saberes e habilidades para sua vida. Em Minas Gerais, esse novo modelo curricular foi institucionalizado com a aprovação do Parecer CEE/MG nº 192, que ressalta que

a BNCC define competência como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, pelo exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (Minas Gerais, 2021, p.11)

Importante mencionar que o Currículo Básico Comum de Minas Gerais⁶ já se constituía como proposta curricular do ensino por competências e habilidades. Neste sentido, o próprio documento orientador faz questão de ressaltar que a adoção desse novo enfoque não ignora o currículo anterior, ao contrário, assegura que todo o escopo de conteúdos e habilidades considerados importantes foi mantido e apenas reorganizado sob a nova estrutura.

Essas competências expressam os direitos de aprendizagem a serem garantidos aos estudantes ao longo de sua trajetória na Educação Básica, contemplam todas as habilidades até então vigentes no Currículo Básico Comum de Minas Gerais (CBC-MG) e garantem uma visão mais ampla da área de conhecimento. (CRMG, 2021, p.147)

Essa alteração sinaliza, no discurso oficial, a transição de um ensino focado em ações de caráter empírico-formal para uma abordagem vinculada ao desenvolvimento do pensamento de ordem superior, que demanda a apropriação dos conceitos em seu nível teórico. Alinhada às tendências educacionais contemporâneas, a proposta substitui a predominância de verbos de execução, como calcular, reconhecer, identificar e resolver, por verbos de processo e análise, tais como raciocinar, representar e analisar. Em sua redação, afirma que

esses novos verbos têm o objetivo de aproximar a matemática do desenvolvimento integral dos estudantes, promovendo articulações entre os seus vários campos (Números, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e medidas), os quais são importantes para a consolidação do pensamento matemático e também para outras áreas do conhecimento. (CRMG, 2021, p. 143)

Assim, o CRMG (2021, p.146) afirma que “é necessário dar ênfase em metodologias educacionais como a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, as Tecnologias Digitais e a Interdisciplinaridade, assim como projetos educacionais que se apoiam no programa Etnomatemática” como subsídios de organização do ensino. Nessa perspectiva, a Matemática é compreendida como um processo de investigação, linguagem e modelagem, por meio do qual o estudante desenvolve raciocínio lógico, formula e defende ideias e aplica o conhecimento para analisar e resolver problemas complexos da realidade.

⁶O Conteúdo Básico Comum (CBC) é um documento curricular da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais para a rede estadual. É fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) e complementava o PCN+ (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias). Seu objetivo era operacionalizar princípios, especificando unidades temáticas e sugerindo estratégias de ensino. No Ensino Médio, o CBC era estruturado em três etapas: formação básica no 1º ano, tratamento aprofundado no 2º ano e o 3º ano era dedicado à complementação da formação, no qual a escola podia eleger tópicos complementares sugeridos pelo próprio CBC. O documento também servia de referência para a elaboração das avaliações do Programa de Avaliação da Educação Básica (PROEB) e do Programa de Avaliação da Aprendizagem Escolar (PAAE). O CBC foi substituído pelo Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG), e o PROEB e o PAAE foram incorporados e reclassificados como as atuais Avaliações Externas Somativas dentro do SIMAVE.

Entretanto, esse discurso cumpre uma função institucional e pacificadora, atuando no centro do debate pedagógico marcado pela tensão entre conteúdo e aplicação. De um lado, reafirma a continuidade com o CBC ao garantir a manutenção dos conteúdos; de outro reafirma a adesão ao paradigma das competências. É justamente nessa tentativa de conciliação que se alinha à crítica teórica ao modelo de ensino por competências e habilidades, pois é nela que reside o risco de esvaziamento do conhecimento conceitual e sistemático em favor do utilitarismo prático e imediato.

Conforme sustentado por Branco *et al.* (2019) a crítica à Base Nacional Comum Curricular vai além de sua mera estrutura curricular, baseada em competências e habilidades. Segundo os autores, a BNCC relega a um plano secundário os preceitos de uma educação que visa à equidade, ao desenvolvimento social e à emancipação do cidadão. Tal análise nos remete ao temor de que o foco excessivo na aplicação imediata e na resolução prática de problemas leve a escola a descuidar do aprofundamento abstrato, princípio para a formação do pensamento mais elaborado. Correndo-se o risco de a escola se transformar em um espaço de treinamento para a aplicação de habilidades pontuais, muitas vezes justificadas pelo termo *aprender a aprender*.

Essa preocupação se soma à crítica de que, no Brasil, a falta de clareza conceitual e a implementação superficial das propostas por competências resultaram apenas em um disfarce de práticas tradicionais com um novo vocabulário, sem que houvesse uma discussão teórica consistente.

Expandir os currículos para competências gerais associadas a saberes específicos busca, na maioria das vezes, minimizar conflitos entre os defensores dos saberes disciplinares e os adeptos da cultura generalista. Para evitar falsas abordagens por competências, um programa estruturado nessa perspectiva terá que precisar o grau de abrangência das competências que pretende construir, ao mesmo tempo em que não deveria explicitar todas as competências e conteúdos de forma padronizada, tirando qualquer autonomia do professor. (Ricardo, 2010, p. 618)

De certo, o que se tem é que este currículo primariamente reforça uma exigência de postura e concepção docente radicalmente distinta daquela historicamente explorada. Para além do domínio da Matemática, o professor precisa reconsiderar formas de organização do ensino que demandam uma dinâmica diferente para a sala de aula. Em que os conteúdos disciplinares deverão se constituir num meio para o desenvolvimento das competências e consequentemente coloca a necessidade do professor transitar de um papel de transmissor de conteúdo para um papel de organizador, em que as tarefas e recursos mobilizados cumpram com mediação da aprendizagem.

Neste cenário, aponta-se a interdisciplinaridade, característica desta proposta curricular que busca se distanciar de uma organização fragmentada dos componentes curriculares, propondo a articulação entre conhecimentos distintos a partir de situações comuns. Para operacionalizar essa diretriz, o documento apresenta um encadeamento de sugestões que visam orientar o planejamento docente a partir de situações que sugerem que os conceitos matemáticos sejam mobilizados em conexão com problemáticas de outras áreas do conhecimento.

- Relacionar função polinomial de 1º grau com economia.
- Aplicar conhecimentos de probabilidade no estudo de genética.
- Associar um sistema de equações a um balanceamento químico.
- Reconhecer a razão entre diferentes grandezas quando estudar densidade demográfica e escala, em Geografia.
- Relacionar função polinomial de 1º e 2º graus ao estudo de movimento uniforme e movimento uniformemente variado em Física.
- Compreender o papel da função logarítmica na leitura da escala Richter em Geografia.
- Relacionar a trigonometria com a Engenharia Civil.
- Interligar Filosofia com História da Matemática.
- Reconhecer e aplicar conhecimentos estatísticos na coleta e organização de dados experimentais oriundos de pesquisas reais, além de comunicar os resultados por meio de tabelas e/ou gráficos. (CRMG, 2021, p. 153)

De fato, associar a Matemática a outras áreas parece algo positivo e coerente. Entretanto, a forma como a interdisciplinaridade é colocada em prática, como na articulação entre o ensino de Matemática e Física, revela limitações. Nesses casos, a integração tende a se restringir a listagens de conteúdos, sem necessariamente reorganizar o ensino de modo que os conceitos funcionem como meios para análise de situações ou para mediar o desenvolvimento do pensamento teórico.

No ensino de funções, por exemplo, a interdisciplinaridade entre Matemática e Física se restringe, muitas vezes, à utilização da Física como fonte de problemas, sem que ela atue como elemento central no desencadeamento da compreensão conceitual. Assim, a interação entre as disciplinas se limita a associações pontuais, mantendo o predomínio do pensamento empírico e reduzindo o potencial investigativo que poderia surgir de uma articulação conceitual.

Soma-se a esta análise o Plano de Curso, documento que o professor da rede estadual de Minas Gerais recebe anualmente para orientar sua organização pedagógica. Este documento é disponibilizado pelo site⁷, estruturado por ano escolar, e serve como referência para a elaboração de planos de aula e toda a organização do ensino. Em sua apresentação, o documento afirma que

⁷ <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg>

O Plano de Curso foi estruturado para servir como um guia, oferecendo orientações didático-metodológicas detalhadas e alinhadas com as diretrizes curriculares, voltadas ao desenvolvimento de habilidades essenciais. Estas orientações não se limitam a aspectos teóricos, mas incluem práticas pedagógicas inovadoras e contextualizadas, com o objetivo de incentivar o protagonismo estudantil. O desenvolvimento do protagonismo exige que o estudante assuma um papel ativo e consciente na sua aprendizagem, não apenas absorvendo conteúdos, mas também aplicando-os de maneira crítica e transformadora, consolidando sua autonomia e capacidade de reflexão. (Plano de Curso, 2025, p. 3)

Pelo Plano de Curso (2025), temos a orientação de que o ensino do conceito de função no Ensino Médio deve expandir a atividade de aprendizagem já iniciada no Ensino Fundamental. O professor do 1º ano é, assim, convidado a compreender esse ensino como continuidade de um processo que demanda maior abstração. A manutenção das unidades temáticas: Números e Álgebra, Geometria e Medidas, Probabilidade e Estatística, revela a intenção curricular de retomar e aprofundar conceitos de forma progressiva.

Nesse contexto, o 1º bimestre é destinado à recomposição das habilidades essenciais ainda não consolidadas, buscando corrigir defasagens e consolidar aprendizagens fundamentais para o progresso dos estudantes. Havendo outras lacunas, o planejamento deve ser reestruturado para assegurar base adequada ao desenvolvimento ao longo do ano letivo.

A primeira etapa retoma o conceito do 9º ano para consolidar a função enquanto relação de dependência unívoca. Certamente, tal apreensão exige uma atividade de ensino intencional, que demanda tempo para a superação do saber espontâneo. Decorrente disso, a tensão surge pelo fato de que a eventual não consolidação dessa base no ano anterior impõe uma dupla demanda ao professor. Ele precisa, simultaneamente, organizar a atividade para a formação do conceito de função e avançar na apropriação de outros aspectos do conhecimento que se pressupõe já estarem estabelecidos.

A fim de ilustrar a organização curricular do 1º ano do Ensino Médio, conforme as diretrizes da rede estadual de Minas Gerais, o quadro 1 apresenta a distribuição bimestral das competências e habilidades, assim como os respectivos objetos de conhecimento, oferecendo um panorama que orienta a estruturação da atividade de ensino e o planejamento para o ano de 2025.

Quadro 1 - Estrutura bimestral do conceito de função no 1º ano do Médio

Bimestre	Competências	Habilidade(s)	Objeto de Conhecimento / Conteúdos Relacionados
1º	–	(EF09MA06A) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica.	Ideia de função. Lei de formação da função. A notação $f(x)$. Valor de uma função. Representação gráfica de uma função. A função afim. Gráfico da função afim. Zero de uma função afim. Variação de uma função afim. Estudo do sinal da função afim. Função Quadrática.
2º	1, 3, 4, 5	(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT302A) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.	Conjunto, Subconjunto e Conjuntos Numéricos. Conceito de função. Estudo de domínio de uma função. Estudo do contradomínio e conjunto imagem. Funções definidas por partes. Gráficos de funções expressas por diversas sentenças Interpretação de gráficos e de expressões algébricas. Análise do comportamento de funções em intervalos numéricos. Variação de grandezas, como velocidade, concentração, taxas de crescimento ou decrescimento de populações, índices econômicos, etc. Funções polinomiais do 1º grau (função afim, linear e constante). Estudo da variação de funções polinomiais de 1º grau: gráfico, zero da função, estudo do sinal, crescimento, decrescimento e taxa de variação da função. Gráficos de funções a partir de transformações no plano. Função linear e proporcionalidade. Variação entre grandezas (proporcionalidade e não proporcionalidade). Inequação do 1º grau.

3º	3, 4, 5	(EM13MAT302B) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias. (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável forma diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais. (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT403A) Analisar, com ou sem apoio de tecnologias digitais, as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (EM13MAT403B): Estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano.	Funções e gráficos de função de 2º grau. Coeficientes de uma função quadrática. Zeros de uma função quadrática. Gráfico de uma função quadrática. Vértice da parábola. Estudo do comportamento da função quadrática: estudo do sinal, intervalos de crescimento/decrescimento, e variação da função). Pontos críticos de uma função quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo. Inequação do 2º grau. Potenciação. Equação exponencial. Função exponencial. Gráfico da função exponencial. Estudo do crescimento e análise do comportamento da função exponencial em intervalos numéricos. Logaritmo (decimal e natural). Propriedades dos logaritmos. Equação logarítmica. Função logarítmica. Gráfico de uma função logarítmica. Estudo do crescimento e análise do comportamento da função logarítmica em intervalos numéricos. Variação entre grandezas: relação entre variação exponencial e logarítmica. Gráficos de funções a partir de transformações no plano.
4º	5	(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	Sequências numéricas. Sequência numéricas: lei da função associada a cada sequência. Progressões aritméticas Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética Soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética progressão aritmética e função afim. Progressões Geométricas Fórmula do termo geral de uma progressão geométrica. Soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica. Progressão geométrica e a função exponencial.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

O Plano de Curso (2025) exemplifica essa organização. Para o 1º bimestre, a prioridade é a habilidade EF09MA06A, mas o trabalho com o conceito de função deve abranger de forma acelerada diversas etapas. Assim traz a orientação de que

o estudante deve compreender a noção de função – incluindo a representação por meio de diagramas e gráficos –, e a identificar as suas variáveis. Em seguida, os estudos avançarão para o reconhecimento de uma função afim, de modo a identificar seus termos e construir gráficos. Posteriormente à compreensão do conceito de funções quadráticas e a identificação dos termos associados a elas, além de capacitá-los a escrever leis de formação. Os estudos devem prosseguir de modo a habilitar os estudantes a construir gráficos, determinar os zeros de função quadrática. (Plano de Curso, 2025, p. 6)

A estrutura apresentada sugere uma progressão baseada na sobreposição de conteúdos, estabelecendo o desafio de harmonizar a densidade do conteúdo e o tempo pedagógico exigido pela atividade de estudo. O equilíbrio entre a profundidade do que se aprende e o tempo de sala de aula é um ato de respeito ao processo de humanização do estudante, visto que a ausência de tal gestão pode restringir as condições para que os estudantes desenvolvam processos de generalização e compreensão conceitual.

Nesta direção, Téo e Alves (2023, p. 15) destacam que o pensamento teórico, ao contrário do empírico, depende de uma organização do ensino que considere as relações causais e o contexto histórico e social do conhecimento, proporcionando ao estudante a autonomia necessária para construir seu próprio entendimento.

Nesses termos, uma instrução que opera com o pensamento empírico privilegia processos mentais ligados à observação, comparação, categorização e memorização, tendo como tarefas compatíveis descrever, definir, classificar. Já em um ensino ativo, que opera com o pensamento teórico, a apropriação de conceitos requer que eles sejam inseridos em atividades de ensino-aprendizagem em que funcionem como instrumentos cognitivos. A organização pedagógica, então, prioriza processos mentais ligados a reflexão, análise e planejamento, tendo como tarefa compatível a produção de soluções para as quais os conceitos - apropriados conscientemente nesse processo - sejam ferramentas. (Téo; Alves, 2023, p. 15)

Dialogando com Téo e Alves (2023), reforça-se a crítica de que, quando a prática do professor se concentra na memorização de procedimentos e na execução de tarefas pontuais, o ensino se volta para indicadores de desempenho, centrados em resultados imediatos de avaliações externas. Nesse cenário, a atividade pedagógica assume um caráter meritocrático, em que o êxito é medido pela resolução mecânica de itens, esvaziando o valor do conceito como mediador do desenvolvimento do pensamento superior.

Pelo estudo das orientações pedagógicas, percebe-se que o documento direciona o professor para a aplicação de uma fórmula a um contexto, mas não fornece bases conceituais

sobre como formar o conceito com o estudante. Neste sentido, o direcionamento dado no Plano de Curso confere até mesmo ao uso de tecnologias esta compreensão. Ao orientar sobre a função quadrática, o Plano de Curso (2025, p. 13) sugere que “pode-se utilizar softwares matemáticos com o intuito de observar o comportamento da parábola e como as curvas se alteram de acordo com seus coeficientes, pontos de máximo ou de mínimo e outros pontos especiais em diferentes contextos.”. Neste sentido, o que temos é que o software é apresentado como instrumento voltado à análise das aparências do conceito.

Consequentemente, essa orientação se traduz, na prática, em uma atividade cuja intencionalidade docente privilegia a representação gráfica e a correlação empírica entre os coeficientes e a forma visual da curva. Além disso, as orientações do Plano de Curso expressam um modo de conduzir a prática docente que se limita a instruir o professor a aplicar uma fórmula a outros conceitos ou a mostrar o gráfico resultante de alterações nos coeficientes. A exploração das habilidades previstas não é articulada de forma a possibilitar que o estudante compreenda e objetive o conceito.

Cabe a essa análise destacar que em cada bimestre, as próprias orientações pedagógicas acabam por reforçar uma intencionalidade distinta daquela que visaria o desenvolvimento do pensamento teórico e que se trouxe como intencionalidade no CRMG (2021). Para a função afim, a sugestão do Plano de Curso (2025, p. 12) é “usar a lei de formação de uma função afim para representar, por exemplo, o valor a ser pago num plano de telefonia composto de um valor fixo (mensalidade) e um valor variável (consumo em minutos)”. Apesar de explorar uma situação de aprendizagem dentro de um contexto, o estudante é conduzido a reproduzir procedimentos algébricos, sem a mediação necessária para compreender as relações conceituais que dão origem à ideia de função.

Além disso, no Plano de Curso (2025, p. 12), “modelar situações em contextos diversos por funções polinomiais de 1º grau, da linguagem verbal para a linguagem algébrica e geométrica e vice-versa”, revela uma concepção de modelagem voltada mais à manipulação de representações do que à análise conceitual. O termo modelar, embora presente, é empregado em um sentido instrumental, limitando-se à conversão entre formas de linguagem. Essa abordagem se distancia da concepção de modelagem proposta pelo CRMG (2021), que a compreende como um processo investigativo.

Como orientação pedagógica o Plano de Curso (2025, p. 11) estabelece que, no segundo bimestre, “após introduzir conjuntos, apresente o conceito de função como uma relação que associa cada elemento de um conjunto (domínio) a exatamente um elemento de outro conjunto (imagem)”. Na prática, essa orientação impõe uma consequência pedagógica direta: ela

compele o professor a abordar o conceito de função a partir da ideia que se consolidou historicamente, ou seja, sua definição formal.

Além disso, o Plano de Curso (2025, p. 11) orienta que o professor “explore associações entre gráficos de funções e um intervalo numérico, de um dado problema à representação algébrica ou gráfica da função que expressa o modelo usado na resolução do problema”. Essa orientação pode ser interpretada como uma proposta voltada à identificação de correspondências entre diferentes formas de representação, sem, contudo, explicitar ações que promovam a investigação das relações entre as grandezas envolvidas.

Ao dar continuidade a análise do quadro 1, temos que em um único período, o aprofundamento da Função Polinomial de 2º Grau, incluindo vértice, máximo/mínimo inequação, Função Exponencial e Função Logarítmica. O terceiro bimestre expõe a crítica ao ensino que se organiza para fortalecer o pensamento empírico pois, ao condensar três conceitos em um curto espaço de tempo, conduz o estudante a tratá-los como conhecimentos fragmentados, não sendo explorada a essência conceitual que unifica as diferentes funções.

No Plano de Curso (2025, p. 14), lê-se

Professores, trabalharemos em conjunto estas habilidades, pois elas constituem um todo esperado de conhecimento sobre as funções exponencial e logarítmica, para a resolução e interpretação de situações em diferentes contextos. Essas habilidades também estão relacionadas as diversas áreas, entre elas, pode-se citar inter-relações com a área de Ciências da Natureza (cálculo do ph de substâncias em Química, energia liberada por abalos sísmicos em Física, cálculo do tempo necessário para uma colônia de microrganismos dobrar de tamanho em Biologia). (Plano de Curso, 2025, p. 14)

A orientação expressa no documento sugere que as habilidades constituem “um todo esperado de conhecimento”, apresentando o conceito como algo acabado e previamente definido. Dessa forma, os professores são orientados a reproduzir ou aplicar essas habilidades com os estudantes, sem espaço explícito para explorar outras relações ou articular conceitos de maneira autônoma. Tal estrutura sinaliza que não há uma construção ativa do significado conceitual pelo estudante, reduzindo a aprendizagem ao nível do pensamento empírico.

De fato, o bimestre não se configura como um tempo pedagógico, tornando inviável promover a formalização de um sistema de relações conceituais em poucas semanas. Assim, a apropriação do conceito pelo estudante fica prejudicada, uma vez que nexos conceituais como variação, fluência e movimento não são contemplados de modo a favorecer a aprendizagem. Em decorrência dessa estrutura, a organização do ensino acaba sendo conduzida pela

consolidação da definição formal, pela ênfase nas formas de representação e pela reprodução de esquemas padronizados.

Diante dessa estrutura curricular, observa-se um descompasso entre as orientações do CRMG (2021) e a organização temporal proposta pelo Plano de Curso (2025), pois suas diretrizes enfrentam dificuldades na execução prática. A carga de conteúdo e o tempo alocado para seu desenvolvimento impõem ao docente o desafio de equilibrar o cumprimento das orientações curriculares com a promoção da compreensão conceitual dos estudantes. Essa tensão se reflete diretamente nas escolhas metodológicas, frequentemente condicionadas por demandas externas ao processo de desenvolvimento do pensamento teórico, como a pressão por resultados imediatos ou a padronização das avaliações

Ressalta-se, então, o movimento docente, que exige que atue com autonomia e consciência. Uma vez que o documento curricular não determina, por si só, o modo como o ensino se concretiza, cabe ao professor interpretar e mediar as proposições oficiais para favorecer a aprendizagem conceitual. Superar esse impasse não significa ignorar a realidade posta, mas garantir que o docente disponha de fundamentos teóricos e metodológicos que lhe permitam analisar e transformar a prática pedagógica. Nesse contexto, surge a necessidade de elaborar uma situação desencadeadora de aprendizagem, destinada a orientar a prática docente.

4.3 A SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM

A organização do ensino voltada ao desenvolvimento humano articula-se aos pressupostos da AOE, proposta por Moura (1996), cuja abordagem vincula-se à atividade pedagógica, compreendida como a unidade entre ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, essa atividade constitui um contexto dinâmico no qual professor e estudante, em ação conjunta, se apropriam do conhecimento científico e teórico.

Isso se fundamenta na premissa de que ambos os sujeitos estão em atividade, com o professor no ensino e o estudante na aprendizagem, articulados por um processo de mediação. Embora ocupem posições distintas nesse sistema de relações, a AOE promove a intervenção docente por meio de instrumentos e interações sociais que impulsionam o desenvolvimento cognitivo, direcionando o ensino em um movimento dialético. Nesse contexto, Moura destaca que:

Nossa tese é a seguinte: a atividade de ensino é criação humana para desenvolver o modo humano de apropriação de conhecimentos necessários para inserir novos sujeitos em atividades coletivas que tenham por objetivo a

satisfação de necessidades básicas, instrumentais e integrativas desenvolvidas historicamente. A relação essencial dessa atividade é o modo de se fazer humano na atividade de ensino. (Moura, 2018, p. 416).

A abordagem pedagógica enfatiza a identificação e a apreensão dos nexos conceituais essenciais, que constituem uma rede de conhecimento, ultrapassando as relações superficiais e aparentes entre os conteúdos. Essa compreensão reforça o papel histórico e formativo da atividade de ensino, ao situá-la como um processo intencional de inserção cultural. Complementando esse ponto de vista, Moura (2000, p. 35) afirma que a atividade, tanto do estudante quanto do professor, caracteriza-se como um processo do sujeito, que envolve a busca por soluções e promove avanços no conhecimento por meio da análise e da síntese. Esse processo desenvolve a capacidade de lidar com novos conhecimentos, utilizando as redes de conceitos adquiridos, e se configura como um elemento formativo tanto para o estudante quanto para o docente.

Essa formação de conceitos surge a partir de problematizações, levantamento de hipóteses e ações coletivas que possibilitam o compartilhamento de significados e a sistematização do conhecimento, estimulando tanto a reflexão individual quanto a colaboração coletiva na construção de sínteses compartilhadas. Ao destacar essas características, torna-se pertinente retomar, em Vigotski (2009), a crítica à concepção ainda predominante na educação escolar de que os conceitos se apresentam como verdades absolutas e acabadas, tornando-se intocáveis para os estudantes.

Essa visão compreende que os conceitos não aparecem naturalmente na mente das pessoas nem são construídos de forma individual e imediata. Quando o estudante é levado a acreditar que o conceito simplesmente existe, sem conhecer o contexto de sua formação, perde-se a possibilidade de compreender as dinâmicas que sustentam a elaboração do conhecimento científico. Nessa direção, ao investigar o processo de formação dos conceitos, Vigotski (2009, p. 246) afirma que um conceito é mais do que a soma de vínculos associativos formados pela memória ou um simples hábito mental; trata-se de um ato real e complexo de pensamento, que não pode ser aprendido por meio da mera memorização, mas somente quando o desenvolvimento mental da criança atinge níveis mais elevados.

Ainda, segundo Vigotski (2009, p. 247) “não menos que a investigação teórica, a experiência pedagógica nos ensina que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril”. Para o autor, um professor que adota essa abordagem acaba conduzindo o estudante a demonstrar apenas um conhecimento verbal, desprovido de significado e aplicação prática. Nessa direção, Vigotski (2009, p. 326) acrescenta que esse tipo

de ensino “substitui a apreensão do conhecimento vivo pela apreensão de esquemas verbais mortos e vazios”, revelando que esse modo de organização do ensino impede o estudante de realmente formar o conceito.

Nesse aspecto, o movimento promovido pela AOE contrapõe-se a essa abordagem, ao possibilitar a apropriação do conceito ao considerar o processo histórico de sua formação em unidade com a organização lógica que estrutura seu desenvolvimento. Conforme Sousa *et al.* (2021, p. 4), essa articulação acontece por meio de uma SDA, que pode assumir diferentes formas, como jogos, histórias virtuais ou situações emergentes, as quais apresentam problemas que mobilizam os estudantes a interagir e a buscar soluções, negociando sentidos e significados.

Vigotski (2009) e Davydov (1988) defendem uma abordagem dialética, segundo a qual a formação conceitual ocorre ao se examinar as relações estruturais e as dinâmicas históricas que conferem sentido à aprendizagem. Por meio de ações planejadas, de reflexão crítica e sistematização dos nexos conceituais, internos e externos, o docente conduz os estudantes à apropriação. Sousa (2018, p. 50) esclarece que os nexos externos se referem aos elementos perceptíveis do conceito, enquanto os internos estão relacionados ao movimento lógico-histórico que estrutura o conceito.

Sousa (2024, p. 34) complementa, afirmando que o movimento lógico-histórico faz parte da metodologia de ensino e, para que os estudantes e professores possam efetivamente avançar no entendimento, é necessário que ambos se engajem ativamente nas conexões conceituais internas e externas do conceito. Nesta direção, Davydov (1988, p.154) argumenta que o conhecimento teórico visa estabelecer o nexo conceitual entre o universal e o singular, ressaltando que o universal, enquanto propriedade geral, se manifesta de diferentes formas particulares e singulares nos objetos.

Desse modo, apresentar o conceito de forma estática e desvinculada de seu processo de formação revela-se incompatível com os pressupostos que vêm sendo desenvolvidos ao longo desta pesquisa. Como afirma Sousa (2024, p. 43), “aqui, crianças e jovens ficam sem saber de onde esses conceitos vieram. É como se os conceitos não tivessem história”. Nesse sentido, a concepção de estudo por parte dos professores não deve se restringir ao material sistematizado, mas envolver a compreensão das relações que constituem o conceito, das condições históricas que o originaram, bem como das necessidades humanas e significados que lhe são atribuídos.

Esse movimento do professor encontra fundamento na dialética, que entende o conhecimento como um processo contínuo de evolução, impulsionado pela superação das contradições inerentes à atividade humana e às condições sociais. Assim, ao se basear exclusivamente na lógica formal, o ensino pode se limitar à simples comparação de

características externas ou à abstração de propriedades isoladas, desconsiderando o processo histórico de transformação dos conceitos.

Sousa (2024, p. 34) destaca que tanto a lógica formal quanto a lógica dialética possuem historicidade e contribuem para a configuração do movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos, os quais se constituem como conteúdos escolares por meio das propostas curriculares e dos livros didáticos da educação básica. Por esta razão, esta investigação buscou investigar a gênese e evolução, buscando identificar os nexos conceituais que fundamentaram a formação do conceito de função e assim como Sousa (2024) entende que

As nossas abstrações sobre o conhecimento matemático processam-se a todo instante em nosso pensamento e estão em constante transformação, uma vez que o núcleo que processa as abstrações está em contínuo movimento. Esse movimento está alinhado ao ritmo do universo, ao pulsar da vida, sempre pronto a elaborar novos conceitos, sem se desprender das raízes que o compuseram. Para ter coragem de navegar e enfrentar o desconhecido, é preciso estar preso ao já conhecido, aos conceitos momentaneamente fixos. Essas verdades sólidas servem de impulso para o novo, para o mutável. (Sousa, 2024, p. 46)

Assim, compreende-se que esse movimento dialético, no qual a permanência provisória de determinados conceitos constitui condição para a elaboração de novos conhecimentos sem ruptura com suas bases históricas, fundamenta a concepção de avaliação da aprendizagem na Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como um processo formativo e contínuo, orientado ao acompanhamento do desenvolvimento dos estudantes.

Nessa perspectiva, a avaliação da aprendizagem busca compreender os modos de pensar, as dificuldades enfrentadas e os avanços realizados pelos estudantes, possibilitando ao professor reorganizar intencionalmente suas ações pedagógicas. A autoavaliação também assume relevância, ao favorecer que os estudantes reflitam sobre sua própria aprendizagem e avancem em sua Zona de Desenvolvimento Iminente.

4.3.1 A História Virtual

Considerando a necessidade de consolidar o movimento lógico-histórico do conceito de função em uma tarefa que mobilize o pensamento teórico dos estudantes, esta pesquisa desenvolveu uma história virtual “Uma jornada de Mudanças e possibilidades”. Esta SDA, apresentada a seguir, foi estruturada para que os nexos conceituais não sejam apenas visualizados, mas reconstruídos pelos sujeitos em atividade.

A história virtual de Mariana foi estruturada em seis partes distintas, cada uma propondo um problema desencadeador que atua como ponto de partida para mobilizar novos nexos

conceituais e o processo de reflexão. Essa organização reflete a necessidade de explicitar os nexos conceituais identificados na investigação do movimento lógico-histórico deste estudo. Desse modo, cada etapa da narrativa pode ser compreendida como uma parte integrante do conceito de função, favorecendo a formação progressiva do pensamento teórico.

O quadro 2 propõe expressar o movimento da professora-pesquisadora segundo o qual problema e nexos se constituem de forma articulada, de modo que o problema orienta a emergência dos nexos e estes conferem sentido à organização da narrativa.

Quadro 2 - Estrutura dos Nexos Conceituais da História Virtual

Parte da História	Ação / Problema Desencadeador	Nexos Conceituais Potencialmente Mobilizados
01: A Viagem Começa	Variação da temperatura no vagão	Interdependência, relação qualitativo x quantitativo, regularidade.
02: Mudança de Ritmo	Previsão do tempo de chegada com velocidade constante e esboço gráfico	Representações múltiplas, variável, previsibilidade
03: O Menino e seu Problema	Análise dos limites de gastos no jogo de Felipe e impossibilidade de “meia unidade” no jogo	Campo de variação, Continuidade x descontinuidade, representações múltiplas (tabela)
04: Máquina de Vendas	Contradição na entrega de produtos	Correspondência unívoca (pela negação)
05: O Conceito e a Ponte	Transposição da estrutura física da ponte para o plano cartesiano.	representações múltiplas (coordenadas cartesianas), campo de variação, forma (parábola)
06: As Variáveis	Identificação da parábola e determinação do ponto máximo.	Interdependência, variável, movimento, regularidade

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Embora a organização do Quadro 2 possa sugerir uma definição prévia dos nexos conceituais, é importante destacar que a concepção adotada neste estudo é distinta. Os nexos conceituais são, na verdade, revelados e reorganizados pela ação dos estudantes diante das situações propostas, como uma resposta às contradições apresentadas pelo enredo. As situações apresentadas, como a variação da temperatura, a previsão do tempo de chegada ou os limites de compra em um jogo mobilizam, em diferentes níveis, noções de interdependência, regularidade, campo de variação, continuidade ou descontinuidade, bem como distintas formas de representação.

Ao criar a história virtual buscou incorporar a dúvida, o erro, a tentativa e a reformulação como movimentos que favorecem a transição do pensamento empírico em direção ao teórico. Essas situações, inicialmente concretas e narrativas, fazem parte de uma unidade didática onde a mediação da linguagem suscita questionamentos e deslocamentos no pensamento dos estudantes. Assim, o conhecimento vai se constituindo nas interações e a partir dos desafios cognitivos e das reflexões que emergem ao longo da narrativa.

Compreendida a intencionalidade pedagógica que sustenta o planejamento das SDA, apresentamos agora a história virtual, na figura 4.

Figura 4 - História virtual

UMA JORNADA DE MUDANÇAS E POSSIBILIDADES

A VIAGEM COMEÇA PARTE 01

Mariana, uma jovem de 15 anos, era naturalmente curiosa e tinha um jeito próprio de enxergar o mundo. Apaixonada por números e pelos pequenos mistérios do cotidiano, gostava de observar tudo com atenção, como se cada detalhe escondesse uma história. Em seu diário, rabiscava ideias, perguntas e anotações sobre o que via, um hábito que cultivava desde criança.

Estava naquela fase em que a adolescência já começava a parecer confusa e desordenada demais para ela. Sentia a necessidade de entender o mundo de forma mais madura, mais racional, e de dar o primeiro passo para uma nova fase de sua vida. Foi então que decidiu passar as férias na casa da avó. Embarcou num trem, animada com a ideia de escapar da rotina e, talvez, encontrar respostas para suas dúvidas. A viagem, que prometia ser uma aventura, logo se revelou como tal. Sempre atenta, começou a observar tudo ao seu redor, como se cada pequeno movimento e cada som fosse uma pista esperando para ser desvendada.

Nesta viagem, ela não estava sozinha. Sua mãe havia pedido ao seu primo Thiago, para acompanhá-la. Durante a infância, eles foram muito próximos, sempre inventando e criando aventuras dentro de casa. Mas, desde que Thiago entrou para a faculdade, algo havia mudado. Ele parecia mais calado, mais distante, muitas vezes imerso em livros com diagramas complexos que Mariana não ousava perguntar a respeito. O primo, que costumava rir de qualquer coisa, agora parecia sempre calado e imerso em seus estudos.

Ao comprar o bilhete de passagem, a atendente solicitou o CPF de Mariana e o incluiu no registro. Cada bilhete possuía um número único, associado a um assento específico. Imersa em seus pensamentos, Mariana ponderou sobre os nomes das estações. "Um nome, um lugar ... uma correspondência perfeita," concluiu, admirando a simplicidade dessa relação.

A estação, com seus padrões intrigantes, despertou sua curiosidade, como um convite para desvendar novos mistérios. Enquanto observava tudo ao seu redor, seus olhos caíram sobre o bilhete de passagem em suas mãos. "Assim como cada bilhete tem um número que o identifica, cada pessoa possui um CPF que a torna única." A garota percebeu que tanto os bilhetes quanto os CPFs representavam relações claras: cada número correspondia a um único assento no trem ou a uma pessoa.

Após embarcar, a jovem sentou-se e notou que no painel eletrônico do vagão havia várias informações úteis sobre a viagem, como a temperatura do ambiente. Interessou-se por esse dado, especialmente ao perceber que a temperatura variava durante o trajeto, e assim decidiu anotar em seu diário.

Temperatura no Vagão

- ☐ 9h00: Embarquei! O vagão está uma maravilha, ar-condicionado funcionando perfeitamente, 19°C. Parece que a viagem será tranquila.
- ☐ 9h10: Começou a encher! Mais passageiros entrando. O termômetro já mostra 24°C. Já deu para sentir a diferença.
- ☐ 9h20: Meu Deus! A temperatura disparou para 32°C! Uma senhora ao lado está se abanando com um jornal e uma criança não para de chorar de calor. Que sufoco!
- ☐ 9h30: O termômetro se estabilizou nos mesmos 32°C. Isso não é bom. Ninguém merece viajar nesse forno por mais tempo.
- ☐ 9h40: O ar-condicionado P-A-R-O-U! O calor subiu para 36°C. É o caos total, todo mundo reclamando.
- ☐ 9h50: O calor de 36°C se manteve. Que pesadelo! Neste sufoco, a noção do tempo fica confusa e mal consigo anotar os detalhes.
- ☐ 10h00: Parada do trem. Muitos passageiros desceram. Com o vagão mais vazio, a temperatura caiu para 30°C.
- ☐ 10h15: Aleluia! O ar-condicionado voltou, e o alívio veio junto: a temperatura despencou para 20°C. Nunca pensei que um número pudesse causar tanta confusão.

Aparentemente, eram apenas números. Mas a garota, fascinada pelo que aquelas grandezas poderiam revelar, decidiu começar os cálculos e questionou-se:

— O que esses dados mostram sobre as variações da temperatura ao longo do tempo?

Organizava as informações com cuidado, linha por linha, analisando cada ponto. Mas, antes de concluir seu raciocínio, fez uma pausa. Olhou para o painel eletrônico do vagão e refletiu sobre o que havia observado até então. Algo não estava claro.

— O passar do tempo é que influenciou as mudanças de temperatura dentro do vagão?

Um pouco mais adiante, Mariana chegaria à conclusão.

MUDANÇA DE RITMO PARTE 02

Enquanto o trem seguia seu curso, Mariana recostou-se no assento e retomou sua análise. Traçou, em seu diário, um pequeno gráfico: no eixo horizontal, o tempo; no vertical, a temperatura. Ao observar a curva irregular, percebeu que, em certos momentos, uma simples variação numérica do tempo ganhava um novo significado no ambiente do vagão. Ela olhou ao redor e pensou:

— O tempo e a temperatura se influenciam, mas não sozinhos. Outros fatores, como o número de pessoas e as condições do ambiente, também afetam essa relação, tornando-a mais complexa.

Com isso em mente, concluiu:

— O tempo é constante, mas os eventos o tornam imprevisível...

Foi então que o trem acelerou. Uma nova informação apareceu no painel eletrônico do vagão: “Próxima estação a 85 km”. A locomotiva agora corria mais rápido.

O alto-falante anunciou:

— Senhores passageiros, por otimização da malha ferroviária, nossa velocidade média aumentará para 50 km/h pelos próximos trechos.

Curiosa, ela olhou para o painel e pensou:

— Distância conhecida... velocidade constante... Será que consigo prever o tempo de chegada?

Então se perguntou:

— E se a distância fosse diferente? O que aconteceria com o tempo?

Foi nesse momento que percebeu que sua própria curiosidade estava crescendo, mas também sentia uma estranha sensação de desconforto. Thiago, seu primo de 19 anos, estava ali, mas parecia uma pessoa completamente diferente. Imerso nos cálculos da faculdade de engenharia, ele já não se parecia com o garoto brincalhão de antes. Seu olhar sério e distante a fez sentir uma estranha distância entre eles, como se ele estivesse em outro mundo, longe das conversas descontraídas que sempre compartilharam.

Ela queria falar com ele, compartilhar suas observações, talvez até desabafar sobre o quanto sentia falta das antigas conversas. Mas Thiago parecia não a notar.

Foi quando o murmúrio de um passageiro interrompeu seu silêncio:

— Em menos de uma hora estaremos lá...

Pegou um caderno e rabiscou o número da distância e a velocidade que acabara de ouvir. Concentrou-se no que estava fazendo, mas, ao levantar os olhos por um momento, encarou Thiago, percebendo que ele já sabia a resposta. Ele a observava de relance, por cima do livro, mas parecia esperar que ela chegasse à conclusão sozinha.

O MENINO E SEU PROBLEMA PARTE 03

A garota folheou as páginas do diário e olhou para a tabela que acabara de completar. Os números se alinharam como uma trilha lógica: a cada hora, 50 quilômetros eram percorridos. A linha do tempo seguia de forma constante, e a distância aumentava proporcionalmente.

— Eu escolho um valor para o tempo... e a distância surge como resposta. É sempre exata. Existe uma regra para isso! — pensou, animada.

No diário escreveu com letras grandes: $D(t) = 50 \cdot t$. Neste momento ela constatou:

—Essa fórmula sempre funciona, não importa se o tempo é 1, 2 ou 3 horas e meia!

Enquanto o trem passava por paisagens conhecidas e desconhecidas, ela percebeu que os números ao seu redor pareciam falar algo mais que apenas cálculos. Fechou o caderno e olhou pela janela, pensando:

— A matemática, no fundo, está desenhando essa viagem comigo.

O trem seguia seu curso por Minas Gerais, com o som suave dos trilhos preenchendo o ambiente. Mariana, por um instante, olhou pela janela e viu a paisagem montanhosa passar rapidamente. Suas mãos descansavam sobre o diário, mas seus olhos castanhos, perdidos na velocidade da paisagem, estavam longe, longe de tudo. Seu primo agora dormia, mas a menina sentia uma tristeza silenciosa.

Durante as primeiras horas de viagem, ela não havia falado quase nada com ele, e uma sensação de desconforto estava entre os dois. O silêncio entre eles parecia mais pesado do que o normal, como se uma distância invisível tivesse se instalado entre os dois, tornando ainda mais difícil quebrar aquele vazio.

O pensamento da garota a levou até a avó Maria, que já aguardava a menina a tempos em sua casa. O abraço caloroso entre as duas, o cheiro familiar e o sorriso acolhedor da sua

avó, era tudo o que ela mais desejava naquele momento. Mas o tempo parecia ir mais devagar do que o esperado.

— Falta pouco..., mas o tempo parece andar mais devagar quando a saudade anda junto, pensou Mariana, com um suspiro.

Foi quando uma voz interrompeu seus pensamentos.

— Ei! Você gosta de jogar? — perguntou Felipe, um menino de 7 anos sentado na poltrona da frente.

Mariana, ainda um pouco pensativa, olhou para ele e sorriu.

— Eu gosto, sim! — respondeu com gentileza.

— Eu estava jogando e perdi todas as minhas vidas no jogo! — Felipe exclamou. — Aí, minha mãe disse que eu posso comprar mais vidas, mas só posso gastar de 3 a 6 reais. Cada vida custa R\$ 0,75, você acha que dá para comprar quantas vidas?

Novamente, a menina se via diante de uma nova questão no vagão. O que este problema poderia estar escondendo agora? Mariana abriu uma nova página no diário e começou a anotar:

— A mãe disse quanto ele pode gastar... então, quantas vidas ele consegue comprar com esse valor? Qual seria a menor e a maior quantidade possível de vidas? Eu conseguiria representar isso em um gráfico? Mostraria algo diferente sobre o comportamento das variáveis? Diante de tantas dúvidas, Mariana fez alguns cálculos mentalmente e, olhando para Felipe, respondeu com um sorriso.

Felipe riu, mas logo ficou pensativo.

— Agora tenho outro problema... será que compro o mínimo ou o máximo de vidas? — murmurou, encarando a tela do jogo. Para ele, as vidas eram o que mais importava naquele momento.

A MÁQUINA DE VENDAS E GULOSEIMAS

PARTE 04

Mariana ficou feliz ao perceber que havia ajudado o menino Felipe em seu problema. Ele agora sabia que o máximo de vidas que poderia comprar era 8, e o mínimo, 4. Um sorriso se abriu no rosto do menino, que ria ao falar:

— Ah, já entendi! Não dá para comprar meia vida, não é? Imagina eu tentando salvar meu reino com só meio guerreiro!

A garota sorriu e, naquele instante, percebeu que o menino, tão jovem, havia notado algo importante sobre o comportamento das variáveis no gráfico que ela havia desenhado: ele não era uma linha contínua.

— É isso mesmo! — disse ela. — Ou você tem uma vida... ou não tem.

Ela olhou para o gráfico, satisfeita com a descoberta. Nele, apenas pontos inteiros marcavam as possibilidades.

— Que beleza! Tudo funcionando como uma engrenagem, uma parte movimenta a outra, e o que parece simples revela um ritmo preciso e interligado.

Thiago acordou com a risada de Felipe e o sorriso de Mariana. Um pouco confuso sobre o que estava acontecendo, olhou para a prima e percebeu o diário aberto com gráficos e anotações ao lado dela. Antes que pudesse perguntar, Mariana, talvez recordando o silêncio anterior entre eles, abaixou a cabeça rapidamente, como se sentisse alguma repreensão por estar se divertindo, algo que ele nem havia dito ou pensado. Foi um gesto tão sutil que, mesmo sem palavras, fez Thiago hesitar. Sem saber como lidar com a situação, e sem querer forçar a conversa, ele se ajeitou na poltrona, fechou os olhos e decidiu fingir que voltava a dormir, mas uma ponta de curiosidade sobre as investigações da prima ficou em sua mente.

O silêncio foi interrompido pelo painel eletrônico do vagão:

— Senhores passageiros, faremos uma parada de 40 minutos na Estação Jardim para a manutenção da via. Aproveitem para conhecer o local. Assim que o serviço for concluído, continuaremos até o destino final.

Mariana vacilou por um instante, mas a curiosidade venceu o receio. Pegou sua pequena mochila e desceu do trem. A estação era charmosa, com uma arquitetura antiga e cheia de detalhes que pareciam perfeitos para fotos. As flores coloridas espalhadas pelos bancos e cantos eram um cenário ideal para sua próxima postagem. Ela caminhava devagar, tentando capturar as melhores imagens para as redes sociais, quando encontrou uma pequena loja escondida em um dos cantos da estação. Em frente à vitrine, uma máquina de vendas de bebidas e guloseimas chamou sua atenção:

— Como será que funciona esta máquina? — pensou Mariana, intrigada.

Com fome, decidiu testar. Ela escolheu o botão para Chips, colocou o valor exato e aguardou o produto. Para sua surpresa, o que saiu foi suco de uva! Mariana franziu a testa, desconcertada. Tentou de novo, desta vez pressionando o botão da água, mas nada aconteceu. Na terceira tentativa, apertou o botão da água novamente e, em vez de água, saiu um cookie.

— Como assim? Um botão não entrega nada e o mesmo botão pode entregar duas coisas diferentes em momentos diferentes? — murmurou, olhando para a máquina, ainda mais confusa.

Mariana ficou pensando por que, em alguns momentos, tudo parecia funcionar perfeitamente, enquanto em outros, como naquela máquina estranha, as coisas simplesmente não faziam sentido. Será que todas as relações entre escolhas e resultados funcionam do mesmo jeito?

Ela lembrou das conexões que viu ao longo da viagem e fez um paralelo entre elas, tentando entender o que tinham em comum: o botão pressionado na máquina de vendas e o produto entregue, os números dos bilhetes e os assentos, os nomes das estações e suas localizações, e até o número de vidas e o dinheiro gasto. O que garantia que, em cada caso, a escolha feita realmente resultasse no esperado?

O CONCEITO, A PONTE E O ELO

PARTE 05

Mais uma vez, Mariana se via tomada pelo desejo de entender os fenômenos ao seu redor. Diante da máquina de vendas, algo a intrigava: a falha na correspondência entre botões e produtos entregues. Ela observou:

— Deveria haver uma relação exata entre o botão e o produto: botão de chips, chips; botão de água, água. Mas aqui, essa correspondência falha. Às vezes, não sai nada; em outras, aparecem produtos diferentes do esperado.

Ao tentar representar a situação em tabelas e diagramas, percebeu claramente que a máquina ilustrava uma relação instável e imprevisível entre variáveis, sem correspondência única.

Seu primo a observava de longe, com uma leve preocupação no olhar. Temendo que Mariana ficasse sozinha na estação, decidiu se aproximar discretamente, tentando que parecesse natural. Porém, ao dar o passo, foi interrompido por José, um passageiro que se aproximou de Mariana.

José, notou a atenção de Mariana e se aproximou, dizendo com entusiasmo:

— Você parece uma cientista investigando essa máquina!

Mariana sorriu e perguntou:

— O senhor entende o que está acontecendo?

A garota mostrava a ele suas anotações no diário, frustrada. José olhou para os esquemas, para a máquina, e assentiu com a cabeça, com um sorriso compreensivo. — Entendo sua frustração. É que algumas coisas na vida seguem uma regra clara: uma escolha, um resultado. Essa máquina... parece que esqueceu a regra dela.

Mariana concordou, sentindo-se compreendida. A fala daquele senhor validou sua investigação.

— É verdade... — refletiu ela, em voz alta. — Parece que nem tudo segue uma regra exata.

Com os olhos fixos no rio que corria próximo à estação, José assentiu e, após um breve silêncio, disse:

— Observe, menina. O rio parece tranquilo agora, mas pode se tornar impetuoso.

Ela o escutava com a atenção, absorvendo cada palavra como um ensinamento valioso.

— Como a vida, onde muitas influências diferentes moldam o resultado: quem somos, o mundo ao nosso redor e os fenômenos que nos afetam.

José, olhando para o horizonte, continuou:

— Eu viajo por essa linha há anos. Rios mudam de curso, montanhas se erguem e desmoronam, e as pessoas se encontram e se separam. As coisas mudam, se transformam. Nossas escolhas são apenas um elemento dentro de uma expressão muito maior, cheia de variáveis independentes e imprevisíveis que influenciam o resultado.

José, notando à distância que Thiago observava tudo com atenção, sorriu para Mariana e comentou:

— Parece que ele também se interessa por suas investigações.

Nesse momento, o apito do trem soou. Mariana levantou a cabeça e, ao olhar mais adiante, viu Thiago sorrindo e acenando, como quem a chamava de volta ao trem. O sorriso dele, apesar de simples, parecia um convite silencioso para que ela se aproximasse. A menina se despediu de José e, já de volta ao assento, ouviu Thiago romper o silêncio com naturalidade:

— Você já descobriu, Mariana, o conceito de função? Ele sorriu levemente, como se estivesse testando algo.

Mariana franziu a testa, pensativa. Ela sabia que estava prestes a aprender algo novo, e o tom dele indicava que a conversa seria mais do que uma simples explicação.

— Função? repetiu, desconcertada, enquanto ele continuava.

— Sim, isso mesmo. Na engenharia, usamos muito esse conceito. O rapaz então apontou pela janela, para o lado de fora.

— Olha aquela ponte. Percebe aquela curva? Esse é um exemplo clássico de uma função em ação. A forma e a resistência do arco são determinadas por um conjunto de variáveis que se relacionam de forma única.

— Essa curva é tão bonita... parece desenhada à mão! Mariana comentou, encantada pela elegância da estrutura.

Thiago aproveitou a chance para se aproximar e lançar um desafio que a levasse a avançar ainda mais, algo conectado às descobertas que Mariana registrava em seu diário. Com entusiasmo, disse:

— Minha proposta é: olhar para esta ponte exatamente como ela é, mas encontrar a matemática por trás dela. Vamos ver se você consegue!

Surpresa, não acreditava no que ouvia. Parecia que seu primo estava realmente propondo algo bem diferente. Ele se aproximou dela, com um sorriso confiante, e disse:

— Você vai ver, essa curva tem uma explicação bem interessante. Vamos descobrir isso juntos!

Ele se inclinou um pouco, como se estivesse compartilhando um segredo, e olhou para ela com entusiasmo. Mariana, com os olhos curiosos, acompanhava cada movimento de Thiago. Então, ele pegou o tablet, desbloqueou a tela, abriu um aplicativo gráfico e puxou uma foto da ponte que acabara de tirar. Com facilidade, começou a manipular a imagem.

— Agora imagine que estamos olhando para a ponte sobre um plano cartesiano. Está entendendo? — perguntou, com os olhos brilhando, querendo ver a reação dela.

— Claro! — respondeu Mariana, cada vez mais empolgada.

— Então, vamos representar isso num gráfico... Tipo, com eixo X e eixo Y?

— Isso mesmo! Agora, pense: se a curva da ponte é contínua, o que podemos dizer sobre o ponto mais alto? Thiago perguntou, com um olhar travesso.

Ela ficou em silêncio, refletindo. Sabia que o ponto mais alto da ponte deveria ser um ponto importante, mas... como encontrá-lo? O rapaz continuou, ainda mais envolvido no diálogo:

— E, pensando na representação da ponte aqui na tela, quais são os limites dela no sentido horizontal? E quais são os limites no sentido vertical? — Thiago a encarou, ansioso pela resposta.

Mariana observava Thiago com um misto de curiosidade e receio. A expressão confiante e tranquila dele despertava nela uma sensação de desafio. Ela queria muito entender o que ele propunha, mas, ao mesmo tempo, temia não conseguir acompanhar o raciocínio do primo e acabar desapontando-o.

Começou a se concentrar, já imaginando a curva se formando.

— Ah, entendi... Então temos alguns pontos... Nossa! Até a ponte pode ser traduzida em uma expressão matemática!

De forma inesperada, a curva surgiu na tela e, à medida que observava, algo dentro dela fez um clique. A ponte, a curva, o gráfico... tudo fazia sentido. Ela sentiu uma onda de alegria. Mas, no fundo, ainda restava uma dúvida.

— Mas, Thiago, você não me disse onde exatamente está o ponto mais alto da ponte... Como eu vou saber isso?

Thiago cruzou os braços e ficou satisfeito com a pergunta.

— Justamente! Essa é a parte mais interessante.

Assim, Mariana estava prestes a desvendar algo que nunca havia imaginado, algo que ganharia vida diante de seus olhos de forma surpreendente.

AS VARIÁVEIS: MATEMÁTICA E TEMPO

PARTE 06

Mariana, empolgada, continuou a analisar a curva com mais confiança. Agora, ela sabia o que precisava fazer. Com a expressão quadrática, ela poderia calcular qualquer valor ao longo da curva. Uma onda de realização a invadiu, como se tivesse finalmente descoberto o segredo escondido.

Enquanto observava com mais cuidado, um detalhe a chamou atenção.

— É isso! — exclamou, quase sem acreditar. — Tudo se relaciona... a curva é descrita por uma expressão quadrática! Agora entendi: com essa equação, posso calcular qualquer valor ao longo da trajetória. O próximo passo é encontrar a coordenada x do ponto médio entre os pilares, ali estará o eixo de simetria. E é justamente nesse ponto que se encontra o topo da ponte!

Naquele instante, começava a se esboçar uma questão que ainda não tomava forma em palavras, mas que atravessava suas reflexões: o que tornava possível calcular qualquer

ponto de uma trajetória a partir de uma única expressão? Que tipo de relação estava ali presente, capaz de reunir tantos valores diferentes sob uma mesma regra?

— Isso mesmo! Essa curva é uma parábola e aparece em tantas coisas que nem imaginamos — disse Thiago.

Os primos sentiram-se conectados por um novo entendimento. As conversas fluíam, e eles se perderam na troca de ideias.

— Thiago... — disse ela, olhando para o primo.

— Se alguém te perguntasse agora o que é uma função... como você responderia?

Ele riu, pensativo.

— Não sei se existe só uma resposta certa — disse Thiago, pensativo.

— Mas talvez a melhor explicação seja aquela que a gente consegue construir junto com quem pergunta.

Então, completou:

— Mas, depois de tudo que você observou e desvendou hoje... o que é uma função, para você?

Mariana ponderava a pergunta de Thiago, conectando em sua mente todas as experiências da viagem, quando o apito longo e a desaceleração do trem anunciaram a chegada à estação. A resposta ficaria suspensa no ar, pronta para ser dita em outro momento...

Na plataforma, a avó Maria já os esperava. Com seu sorriso acolhedor, abriu os braços para Mariana, que correu até ela assim que o trem parou completamente, encolhendo-se em seu abraço. Enquanto todos começavam a deixar a estação, a garota olhou para o primo e percebeu que algo havia mudado entre eles. O silêncio que os havia separado durante grande parte da viagem agora dava lugar a uma nova cumplicidade.

Thiago a observava com um sorriso suave no rosto, notando o brilho nos olhos de Mariana enquanto ela falava animada sobre os cálculos, as ideias e os novos conceitos que havia aprendido. Ele escutava atentamente, interessado, com uma expressão de orgulho.

Já em casa, enquanto a avó preparava o jantar, Thiago e Mariana se sentaram na varanda, com o vento suave e o entardecer ao fundo. Mariana estava tranquila e satisfeita com o dia. Seu primo, aquele que antes parecia tão distante, agora se mostrava presente de uma forma completamente nova. A avó, que de perto ouvia a animada conversa dos dois, aproximou-se e os observou com um olhar carinhoso.

— Contem para a avó: o que esta viagem fez para vocês, meus queridos?

Mariana, olhando para Thiago, respondeu com entusiasmo:

— Que a vida é feita pelas relações, vó. Às vezes previsível, às vezes imprevisível, mas sempre com algo novo a aprender.

Thiago riu, e pela primeira vez em muito tempo, parecia à vontade, compartilhando o momento com Mariana, como nos velhos tempos.

— E, além disso, podemos aprender muito com o que nos cerca, até mesmo com as falhas... completou ele.

Naquela noite, a garota percebeu que o tempo de viagem e a matemática havia aproximado os dois primos. E assim, enquanto a casa da avó se enchia de risos e conversas, Mariana fez sua última anotação no diário:

— A viagem pode ter acabado, mas o aprendizado permanece, e sinto que é apenas o começo de muitas novas descobertas que ainda vou fazer. E sei que ainda tenho muito a explorar e a compartilhar com o Thiago.

Mariana fechou o diário, com o olhar atento e o sorriso voltado para o que ainda estava por vir. Sabia que, como em cada curva de um traçado, cada percurso guarda seu próprio sentido. E era com essa certeza que se lançava, com leveza e coragem, aos próximos passos da sua jornada.

4.4 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE FUNÇÃO: UM ESTADO DO CONHECIMENTO

Por compreender que a pesquisa se constitui em um processo coletivo de reflexão e elaboração, tornou-se necessário explicitar ao leitor o percurso de diálogo com a produção acadêmica que fundamenta este estudo, já que esse movimento, embora presente, permanecia pouco visível. Dessa forma, entende-se que a elaboração do Estado do Conhecimento não apenas confere visibilidade a essa ligação, mas também orienta a apropriação do saber produzido, contribuindo para escolhas teóricas e metodológicas conscientes sobre o objeto de estudo.

Morosini, Nez e Nascimento (2021, p. 76) destacam que o estado do conhecimento funciona como um recurso formativo e instrumental, favorecendo tanto a análise da realidade quanto o desenvolvimento das habilidades metodológicas e investigativas de cada pesquisador. Desse modo, o estado de conhecimento se concretiza em uma tarefa investigativa, definida por Kohls-Santos e Morosini (2021, p. 125) como “um tipo de pesquisa bibliográfica, baseada, principalmente, em teses, dissertações e artigos científicos” que permite compreender os caminhos já explorados, identificar lacunas e analisar a consolidação de campos teóricos, mostrando como os saberes se articulam e se transformam ao longo do tempo.

Este levantamento retoma contribuições que delineiam o quadro geral do ensino do conceito de função, como os estudos de Barbosa, Andrade e Messias (2024), e avança para análises que aprofundam sua compreensão à luz do movimento lógico-histórico, como em Lima e Sousa (2025), organizando-se de modo a sustentar o recorte teórico que orienta a presente pesquisa.

Assim, tem-se que a pesquisa recente feita por Barbosa, Andrade e Messias (2024) se concentra em uma revisão de artigos científicos publicados entre 2013 e 2023, no portal de periódicos CAPES, sobre o ensino do conceito de função como objeto de pesquisa. Tal levantamento ilustra um cenário em que se busca repensar a prática pedagógica por múltiplas vias. A análise mencionada revela que

os autores têm explorado o uso de tecnologias como foi o caso do software GeoGebra e KmPlot, além de terem pautado suas experiências em diferentes perspectivas metodológicas, tais como a Etnomodelagem, a Resolução de Problemas, uso da História da Matemática e o Ensino/aprendizagem sob um olhar voltado para possíveis Obstáculos Epistemológicos inerentes ao conceito de função. Evidenciou-se, também, estudos no âmbito da formação de professores (inicial ou continuada). (Barbosa Andrade; Messias, 2024, p. 12-13)

Dando seguimento, observa-se que o uso da História da Matemática, mencionado por Barbosa, Andrade e Messias (2024), vai além da simples contextualização histórica. A pesquisa citada por esses autores refere-se ao artigo de Sousa e Moura (2019), no qual os autores analisam as historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça, buscando revelar os nexos conceituais do movimento lógico do conceito de função e desconstruir a ideia de uma única história da matemática.

O artigo de Sousa e Moura (2019) alinha-se à perspectiva da História da Matemática como abordagem didática para o ensino. Barbosa, Andrade e Messias (2024, p. 10) destacam que “os movimentos lógico-históricos, relatados pelos quatro autores estudados, apontam que o conceito de função é mais amplo que a forma como é apresentado na Educação Básica, sobretudo no Ensino Médio”. Tal constatação corrobora o objetivo deste estudo, que busca justamente resgatar o conceito de função por meio de sua gênese lógico-histórica, indo além das apresentações formais tradicionais.

Em sintonia com essa perspectiva, o estudo de Lima e Sousa (2025) aprofunda a orientação teórico-metodológica já delineada por Sousa e Moura (2019), mantendo o movimento lógico-histórico como eixo de análise. Nessa investigação mais recente, os autores ampliam o horizonte de reflexão ao examinar produções acadêmicas que discutem a constituição do conceito de função, considerando sua historicidade e as relações internas que o estruturam.

O artigo de Lima e Sousa (2025) mostra que, embora o movimento lógico-histórico conte com 669 trabalhos no banco da CAPES ao longo dos últimos 20 anos, a seleção de apenas dez produções voltadas ao ensino de matemática e funções revela uma discrepância. Tal cenário abre possibilidades para o aprofundamento, sobretudo no que se refere ao objeto de ensino e à sua organização.

O estudo mencionado ainda revela o resgate da história da Matemática como um modo de ensinar que visa à superação da lógica formal em direção à dialética. Com base em Dias (2007) e Silva (2018a)⁸, a pesquisa traduz esse campo como ferramenta para modificar a qualidade do pensamento do estudante. No caso específico da função exponencial, Silva (2018a) destaca como objetivo possibilitar uma abordagem do conceito que vá além das aparências, por meio do uso de situações desencadeadoras de aprendizagem. Já ao analisarem Silva (2018b) e Pimenta (2019), os autores reforçam o entendimento de que a identificação dos

⁸Neste trecho, optou-se pela grafia “Silva (2018a)” exclusivamente para manter a fidelidade à terminologia adotada por Lima e Sousa (2025). Ressalta-se que a obra citada corresponde à mesma referenciada e analisada nas demais seções deste trabalho sob a designação “Silva (2018)”.

nexos internos se apresenta como alternativa para a organização do ensino, favorecendo a análise e criação de recursos pedagógicos digitais e o uso de tecnologias.

Nesse contexto, o trabalho de Lima e Sousa (2025) ganha valor ao organizar os nexos conceituais identificados na revisão bibliográfica em uma organização visual, integrando dois tipos de nexos, o que permite compreender melhor a estrutura e as inter-relações entre os conceitos. De um lado, tem-se os nexos estruturantes, que correspondem aos conceitos gerais da álgebra apontados por Sousa (2004) e Panossian (2014), como número, dependência, processos de generalização e variável. De outro, observam-se os nexos específicos aos trabalhos que focaram em temas como Trigonometria, Função exponencial ou Números Reais, conectando-se à estrutura central e exemplificando a diversidade das relações conceituais presentes nas pesquisas analisadas.

Em suas considerações, Lima e Sousa (2025, p. 5) defendem que esses momentos históricos são necessários para a aprendizagem atual ao possibilitar compreender como os conceitos matemáticos se constituíram e se transformaram ao longo do tempo. Nesse sentido, os autores destacam que as fases da álgebra geométrica, retórica, sincopada e simbólica “coincidem com a criação de novos nexos conceituais e o avanço em direção ao conceito de função como é concebido atualmente na Matemática”. Tal constatação serve como alicerce para a presente pesquisa, permitindo situar a importância da ação do professor no estudo dos nexos internos do objeto de ensino.

No entanto, ainda permanece pouco explorado de que forma o movimento lógico-histórico tem sido materializado pedagogicamente em sala de aula. Por isso, o Estado do Conhecimento concentra-se em identificar quais modalidades de SDA, como jogos, histórias virtuais ou situações emergentes têm sido propostas para o ensino do conceito de função no campo da atividade orientadora de ensino.

Para o levantamento das produções, utilizou-se como descritores as expressões SDA, Conceito de Função e Ensino de Função, combinadas entre si pelos operadores *e* e *ou*. Previamente à leitura, foram incluídas teses, dissertações e artigos alinhados à Teoria Histórico-Cultural e aos desdobramentos do Ensino Desenvolvidor, que propunham a organização do ensino por meio da Atividade Orientadora de Ensino e abordavam SDAs relacionadas ao conceito de função. Além disso, excluíram-se estudos duplicados, trabalhos indisponíveis na íntegra no período da busca e produções que não discutiam modalidades de SDA.

Ao final do processo de filtragem, foram selecionados nove trabalhos que atenderam aos critérios estabelecidos, distribuídos da seguinte forma: duas pesquisas provenientes do

Banco de Teses da CAPES, quatro do Portal de Periódicos da CAPES e três da BDTD, compreendendo quatro dissertações, quatro artigos e uma tese.

Quadro 3 - Levantamento das obras sobre SDA e o ensino do conceito de função

Ano	Autoria	Título da Obra	Tipo de Documento	Classificação das SDAs na obra
2018	Adnielson Lima da Silva	O ensino de função exponencial para além das aparências	Dissertação	Uma função e uma xícara de chá e Terremoto e uma função
2021	Thiago Guedes Strassemann	Introdução ao conceito de função e teoria histórico-cultural: uma proposta para o ensino médio em meio à pandemia covid-19	Dissertação	A história de Marty Mcphone
2021	Dayane Martins Goulart	Organização do ensino que orienta o pensamento dos estudantes no movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto: um olhar a partir da gênese do conceito de função	Dissertação	A confecção de painéis na escola
2023	Divanete Maria Bitdinger de Oliveira	A organização do ensino de funções em um curso de licenciatura em matemática de uma universidade tecnológica: contribuições da teoria da atividade e da abordagem CTS para a aprendizagem da docência	Tese	Não adoece somente quem fuma, mas também quem planta”
2023	Divanete Maria Bitdinger de Oliveira e Flávia Dias de Souza	Uma situação desencadeadora de aprendizagem para a apropriação do conceito de função na formação de professores	Artigo	Não adoece somente quem fuma, mas também quem planta
2023	Maria Marta da Silva e Bruno Silva Silvestre	O lógico-histórico na organização do ensino: uma situação desencadeadora da aprendizagem acerca do conceito de função	Artigo	O código de Turake
2024	Maria Marta da Silva e Maria do Carmo de Sousa	Formação de professores de matemática: o desenvolvimento do pensamento teórico e o processo de aprendizagem da atividade pedagógica	Artigo	O código de Turake
2024	Nicole Louise Cordeiro	Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas em situações desencadeadoras de aprendizagem que envolvem matemática e música	Dissertação	Matemúsica
2024	Gabriela Lacerda e Maria Marta da Silva	A organização do ensino do conceito de função a partir da proposta do clube de matemática	Artigo	A jornada de Mitani

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A sistematização apresentada no Quadro 3 indica a atualidade do tema, com todas as obras selecionadas publicadas a partir de 2018 e maior concentração de produções nos anos de 2023 e 2024, período pós-pandêmico. Ademais, revela-se outro aspecto importante quanto ao público-alvo das investigações, uma vez que a maioria dos trabalhos direciona o foco para o processo de formação de professores concebendo as SDA como propostas que orientam a organização do ensino e sustentam processos de formação conceitual.

Nesse sentido, destaca-se o estudo de Silva (2018), já mencionado anteriormente, que trata do ensino de funções exponenciais. O autor desenvolve Situações Desencadeadoras de Aprendizagem como possibilidade de abordagem desse conteúdo, tomando a Atividade Orientadora de Ensino como base metodológica, no âmbito de um projeto de extensão intitulado Oficina Pedagógica de Matemática – UTFPR. O trabalho se diferencia por ser o único a recorrer à modalidade Situação Emergente que, segundo o autor, “é aquela que surge a partir do cotidiano, possibilitando prática educativa ao colocar o estudante diante da necessidade de vivenciar soluções de problemas significativos a elas”, como forma de organização do ensino.

Segundo os resultados apresentados por Silva (2018), a atividade intitulada “*Terremoto e uma função exponencial*” mobiliza a compreensão da escala logarítmica e das taxas de crescimento e impacto, sendo estruturada a partir dos nexos internos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica. Nessas condições, Silva (2018, p. 121) afirma que “os professores conseguiram ensinar aos seus estudantes com maior segurança e com qualidade, dando sentido à situação do cotidiano, vencendo assim a barreira da aparência”. Em contrapartida, a atividade “*Uma função exponencial e uma xícara de chá*”, voltada ao estudo do decaimento exponencial associado ao resfriamento, não mobilizou os nexos internos identificados no movimento lógico-histórico do conceito de função exponencial. Ainda assim, Silva (2018, p. 121) afirma que “os professores conseguiram desenvolver e entusiasmar os seus estudantes, por ser uma situação do seu cotidiano, o que não deixa de ser uma possibilidade de ensino com maior significado aos estudantes”, o que sugere uma aproximação mais associada a motivação dos estudantes.

Quando Silva (2018) compara as propostas de situações desencadeadoras, ele aponta para um aspecto conceitual importante. Ao não se organizar a partir dos nexos internos do conceito, o envolvimento dos estudantes decorre sobretudo da familiaridade com o contexto apresentado, e não da mobilização das relações essenciais que possibilitam a formação conceitual. Entendo tal característica como um fator que tende a aproximar a proposta das aparências e que a distância da perspectiva de situação emergente.

Corroborando esse entendimento, Oliveira (2023) reforça que a elaboração de uma SDA não deve ser aleatória, mas exige um movimento intencional do docente em direção à gênese do conhecimento. Segundo a autora:

[...] o professor precisa pesquisar ativamente a história desse conceito, a fim de buscar quais foram os motivos geradores do mesmo, a sua essência, além de verificar qual seria a forma mais apropriada da SDA considerando quem são os estudantes. Após a elaboração da SDA, o professor ainda necessita pensar como será a intervenção, a fim de mediar de forma que coloque os estudantes em atividade, segundo Leontiev, e para isso é imprescindível também o trabalho coletivo. (Oliveira, 2023, p. 518)

Dando seguimento, a SDA “*Não adoece somente quem fuma, mas também quem planta*” (Oliveira, 2023; Oliveira; Souza, 2023), sistematizada no quadro como tese e artigo, revela a efetividade da proposta ao articular a dimensão social à formação conceitual. A atividade cria, inicialmente, uma necessidade real de apropriação do conhecimento ao vincular o problema matemático ao contexto social dos estudantes de licenciatura em Matemática, muitos oriundos da zona rural, região marcada, entre outros aspectos, pela produção de tabaco.

Classificada como História Virtual atrelada à temática CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade), a proposta mobiliza os estudantes a ajudarem o personagem Miguel na tomada de decisão produtiva e, segundo Oliveira e Souza (2023, p. 521), “[...] não somente a resolver o problema matematicamente”. Esse engajamento intencional permite a materialização dos nexos internos do conceito sendo eles a fluência, a interdependência, o movimento, o campo de variação e a variável. Além disso, mobiliza o futuro professor a analisar problemas de saúde e ambientais relacionados à produção de tabaco, favorecendo a apropriação do conceito de função e o uso da Matemática como leitura crítica da realidade.

Silva e Silvestre (2023) indicam que os problemas desencadeadores não funcionam como simples contextos ilustrativos, mas como situações atravessadas por necessidades humanas que dão sentido ao conceito, o qual já se encontra objetivado nelas. Nessa direção, a história virtual *O código de Turake* não se opõe ao real, mas atua como mediação para que o estudante reproduza, em nível teórico, o movimento histórico de produção do conhecimento. Ao destacarem que os nexos do conceito de função não se apreendem pela reprodução estática do gráfico, mas pelas relações entre movimento e fluência da vida humana, os autores reforçam que a aprendizagem decorre da análise dessas relações, e não da forma isolada do conceito.

Desse modo, a singularidade da história virtual *O Código de Turake* (Silva; Sousa, 2024) reside em situar a gênese do conceito de função nas necessidades de sobrevivência de uma tribo, envolvendo questões relativas ao controle da natalidade, da alimentação e do território. Tal

perspectiva é reforçada pelo entendimento de que a simples participação em atividades práticas não garante, por si só, a apropriação conceitual. Nesse sentido, Silva e Sousa (2024, p. 9) afirmam que “buscou-se uma estrutura do ensino do conceito de função que fosse de encontro ao que já está posto e, portanto, tivesse como porta de entrada o pensamento teórico”, indicando que a SDA se configura como um meio de reorganizar o ensino. Conforme destacam as autoras, a formação do conhecimento depende de tarefas cognitivas intencionalmente organizadas, capazes de orientar o estudante a agir intelectualmente sobre o objeto de estudo, superando a mera execução de procedimentos.

Lacerda e Silva (2024) apresentam em seu artigo *A Jornada de Mitani*, uma História Virtual desenvolvida no âmbito do Clube de Matemática da UEG, com licenciandos e uma pedagoga. As autoras destacam que o processo de elaboração e planejamento da atividade de ensino é formativo, pois conduz os clubistas à apropriação do conceito matemático. Isso ocorre na medida em que, ao constituírem a Situação Desencadeadora de Aprendizagem visando à educação básica, os futuros professores se envolvem em ações colaborativas permeadas por diferentes contribuições, o que beneficia diretamente a sua formação docente.

Na materialização da proposta apresentada por Lacerda e Silva (2024), os participantes definiram coletivamente contexto, personagens e problemas desencadeadores. A narrativa situa Mitani e Goriel em uma comunidade agrícola que depende da previsão das chuvas, simulando uma necessidade humana histórica que exige a superação do senso comum. Por esta SDA, foi possível explorar os nexos conceituais de movimento, fluência, interdependência e regularidade.

Em Strassemann (2021), observa-se que o estudo enfrentou a limitação de ter sido aplicado durante o período pandêmico, o que exigiu a reelaboração da proposta para o ensino remoto. Embora o autor mencione mais de uma história virtual, bem como a mobilidade proporcionada pelo jogo *Fan-Tan*, o texto dissertativo destaca *Marty McPhone* como a história virtual para a mediação do ensino do conceito de função em sua discussão de resultados, motivo pelo qual será considerada para análise no estado do conhecimento.

A história de Marty Mcphone, baseada na trilogia de filmes *De Volta Para o Futuro*, traz em seu enredo o protagonista Marty que viaja para o ano de 2015 e depara-se com a novidade dos smartphones. Ele deseja comprar um aparelho e precisa decidir qual é o plano de telefonia tem o melhor custo e benefício para a sua estadia de 15 dias no futuro. Strassemann (2021) indica que, embora o ensino remoto tenha dificultado o desenvolvimento completo da proposta, foi possível, em alguns momentos, discutir os nexos conceituais e a síntese do conceito a partir das tarefas propostas.

Em outro momento de seu texto, Strassemann (2021, p.135) analisa que, “[...] nas cenas surgidas da história virtual “Marty McPhone”, uma valiosa discussão acerca das noções de variável e interdependência, além de uma série de situações em que o nexo fluência assumiu um papel de centralidade”. Neste sentido, superando as restrições das aulas remotas que limitaram o processo de interação e aprendizagem, a história virtual mencionada firmou-se como elemento mediador. Pois, ainda que Strassemann (2021) tenha apresentado uma definição do conceito de função, foi no contexto da narrativa que os nexos conceituais identificados em seu estudo emergiram dos estudantes do 1º ano do Ensino Médio e permitiram identificar movimentos do pensamento dos estudantes.

Em Cordeiro (2024), a pesquisa desenvolve-se na Educação Básica com uma turma do 2.º ano do Ensino Médio. Através da história virtual *Matemúsica*, a autora mobiliza o estudo das funções trigonométricas a partir da discrepância acústica de uma nota musical, articulando a Matemática com os campos da Música e da Acústica. O estudo aponta que essa situação desencadeadora não apenas incentivou a identificação da periodicidade, mas também promoveu aproximações com os nexos internos de variável, interdependência e fluência. Ainda que a proposta tenha favorecido a apropriação da função seno, pois a narrativa gerou a necessidade cognitiva de resolver o problema acústico, articulando relações afetivas e sociais em consonância com o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes.

A SDA denominada *A confecção de painéis na escola*, de Goulart (2021), utiliza uma História Virtual para integrar os campos aritmético, geométrico e algébrico. Ao serem desafiados a calcular a quantidade de chapas necessárias, os estudantes inicialmente recorreram a soluções aritméticas baseadas em casos particulares e grandezas discretas. Contudo, a narrativa impulsionou a necessidade de generalização, levando-os a transitar da simples multiplicação numérica para a compreensão da lei de formação da função. Nesse processo, a SDA permitiu que os discentes superassem o pensamento empírico imediato e, por meio da modelação algébrica e geométrica, se apropriassem do conceito de função como uma relação de interdependência entre grandezas variáveis.

Nesta direção, o trabalho de Goulart (2021) explicita que o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes é possível por meio das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem; contudo, tal êxito está condicionado aos modos de organização, condução e orientação docente em relação à essência do conceito de função. Goulart (2021, p. 75) conclui que, para além do planejamento, “as necessidades do professor e do estudante devem coincidir para que o processo de ensino-aprendizagem realmente se concretize”, garantindo orientar o

movimento de pensamento dos estudantes pelos caminhos de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto.

Em síntese, o estado do conhecimento indica que a Situação Desencadeadora de Aprendizagem funciona como instrumento mediador na organização do ensino segundo a perspectiva do Movimento Lógico-Histórico. Observa-se convergência quanto aos nexos conceituais do conceito de função, tais como movimento, fluência, variável, interdependência, campo de variação e regularidade, bem como uma preferência pela modalidade de História Virtual.

Essa escolha parece decorrer do fato de a narrativa ser intencionalmente desenhada, o que facilita o controle sobre os nexos conceituais, mas, por outro lado abre espaço para a elaboração de outras modalidades, como situações emergentes ou jogos, que exijam o mesmo rigor como desencadeadores. Nesse contexto, a lacuna que esta pesquisa busca preencher refere-se ao fato de que apenas três estudos contemplam estudantes da Educação Básica, indicando a necessidade de investigações que aprofundem a adaptação dessa abordagem a esse nível de ensino.

5 A ATIVIDADE DE PESQUISA

Esta investigação parte da compreensão de que toda atividade humana é historicamente situada, socialmente constituída e orientada por um objetivo. Sob a perspectiva do MHD, a produção do conhecimento é entendida como parte de um processo dinâmico, em que o pesquisador se insere como sujeito ativo na relação com o objeto investigado. O pesquisador não é um espectador externo, mas, ao intervir no contexto educativo, transforma a realidade, a si mesmo e amplia sua compreensão do objeto investigado.

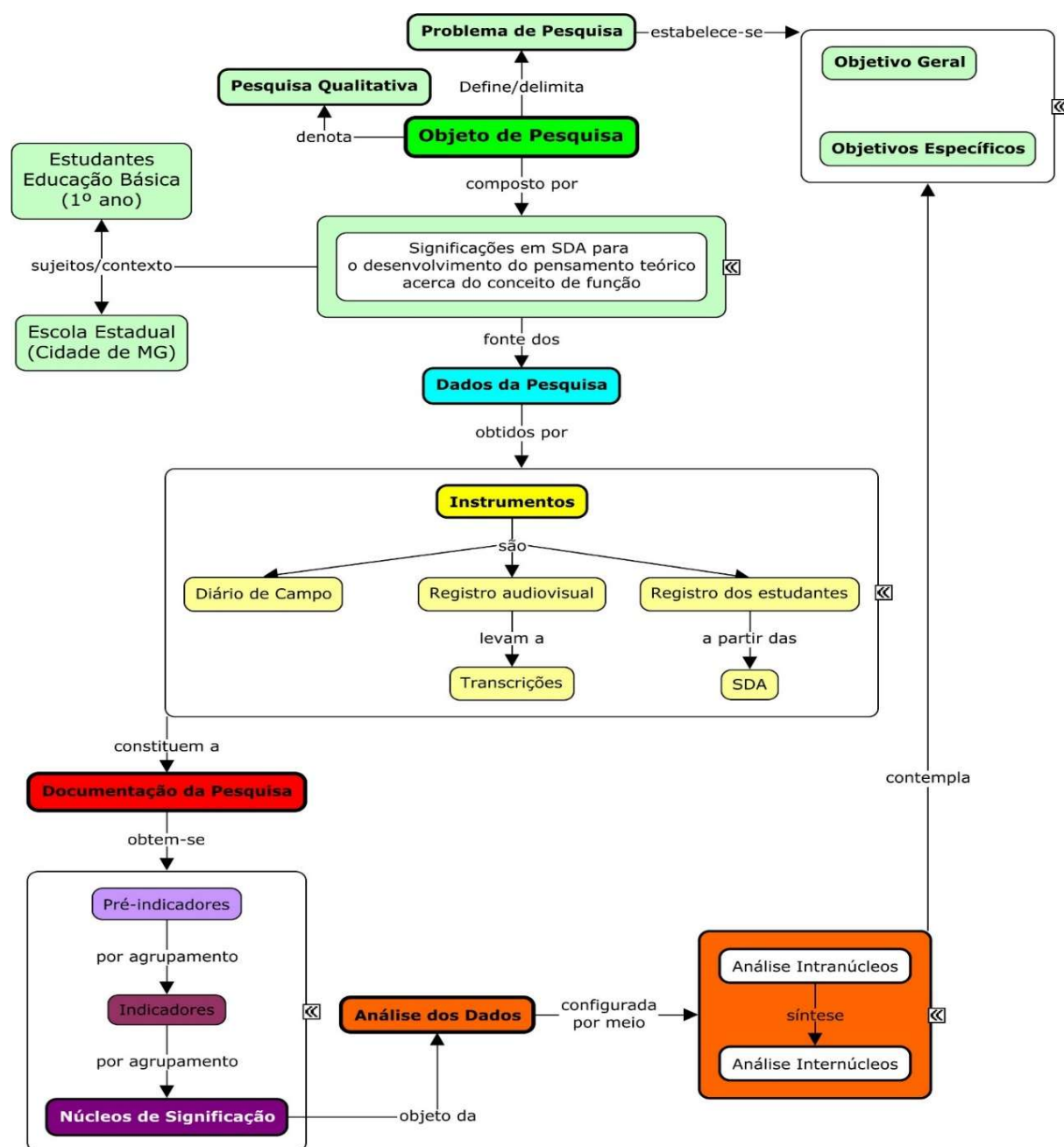
Nesse contexto, a atividade de pesquisa se organiza com base na compreensão da essência do conhecimento teórico-científico e na forma como ele se vincula à interpretação do objeto de estudo. O foco recai sobre a organização do ensino do conceito de função, por meio da AOE, que busca possibilitar aos estudantes o acesso ao conceito para além de sua forma aparente, conectando-o às necessidades humanas concretas que impulsionaram sua construção ao longo da história. Os conceitos científicos são, assim, internalizados por meio da ação do sujeito, das interações, da linguagem e da mobilização dos nexos conceituais.

A atividade do professor-pesquisador neste processo está relacionada à necessidade de compreender como o ensino pode, de fato, promover o desenvolvimento humano, especialmente por meio de práticas pedagógicas que favoreçam a formação do pensamento teórico nos estudantes. A escolha por uma abordagem qualitativa reflete a compreensão de que o conhecimento sobre os processos de ensino e aprendizagem exige uma leitura atenta dos sentidos produzidos pelos sujeitos em contextos concretos de interação.

Nessa perspectiva, os instrumentos de constituição dos dados foram definidos com o intuito de acessar dimensões subjetivas e socialmente mediadas da experiência dos estudantes, valorizando os sentidos pessoais e significados atribuídos por eles ao longo do processo. A fim de tornar mais claro o processo investigativo adotado nesta pesquisa, a Figura 5 apresenta um delineamento detalhado das etapas envolvidas.

Tal ilustração descreve um fluxo contínuo de trabalho, desde a definição dos objetivos até a análise dos dados, destacando as estratégias e os caminhos utilizados. A visualização desse processo, por meio do delineamento proposto, é intencional e visa contribuir para o entendimento do percurso investigativo, sendo que cada etapa foi posteriormente fundamentada e será retomada ao longo do texto.

Figura 5 - Delineamento do Percurso Investigativo



Fonte: Grupo de Pesquisa PPTHC (2025)

5.1 O MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO ENQUANTO MÉTODO DE PESQUISA

Sob a ótica do MHD temos que o ensino reflete e, ao mesmo tempo, participa das contradições presentes no modo de produção vigente, isto é, não é desvinculado da realidade

concreta. A forma como o ensino é estruturado: os conteúdos escolhidos, a metodologia adotada, os objetivos pedagógicos carregam marcas das relações sociais dominantes e das disputas ideológicas do seu tempo. Segundo Carone (1989, p. 29), “tal relação é de identidade e diferença: a parte materializa o todo, mas o todo não é o conjunto de partes, nem é a parte, o todo.” Assim, a escola deve ser compreendida como um espaço contraditório, no qual convivem tanto mecanismos de reprodução da ordem social quanto possibilidades reais de transformação.

A realidade é composta por múltiplas determinações, e compreendê-la exige ultrapassar o dado imediato por meio de uma análise que articule relações sociais, contexto histórico, condições materiais e conceitos teóricos em um movimento de síntese. A escolha dos instrumentos de constituição dos dados busca, assim, captar a experiência cotidiana e os sentidos que nela se manifestam, sem se limitar a esses elementos. Parte-se do entendimento de que a experiência imediata, muitas vezes marcada pelo automatismo da vida social, não é suficiente para revelar aquilo que permanece oculto sob sua aparência inicial, pois, como observa Carone (1989)

Os dados empíricos, por mais rigorosamente que sejam coletados, permanecem presos às ilusões e inversões ideológicas das representações imediatas dos objetos sociais. Eles necessitam, portanto, ser interpretados e convertidos pela mediação teórica, ou seja, os dados imediatos devem ser mediatizados pela teoria. (Carone, 1989, p. 26)

A observação e os instrumentos de coleta de dados são meios para acessar a realidade subjacente e constituem um ponto de partida. Este, contudo, não se limita a registrar o que se vê, mas busca desvelar como e por que os fenômenos se manifestam de determinada forma, exigindo uma análise crítica e interpretativa dos dados. Ainda, conforme Aguiar, Aranha e Soares (2021, p. 3), o processo de análise das falas, a partir de suas transcrições, deve ser considerado um ponto de partida ainda aparente, exigindo que se leve em conta, no trabalho analítico, a essencialidade das categorias, a totalidade e a historicidade. Assim, as transcrições não podem ser interpretadas como um fenômeno desvinculado das relações sociais e históricas que estruturam os sujeitos e suas expressões.

O entendimento sobre o método pressupõe que, ao conhecer o objeto, tornam-se possíveis propostas de mudanças e intervenções, pois a análise não se limita à interpretação das falas, mas à apreensão da realidade.

a apreensão dos sentidos não significa apreendermos uma resposta única, coerente, absolutamente definida, completa, mas expressões do sujeito muitas vezes contraditórias, parciais, que nos representam indicadores das formas de ser do sujeito, de processos vividos por ele. (Aguiar; Ozella, 2006, p. 228)

Essa perspectiva reforça que determinadas vivências podem não ter sido totalmente apropriadas ou compreendidas pelo próprio sujeito, o que exige uma análise que ultrapasse a literalidade das falas. Nessa perspectiva, o pesquisador, diante do objeto de sua investigação e de suas determinações, define o que será avaliado, isto é,

Trata-se de um processo dialético em que o pesquisador não pode deixar de lado alguns princípios, como a totalidade dos elementos objetivos e subjetivos que constituem as significações produzidas pelo sujeito, as contradições que engendram a relação entre as partes e o todo, bem como deve considerar que as significações constituídas pelo sujeito não são produções estáticas, mas que elas se transformam na atividade da qual o sujeito participa. (Aguiar; Soares; Machado, 2015, p. 63)

As categorias de análise, portanto, não são a priori, mas emergem de um processo contínuo de reflexão e análise do pesquisador ao longo da sua atividade de pesquisa. Dessa forma, a análise não se limita à superfície das falas ou às observações imediatas, mas busca identificar as mediações que estruturam a atividade e a compreensão dos sujeitos. As categorias de análise emergem dessa reflexão, articulando dados empíricos, conceitos teóricos e contexto histórico, permitindo compreender como o objeto de estudo, neste caso, o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função se manifesta e se transforma na prática educativa.

5.2 A REALIDADE CONCRETA COMO PONTO DE PARTIDA DA INVESTIGAÇÃO

A proposta inicial da investigação foi desenvolvida para uma turma do 1º ano do Ensino Médio, composta por 41 estudantes. No entanto, fatores institucionais e logísticos exigiram ajustes no número de participantes e na seleção da turma. A pesquisa precisou ser adequada ao calendário do sistema estadual de ensino de Minas Gerais e aos projetos da instituição, o que impactou o tempo disponível para a execução das ações de pesquisa planejadas.

Realizada ao longo de três semanas, a coleta de dados totalizou seis encontros, com duração média de 100 minutos cada. Os encontros foram planejados para ocorrer em horários vagos da professora-pesquisadora, bem como em momentos em que não havia outros eventos programados pela escola. Essa organização buscou evitar conflitos, garantindo a continuidade das atividades sem interferências externas e respeitando o funcionamento regular da escola.

Como critério de seleção dos estudantes, optou-se pela turma cuja maioria dos estudantes já mantinha um histórico prévio com a professora-pesquisadora, desde o 8º ano do Ensino Fundamental. Esse vínculo preestabelecido facilitou a interação inicial e contribuiu para uma dinâmica mais fluida, reduzindo possíveis dificuldades na construção de novas relações

durante o processo investigativo. Além disso, considerou-se a disposição dos estudantes e responsáveis em aceitar o convite para participar voluntariamente da pesquisa.

Participaram da pesquisa 24 estudantes, com idades entre 14 e 15 anos e diferentes níveis de proficiência em Matemática. O grupo foi composto por 20 estudantes que haviam cursado o 8º e/ou 9º ano com a professora-pesquisadora e por 4 estudantes recém-chegados à escola. Para garantir o anonimato e a confidencialidade dos participantes, conforme as diretrizes éticas da pesquisa, adotou-se um sistema de identificação no qual os seis grupos de trabalho foram numerados de Grupo 1 a Grupo 6, e cada estudante foi identificado por um pseudônimo. Essa organização, no Quadro 4, tem como intenção permitir que o leitor identifique com clareza o grupo de origem de cada participante durante a análise das interações

Quadro 4 - Composição dos grupos de pesquisa e seus pseudônimos

Grupo	Estudantes (Pseudônimos)
Grupo 1	Francisco, Talita, Laura, Bianca
Grupo 2	Heitor, Priscila, Carolina, Davi
Grupo 3	Enzo, Lorena, Yasmin, Miguel
Grupo 4	Lucas, Rodrigo, Otávio, Bruno
Grupo 5	Heloísa, Giovana, Sara, Eduardo
Grupo 6	Breno, Alice, Laís, Paulo

Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Esta pesquisa obteve autorização da direção da escola participante e foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa, conforme Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) nº 83665124.9.0000.5148. Os responsáveis legais pelos estudantes participantes assinaram os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), enquanto os estudantes firmaram os Termos de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Para os participantes cujos registros de imagem e voz foram utilizados, foi obtida autorização específica por meio de termo próprio. A coleta de dados foi realizada na escola participante, no período de 29 de maio a 11 de junho, após a aprovação ética e institucional da pesquisa.

A escola selecionada é uma instituição pública estadual na região leste de Minas Gerais, escolhida pela representatividade da diversidade socioeconômica local e pela proximidade com a professora-pesquisadora. A escola funciona em três turnos, oferecendo turmas de Ensino Fundamental, Médio e Técnico. Atualmente, conta com apenas duas turmas de Ensino Fundamental, sendo o Ensino Médio e Técnico as etapas predominantes.

Embora o planejamento inicial previsse a introdução do conteúdo em paralelo com a pesquisa, uma readequação do cronograma da instituição escolar e posteriormente da pesquisa fez com que a intervenção ocorresse primeiro. Dessa forma, as tarefas propostas nesta dissertação constituíram o contato inicial dos estudantes com as ideias que fundamentam o

conceito de função. Essa decisão ocorreu em razão da prioridade da instituição na recomposição das aprendizagens e no acolhimento aos discentes, uma necessidade emergente diante dos impactos da pandemia. Ainda, reforça-se o fato de que o corpo discente do primeiro ano é composto, em sua maioria, por estudantes novos, oriundos de diversas escolas particulares e públicas (estaduais e municipais) da cidade.

As ações desta pesquisa ocorreram em ambientes complementares que integraram a sala de aula e o laboratório de informática. Na sala de aula, o foco recaiu sobre a discussão e a socialização de ideias. No laboratório de informática, as condições favoreceram a visualização e a experimentação dos conceitos em estudo por meio do acesso à internet e de recursos como o Google Slides e o GeoGebra. Tais configurações visavam oferecer as condições para o desenvolvimento das tarefas propostas.

5.3 OS INSTRUMENTOS DE CONSTITUIÇÃO DOS DADOS E A DOCUMENTAÇÃO DA PESQUISA

Como instrumentos de produção dos dados foram utilizados os registros dos estudantes, o registro audiovisual e o diário de campo. Os registros dos estudantes consistiram nas anotações e produções elaboradas durante as aulas a partir da SDA. Esses registros constituíram uma fonte inicial para a análise da apreensão por parte dos estudantes, permitindo acompanhar e intervir na trajetória de sua compreensão do conceito de função e dos nexos conceituais que foram estabelecidos ao longo da atividade de estudo.

Para o registro audiovisual das aulas, foram utilizadas câmeras integradas a dispositivos já disponíveis no contexto da pesquisa, como a câmera do telefone celular da pesquisadora e a webcam do computador. Além disso, foram utilizados 9 gravadores de áudio posicionados entre os participantes com o intuito de registrar com maior nitidez as falas e trocas verbais ocorridas durante as situações de aprendizagem no trabalho do grupo.

Embora não tenham sido utilizados equipamentos profissionais, os recursos disponíveis mostraram-se adequados para os objetivos da pesquisa, possibilitando o registro das ações e interações em sala de aula, fundamentais para a análise qualitativa conduzida.

A pesquisa qualitativa deriva de uma investigação, de uma situação-problema social e histórica, de uma coleta e análise de dados reais e concretos não estabelecidos em uma pesquisa rígida. A condução do processo traz sempre novos elementos problematizadores que podem modificar as interpretações iniciais. (Rodrigues *et al.*, 2021, p. 167)

Adicionalmente, Rodrigues *et al.* (2021, p.157) mencionam que “pesquisar qualitativamente é analisar, observar, descrever e realizar práticas interpretativas de um fenômeno a fim de compreender seu significado”. Conduzido por esse entendimento, tem-se que o pesquisador realiza revisões e aprofundamentos teóricos constantes, os quais favorecem a construção de novas interpretações ao longo do processo investigativo. Conforme salientam os mesmos autores, “apenas o pesquisador, por meio da sua interação com os pesquisados, dará sentido a esse trabalho intelectual” (p. 162). Desse modo, a subjetividade do pesquisador é compreendida como um elemento que contribui para o desenvolvimento da pesquisa qualitativa.

Neste contexto, adotou-se o registro e a atualização do diário de campo sempre após o término de cada aula. O diário de campo, entendido como o “[...] relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 150), teve o objetivo de complementar os demais instrumentos de coleta e corroborar com a validação das informações. No diário, descrevi a participação dos estudantes e os acontecimentos que surgiram fora do planejamento, além das minhas percepções sobre o andamento das atividades. Essas anotações me permitiram refletir sobre minha atuação como professora e pesquisadora, servindo como um apoio para interpretar os dados e compreender os modos de pensar dos estudantes na aplicação da unidade didática.

Além das anotações no diário, salvei os áudios e vídeos em uma pasta online logo após cada encontro. Para transcrever as falas, utilizei inicialmente a ferramenta Cripto.ai, que gerou uma primeira versão automática do texto. Depois, ouvi cada gravação novamente com atenção para corrigir as falhas da inteligência artificial e retirar repetições ou vícios de fala que pudessem atrapalhar a leitura, mas sem alterar o sentido do que foi dito pelos participantes. Com esse material revisado, realizei a análise e a interpretação dos dados seguindo a proposta dos núcleos de significação.

5.4 A OBTENÇÃO DOS NÚCLEOS DE SIGNIFICAÇÃO PARA A ANÁLISE DOS DADOS

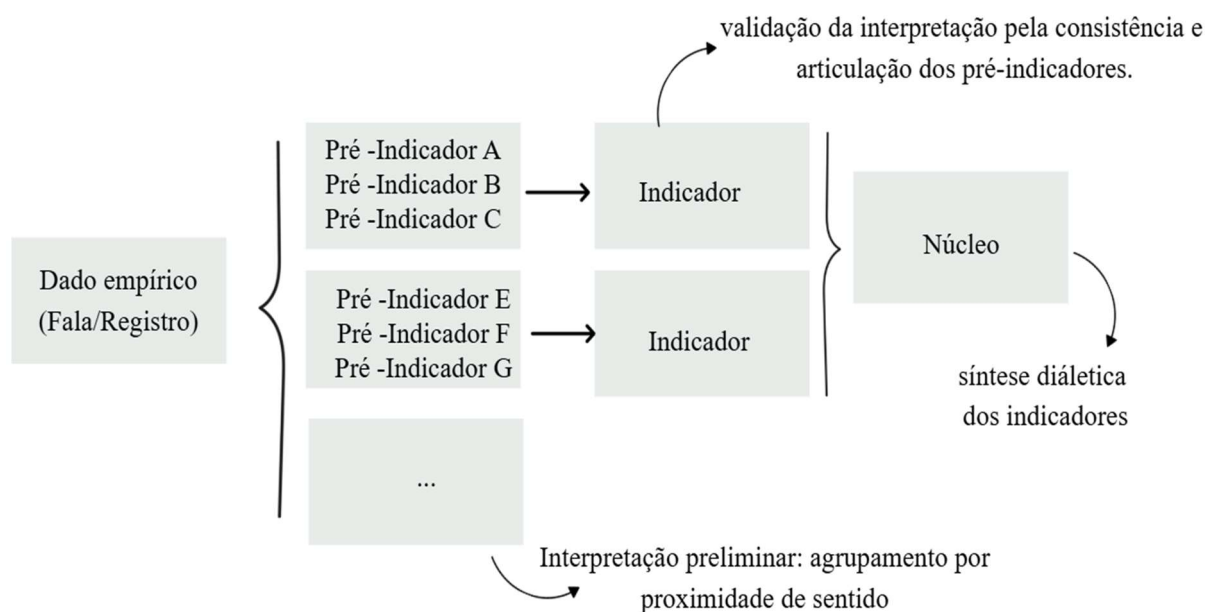
Os núcleos de significação representam uma abordagem analítica que se alinha aos preceitos do MHD e permite revelar os sentidos múltiplos e contraditórios que os participantes atribuem a um determinado fenômeno. De acordo com Aguiar e Ozella (2006), na organização dos núcleos de significação, é necessário realizar leituras flutuantes para destacar e organizar as informações que compartilham significados ou estão inter-relacionadas.

Durante a análise dos dados, foram realizadas leituras repetidas com o objetivo de promover uma familiarização gradual com o tema e aprofundar o conhecimento sobre a realidade específica investigada. Inicialmente, optou-se por analisar cada grupo separadamente, observando seu envolvimento ao longo das seis aulas, processo no qual, segundo Aguiar e Ozella (2006, p. 310),

[...] organização dos núcleos de significação – que tem como critério a articulação de conteúdos semelhantes, complementares e/ou contraditórios –, é possível verificar as transformações e contradições que ocorrem no processo de construção dos sentidos e dos significados, o que possibilitará uma análise mais consistente que nos permita ir além do aparente e considerar tanto as condições subjetivas quanto as contextuais e históricas.

As transcrições foram lidas diversas vezes, com atenção aos trechos recorrentes e aos sentidos atribuídos, permitindo uma aproximação inicial ao material empírico. A partir desse processo, realizou-se a identificação e análise dos núcleos de significação presentes nas falas dos estudantes, indicativos do desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função. Essa análise visou compreender como as significações produzidas se conectam à lógica histórica dos conceitos e às experiências e percepções dos participantes.

Figura 6 - Percurso analítico de construção dos núcleos



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A figura 6 torna visível a ação de pesquisa que transforma os dados empíricos em núcleos de significação. A partir das falas dos participantes, identificam-se pré-indicadores organizados por convergência de sentido, que são então validados e articulados, originando os

indicadores. Esses indicadores representam os sentidos atribuídos pelos estudantes ao conceito de função, refletindo o processo de apropriação conceitual.

Quadro 5 - Indicadores encontrados na Pesquisa

Nº	Indicadores
01	Relação de afeto/confiança com a professora- pesquisadora
02	Envolvimento com a narrativa
03	Sentido construído no cotidiano
04	Reconhecimento inicial da unicidade da relação
05	Explicações intuitivas
06	Busca por padrão e relação lógica
07	Confronto de sua lógica contra a do colega
08	Validação social
09	Leitura e organização gráfica
10	Leitura qualitativa
11	Articulação de representações
12	Campo de variação (domínio/imagem)
13	Relação de dependência entre grandezas e atribuição inicial da causalidade
14	Inseguranças frente ao apreender
15	Mobilização de conceitos científicos prévios
16	Fuga para outros assuntos
17	Generalização de relações e teste de padrões.
18	Reconhecimento da insuficiência da intuição
19	Reconhecimento da multicausalidade
20	Representação de valores por letras na formulação de regras
21	Construção e mobilização de modelos
22	Apropriação inicial do conceito de variável
23	Natureza da variável
24	Consciência do processo
25	Crítica a própria execução
26	Matemática como compreensão social

Fonte: Acervo da pesquisadora (2025).

Longe de um simples agrupamento de dados, a constituição dos indicadores resultou de um processo reflexivo voltado à compreensão dos modos de agir e pensar dos estudantes. O Quadro 5 apresenta os indicadores, construídos a partir da análise dos núcleos de significação, mostrando os diferentes movimentos do pensamento e a sequência de desenvolvimento dessas produções durante as situações desencadeadoras de aprendizagem.

6 RESULTADOS E ANÁLISE: O MOVIMENTO DE FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO

Esta análise concentrou-se nas significações produzidas, considerando os movimentos de desenvolvimento do pensamento teórico vinculados ao conceito de função. É preciso observar que a produção das significações não ocorreu de forma isolada, sendo influenciada por aspectos cognitivos e afetivos durante as situações desencadeadoras de aprendizagem. Essa análise demandou escuta atenta e interpretação cuidadosa, permitindo identificar como tais fatores se relacionam com o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função.

A partir desse processo, foram constituídos três núcleos de significação que expressam o desenvolvimento do pensamento teórico sobre o conceito de função pelos estudantes. O primeiro núcleo aborda o reconhecimento das relações de dependência entre grandezas, enquanto o segundo foca na apropriação da variável como expressão de uma quantidade em constante mudança. Por fim, o terceiro núcleo refere-se à articulação de uma mesma relação por meio de diferentes formas de representação, indicando a ocorrência de processos de generalização e síntese. Esses núcleos permitem acompanhar como o pensamento dos estudantes se movimenta em direção à abstração, mostrando a forma como os nexos conceituais foram mobilizados ao longo das tarefas de aprendizagem.

Para conferir visibilidade a esse movimento, o Quadro 6 apresenta um conjunto de pré-indicadores que exemplifica a constituição dos indicadores formulados. Trata-se de uma síntese representativa, que não contempla a totalidade das falas, mas preserva a clareza e evita repetições. Os trechos selecionados sustentam os indicadores formulados e permitem ao leitor acompanhar o processo interpretativo realizado, distanciando-se de modelos rígidos de categorização para valorizar a dinâmica própria dos processos de significação.

Quadro 6 - Sistematização dos pré-indicadores e indicadores

Núcleo I – o aparecimento da relação de dependência e causalidade		
Pré-indicadores	Análise dos sentidos	Indicador
Laís: <i>“Porque, por exemplo, de dia fica mais calor, de noite fica mais frio. A temperatura depende do tempo.”</i> Bianca: <i>“Porque com o passar do tempo a temperatura vai mudando.”</i> Lucas: <i>“Se você pensar mais longe ainda, você pode pensar que o tempo também fez o ar parar de funcionar.”</i>	Reconhecimento inicial de que uma grandeza varia em função de outra, estabelecendo uma relação de dependência direta entre fenômenos, atribuindo uma causa imediata.	Indicador 13: Relação de dependência entre grandezas e atribuição inicial da causalidade

Francisco: “Se você olhar com a lógica, nenhum dos dois depende[...] Porque a temperatura também não depende apenas do tempo.” Lucas: “O tempo fez a temperatura mudar. O horário de entrada ou saída das pessoas e o tempo de permanência deles. Além do mau funcionamento do ar condicionado.”	Identificação de que o fenômeno não se explica por uma única causa, reconhecendo a atuação simultânea de múltiplas variáveis que interferem na relação analisada.	Indicador 19: Reconhecimento da multicausalidade
Francisco: “Se a temperatura depende da hora, por que 10 horas de hoje não vai ser as mesmas 10 horas de amanhã? Então não depende totalmente do tempo.” Lucas: “Foi um tempo curto ali pra todo mundo que entrou no vagão conseguir respirar e transpirar também. Suar, acontecer essas coisas assim. Aí esquentou o vagão.” Otávio: “O período que mais aumenta a temperatura, subiu mais rapidamente, foi de 9h10 até 9h 20, né?”	Busca por regularidades e tentativa de justificar variações a partir da observação de padrões.	Indicador 06: Busca por regularidades e relações lógicas
Eduardo: “Não, mas se você for pra um lugar mais longe, é mais tempo.” Bianca: “Se a hora depende da temperatura ou a temperatura depende da hora, não mudaria nada?” Laís: “Eu coloquei que $x = 50y$ [...] Acho que está errado...” Talita: “Você já viu meia-noite fazer 35 graus? Não, é porque depende da hora.”	Presença de explicações equivocadas ou superficiais sobre a causa do fenômeno que revelam limites na compreensão da relação entre as variáveis.	Indicador 05: Explicações Intuitivas
Talita: “Como que a hora depende da temperatura?” Laura: “Nossa, minha cabeça tá uma bagunça agora.”	Conflito entre ideias do senso comum e explicações mais ponderadas.	Indicador 18: Reconhecimento da insuficiência da intuição
Núcleo II: A formação do conceito de Variável e seu campo de variação		
Breno: “São coisas que podem mudar.” Heloisa: “Não existe 4 vidas e meia.”	Percepção do significado de uma variável como um valor que pode se modificar no contexto analisado	Indicador 22: Apropriação inicial do conceito de variável
Heloisa: “Desce, cai, aqui começou a subir, aí estabilizou, depois subiu, estabilizou e desceu de novo.” Lucas: “quantidade de pessoas eu vou pôr muitas pessoas, médio ou baixo.”	Distinção entre variáveis qualitativas e quantitativas, bem como entre variáveis contínuas e discretas.	Indicador 23: Natureza da variável
Eduardo: “Existe um número, só que não vai poder ser usado, né?” Francisco: “Se bem que naqueles gráficos de chuva, não sei o quê, o tempo sempre fica em baixo, né? [...] É, porque normalmente janeiro, fevereiro, março, abril, ficam no eixo X, né? E aqui embaixo. E aqui em cima é um negócio de chuva.”	Reconhecimento dos valores possíveis que uma variável pode assumir e dos resultados correspondentes na variável relacionada, identificando o alcance da relação entre elas.	Indicador 12: Campo de variação (domínio e imagem)

Enzo: <i>“Olha, aqui, por tempo passar, tem que ter um grau específico.”</i>	Identificação de que a relação entre variáveis é unívoca	Indicador 04: Reconhecimento inicial da unicidade da relação
Núcleo III: A Generalização e a síntese nas múltiplas representações		
Carolina: <i>Gráfico é muita burocracia. Você tem que montar gráfico, tem que escolher os valores que vão aumentar de ponto em ponto.”</i> Lorena: <i>“Eu consigo visualizar melhor no gráfico. Porque está mais desenhado.”</i>	Capacidade de relacionar e comparar diferentes formas de representação da relação entre variáveis.	Indicador 11: Articulação de representações
Francisco: <i>“Essa aqui a gente conseguiu prever até seis horas. [...] Não, até mais, infinito...”</i> Lorena: <i>“Não tem como aplicar alguma fórmula só pra tudo?”</i>	Uso de modelos para interpretar e prever situações.	Indicador 21: Construção e Mobilização de Modelos
Francisco: <i>“A gente pode fazer um gráfico com as horas e aí a gente indica, tipo assim, a temperatura. A cada hora a temperatura estava de um jeito. Professora, no gráfico os espaços têm o mesmo valor?”</i> Alice: <i>“O dele é mais fácil de interpretar. Se entender, tipo, que aqui é temperatura, aqui é tempo, dá pra entender.”</i> Lorena: <i>“Eu acho que fazer uma tabela é mais fácil.”</i>	Reconhecimento das representações gráficas e tabulares como meios de expressar e interpretar a relação entre variáveis.	Indicador 09: Leitura e organização gráfica
Bruno: <i>Porque quanto mais passageiros em um vagão, mais CO₂ é liberado. O dióxido de carbono</i> Lucas: <i>“Eu percebi que os dois lados, tipo assim, iam ter mais ou menos o mesmo tamanho.”</i> Giovanna: <i>“A 6 eu vou usar a “fórmula do sorvete” $S = SO + V.T$”</i> Bruno: <i>“Não seria peso, seria massa. Já que peso tem influência da gravidade.”</i>	Mobilização de nexos conceituais já estudados para interpretar ou justificar a situação atual	Indicador 15: Mobilização de Conceitos Científicos Prévios
Lucas: <i>“O que vocês estão metendo a fórmula de física nesse negócio?”</i> Talita: <i>“Uai, meu deu uma hora e quarenta e dois minutos. Então tá incorreto.”</i>	Busca por regras gerais que expressem a relação observada.	Indicador 17: Generalização de relações e teste de padrões.
Priscila: <i>“Eu acho que essa aqui foi um pouco mais difícil, mais trabalhosa, porque tem que mexer mais com o cálculo.”</i> Laís: <i>“Eu achei legal, é que a gente nunca para pra pensar no que surgiu no gráfico.”</i> Rodrigo: <i>“O que? Mas no diagrama para fazer fica difícil... Porque aqui no texto não fala a quantidade de pessoas que tem.”</i> Lucas: <i>“Na verdade, este trem demora para fazer.”</i>	Consciência da própria atividade e das estratégias utilizadas.	Indicador 24: Consciência do Processo

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A sistematização apresentada no Quadro 6 descreve o processo que se inicia pela observação das dependências entre grandezas e avança para a compreensão dos nexos conceituais mobilizados. O Núcleo I concentra-se na identificação inicial dessas dependências, enquanto os Núcleos II e III representam a ampliação e integração progressiva dos nexos conceituais. Com base nessa organização, realiza-se a análise intranúcleo e internúcleo, visando acompanhar como os estudantes produzem e transformam suas significações ao longo das tarefas propostas.

6.1 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 1: A MOBILIZAÇÃO DA RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA E CAUSALIDADE

Este núcleo conduz ao momento inicial do processo de desenvolvimento do pensamento dos estudantes. Esse movimento do pensamento se estrutura nas discussões coletivas da SDA 1, em que as explicações ainda se estruturam predominantemente no plano do pensamento empírico, ancoradas na observação imediata. No entanto, as discussões entre os estudantes e a professora-pesquisadora durante as situações desencadeadoras de aprendizagem permitem que essas explicações sejam questionadas, possibilitando identificar inconsistências que indicam os limites de interpretações baseadas na observação imediata.

Na primeira aula, os discentes acompanharam a viagem de trem de Mariana, estabelecendo um contexto de necessidade conceitual sobre a variação da temperatura. A narrativa da viagem formula o problema desencadeador: “*O que esses dados revelam sobre as alterações da temperatura ao longo do tempo?*”. A partir dele, a reflexão: “*Foi a passagem do tempo que influenciou essas mudanças dentro do vagão?*”. É a partir desse problema que se mobilizam as primeiras formas de explicação, o que pode ser observado no Recorte 1, quando os estudantes buscam ir além de interpretações baseadas apenas na intuição.

Recorte 1: Apreensão da relação de dependência e causalidade

Bianca: Se a hora depende da temperatura, ou a temperatura depende da hora, não mudaria nada?

Talita: Uai, mas a hora não está dependendo da temperatura, não, oxi. Por exemplo, agora: Três horas da tarde. Ai, tá 30 graus. Vai pra seis?

Depende não, mãe.

[...]

Talita: Franciscisco, olha só... Como que a hora depende da temperatura?

Franciscisco: Não, não falei que depende.

Talita: A hora faz passar de acordo com a temperatura? Ela só passa se tiver calor. Se tiver frio, ela volta pra trás?

Francisco: Mas se tu olhar assim, a temperatura também não depende da hora. Porque aí a temperatura dependeria do clima.

Laura: Nossa, minha cabeça tá uma bagunça agora.

(Fala do Grupo 3 durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

No diálogo do Grupo 3, temos a argumentação dos estudantes, estabelecida na transição da ação individual para uma produção coletiva de sentidos. A dúvida de Bianca sobre a inversão da dependência manifesta-se como a expressão de uma busca por relações lógicas que tensiona o significado estabilizado de tempo. O diálogo entre Talita e Francisco pode ser interpretado como uma primeira tentativa dos estudantes em compreender relações de dependência e causalidade, ainda apoiada em explicações empíricas e no senso comum.

Nesse sentido, o engajamento inicial com explicações intuitivas dialoga com Vigotski (2009, p. 269), para quem “a assimilação do sistema de conhecimentos científicos também não é possível senão através dessa relação mediata com o mundo dos objetos, senão através de outros conceitos anteriormente elaborados”. Isto é, a relação entre os conceitos científicos e espontâneos mostra que o ensino não anula o conceito espontâneo, mas o transforma e o integra.

Ao surgirem de cima, das entranhas de outros conceitos, eles nascem com a ajuda das relações de generalidade entre os conceitos estabelecidos no processo de ensino. Pela própria natureza, eles trazem em si alguma coisa dessas relações, alguma coisa do sistema. A disciplina formal desses conceitos científicos reflete-se na reconstrução de todo o campo dos conceitos espontâneos da criança. (Vigotski, 2009, p. 383)

Ainda no recorte 1, temos que no diálogo do Grupo 3, Bianca levanta uma hipótese sobre a inversão da dependência. A resposta de Talita, por sua vez, revela a forte adesão ao senso comum, utilizando a lógica do absurdo para refutar a colega. Porém, no contexto da atividade de aprendizagem, essa limitação torna-se clara, pois as hipóteses iniciais dos estudantes, embora amparadas na experiência cotidiana, não são suficientes para compreender a relação de dependência e causalidade entre grandezas.

Contudo, o que parece ser um estado de desequilíbrio materializado na fala de Laura é a justificativa de que a mediação está a desafiar os estudantes à negação do pensamento anterior. Esse aparente caos subjetivo é a expressão de que a aprendizagem não altera apenas o conteúdo do que se sabe, mas sinaliza a tentativa de internalizar o conceito. Trata-se de um momento em que os significados estabilizados confrontam com os sentidos pessoais, ilustrando que a realidade é mais complexa que a sua percepção imediata sugere. O desconforto expresso na fala de Laura sugere um movimento de revisão de explicações discutidas pelo grupo.

No problema desencadeador 1, a relação entre grandezas atua como motivação para a atividade, e a tensão observada na fala de Laura reflete o engajamento do grupo na análise das ideias, à medida que confrontam explicações anteriores com novos argumentos apresentados. Entre tempo e temperatura entram em confronto diferentes interpretações, e é nesse contexto que a experiência emocional acompanha o movimento de revisão das explicações dos estudantes.

Recorte 2: Exploração do nexo de interdependência

Rodrigo, Lucas e Bruno: A temperatura que depende do tempo

Lucas: Não é isso, ela (personagem Mariana) tá falando de temperatura do sol, mas é porque a temperatura vai depender do tempo, por causa que tem um certo tempo que tem um movimento maior e as pessoas lá vai fazer abafar.

Rodrigo: É... e tem o sol também, né?

Lucas: Tem isso, mas a gente tá considerando só a temperatura do vagão, entendeu? E tipo assim, se tem mais gente e tá horário de pico, vai ficar mais abafado que quando o vagão tá livre, né?

Bruno: Faz sentido isso. Eu também tive essa teoria, de que a temperatura dependia do número de passageiros.

Lucas: Também tem isso.

Otavio: mas a temperatura

Bruno: Porque, quanto mais passageiros em um vagão, mais CO₂ é liberado. O dióxido de carbono. Que é o ar que a gente solta.

(Fala do Grupo 4 durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

Em outro momento, a partir da investigação das causas do calor no vagão, expressa-se o reconhecimento da multicausalidade, ao citar que a temperatura depende do tempo, uma vez que o movimento maior de pessoas faz o ambiente abafar. A explicação de Lucas indica uma significação que começa a expandir a compreensão para além de uma dependência linear simples. Por sua vez, Bruno reforça esse movimento ao propor que a temperatura depende do número de passageiros e da liberação de dióxido de carbono. Na prática, os estudantes produzem significações que permitem compreender o nexo de interdependência.

Adicionalmente, também provocado pelo questionamento sobre o que depende de quem, o diálogo estabelecido no Grupo 2 revela o embate necessário para a superação das determinações do pensamento empírico. Inicialmente, a explicação de Priscila expressa uma inversão da causalidade ao sugerir que as horas dependeriam dos graus, o que demonstra como a percepção imediata do fenômeno pode obscurecer a relação lógica entre as grandezas.

Recorte 3: A Percepção da Independência através da Mudança

Professora-Pesquisadora: O que depende de quem?

Priscila: As horas depende dos graus.

*Carolina: Na minha cabeça **faz mais sentido**.*

*Carolina: Eu acho que a temperatura é que depende[...]. Por exemplo, **porque dependendo do tempo, muda a temperatura**.*

Heitor: É tipo o sol.

*Carolina: **Não é a temperatura muda e o tempo muda. É o tempo que muda e a temperatura muda junto com o tempo.***

*Heitor: **Por que o tempo não vai mudar de acordo com a temperatura.***

(Fala do Grupo 2 durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

No entanto, Carolina, ao manifestar que em sua cabeça faz mais sentido a temperatura ser a variável dependente, revela a expressão da consciência em negociação, mostrando que a estudante tenta conciliar sua intuição com a necessidade lógica imposta pela atividade. Ao exemplificar que a temperatura muda conforme o tempo passa, ela começa a organizar o nexo de interdependência. Por sua vez, a consolidação desse movimento subjetivo aparece na intervenção de Heitor que, ao comparar a situação ao comportamento do sol e sentenciar que o tempo não vai mudar de acordo com a temperatura, produz uma significação que isola a variável independente.

Desse modo, a argumentação dos estudantes, mediada pelo conflito coletivo, passa a acolher uma lógica abstrata onde o tempo flui de maneira independente. Nesse sentido, essas interações permitem identificar a formação dos nexos de interdependência e fluência na dinâmica da aprendizagem, à medida que as grandezas passam a ser compreendidas em sua mutabilidade às condições do contexto.

Vigotski (2009, p. 329) observa que a criança demonstra maior potencial quando trabalha em colaboração, projetando-se ao nível das dificuldades intelectuais que consegue enfrentar coletivamente, embora sempre exista uma diferença entre o desempenho que apresenta sozinha e aquele alcançado em interação com os colegas. Esse entendimento suscita a aprendizagem conceitual como um processo social e mediado, caracterizado por avanços, revisões e reorganizações dos significados científicos.

É nesse horizonte que se insere a afirmação de Vigotski de que

O desenvolvimento dos conceitos científicos começa no campo da consciência e da arbitrariedade, e continua adiante, crescendo de cima para baixo, no campo da experiência pessoal e da concretude. O vínculo entre o desenvolvimento dessas duas linhas diametralmente opostas revela indiscutivelmente a sua verdadeira natureza. É o vínculo da zona de desenvolvimento imediato e do nível atual de desenvolvimento. (Vigotski, 2009, p. 383)

Neste contexto, o trabalho coletivo mostra que a mobilização do empírico pelos estudantes não constitui, em si, um problema para a aprendizagem conceitual, uma vez que as

explicações baseadas na experiência cotidiana revelam sentidos inicialmente atribuídos ao fenômeno e operam como ponto de partida do processo de elaboração. O que se coloca em questão é a forma como essas elaborações permanecem ou se transformam no interior da atividade de aprendizagem.

Conforme aponta Vigotski (2009, p. 296), o desenvolvimento dos conceitos científicos está vinculado ao ensino, uma vez que os conceitos espontâneos não são suprimidos, mas ressignificados no movimento de aprendizagem. Sob este aspecto, a mediação intencional promovida pela Situação Desencadeadora de Aprendizagem, articulada à mobilização de outros instrumentos e signos, orientou para a apreensão de outros sentidos.

Desta forma, os recortes até então apresentados mostram o encadeamento de falas em que pensamento e palavra se articulam, pois, cada intervenção não é apenas fala, mas também expressão do raciocínio em formação, com sentidos e significados materializados na linguagem.

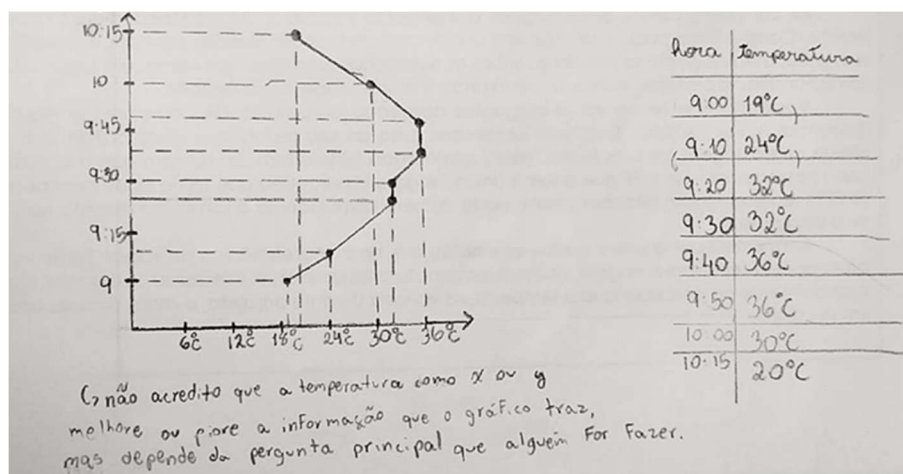
Recorte 4: Observação sobre a posição da temperatura nos eixos

Não acredito que a temperatura como x ou y melhore ou piore a informação que o gráfico traz, mas depende da pergunta principal que alguém for fazer.

(Fala do estudante Franciscisco, durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

Em uma das produções escritas, observa-se que Francisco passa a relacionar a escolha dos eixos à pergunta que orienta a análise. Nesse movimento, o estudante apresenta um entendimento em transição, visto que considera o gráfico ainda como um registro de dados, mas também demonstra que reconhece que sua estrutura está organizada de acordo com uma intencionalidade.

Figura 7 - Gráfico de Francisco relacionando temperatura (x) e tempo(y)



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

A figura 7 apresenta o registro completo elaborado por Francisco, no qual observa-se uma diferença de compreensão entre olhar o gráfico de forma direta e entendê-lo como um instrumento mediador para mostrar como as grandezas dependem uma da outra. Essa situação é positiva para o desenvolvimento do raciocínio, pois obriga o estudante a superar a visão do gráfico como uma simples lista de dados e compreendê-lo como um sistema organizado.

Recorte 5: A tabela sobre o gráfico

Professora- Pesquisadora: Em que intervalo que aumentou a temperatura?

Francisco: A temperatura foi de 6 em 6,

Professora – Pesquisadora: Eu quero saber que intervalo que a temperatura deu aquela subida [...], foi em que momento?

Francisco: Foi de 9h40 a 9h50.

Professora- Pesquisadora: Mas aí você olhou aonde? No gráfico ou na tabela?

Francisco: Na tabela.

Professora- Pesquisadora: Por quê? Seu gráfico não tá visual, não?

Francisco: Tá, mas é porque é mais fácil olhar na tabela, porque tem uns números.

(Fala do estudante Francisco durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

Ao ser questionado se utilizou o gráfico ou a tabela para identificar um intervalo de subida na temperatura, Francisco opta pela tabela por considerar mais fácil a leitura dos números. Ele sinaliza uma consciência que busca o conforto do dado isolado frente ao desafio da síntese visual do gráfico. Esse recuo expõe o processo de formação conceitual, onde o estudante tateia entre a segurança do registro empírico e a necessidade de compreender a relação de variação que o gráfico tenta mediar.

Essa dificuldade entre a interpretação imediata dos dados e a abstração necessária para compreender a relação entre as grandezas aparece no gráfico construído por Francisco, no qual os eixos foram invertidos, representando a temperatura na abscissa e o tempo na ordenada. Essa inversão indica que o estudante ainda organiza as grandezas como dados justapostos, sem estabelecer a relação de dependência entre elas. Observa-se, nos registros, que 7 dos 24 estudantes realizaram a mesma inversão ao construir a representação gráfica.

Assim, a análise mostra que os estudantes construíram uma representação gráfica que exigia atenção para interpretar as relações entre as grandezas. Nessa configuração, um mesmo valor de temperatura passou a corresponder a distintos instantes temporais, reduzindo a representação a uma simples relação binária. Ao tratar a temperatura como variável

independente, os discentes ainda não haviam percebido que a disposição dos eixos vai além da mera formalidade, sendo a condição para mostrar a direção da dependência entre as grandezas.

Dessa forma, o sentido de dependência fica registrado no Recorte 6, onde, ao inverterem os eixos e criarem uma correspondência não unívoca, os estudantes construíram gráficos que indicam dúvidas sobre qual grandeza se relaciona com a outra. Além disso, no momento analisado, o gráfico ainda não apresentava uma organização clara da relação de dependência entre as grandezas, sendo necessário observar como os dados estavam distribuídos para acompanhar a variação e o movimento do fenômeno.

Recorte 6: A direção das variáveis

Enzo: É, ela não fez o tempo mudar.

*Lorena: **O tempo muda por ele mesmo., ele muda assim normalmente.***

Yasmin: É tá, então como nós vamos colocar?

*Lorena: A gente vai responder baseado nisso. Vamos ver aqui como é que é a melhor forma de dizer. A gente vai responder primeiro qual grandeza que depende da outra. No caso, **a temperatura depende do tempo.***

Yasmin:[...] Gente... o tempo depende da temperatura, né, não?

Lorena: Por que Yasmin?

*Enzo: **Olha, aqui, por tempo passar, tem que ter um grau específico.***

*Yasmin: **Mas vai lá 3 horas da manhã. O tempo não vai estar o mesmo, vai mudar.** Então o tempo depende da temperatura.*

*Enzo: **O tempo, o tempo, você sabe que o tempo é segundo, minuto, hora.***

(Fala do Grupo 3 durante a solução coletiva no dia 28/05/2025, grifo nosso)

O Recorte 6 expõe na fala dos estudantes a apreensão do conceito de variação, em que, ao discutirem qual grandeza depende da outra, começam a reconhecer que nem todas as variáveis de um fenômeno estão relacionadas por interdependência. A afirmação de Lorena, “O tempo muda por ele mesmo, ele muda assim normalmente”, reflete como ela compreende a natureza da variável independente.

Nesse momento, os estudantes começam a reconhecer que nem todas as variáveis se afetam da mesma forma, o que demonstra a capacidade de distinguir observações intuitivas de interpretações conceituais. Essa distinção é importante para a leitura de gráficos, embora ainda não seja expressa em termos científicos precisos, demonstrando como os estudantes organizam logicamente o fenômeno observado e o relacionam sob a lógica da causalidade.

Ainda realizam uma abordagem concreta do problema, motivada pela tarefa de transpor os dados da história virtual para uma representação visual, o que constitui o princípio que facilita a apropriação do conceito de função e do nexos de movimento entre as grandezas, ao mostrar como as variações se articulam no fenômeno analisado.

Esse movimento no qual os estudantes passam a reorganizar suas ideias e a refletir sobre as relações entre as grandezas envolvidas tem como base a fala de Vigotski (2009, p. 372): “mas um novo conceito, uma nova generalização não surge senão com base no conceito ou generalização anterior”. Em sua atividade, os estudantes conduzem suas ações a partir de observações intuitivas e registros empíricos, mas são levados a confrontar essas observações com os conceitos e instrumentos fornecidos pela mediação.

O limite entre a experiência propriamente sensorial e o pensamento teórico não passa pela linha de “admitir” o objeto tal como ele é em si mesmo ou em sua conexão observada com outros objetos, mas sim pela linha de esclarecer as causas internas e as condições de sua origem (para quê e por quê, sobre qual base, devido a qual possibilidade ele se tornou o que é e não outra coisa). A experiência sensorial de primeiro tipo apoia-se em observações e representações. A experiência de segundo tipo, incluindo de maneira peculiar a observação, apoia-se na ação cognitiva, que descobre as conexões internas como fonte dos fenômenos observados. As ações que estabelecem as conexões entre o externo e o interno (singular e universal) constituem a base da compreensão do objeto. O acompanhamento do processo de formação do concreto, com a ajuda de tais ações, é o pensamento realizado em forma de conceitos, ou seja, o pensamento teórico. (Davydov, 1988, p. 138, tradução nossa)

O que se destaca com Davydov (1988) é que o pensamento teórico não se constrói apenas pela observação da realidade, mas ao investigar suas causas internas, estabelecendo conexões entre o particular e o geral e transformando experiências concretas em conceitos capazes de explicar e generalizar o fenômeno. Nesse sentido, os conceitos teóricos discutidos em aula e os recursos gráficos auxiliaram os estudantes a reorganizar seus conceitos espontâneos, aproximando-os dos conceitos científicos.

Durante a sistematização e generalização da SDA 1, foi possível conduzir o movimento a partir das percepções e experiências concretas dos estudantes, promovendo a compreensão de relações de causalidade, a distinção entre variáveis dependentes e independentes e a formalidade da convenção dos eixos x e y. Nesse contexto, torna-se possível observar a dinâmica entre a atuação do professor e as respostas cognitivas dos estudantes, em que o professor oferece as condições e os recursos necessários para fomentar a reflexão e o aprofundamento, enquanto os estudantes transformam suas experiências concretas em interpretações teóricas.

De acordo com Vigotski (2009, p. 262), “os conceitos científicos de tipo superior não podem surgir na cabeça da criança senão a partir de tipos de generalizações elementares e inferiores preexistentes, nunca podendo inserir-se de fora da consciência da criança”. Nesse sentido, observa-se que a ação docente na condução da ascensão do pensamento depende da

mediação e da apropriação gradual de conceitos já presentes no repertório cognitivo dos estudantes, mesmo quando a atividade de ensino promove a introdução de um novo termo.

Assim, a apreensão de uma nova palavra configura-se como ponto inicial do processo de formação conceitual, uma vez que o desenvolvimento do significado tem início no momento da aquisição do termo e se amplia no decorrer das produções construídas na prática orientada e na reflexão. Nesse sentido, o primeiro núcleo da SDA 1 expressa um momento inicial desse processo de constituição, no qual os nexos de interdependência, fluência e variação se fazem presentes nas elaborações de significação registradas. As dúvidas e reconstruções gráficas sugerem que o pensamento dos estudantes está em processo de transição, movendo-se entre o concreto e o abstrato, à medida que buscam entender o conceito de função.

6.2 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 2: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE VARIÁVEL E SEU CAMPO DE VARIAÇÃO

A constituição inicial da relação de dependência entre grandezas abriu espaço para novas exigências conceituais que constituem momentos decisivos da atividade. No segundo dia de aplicação, a necessidade de retomar e estender as discussões da aula anterior revelou que as elaborações de significações dos estudantes demandavam um tempo superior ao planejamento inicial. Mais do que uma decisão de ordem organizacional relacionada ao uso de recursos e dispositivos de registro da pesquisa, o tempo estendido justificou-se pela densidade das interações estabelecidas. Nessas interações, os discentes não se limitaram ao cumprimento de tarefas, mas expressaram o esforço da consciência em organizar as contradições emergentes no confronto com o problema desencadeador.

De certo modo, o que não foi concluído na primeira aula tornou-se uma oportunidade para novas ações docentes. Seguindo o planejamento das aulas, os momentos incluíam o conhecimento sobre o enredo e o problema desencadeador, o levantamento de hipóteses com a mobilização de nexos conceituais e por fim, a sistematização do conhecimento e à generalização do conceito.

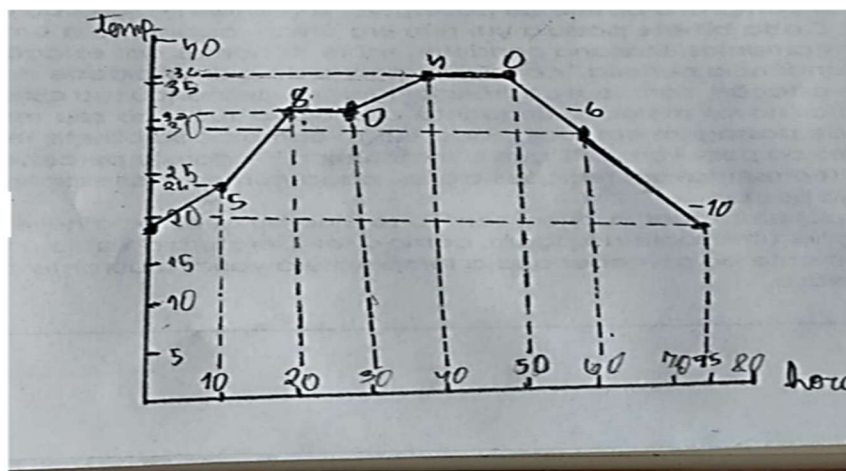
Antes de prosseguir com a SDA 2, deu-se continuidade ao momento de sistematização da SDA 1, no qual analisamos os registros de dois estudantes Francisco e Enzo. Essa análise identificou a necessidade de reconsiderar alguns nexos conceituais surgidos durante o levantamento de hipóteses, a fim de permitir dar sequência às discussões.

Para apoiar essa reflexão, solicitei aos estudantes que analisassem os gráficos elaborados por Francisco, já apresentados no Núcleo 1, e por Enzo, na figura 8. Durante o

momento de sistematização, os estudantes começam a produzir significações que consideram as interações entre as variáveis envolvidas, indicando como elas se afetam e formam uma relação de interdependência dentro do contexto.

Contudo, ao serem desafiados a justificar suas compreensões para analisar concretamente os gráficos de Enzo⁹ e Francisco¹⁰, os estudantes retomaram o estudo da variação da temperatura em função do tempo, o que levou à produção de novas significações sobre o fenômeno.

Figura 8 - Gráfico de Enzo relacionando tempo (x) e temperatura (y)



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

O gráfico de Enzo mostra a preocupação do estudante em organizar os dados em uma sequência temporal, atribuindo valores numéricos tanto ao eixo horizontal (tempo) quanto ao eixo vertical (temperatura). Ainda, o estudante expressa a ideia de fluência da temperatura, registrando momentos de aumento, estabilidade e queda ao longo do tempo, isto é, a vivência na narrativa é o que comanda a forma de representação e leitura sobre o fenômeno.

Recorte 7: Significações sobre a construção gráfica

Grupo 2: O gráfico A, as horas foram representadas pelo eixo y e os graus pelo eixo x, já no gráfico B os graus são representados pelo eixo y e as horas pelo eixo x. No quadro (gráfico) B a cada ponto é representado o número pelo qual a temperatura abaixou, aumentou ou se manteve estável, a temperatura depende do tempo já que dependendo da variação do tempo a temperatura pode aumentar ou diminuir. Na opinião do grupo o quadro(gráfico) A é de melhor compreensão pois ele **deixa explícito a hora e os graus/temperatura** ou **mais informações** para saber quantas horas são, enquanto no quadro(gráfico) B precisaríamos de uma “tabela” ou mais informações para saber quantas horas são, no quadro (gráfico) A o eixo x varia

⁹ O registro elaborado pelo estudante Francisco é representado pelo Gráfico A. (figura 7).

¹⁰ O registro elaborado pelo estudante Enzo é representado pelo Gráfico B. (Figura 8).

de 6 em 6 e eixo y de 15 em 15, já no quadro B o eixo x varia de 10 em 10 e o eixo y de 5 em 5.

Grupo 4: [...] No gráfico A, o eixo horizontal representa a temperatura e o vertical o tempo. No gráfico B, o eixo horizontal representa o tempo e o vertical a temperatura. No gráfico A, ideia é que o tempo é influenciado pela temperatura, o que não é o certo a dizer. No B a temperatura é influenciada pelo tempo. O gráfico B, por nele a temperatura depende do tempo, é certo a se dizer porque é isso que acontece na história.

Grupo 6: “O gráfico que melhor apresenta as informações é o B, pois está em um formato mais fácil de entender, a informação está “deitada” em vez de “em pé”, facilitando a leitura, além disso o gráfico indica a mudança de temperatura de maneira clara, indica que a temperatura depende do tempo e também está demonstrando a informação em 10 em 10 minutos e 5 em 5 graus, deixando mais compacto do que o gráfico A, que representa em 6° C e as horas de 15 em 15 minutos”

(Fala do grupos durante a sistematização coletiva no dia 30/05/2025, grifo nosso)

A análise dos registros sugere que, em alguns casos, os estudantes ainda adotam um modo empírico de leitura das representações gráficas, orientado predominantemente pela aparência e pela quantidade explícita de informações. Embora estudantes, como os do Grupo 6, reconheçam verbalmente que a temperatura depende do tempo, esse entendimento ainda não organiza a tarefa analítica, que permanece ainda apoiada na familiaridade visual com eixos e escalas. A preferência pelo Gráfico A (Figura 7) decorre menos da compreensão da relação entre as grandezas e mais da organização visual que facilita a leitura direta das informações.

Nesse ponto, a estranheza do Grupo 2 diante da escala que varia de 10 a 80 horas tensiona a consciência e mobiliza a formulação de justificativas que se reorganizam ao longo da explicação. Ao traduzirem seu pensamento, os estudantes alternam termos e reformulam enunciados, movimento que expressa uma consciência em atividade, em negociação entre o que o gráfico apresenta corretamente e a dificuldade de articular unidades de tempo e temperatura. Essa dinâmica revela que o desafio não se concentra na leitura do gráfico em si, mas na compreensão das relações que estruturam sua construção.

Tal movimento aproxima-se das elaborações do Grupo 4, que recorre às noções de “certo” e “errado” para validar o gráfico que melhor expressa a lógica da narrativa, ao enfatizar a dependência da temperatura em relação ao tempo. De modo semelhante, o Grupo 6 valoriza a organização gráfica e a escala como elementos que favorecem a compreensão da variação, indicando que a escolha do gráfico passa a considerar as relações que ele permite explicitar.

A necessidade de converter a experiência em representação condiciona os estudantes a utilizar o gráfico como uma ferramenta que valida e organiza a realidade observada. Sousa (2018, p. 47) afirma que:

ao nos aproximarmos para conhecer o todo que contém e está contido nos objetos, o foco do conhecimento deixa de ser o aspecto linear da história, enquanto sucessão de fatos, e passa a ser o substancial, que é, na verdade, a mutabilidade da história dos objetos contida e que contém uma realidade indivisível em constante movimento.

Esse processo se manifesta quando os estudantes passam a operar com grandezas passíveis de representação, atribuindo valores, comparando intervalos e problematizando escalas. Tais ações implicam um deslocamento do olhar, que deixa de se fixar na aparência imediata do gráfico e passa a se orientar para o entendimento do fenômeno em sua dinâmica de variação e mutabilidade.

Nesse contexto, Sousa e Lima (2018) destacam que “enquanto parte da civilização humana, constantemente, somos obrigados a elaborar conceitos e, conseqüentemente, a criar instrumentos que nos permitam ler e compreender a realidade que nos cerca. Um desses conceitos é a função”. Ao articular os nexos externos e internos por meio da história, da interdependência e da mutabilidade, a atividade dos estudantes confere sentido ao conceito dentro de uma organização de ensino que se estabelece em uma dinâmica distinta daquela em que o conceito é primeiro definido e, somente em seguida, apresenta seu funcionamento e aplicação.

Além disso, o núcleo 2 se constitui tendo em vista a importância do conceito de variável para a apreensão do conceito de função, uma vez que ele possibilita a passagem de situações particulares para relações gerais entre grandezas. A variável permite que essas grandezas sejam consideradas em sua possibilidade de transformação, isto é, como relação entre quantidades que se modificam conjuntamente. Nesse sentido, este núcleo articula-se a partir da necessidade de nomeação e organização, ainda inicial, da ideia de que há algo que se altera na situação investigada.

Esse processo se desenvolve na progressão da narrativa, quando a personagem Mariana passa da análise qualitativa da temperatura para a exploração quantitativa de sua viagem. O cenário, marcado por velocidade constante de 50 km/h e distância fixa de 85 km oferece novas possibilidades de exploração conceitual, reorganizando o modo de pensar a situação. Nesse contexto, passa a se delinear um problema desencadeador ao interpelar os estudantes sobre a possibilidade de prever o tempo de viagem para diferentes distâncias.

Tal problematização emerge dos questionamentos formulados pela personagem Mariana: “*Distância conhecida... velocidade constante... Será que consigo prever o tempo de chegada?*” e “*E se a distância fosse diferente? O que aconteceria com o tempo?*”. Essas indagações passam a orientar as discussões iniciais da atividade, criando condições para que os estudantes avancem na solução, ainda que, nesse momento, o objeto de estudo em torno do qual a relação se organiza, isto é, a variável, encontre-se em processo de significação.

Recorte 8: Primeiras significações sobre o conceito de variável

Alice: A 3, o que seria variável?

*Laís: Variáveis? não sei... para mim variáveis era isso aqui. Sei lá... **Eu coloquei que quanto mais o tempo passa, mas a distância passa.** Para mim seria isso...*

Alice: O que você colocou na 3, Breno?

*Breno: **Que tá crescendo...***

Alice: Professora, o é que seria estas variáveis na pergunta?

Professora-Pesquisadora: O que é que tá mudando aí? Não. Primeiro, o que é variável?

*Breno: **São coisas que podem mudar***

Professora-pesquisadora: O que está mudando aí?

Alice: A hora e a distância.

(Fala do Grupo durante a solução coletiva do dia 30/05/2025, grifo nosso)

Neste recorte, observa-se o momento em que a palavra “variável” passa a circular no interior da atividade sem que seu significado conceitual esteja estabelecido. Trata-se do momento em que a dúvida de Alice e a hesitação de Laís revelam o esforço para dar nome a um fenômeno de mutabilidade que já percebem, mas que ainda não está organizado teoricamente.

A resposta de Breno, ao definir variável como algo que pode mudar e a observação de Laís de que quanto mais o tempo passa, mais a distância passa, materializam as primeiras elaborações de significações sobre a interdependência entre grandezas. Para os estudantes, a palavra “*variável*” surge da necessidade de responder ao problema proposto, ancorada em sentidos subjetivos de crescimento e mudança. Conforme aponta Vigotski (2009, p. 387) a estrutura da generalização delimita as operações possíveis do pensamento. Desse modo, a fala das estudantes não expressa ausência de conceito, mas indica que o signo passa a ser mobilizado como instrumento de pensamento ainda em constituição, cujo significado se forma de maneira inicial no interior das interações desencadeadas pela atividade de aprendizagem.

Em outro momento da jornada da personagem Mariana, na SDA 3, a entrada do personagem Felipe e o dilema relacionado à compra de “vidas” em um jogo online introduzem uma limitação no universo de possibilidades. Essa situação exige que os estudantes definam a

quantidade de vidas que poderia ser adquirida a partir de valores monetários restritos, entre 3 e 6 reais. A história virtual passa, então, a apresentar um novo problema desencadeador; “Qual seria a menor e a maior quantidade possível de vidas? Eu conseguiria representar isso em um gráfico? Mostraria algo diferente sobre o comportamento das variáveis?” e assim impõe a retomada e o avanço sobre a natureza das variáveis.

Recorte 9: O raciocínio sobre os limites da variação

Lais: Aqui eu tô falando, olha Talita. Nada, eu tô falando. Se o Felipe tiver 5 reais pra comprar o maior número de vidas possíveis, quanto dinheiro ele vai gastar e quanto vai sobrar? Ele vai ter que comprar 6 vidas, que dá R\$ 4,50. E se ele for comprar 7, vai ficar tipo R\$5,25 e vai passar do valor. Então são 4 vidas que ele pode...: hã? Não...

Lais e Talita: são 6 vidas.

Lais: Que dá R\$4,50 e vai sobrar pra ele 50 centavos.

(Fala do Grupo durante a solução coletiva do dia 04/06/2025, grifo nosso)

A explicação de Laís sinaliza a organização de um pensamento que considera os limites e as restrições da situação ao operar com a variação das grandezas dentro do intervalo definido pelo valor disponível. Ao testar o limite imediato de sete vidas e reconhecer a inviabilidade do excesso, a estudante antecipa o comportamento da função, superando o cálculo aritmético isolado. Essa elaboração indica, ainda que de forma simples, a apreensão de uma relação de dependência proporcional entre o custo e a quantidade de vidas, estruturando o raciocínio a partir das condições do domínio da situação-problema.

A análise deste recorte sugere uma progressão qualitativa no pensamento do grupo. O confronto entre o limite financeiro e a impossibilidade de dividir a unidade “vida” leva o estudante a organizar a relação de dependência entre as grandezas a partir das restrições objetivas do fenômeno. Nesse processo, a variável passa a ser compreendida como discreta, pois o raciocínio se constrói no conflito entre a tentativa de maximizar o resultado e o rigor lógico imposto pela situação.

Recorte 10: Significações sobre o domínio e a imagem na representação gráfica

Professora - Pesquisadora: É, você não ligou, por quê?

Heloisa: É... esqueci...

Professora - Pesquisadora: Mas é para ligar?

Heloisa: É bom.

Professora - Pesquisadora: Por quê?

Giovana: para ficar alinhados...

Heloisa: para mostrar também que vai subindo.

Professora-pesquisadora: Mas eu posso ligar? [...] Vamos pensar um pouquinho.

*Eduardo: Para ter **melhor noção que o valor vai aumentar.***

*Heloisa: **Para visualizar melhor também...***

Professora: [...] aí, ia aparecer um ponto entre quatro e o cinco. Sim. Então marca o ponto aqui.

Heloisa: Assim?

Professora: Isso. [...]O que que significa o quatro e o cinco seu aqui?

Heloisa: Vidas.

Professora: Eu poderia ter um valor de vidas entre quatro e cinco?

*Heloisa: Não. **Não existe quatro vidas e meia.***

(Fala do Grupo durante a solução coletiva do dia 04/06/2025, grifo nosso)

A identificação de que o domínio é composto exclusivamente por números inteiros torna necessária a representação por pontos isolados, em função das características da realidade investigada. Contudo, o diálogo indica que Heloisa ainda utiliza a linha contínua por sua função aparente, justificando-a como um recurso visual para expressar a ideia de crescimento e facilitar a leitura do aumento dos valores. Essa interpretação é revista quando a estudante é confrontada pela lógica do fenômeno, o que a leva a reconhecer que a continuidade da linha implicaria a existência de frações de “vidas”, inexistentes no contexto do jogo.

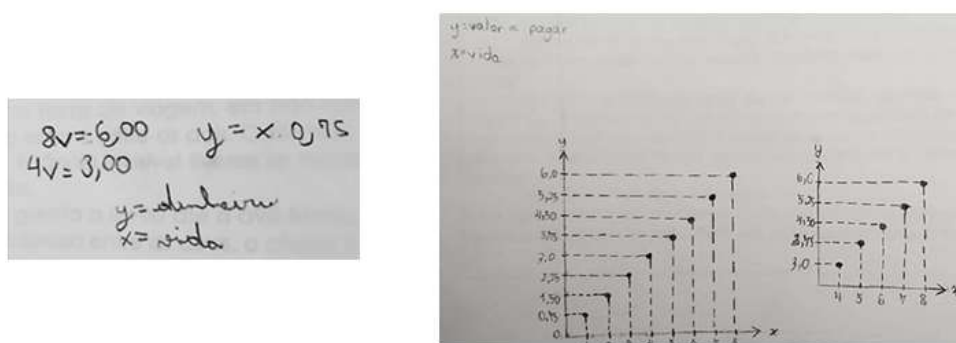
Nesta direção, conforme Davydov (1988, p. 125), “O conteúdo do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial.” O gráfico deixa de ser apenas um desenho e passa a se constituir como uma ferramenta analítica, por meio da qual os estudantes passam a perceber padrões e limites do fenômeno estudado. No diálogo do recorte, é justamente esse confronto mediado que impõe a discussão sobre a validade da representação gráfica contínua, quando o estudante justifica o uso da linha como forma de dar visibilidade ao crescimento.

Essa perspectiva, segundo a qual a aprendizagem se consolida ao reconhecer o conceito como necessidade de controlar a realidade, encontra respaldo na compreensão de que os conceitos matemáticos se constituem historicamente como produtos das práticas sociais

ao compreender, por exemplo, o significado da correspondência um a um como produto humano, como uma das relações fundamentais do conceito de número, a criança, por via de outras ações de agrupamentos, inclusão, ordenação, frequência e posição, tem a possibilidade de compreender o sistema de numeração por nós utilizado de modo que tenha significado para ela: como um produto de práticas da vida social para o controle de quantidades discretas. As operações matemáticas, com essa perspectiva, também ganham significado que possibilita, inclusive, desenvolver a relação com o controle da variação de quantidades contínuas, em uma dimensão geométrica e, com variáveis e movimento, em uma dimensão algébrica, por exemplo. Dessa forma, a criança apropria-se de conhecimentos matemáticos elementares e basilares, como produção humana, desde o início da escolarização. (Gladcheff; Souza, 2024, p. 5)

No recorte, a situação do jogo online leva Heloisa e Giovana a confrontarem sua intuição de traçar uma linha contínua entre os pontos com a realidade do problema, percebendo que valores intermediários não pertencem ao conjunto de valores possíveis, o que as conduz a refletir sobre o nexos do campo de variação. De forma análoga ao que a citação sugere, ao serem provocadas pela professora, as estudantes mobilizam conceitos matemáticos já vivenciados, como a correspondência um a um, para enfrentar a nova situação e iniciar a compreensão formal do domínio da função.

Figura 9 - Registro de Lais e Talita da relação entre quantidade de vidas e valor a pagar



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

A comparação entre a representação do domínio real do fenômeno e o gráfico delimitado pelas condições da SDA 3 destaca a importância de formalizar os conceitos de domínio e imagem. Enquanto a exploração inicial permitiu que os estudantes tateassem intuitivamente os valores possíveis, a restrição imposta pela atividade exigiu uma atribuição de sentido sobre o conjunto de valores efetivamente utilizados.

Essa mudança na interpretação do gráfico mostra que, sem uma orientação que ajude a formalizar o conhecimento, o conceito de função pode ficar preso apenas ao que se vê de imediato na imagem. O segundo gráfico não é apenas um desenho novo, é a resposta de que a estudante não deve usar uma linha contínua em uma situação em que os números são discretos. Ao definir o domínio e a imagem, a atividade ajudou a aluna a perceber a lógica do conceito, unindo o que ela já pensava sobre o assunto com o conhecimento científico que estava sendo ensinado naquele momento.

Por sua vez, o registro de Lais mostra que ela constrói seu raciocínio usando diferentes formas de representar a mesma situação. Ao definir as variáveis e conectá-las a uma lei de formação, a estudante demonstra em suas ações, que ela organiza os dados de maneira consciente. Ao usarem gráficos, tabelas e explicações por escrito, os estudantes começam a cruzar essas informações para entender o que muda e encontrar padrões. É nesse processo, em

que a vontade de explicar uma ideia orienta a escolha de como desenhá-la ou escrevê-la, que o pensamento ganha forma.

Como aponta Vigotski (2009, p. 484), a relação entre pensamento e palavra constitui um processo vivo de formação do pensamento na linguagem. Isso é, gráficos, tabelas e expressões algébricas não possuem significado sozinhos, mas tornam-se signos vivos quando mobilizados para analisar a situação e tornar visíveis as relações entre as grandezas. O significado não está previamente contido no símbolo, mas se constitui no processo de elaboração coletiva, no diálogo e nas ações orientadas à resolução do problema.

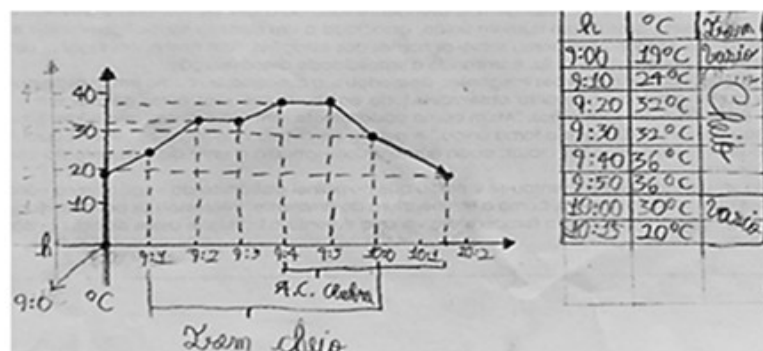
Interpretamos esse movimento como um sinal de que a relação entre as grandezas passa a ser organizada de modo mais estruturado, à medida que a análise deixa de se limitar às situações concretas e começa a assumir um caráter mais sistemático. Esse deslocamento, do entendimento localizado para a síntese de uma regularidade mais ampla, abre caminho para o Núcleo 3, em que a generalização e a articulação entre múltiplas representações se tornam princípios para o desenvolvimento conceitual.

6.3 NÚCLEO DE SIGNIFICAÇÃO 3: A GENERALIZAÇÃO E A SÍNTESE NAS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES

A discussão deste núcleo buscou ultrapassar a compreensão que reduz o conceito de função a um conjunto de procedimentos operatórios, resgatando sua constituição como expressão da correspondência entre grandezas em variação. Ao longo das situações analisadas, observa-se que a atividade dos estudantes não se limita à execução de registros formais, mas revela diferentes momentos do esforço da consciência em organizar, explicar e generalizar a relação investigada.

No planejamento docente, a história virtual foi concebida como uma jornada marcada por mudanças e possibilidades, organizada para mobilizar nexos conceituais ao longo dos problemas desencadeadores. Nesse percurso, observa-se que, durante as seis situações propostas, os estudantes foram continuamente convocados a recorrer a uma ou mais formas de representação para responder às questões levantadas. A recorrência desse movimento nos dados analisados deu origem ao Núcleo 3, centrado na generalização e na síntese entre múltiplas representações.

Figura 10 - Resolução da tarefa de aprendizagem da SDA1 pelo estudante Bruno

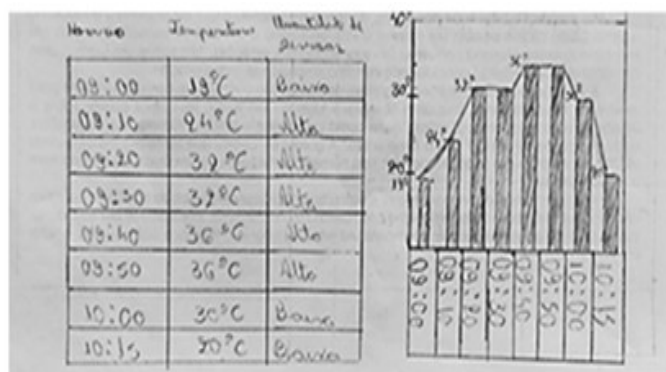


Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Nesse contexto, o registro elaborado por Bruno permite observar expressões iniciais da organização da experiência ao buscar explicar a variação da temperatura no vagão. Suas explicações apontam para o reconhecimento de que o fenômeno não se explica por um único fator, mas resulta da atuação simultânea de diferentes elementos, como o funcionamento do ar-condicionado e o fluxo de entrada e saída de pessoas.

Ao apresentar sua solução para o problema desencadeador da SDA 1, Bruno recorre simultaneamente às representações gráfica e tabelar, articulando-as para explicar a variação da temperatura ao longo do tempo. Nesses registros, explicita intervalos de influência entre as grandezas, o que indica uma compreensão qualitativa da relação de dependência envolvida. Tal articulação permite ao estudante organizar o fenômeno para além de uma descrição pontual, integrando diferentes aspectos explicativos e considerando a atuação simultânea de múltiplos fatores na dinâmica observada.

Figura 11 - Resolução da tarefa de aprendizagem da SDA1 pelo estudante Lucas



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Adicionalmente, observa-se que o registro de Lucas também recorre à tabela, porém de modo distinto, expondo outro tipo de representação gráfica como solução para o problema

desencadeador. O estudante combina um gráfico de barras com um gráfico de linhas sobrepostos, o que sugere o esforço do estudante em expressar a relação entre temperatura e tempo, ainda sem se preocupar com a delimitação do domínio.

A partir da tabela, Lucas mobiliza ainda um atributo não numérico, como as categorias “cheio” e “vazio”, associando-as à quantidade de pessoas no vagão. Essa operação revela a tentativa de organizar e sistematizar os dados, bem como de identificar padrões no fenômeno observado. As explicações expressas por termos como “alta” e “baixa” tentam qualificar o comportamento das variáveis, em uma leitura ainda predominantemente descritiva, mas que aponta para um início de análise das relações envolvidas.

Recorte 11: O gráfico como mediador da interpretação das condições do ambiente

Professora–Pesquisadora: Mas esse gráfico mostra também como que era a sensação das pessoas lá dentro?

Alice: Não.

Professora: Não consegue mostrar não?

*Alice: **Se ela tivesse especificado melhor quantas pessoas tem assim.***

Professora–Pesquisadora: Mas se eu olhar, por exemplo, aqui, ó, esse ponto aqui, eu consigo imaginar como que estava a sensação dessas pessoas?

*Laís: **Estava quente, abafado.***

[...]

Professora–Pesquisadora: E se eu olhar para esse intervalo de tempo?

*Alice: **Estavam frescas, estava agradável.***

[...]

Professora–Pesquisadora: Então, o gráfico, ele está me sugerindo uma outra informação que eu não enxerguei só olhando para a temperatura aí... Vocês entenderam o que eu estou falando?

*Alice: **Eu acho que entendi.***

Professora–Pesquisadora: Imagina que você é o funcionário dessa empresa aí, do vagão. Você fez o gráfico, não é? Você olhou pra isso aqui... O que você iria falar com os seus chefes?

*Laís: **A condição não está boa.***

[...]

*Alice: Está muito **quente**. Tem que melhorar o ar condicionado.*

[...]

*Laís: **Achei diferente. É uma forma diferente de pensar.***

(Fala do grupo durante a solução coletiva do dia 28/05/2025, grifo nosso)

No primeiro momento, quando Alice afirma que o gráfico não mostra a sensação das pessoas e condiciona essa possibilidade à existência de dados explicitamente quantificados, observa-se um modo de pensamento ainda vinculado ao concreto imediato. Nesta elaboração, o gráfico é compreendido como um registro literal de dados, e não como um instrumento cultural capaz de mediar a compreensão de relações mais amplas entre as grandezas envolvidas.

Esse movimento aproxima-se da concepção de ensino desenvolvimental, na qual o professor não se limita a transmitir conclusões científicas, mas conduz o estudante a percorrer o processo de gênese do próprio conhecimento. Ao estruturar a atividade dessa forma, o professor

não somente comunica às crianças as conclusões finais da ciência, mas que, em certo grau, reproduz o caminho de seu descobrimento (—a embriologia da verdade!). Aqui o mestre —demonstra aos estudantes o mesmo caminho do pensamento científico, os obriga a seguir o movimento dialético do pensamento para a verdade, tornando-os, de certo modo, coparticipantes da busca científica. A exposição de caráter problemático está intimamente ligada à aplicação do método de pesquisa no ensino. (Davydov, 1988, p. 161)

A ação docente não antecipa respostas nem explicita diretamente a relação entre temperatura e sensação térmica, mas organiza o diálogo de modo a orientar os estudantes na análise de pontos e intervalos do gráfico. Quando os estudantes passam a associar valores de temperatura a expressões qualitativas de conforto e desconforto térmico, observa-se que as variações quantitativas deixam de ser compreendidas apenas como dados numéricos e passam a ser interpretadas em termos das condições vividas no interior do vagão. Nesse momento, esboça-se o nexo entre quantidade e qualidade, à medida que a variação dos números passa a ser articulada às explicações práticas construídas pelos estudantes sobre a situação.

Essa construção de sentido ilustra a definição trazida por Davydov (1988, p. 134), para quem um modelo é “[...] um sistema representado mentalmente ou realizado materialmente que, refletindo ou reproduzindo o objeto de investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo dê uma nova informação sobre este objeto”. Nesse contexto, o gráfico desempenha exatamente essa função, à medida que os estudantes o utilizam para inferir elementos não explicitamente representados, como a sensação térmica e a necessidade de intervenção no sistema de climatização.

A organização da atividade mostra que o desenvolvimento do pensamento do estudante sugere aproximações com determinados momentos do processo histórico de constituição do conceito, conforme aponta Souto (2022), ao discutir a passagem do qualitativo ao quantitativo na história da ciência.

Aristóteles, filósofo grego da antiguidade, deu atenção ao movimento (fluência), ainda que, sem observá-lo, deu-lhe uma definição qualitativa, a qual posteriormente caiu por terra sendo desmentida pela observação. Essa resistência ao quantitativo reinou por 20 séculos na Europa. A partir de então, cientistas renascentistas concentraram-se na observação e na experimentação, com a riqueza de leis quantitativas. (Souto, 2022, p. 23)

No contexto analisado, quando os estudantes recorrem às representações para narrar o fenômeno e, simultaneamente, se preocupam com a escolha da escala e com a unicidade dos pontos, constitui um esforço de recorrer ao gráfico como mediação para ultrapassar a opinião imediata e buscar uma regularidade quantitativa. A retomada de Aristóteles se justifica na medida em que Lucas e Bruno procuram, por meio de suas representações, expressar aquilo que percebem do fenômeno, ainda vinculado ao que se apresenta à observação.

Contudo, a afirmação final de Laís sintetiza o deslocamento produzido ao longo do diálogo. Ao expressar seu envolvimento com o problema, a estudante sinaliza uma reorganização de sua relação com o objeto de estudo. Nesse cenário, compreender passa, então, a mobilizar não apenas a leitura do gráfico, mas o sentido atribuído à situação vivida, articulando interesse e implicação subjetiva diante do fenômeno analisado.

No decorrer da atividade, gráficos, tabelas, descrições verbais e referências à expressão algébrica passam a operar nas ações dos estudantes, que comparam situações, reconhecem regularidades e antecipam o comportamento das grandezas envolvidas, ampliando o alcance explicativo do modelo construído.

Recorte 12: A função como instrumento de previsão do comportamento do fenômeno

Professora-Pesquisadora: E na outra história...

*Laura: **tinha mais interferências.***

Bianca: ...aí, por exemplo pessoas

Professora-Pesquisadora: E essa aqui vocês conseguiram montar a fórmula. E na outra história tinha fórmula?

*Francisco: Não. A gente **não conseguia prever o que ia acontecer na próxima hora. Esse aqui a gente conseguiu prever até seis horas e tal.***

Professora-Pesquisadora: Só até 6?

*Francisco: Não, até mais, **infinito...***

(Fala do grupo durante a solução sistematização do dia 30/05/2025, grifo nosso)

A fala de Francisco indica como os estudantes passam a estabelecer relações entre regularidade e possibilidade de previsão. Ao comparar as situações da SDA 1 e da SDA 2, o estudante reconhece que a presença de múltiplas interferências dificulta a antecipação do comportamento da grandeza, enquanto a maior regularidade do segundo contexto favorece a construção de previsões que extrapolam os valores imediatamente observados. É nesse contexto de maior previsibilidade que se insere o problema desencadeador da SDA 2.

A regularidade observada por Francisco estabelece a base para que o grupo reconheça a possibilidade de explicitar uma relação entre as grandezas envolvidas. Ao depararem-se com

a necessidade de validar a afirmação de um passageiro, os estudantes recorrem a modelos matemáticos consolidados, buscando na formalização algébrica uma segurança para suas previsões. O diálogo a seguir ilustra o momento em que a intuição cede lugar à aplicação técnica de um modelo já formalizado.

Recorte 13: A dependência e o uso da fórmula

Bruno: Alguém conseguiu fazer a seis?

Giovanna: A 6 eu vou usar a “fórmula do sorvete”.

Bruno: é a fórmula do sorvete...

Heloísa: eu nem pensei [...] é assim a fórmula ...

Bruno: A formula do sorvete é distância final igual a distância inicial mais velocidade vezes tempo.

(Fala do Grupo durante a solução sistematização do dia 30/05/2025, grifo nosso)

A questão 6 se insere na continuidade da narrativa, mobilizando conhecimentos prévios para responder à situação de aprendizagem. A imagem 12 representa a memória de cálculo do estudante Enzo e as operações feitas para construir sua explicação na SDA 2.

Figura 12 - Memória de cálculo da SDA 2 em que o estudante Enzo testa a fórmula

6. Mariana ouviu de um passageiro que "falta menos de 1 hora" até a estação. Sabendo que a estação está a 85 km e a velocidade é de 50 km/h, essa frase está correta? Justifique com cálculos e explique: existe mais de uma resposta possível? Por quê?

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 50 \cdot 1,7 \\ \hline 350 \\ - 350 \\ \hline 00 \end{array}$$

hora	Km/h	
1	85	
x	50	

$85x = 50$
 $x = \frac{85}{50}$
 $x = 1,7$

$1 \text{ hora} = 60 \text{ min}$
 $0,7 = x$
 $x = 42$
 $x = \frac{60}{7}$
 $\frac{60}{7}$

R: Não. Pois ainda vai demorar 1:42 hrs para ele chegar

$S = S_0 + V \cdot T$
 $85 = 0 + 50 \cdot T$
 $85 = 50T$
 $50T = 85$
 $T = \frac{85}{50}$
 $T = 1,7 \text{ Km/h}$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 50 \cdot 1,7 \\ \hline 350 \\ - 350 \\ \hline 00 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

No registro, Enzo inicia a resolução pela Regra de Três. Nesse momento, a representação algébrica da relação entre as grandezas não é mobilizada, caracterizando um cálculo pontual. Ao estabelecer a proporcionalidade, Enzo demonstra reconhecer a linearidade da relação, mas opera a partir de pontos estáticos, congelando o movimento em instantes discretos.

No entanto, ao realizar o segundo cálculo utilizando a função horária da posição, o estudante apropria-se dela como um recurso pronto, aplicando-a de modo imediato apenas para verificar a coincidência de resultados.

$$S = S_0 + vt. \quad (2)$$

A chamada “fórmula do sorvete” conduz a resolução por um esquema previamente estabelecido, no qual o raciocínio se fixa em um recorte específico, desconsiderando a variação contínua da relação entre as grandezas e buscando apenas um resultado pontual. Esta ação revela que a expressão matemática, enquanto síntese de um fenômeno, é reduzida a um instrumento que não consegue refletir a representação da variação da distância em função do tempo.

O uso da fórmula como recurso de resolução mostra que o sentido que o estudante dá ao conceito ainda não consegue acompanhar o movimento da realidade. A aplicação direta da expressão oculta as determinações que constituem o fenômeno físico-matemático, limitando o sentido da atividade ao resultado numérico. Tal dissociação torna-se evidente quando, ao final do processo, Enzo atribui a unidade km/h à grandeza tempo. Esse equívoco indica que a fórmula funcionou como um instrumento pronto, onde números são inseridos para obter um resultado, sem conexão com o significado do tempo de deslocamento.

As anotações revelam que a mobilização de conceitos científicos não implica, necessariamente, a compreensão das relações de causa envolvidas. Enquanto a álgebra foi reduzida a uma manipulação formal de símbolos, a aritmética permitiu que o estudante preservasse o vínculo com a lógica da situação-problema, impedindo que o raciocínio se perdesse totalmente em abstrações.

Contudo, o sucesso na obtenção do resultado numérico mascara a ausência de compreensão conceitual, apontando para a necessidade de resgatar a dinamicidade do real que a rigidez da fórmula acaba por ocultar. Nesse contexto, os estudantes operam no nível empírico, tratando *velocidade* e *distância* apenas como sinais para acionar procedimentos memorizados. Essa ação distancia o estudante da gênese do conceito de função ao substituir a compreensão de uma lei de correspondência entre grandezas em constante variação, *o devir*, por uma visão utilitarista, na qual a lei matemática é reduzida a uma equação estática voltada apenas à determinação de uma incógnita.

No entanto, o limite encontrado não encerra o aprendizado. A atividade se reorganiza e insere a personagem Mariana em um enredo investigativo envolvendo uma máquina de vendas, cujo propósito é estimular a reflexão sobre a relação entre a escolha (entrada) e o produto entregue (saída). Para tanto, a SDA 4 propõe que as representações assumam um papel explicativo e qualitativo, utilizando-se de uma simulação interativa no Google Slides como instrumento de mediação, na qual os estudantes manipulavam a máquina, observavam os resultados e eram desafiados a representar visualmente seu funcionamento.

Figura 13 - Estudantes utilizando o instrumento mediador da SDA 4



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Ao se depararem com esse problema aberto, que exige interpretação e tomada de decisão, os estudantes veem-se colocados em uma situação que demanda a própria atribuição de sentido às relações observadas como premissa para a sua representação. Um conflito se instala no instante em que uma falha proposital é introduzida na máquina, subvertendo a lógica da previsibilidade. O problema desencadeador: “*Será que todas as relações entre escolhas e resultados funcionam da mesma forma?*” revela a negativa da correspondência entre a experiência esperada. Além disso, tradicionalmente habituados a instrumentos quantitativos, os estudantes são desafiados por um fenômeno despido de números explícitos, em que o impasse já não se localiza no cálculo, mas na busca por uma regularidade que dê sustentação lógica à realidade observada.

Recorte 14: A busca por uma forma de representar a relação

Alice: Acho que eu vou tentar **fazer uma tabela**.

Laís: Acho que a tabela é melhor mesmo.

Laís: Mas como é que a gente colocaria isso? Um A1 que tá fornecendo dois.

Alice: [...] **conjunto**

Francisco: Tive uma ideia.

Alice: O quê? Você vai fazer conjunto também?

Laís: Ah, gostei. **O conjunto é bem melhor. Acho que é mais fácil. Porque aí você pode ligar os dois.** Tipo assim, **um lá, você liga o outro.**

(Fala dos estudantes¹¹ durante a solução sistematização do dia 06/05/2025, grifo nosso)

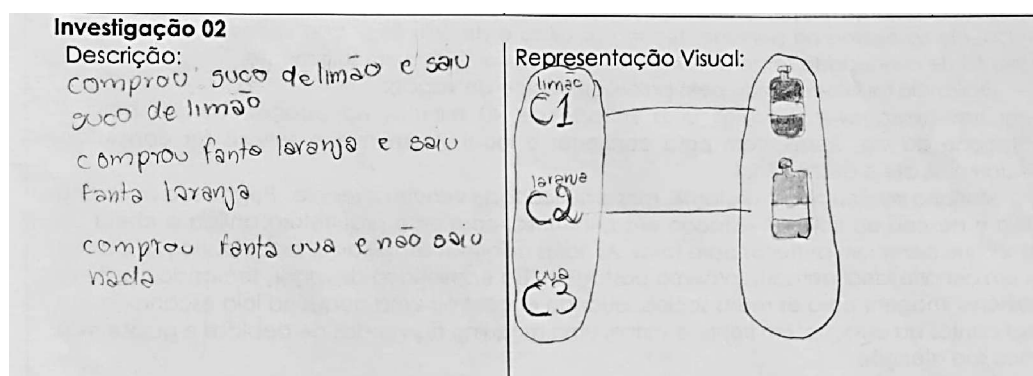
O recorte revela que, durante a discussão, os estudantes buscam formas adequadas de registro para representar a situação em que um único botão (A1) libera mais de um produto. A incerteza inicial quanto à escolha da representação revela as primeiras objetivações do pensamento, marcadas por explicações intuitivas em que a consciência tateia o fenômeno em

¹¹ Diferentemente dos momentos anteriores, nessa proposição os estudantes não estavam organizados em grupos fixos, em função do uso do laboratório de informática e da disposição das cadeiras.

busca de ordem. A tabela surge, então, como uma tentativa de organizar os dados, manifestando o esforço dos discentes em dar materialidade ao raciocínio em busca de clareza e estrutura. Contudo, ao reconhecerem que a tabela não resolve plenamente o impasse conceitual, os estudantes realizam uma nova síntese subjetiva ao optarem pelo diagrama de conjuntos com flechas, reconhecendo nele a capacidade de explicitar a relação um-para-muitos.

Assim, ao lidarem com uma situação irregular, os estudantes passam a notar a ideia de unicidade, o que aparece na maneira como reorganizam o pensamento sobre o problema. A escolha do diagrama, em detrimento do gráfico cartesiano inicialmente considerado, indica a articulação consciente entre representações e a estruturação de um modelo que melhor traduz a essência do fenômeno analisado. Observa-se, ainda, o amadurecimento desse processo na medida em que os estudantes justificam a escolha da representação em função do sentido que conferem ao objeto.

Figura 14 - Representação utilizando o diagrama de conjuntos com flechas para a SDA 4



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

A representação elaborada pela estudante Heloísa remete àquelas comumente exploradas nos livros didáticos. Contudo, a ação da estudante, ao recorrer a esse tipo de representação materializa uma objetivação do pensamento voltada à apreensão do nexo de interdependência. Caraça (1951) compreende que a essência do conceito de função reside na correspondência unívoca entre as variáveis, pois é por meio dela que se torna possível expressar, em termos conceituais, a interdependência presente nos fenômenos da realidade. Ao estabelecer que a cada valor de uma variável corresponde um valor determinado de outra, o estudante realiza uma síntese subjetiva capaz de capturar as relações de dependência que não se manifestam de forma isolada, mas como parte de um todo articulado.

Essa correspondência confere materialidade à fluência do real, ao traduzir como a variação de uma grandeza implica transformações na outra segundo uma regularidade. Nesse sentido, como destaca Caraça (1951, p. 7), “a contagem se realiza fazendo corresponder,

sucessivamente, a cada objeto da coleção, um número da sucessão natural, evidenciando que o ato de fazer corresponder constitui uma operação mental fundamental.” Assim, mais do que uma associação mecânica entre valores ou a aplicação de uma regra algébrica, as representações produzidas pelos estudantes passam a expressar a ideia de correspondência associada à variação conjunta presente no fenômeno.

Figura 15 - Registro de Carolina sobre a máquina de vendas

Descrição:	Representação Visual:										
Mariana digitou A2 e veio um waffer, A3 e veio um chocolate, B3 foi necessário clicar duas vezes para sair refrigerante e B2 veio água	$A2 \rightarrow x = 3y$ $A3 \rightarrow 2x = 3y$ $B3 \rightarrow 2x = 3y$ $B2 \rightarrow x = 3y$										
A equação $2x = y$ funciona apenas para o B3. Já a $x = 3y$ funciona para os outros códigos	<table border="1"> <thead> <tr> <th>código</th> <th>comida</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A2</td> <td>waffer</td> </tr> <tr> <td>A3</td> <td>chips</td> </tr> <tr> <td>B3</td> <td>1º não saiu nada 2º saiu refr.</td> </tr> <tr> <td>B2</td> <td>água</td> </tr> </tbody> </table>	código	comida	A2	waffer	A3	chips	B3	1º não saiu nada 2º saiu refr.	B2	água
código	comida										
A2	waffer										
A3	chips										
B3	1º não saiu nada 2º saiu refr.										
B2	água										

Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Em outro recorte, observa-se a interação entre Carolina e Lorena, destacando o esforço de Carolina em superar a descrição imediata dos fatos ao buscar a modelagem do fenômeno através de uma representação algébrica. Essa percepção traduz a busca por regularidades que organizem o funcionamento da máquina e a tentativa de estruturar um modelo capaz de explicar sua lógica interna. Ainda que a estudante reconheça, ao final, a impossibilidade de formular uma expressão única que contemple a totalidade dos casos, tal percurso se firma na investigação das condições de existência do objeto. Nesse sentido, as elaborações tornam-se nítidas ao manifestar o domínio sobre o próprio percurso analítico, momento em que a estudante deixa de apenas operar dados para refletir sobre os limites de sua própria sistematização.

Recorte 15: A tentativa de representar a situação por meio de uma fórmula

Carolina: **Aqui eu consigo fazer [...] equação.**

Professora-Pesquisadora: Equação?

Carolina: [...] **aí tipo assim, no B1. Ele é o único que tem que clicar duas vezes, ou seja, $2x$, para fazer o mesmo código, para sair uma comida. [...] Nos outros, é uma vez sair uma comida. Só que a gente acha que tem que ser uma forma, não?**

Lorena: **Não tem como aplicar alguma fórmula só pra tudo?**

Professora-Pesquisadora: Exato.

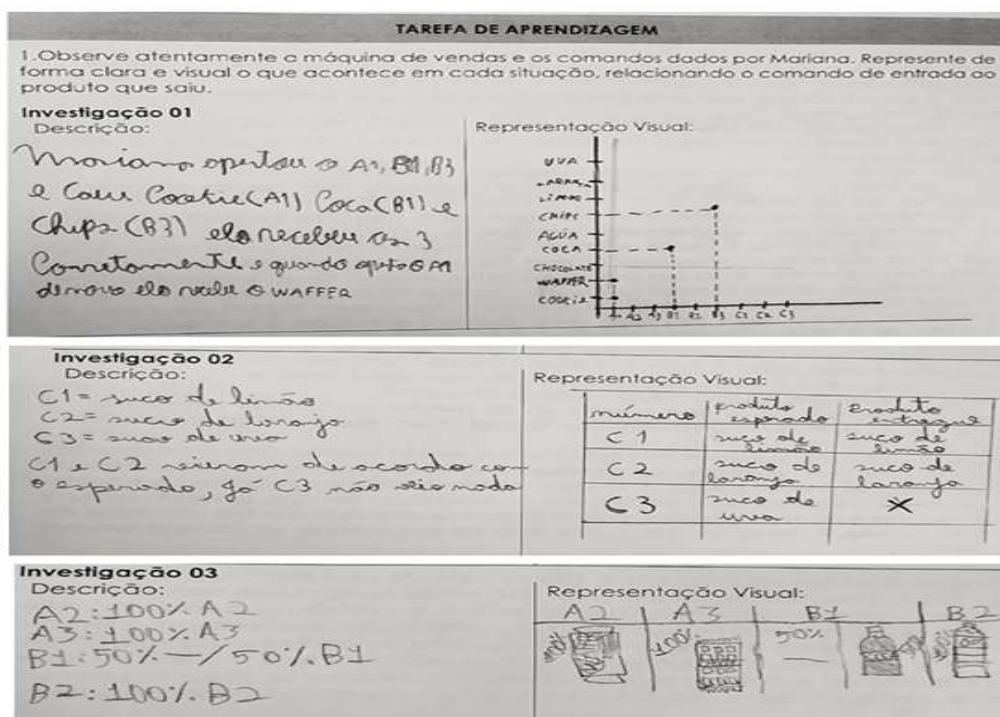
Carolina: **Não tem jeito, então.**

(Fala dos estudantes durante a solução coletiva do dia 06/05/2025, grifo nosso)

A fala de Carolina materializa o esforço em relacionar o número de cliques ao produto entregue, estabelecendo uma dependência causal entre a escolha realizada e o resultado buscado, os quais estão sintetizados na formulação algébrica. Ao aplicar essa representação analítica, a estudante busca modelar matematicamente a imperfeição da máquina, revelando um desejo de generalização confrontado pela resistência da realidade. Essa ação sinaliza o momento em que a regra geral deixa de contemplar a totalidade das ocorrências, forçando o pensamento a se desprender da descrição imediata para buscar novos suportes de compreensão.

Diante da irregularidade do botão B1, Carolina busca preservar a coerência lógica ao formular regras isoladas para casos distintos, Tateando uma solução que mantenha a estrutura algébrica mesmo frente a um comportamento divergente. Ao reconhecer a impossibilidade de unificar o fenômeno em uma única expressão algébrica, a estudante explicita a consciência sobre os limites de sua própria modelagem. A conclusão de que não é possível formular uma regra única expressa o reconhecimento de que a realidade da máquina orienta o pensamento a deslocar-se da busca por uma fórmula para a investigação das propriedades do objeto, integrando o fracasso das operações empíricas ao próprio movimento de formação conceitual.

Figura 16 - Representações feitas por Paulo, Alice e Bruno, respectivamente, na SDA 4.



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

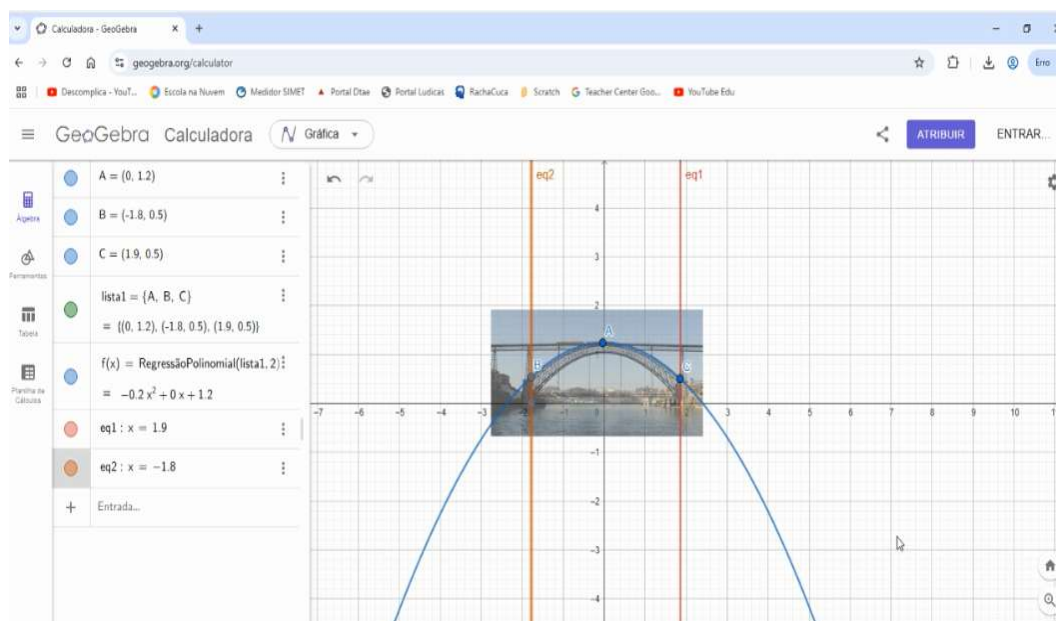
A análise estende-se aos demais registros da turma, os quais corroboram as percepções observadas na investigação de Carolina. A compreensão de que o funcionamento da máquina depende de uma correspondência única entre o acionamento e o produto indica um avanço

coletivo no entendimento da unicidade e da dependência causal. A recorrência de expressões como *100%*, *50%* ou *como esperado* revela que os estudantes, ao buscarem padrões e regularidades, reconheceram que a intuição isolada seria insuficiente para explicar a complexidade do fenômeno.

Ao utilizarem gráfico, tabela e a linguagem percentual, os estudantes buscam não apenas registrar o que aconteceu, mas compreender a lógica do fenômeno por meio de instrumentos de mediação. Seus registros deixam de ser exclusivamente descrições e passam a servir como ferramentas de apoio ao raciocínio, no momento quando eles param de apenas observar os erros e começam a dar uma ordem lógica àquela imperfeição. Ao delimitar o campo de correspondência onde o produto deixa de existir ou ao quantificar a inconstância da máquina por meio de probabilidades, os estudantes avançam em direção ao nexo interno do conceito, ao investigarem as condições e relações que o estruturam. Esse processo transforma a experiência empírica em um sistema de signos que permite pensar sobre a própria investigação.

De simples observadores, os estudantes passam a estruturar a realidade por meio de modelos construídas por eles mesmos. Essa autonomia prepara o terreno para que as representações e os processos de generalização assumam centralidade ao longo das SDA 4, SDA 5 e SDA 6, acompanhando o avanço dos estudantes na mobilização dos nexos conceituais. O enredo da história virtual favorece a objetivação da função ao propor problemas que articulam variação, continuidade e análise relacional.

Figura 17 - Ação do estudante Lucas mediada pela tecnologia na SDA 5



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

O problema desencadeador 5 convoca os estudantes a analisar a altura de uma ponte representada por uma parábola no plano cartesiano. Ao direcionar a atenção para o ponto mais alto da curva, a situação cria condições para que o vértice seja compreendido como a expressão de uma relação funcional que sintetiza o comportamento da variação. Nessa situação, a tecnologia opera como signo sobre o próprio sujeito e reorganiza sua atividade. Enquanto o software funciona como recurso de mediação para construir o gráfico, ele também atua como um sistema de sinais que organiza o raciocínio do estudante. Em vez de apenas modificar o desenho na tela, a tecnologia oferece condições para que o estudante articule observações e registros para se aproximar de uma apreensão das leis e propriedades que explicam a relação entre as variáveis.

Recorte 16: Modos de organizar a situação

Lucas: **Eu percebi que os dois lados, tipo assim, iam ter mais ou menos o mesmo tamanho.** Eu também pensei em deixar pra baixo, em vez de colocar, tipo, a gente colocou o rio no ponto zero ali. Aí eu pensei em deixar também **o ponto mais alto da ponte na origem do zero ali, porque eu ia ter a altura da ponte** já e ia ter umas outras coisas aí também.

(Fala do estudante durante a sistematização do dia 11/06/2025, grifo nosso)

A explicação de Lucas sobre suas ações materializa a consciência do processo, em que o estudante reorganiza o raciocínio ao atribuir sentido matemático à simetria e à escolha do sistema de referência. Ao decidir que o ponto mais alto da ponte deveria coincidir com a origem, Lucas ressignifica a posição do vértice para facilitar a identificação da altura e das coordenadas.

A representação digital passa a ser um suporte para a estruturação do seu pensamento. Ao utilizar a noção de simetria para determinar a localização do ponto máximo, o estudante demonstra que a visualização inicial, de nível empírico, foi superada pela compreensão de uma propriedade da parábola. Essa elaboração indica que Lucas isola a simetria como uma característica para resolver o problema, transformando a interpretação visual em um recurso para o entendimento das relações entre as variáveis.

Recorte 17: O nascimento da coordenada

Professora- Pesquisadora: E aí, qual que é a distância do A até o B? Conseguiu encontrar?

Francisco: 41,23.

Professora- Pesquisadora: tá...e aí, aonde que estaria o ponto C, no seu caso? [...] Que conta você fez?

Francisco: **É 41, 23 dividido por 2.**[...]

Professora- Pesquisadora: Ah, tá. Então, coloca ali também. [...] E aí, com essa informação, eu conseguiria achar o y desse ponto aqui?

Professora- Pesquisadora: Eu tenho x, não tenho? [...] Quando você tem o X? Você tem y?

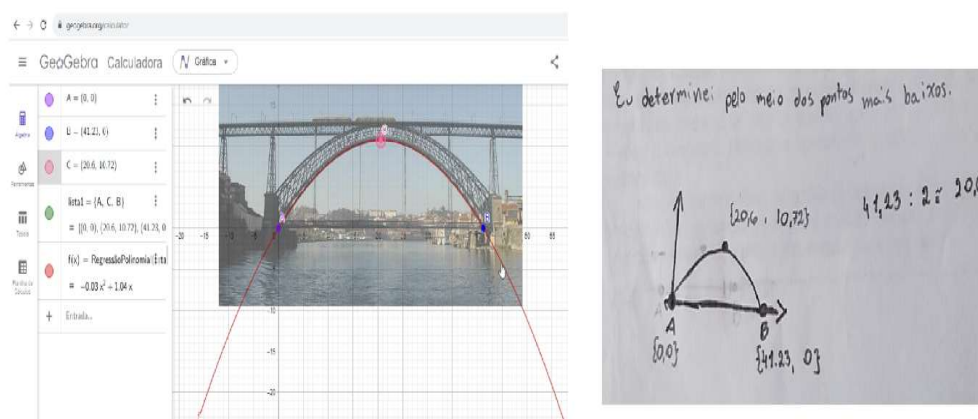
Francisco: **Se eu tenho um X, eu tenho um Y. Não é assim que nasce a coordenada?**

Professora- Pesquisadora: Então!

(Fala do estudante durante a sistematização do dia 11/06/2025, grifo nosso)

No diálogo, Francisco mobiliza suas observações e cálculos para determinar a posição do ponto C, dividindo a distância entre A e B e registrando o resultado em seu esquema gráfico. A atuação da professora, ao questionar sobre a relação entre x e y, favorece que o estudante explicita a ideia de dependência entre variáveis, como se observa em sua afirmação de que, ao se ter um valor de x, tem-se também um valor de y. Assim, observa-se o início de um desenvolvimento em que o ponto deixa de ser compreendido apenas como um resultado numérico isolado e passa a ser concebido como a representação de uma correspondência entre grandezas.

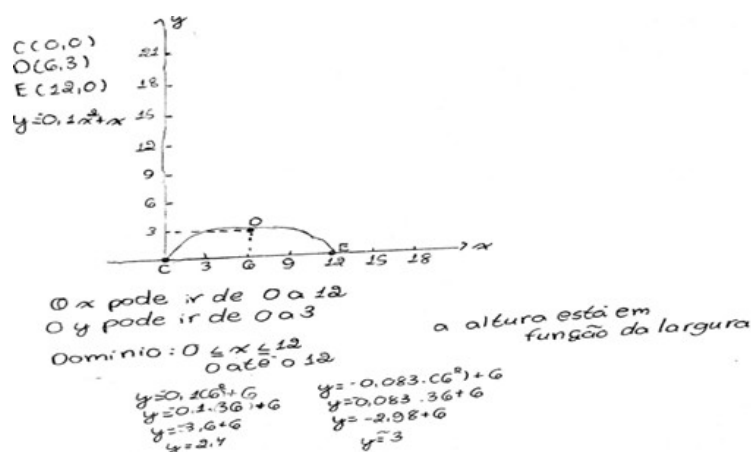
Figura 18 - Registros do estudante Francisco mediada pela tecnologia na SDA 5



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

A elaboração de Francisco sugere que aspectos visuais passam a ser articulados a um sistema de signos, produzindo significações que sustentam seu raciocínio. Ao registrar por escrito a determinação do ponto médio entre os apoios da base, o estudante demonstra uma reorganização de sua ação, na qual o registro gráfico deixa de operar apenas de modo descritivo e passa a funcionar como suporte ao pensamento. Pode-se interpretar como um momento inicial de que a simetria começa a ser considerada como uma propriedade na análise da parábola, de modo que a simetria passa a funcionar como um critério de validação do cálculo.

Figura 19 - Registro estudante Heitor na transição da exploração gráfica para a generalização.



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025).

O registro de Heitor, ao explicitar domínio, imagem e a relação entre as dimensões da ponte, mostra a produção de significações que articulam nexos de variação e dependência, transformando a parábola em uma expressão algébrica capaz de organizar essas observações. A realização de cálculos para valores distintos de x permite aproximar os resultados indicados pelo software e manifesta uma ação em que a fórmula orienta o modo de pensar o fenômeno. Ao calcular a imagem da função, o estudante mobiliza novamente os nexos de variação e dependência para validar a leitura gráfica por meio da expressão algébrica, mostrando que o ponto de máximo é investigado e interpretado à luz da lei da função.

Acrescenta-se que os registros de Heitor indicam que se produziram significações, que refletem avanços na apreensão do conhecimento, articuladas à interação com os colegas e à orientação da professora. Inicialmente, ele descreve o gráfico de forma intuitiva, mas, em seguida, reelabora essa interpretação, adotando a linguagem simbólica para expressar domínio e intervalos. Nesse processo, a representação deixa de ser apenas a imagem concreta da ponte e passa a articular-se com a abstração de um plano de coordenadas, em que a altura é significada como variável dependente da largura.

Contudo, os registros de Francisco e Heitor fazem parte de um processo em que a exploração das representações gráficas e algébricas funcionou como instrumentos de significação, possibilitando a produção de interpretações sobre variação e dependência entre grandezas. As representações dos estudantes se afastaram da interpretação reducionista frequentemente atribuída ao conceito de função, que é entendida apenas como um repertório de procedimentos baseados em sua forma e aparência.

Em síntese, o Núcleo 3 mostra que a generalização se estabeleceu na mudança na forma como o estudante se relaciona com o fenômeno. Os registros sugerem que a investigação permitiu aos estudantes distanciarem da aparência para entender as conexões internas que dão forma ao conceito. Nesse processo, as múltiplas representações se constituíram como sínteses subjetivas, das quais o estudante mobilizou a linguagem matemática para organizar e orientar sua própria ação, articulando o conhecimento construído com os elementos observáveis do fenômeno.

6.4 ANÁLISE INTERNÚCLEOS: A ARTICULAÇÃO DOS SABERES NA FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO

A realidade observada não se apresenta como restrita à aceitação de definições. Observa-se, contudo, um processo de reconstrução das propriedades internas do objeto de ensino, no qual as concepções iniciais se articulam a novos significados, permitindo ao sujeito agir de forma consciente sobre a experiência. Sobre a complexidade desse desenvolvimento conceitual Damazio e Freitas (2022, p. 325) esclarecem que

o entendimento é de que, no processo de apropriação, o pensamento se move na busca pela apreensão das propriedades internas, mediante os processos de redução e ascensão do abstrato ao concreto. Alguns traços característicos concernentes a esses movimentos se expressam nos respectivos conceitos: concreto e abstrato, análise e síntese, essência e fenômeno, abstração e generalização.

As análises realizadas sugerem que, nos Núcleos 1 e 2, os estudantes deixam de apenas observar a dependência entre grandezas para operarem com a noção de variável. Na AOE, essa transição reflete a resposta dos estudantes à necessidade de organizar logicamente o fenômeno investigado. Por sua vez, no Núcleo 3, essa articulação conecta-se à capacidade de modelar e prever, sendo a narrativa da viagem de Mariana, com seus personagens e diálogos, utilizada como guia para a reflexão dos estudantes.

Assim, as situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA 1, 2, 3 e 4) que levam a personagem a questionar relações entre grandezas, como a variação da temperatura, a previsibilidade de uma viagem ou o funcionamento correto de uma máquina são os desafios que criaram a necessidade de apreender, transformando a resolução das tarefas em um motivo para a atividade dos estudantes.

Historicamente, o estudante orienta sua ação por sentidos construídos em uma vivência que prioriza o resultado imediato. Para ele, o sucesso na tarefa resume-se a encontrar o valor

correto ou aplicar uma fórmula memorizada. Entretanto, ao ser interpelado pelas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), esse sentido pessoal entra em colisão com o significado científico do conceito de função.

Essa dinâmica afasta o estudante de uma leitura limitada que busca uma única causa para responder aos problemas de um fenômeno, como observado nas análises do vagão e da máquina de vendas. A tentativa de Carolina em aplicar uma regra geral indica uma orientação educativa marcada pelo empírico, em uma estrutura que condiciona o estudante à relação linear de causa e efeito, à lógica do certo ou errado e bom ou ruim.

Esse comportamento, pautado na busca por uma resposta pronta, é determinado por uma trajetória social e escolar, que tradicionalmente descuida da compreensão dos processos de formação conceitual em favor da obtenção de resultados. A atuação pedagógica, ao propor SDA, confronta uma subjetividade socialmente produzida, frequentemente atravessada pelo imediatismo do mercado de trabalho e pela visão utilitarista da escola. Ao sustentar a tensão do desconhecido e acolher os sentidos elaborados pelos estudantes, a atividade orienta que não há uma causa única que justifique o fenômeno em sua totalidade, ainda possibilita que a inquietação e o estranhamento, presentes no sentido atribuído pelo estudante, transformem-se em necessidade de aprender.

Figura 20 - Estudantes em situação de aprendizagem



Fonte: Acervo da pesquisadora (2025)

Na figura 20, pela interação social, os estudantes agem sobre o objeto de aprendizagem, mediando suas ações por diferentes recursos. A jornada de Mariana na história virtual e a trajetória dos estudantes parecem convergir, já que ambos partem de conceitos prévios e impressões pessoais. Nessa comparação, a experiência empírica é transformada, enquanto a

personagem enfrenta os dilemas da viagem e os estudantes avançam na compreensão dos desafios conceituais propostos.

Ao mesmo tempo, percebe-se que, no processo de apreensão, a produção de significações se estabelece a partir da tensão entre a proposta pedagógica e as condições materiais da instituição. A ausência de um laboratório de informática estruturado no momento da pesquisa se configura tanto como uma fragilidade técnica da investigação, como uma condição material que molda a subjetividade dos estudantes em relação ao conhecimento. Para os sujeitos que vivenciam uma escola pública marcada por carência ou inexistência de recursos pedagógicos e uma sala com 40 ou mais estudantes o conhecimento pode permanecer como uma abstração alienada da realidade.

Portanto, esta discussão busca explicitar que o meio tecnológico oferece novas possibilidades para a produção de significações. Quando os estudantes são orientados a tornar a imagem transparente para visualizar o plano cartesiano, são levados a sobrepor o concreto ao abstrato. Neste sentido, a tecnologia reconfigura o sentido da atividade e exige que a consciência opere com variáveis e eixos integrados ao fenômeno em análise.

Na SDA 5, o uso de recursos tecnológicos constituiu o meio com a história virtual e possibilitou o trânsito em tempo real entre gráfico, tabela e expressão algébrica. Tal movimento demonstrou a identificação de propriedades das funções, em consonância com Kopnin (1978, p. 138), ao afirmar que “a máquina é instrumento do homem e de seu pensamento, ajuda-lhe a pensar, liberta-o de uma série de operações que ele mesmo produziu no processo de pensamento.” Contudo, a mesma instituição que busca se afastar do reducionismo no ensino, conforme expresso na intencionalidade de seus documentos orientadores, manifesta-se de forma contraditória ao restringir o tempo de investigação e negligenciar o uso de ferramentas tecnológicas. Isto é, a própria estrutura escolar passa a também atuar como um fator que condiciona e restringe o processo educativo.

Em unidade com Kopnin (1978), depreende-se que, no processo de pensamento, cabe ao sujeito utilizar a máquina e interpretar os resultados por ela produzidos, relacionando-os a significados. Tal premissa é detalhada pelo autor

Mas ela é apenas um recurso material do pensamento humano, e nisto se estabelece o seu limite absoluto. Por mais perfeita que seja, a máquina não pode ser outra coisa senão um meio, um instrumento do pensamento humano. Será sempre o homem quem pensará, criará, ao passo que a máquina será sempre e em medida cada vez maior seu auxiliar (Kopnin, 1978, p. 139).

Essa premissa revela-se nas significações dos estudantes, em que a tecnologia mediou a transformação da representação da ponte, de objeto concreto para a lei matemática que rege a

curva. A transparência da imagem materializou a transição do pensamento empírico para o pensamento teórico, ao exigir a identificação do ponto de máximo, raízes e eixo de simetria em articulação com a realidade física.

Embora a tecnologia esteja cada vez mais presente no cotidiano dos estudantes, as instituições tendem a restringir seu uso à reprodução do que já se fazia no papel, orientando o ensino para a aparência do fenômeno. Divergindo dessa lógica, os estudantes superaram parcialmente essa condição material ao se apropriarem de um instrumento que ampliou sua capacidade de abstração sobre a realidade, visto que o instrumento mediador atuou como signo que organiza a percepção do estudante e possibilitou a síntese entre a experiência vivida e a lei matemática. Nesse processo, mesmo diante da limitação do espaço e dos recursos disponíveis, a tecnologia não substituiu a atividade do estudante, uma vez que o percurso investigativo foi conduzido por eles ao confrontarem o conceito de função.

Como um momento de síntese da jornada desenvolvida, a SDA 6 convocou os estudantes a se posicionarem diante da pergunta sobre o que é uma função. Diferentemente das situações anteriores, o desafio não se organizou em torno de uma tarefa de cálculo ou representação específica, mas da mobilização integrada das ideias construídas, orientando-os para a explicitação do conceito em sua formulação geral.

Ao deslocar a atenção para a necessidade de enunciar a natureza do objeto de estudo, a orientação proposta estruturou-se por meio de duas ações complementares. Inicialmente, os estudantes registraram individualmente suas compreensões acerca do conceito de função para, posteriormente, socializarem essas elaborações no grupo em busca de uma síntese coletiva. Na sequência, apresentam-se trechos das falas de dois grupos, preservados em sua forma original, de modo a possibilitar a apreensão dos sentidos produzidos durante o processo de elaboração conceitual.

Recorte 18: Definição de função como forma de mostrar a relação entre variáveis

Função é **uma forma de mostrar a relação das variáveis** dizendo qual é a dependente e qual a independente. A dependente fica **em função** da independente e é representada no eixo y. Exemplo: Se eu ando em uma velocidade de 4 km/h em uma hora eu andei 4km, **mas se eu não tivesse andando ainda sim a hora passaria**, e eu só percorri essa distância por ter andando esse **tempo específico**, caso eu **andasse por menos tempo eu percorreria uma distância menor**.

(Definição dada pelos estudantes Lucas, Enzo, Rodrigo, Otávio durante a sistematização do dia 11/06/2025, grifo nosso)

O grupo define função como uma forma de mostrar a relação entre variáveis, destacando explicitamente a ideia de dependência entre uma variável independente e outra dependente. O exemplo mobilizado, relacionado à distância percorrida em função do tempo, revela a compreensão de que a variável dependente se altera conforme a variação da independente, o que indica um avanço na percepção do caráter dinâmico da relação funcional. Contudo, a definição ancora-se na identificação das variáveis aos eixos do plano cartesiano, o que sugere que o conceito ainda é compreendido a partir de convenções representacionais, sem a explicitação da condição de unicidade da correspondência que define uma função.

Recorte 19: Definição de função como relação entre grandezas

Para o grupo o conceito de função é a relação entre duas ou mais grandezas. Essas relações entre as grandezas podem ser escritas de formas variáveis como: diagrama, tabela, gráfico, entre outras. Sendo o y dependente e o x independente. Exemplo: o prato feito o “valor” está em função da “quantidade”.

(Definição dada pelos estudantes Heitor, Priscila, Carolina, Lorena durante a sistematização do dia 11/06/2025, grifo nosso)

Por sua vez, o grupo composto por Heitor, Priscila, Carolina e Lorena amplia a compreensão do conceito ao defini-lo como uma relação entre grandezas e ao reconhecer a possibilidade de diferentes formas de representação, como diagramas, tabelas e gráficos. Essa ampliação sinaliza um deslocamento da função enquanto objeto restrito à expressão algébrica ou gráfica, em direção a uma compreensão mais relacional. Contudo, ao afirmar que a função envolve “duas ou mais grandezas”, o grupo não explicita a relação específica entre duas variáveis, tampouco expressa a ideia de correspondência unívoca entre elementos do domínio e da imagem.

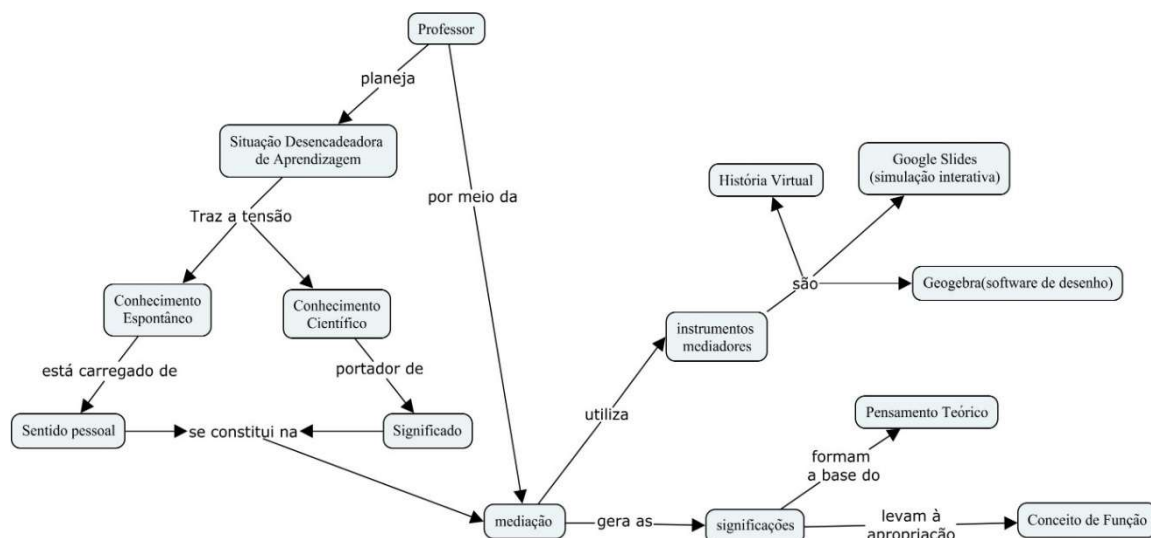
Esse aspecto foi registrado no diário de campo durante a releitura da transcrição da SDA 6 e suscitou questionamentos acerca de a definição apresentada expressar, de fato, um equívoco conceitual ou uma interpretação coerente com o contexto das atividades desenvolvidas. Posteriormente, a discussão foi retomada com o grupo, quando Priscila justificou a referência a “duas ou mais grandezas” ao considerar que, em situações concretas, diversos fatores podem interferir na variação de uma grandeza, como, por exemplo, a quantidade de pessoas em um vagão, retomando elementos discutidos na SDA 1.

Diante dessa justificativa, o raciocínio foi acolhido e, ao mesmo tempo, o foco conceitual foi retomado, esclarecendo que, embora fenômenos reais envolvam múltiplas variáveis, o estudo matemático das funções pressupõe o isolamento de duas variáveis, mantendo

as demais constantes, a fim de analisar com maior precisão a relação estabelecida entre elas. Assim, sem desconsiderar a multicausalidade presente na realidade concreta, a função passa a ser compreendida como uma abstração teórica que isola determinadas grandezas para analisar a relação de dependência entre elas.

A Imagem 21 expressa a síntese da dinâmica da AOE desenvolvida nesta pesquisa, representando a unidade dialética entre o planejamento docente e a atividade de aprendizagem.

Figura 21 - Mapa conceitual da dinâmica da atividade orientadora de ensino.



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Pela observação do mapa conceitual, a ação do professor, ao estruturar a SDA por meio de instrumentos mediadores, como a História Virtual, cria as condições para que o sentido pessoal do estudante, muitas vezes marcado por uma visão empírica, entre em confronto com o significado social do conceito de função. É nesse movimento de mediação que o confronto se transforma em qualidades novas. As interações favorecem a produção de significações que passam a constituir a base para a construção do pensamento teórico, como o reconhecimento da dependência entre grandezas e a nomeação da variável. Esse processo permite ao estudante transitar da aparência do fenômeno para a apreensão de suas relações internas, consolidando o percurso de desenvolvimento do pensamento teórico e, posteriormente, a apropriação do conceito de função.

Contudo, observa-se que ao ingressar no Ensino Médio, o estudante ainda mobiliza a variável de modo pontual, ainda vinculada à particularidade da situação. Tal condição revela uma trajetória escolar que não forneceu os aspectos necessários para distinguir entre um valor fixo desconhecido e uma relação de variação. Nessa trajetória, as significações atribuídas à matemática constituíram-se de modo utilitário e estático, voltadas para a obtenção de respostas

prontas. Essa visão aponta as múltiplas contradições da escola que, muitas vezes por restrições de tempo ou de organização pedagógica restringe o estudante ao cálculo isolado.

Soma-se a isso o contexto histórico pós-pandêmico que atravessa a trajetória desses estudantes. As falas que revelam confusão e expressam o desconhecimento do conceito de variável podem ser compreendidas considerando o período de ensino remoto marcado por vínculos fragilizados e pela carência de organização metodológica. Nesse cenário, os sentidos pessoais constituíram-se, em grande medida, de forma isolada e sem a intencionalidade pedagógica necessária, sendo um fator que dificultou a aprendizagem do significado científico do conceito.

Desse modo, a superação do imediatismo constitui a emancipação do sujeito frente às determinações de um ensino reducionista. Ao apropriar-se do conceito de função como instrumento de leitura da realidade, o estudante reconstrói sua relação com o saber, transformando o estranhamento inicial em uma consciência crítica capaz de operar sobre a complexidade dos fenômenos. Ainda que a definição formal do conceito de função não esteja consolidada, os estudantes sugerem avanços em suas elaborações ao reconhecer relações de dependência, causalidade e, de forma inicial, a unicidade na correspondência entre variáveis.

Recorro às palavras de Vigotski (2001, p.479) para quem compreende-se que o pensamento se origina no campo da consciência que abrange motivos, interesses e afetos. Como afirma o autor “o próprio pensamento não nasce de outro pensamento, mas do campo da nossa consciência que o motiva”, o que corrobora que a atividade de aprendizagem foi impulsionada por necessidades e sentidos que mobilizaram os estudantes.

Nesse sentido, o pensamento se constitui como um processo orientado por razões que envolveram o cognitivo e que de certo modo também conferiram direção e significado às elaborações. As definições apresentadas nesta dissertação mostram que o conceito de função começa a se constituir, orientando-se pela busca de compreensão das relações que produzem determinado valor. Assim, recorro à definição dada pelo estudante Paulo, no último recorte da realidade pesquisada.

Recorte 20: Definição de função como busca pelo porquê das relações

O conceito de função é você ir além de um resultado, saber o porquê daquilo o motivo o que aconteceu quem depende de quem pra acontecer esse valor e muitos outros fatores.

(Definição dada pelos estudantes Paulo durante a sistematização do dia 11/06/2025, grifo nosso)

Cabe destacar, contudo, que a formulação apresentada pelo estudante não corresponde à definição formal do conceito de função, tal como estabelecida nos livros de matemática. Sua elaboração ainda não explicita, por exemplo, a correspondência unívoca entre valores de x e y , nem sua formalização em termos de domínio e imagem. No entanto, isso não a desqualifica enquanto significação, tendo em vista que se trata de uma elaboração em processo, que demonstra o momento de transição entre formas empíricas de pensamento e a constituição do pensamento teórico.

Conforme sustenta Vigotski (2009), o pensamento não apenas se manifesta por meio da linguagem, mas ganha existência real e consciência através dela. Assim, quando o estudante traduz sua vivência em definição, ele está, de fato, consolidando seu processo intelectual por meio da palavra. É no esforço de elaborar uma definição que os motivos que inicialmente mobilizaram a atividade dos estudantes se transformam ao longo de seu desenvolvimento, sendo reconfigurados pela narrativa e pela lógica de dependência presente nas tarefas propostas.

Produzidas na prática e nas condições sociais oferecidas pela narrativa, as significações do estudante Paulo resultam de um saber que se incorpora à sua experiência e que envolve também a constituição de um vínculo afetivo com a própria aprendizagem. Observa-se o nexo de dependência, na medida em que o foco se volta para a identificação das relações entre as grandezas envolvidas. Além disso, percebe-se também um deslocamento do foco da resolução imediata para a apreensão das relações que explicam esses valores.

Ao longo das SDA, os estudantes vivenciaram emoções como curiosidade, frustração, confusão ou satisfação, que se integraram à exploração do fenômeno. No caso de Paulo, sua explicação reflete o contexto social da sala de aula e apontam para novos motivos que o levaram a aprender. Assim, saber “o porquê” passa a ser interpretado como um movimento que supera a simples obtenção de resultados, sendo sustentado por motivos como o desejo de colaborar com um colega ou pela frustração que o levou a buscar a lógica das relações. As definições dadas carregam a marca desse processo e da emoção que o acompanhou, visto que, conforme sustenta Leontiev (2021, p. 219),

os motivos, contudo, não são separados da consciência. Mesmo quando não se toma consciência deles, ou seja, quando a pessoa não se dá conta daquilo que a leva a realizar tais ou quais ações, elas ainda assim encontram seu reflexo psíquico, mas de uma forma especial, isto é, na forma de colorido emocional da ação. Tal colorido (intensidade, sinal e caracterização qualitativa) desempenha uma função específica, o que também exige que se distinga o conceito de emoção e de sentido pessoal. A não coincidência entre eles, contudo, não se dá inicialmente: ao que parece, nos níveis mais baixos, os objetos da necessidade são diretamente marcados pela emoção. A não coincidência surge apenas como resultado da divisão das funções dos motivos que ocorre no curso do desenvolvimento da atividade humana.

Nesse contexto, percebe-se que o conceito de função, enquanto significado social, deixa de ser uma abstração externa e passa a integrar a atividade do estudante. Ao adquirir um sentido pessoal, esse conhecimento direciona o estudante para a apreensão do objeto, de modo que o “colorido emocional” mobiliza o estudante para a ação e para o seu próprio desenvolvimento, interpretando que, de fato, o conhecimento científico começou, a ter importância para ele.

Em última análise, as significações apresentadas nesta análise sugerem um movimento de ascensão do abstrato ao concreto, característico do pensamento teórico. Nas definições apresentadas, observa-se que o pensamento dos estudantes acerca do que é uma função não se origina de outro pensamento abstrato ou da reprodução de uma definição no quadro, mas da necessidade instaurada pela narrativa e pelas situações desencadeadoras de aprendizagem. Sob esse aspecto, compreende-se que a Atividade Orientadora de Ensino pode contribuir para tensionar a forma tradicional de acesso ao conhecimento científico, historicamente marcada pela exclusão desses sujeitos, abrindo espaço para uma nova jornada de possibilidades e significações.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A transformação é a desconstrução de objetos ou tudo que ensinamos ou desejamos ensinar. Desconstruir é uma busca. A busca não tem nenhuma forma final, é sempre o movimento para o desconhecido.
(Davydov, 2019, p. 265)

Esta dissertação se encerra com uma síntese parcial do processo investigado, deixando explícito como o ensino tradicional de Matemática foi problematizado por uma abordagem orientada ao desenvolvimento do estudante. Ao investigar o ensino do conceito de função, constituiu-se, simultaneamente, um processo de formação dos estudantes e de mudanças do meu ser como professora-pesquisadora. Nesse percurso de formação conceitual, ocorreram transformações nos sujeitos envolvidos, expressas tanto nos modos de compreender as relações conceituais por parte dos estudantes quanto na reelaboração dos meus próprios modos de interpretar e agir no ensino.

Essas transformações se constituíram a partir das contradições entre os modos de compreender as relações conceituais e a necessidade de repensar minha prática. As ações desencadeadas pelas situações de aprendizagem ao longo desta pesquisa constituíram momentos de reflexão sobre minha conduta, transformando esta investigação em um espaço de reelaboração da prática pedagógica, no qual ensinar e pesquisar se tornaram atividades indissociáveis.

Sob essas condições, organizar o ensino de forma intencional implicou considerar a própria formação como um processo em desenvolvimento, que se produz na criação de condições de aprendizagem e na superação das contradições do cotidiano escolar. A interação entre sujeitos e conhecimento possibilitou, ainda que de forma inicial, o movimento em direção ao desenvolvimento do pensamento teórico, compreendido como um processo de natureza dialética, marcado por avanços, tensões e reconfigurações.

Reconheço que, ao pesquisar meus próprios estudantes, o vínculo preexistente e minha atuação como professora da turma configuraram o contexto da pesquisa. Nesse sentido, foi necessário equilibrar o conhecimento prévio sobre os estudantes com o distanciamento analítico, de modo a garantir a confiabilidade da análise e evitar que a familiaridade limitasse a interpretação dos dados. Essa proximidade, por sua vez, evitou o estranhamento inicial, permitindo que a análise, baseada na triangulação dos registros, captasse o movimento conceitual.

Somando-se a isso, o tempo limitado para a execução da pesquisa, condicionado pelos cronogramas do mestrado e da instituição pesquisada, restringiu as possibilidades de discussão e aprofundamento das tarefas. Embora as atividades tenham sido realizadas, a organização em seis aulas de 100 minutos delimitou o alcance da intervenção, limitando-a ao início da transição do pensamento empírico ao teórico. Aspectos logísticos, como a limitação de espaço na sala de informática e o tempo reduzido para familiarização com os recursos tecnológicos, não representaram obstáculos significativos, mas são registrados como ressalvas para futuras aplicações em outras realidades.

Além disso, esta dissertação apresenta análises que buscam conferir visibilidade a um estudo que, em sua essência, revelou-se amplo e complexo. O volume significativo de material coletado exigiu que a construção dos núcleos operasse como um recorte consistente do movimento de pensamento observado, reconhecendo que a profundidade da experiência humana nem sempre pode ser integralmente traduzida em palavras.

Para além dos limites impostos pelas condições reais da pesquisa, é preciso considerar que os processos de ensino e aprendizagem são determinados pelas condições de seu tempo e, portanto, sujeitos a mudanças. Nos tempos atuais, se a educação ainda carrega um significado social tradicional, ela deixa de corresponder ao que realmente importa para os estudantes. Para que o aprendizado adquira sentido, o ensino deve responder às condições concretas e às particularidades dos sujeitos. Nesse contexto, a reorganização do ensino proposta buscou criar condições para que o conceito de função deixasse de ser uma imposição externa e passasse a constituir um sentido pessoal para o estudante, evidenciando, ao mesmo tempo, as tensões inerentes ao próprio processo investigativo.

Na vivência da história virtual, *Uma jornada de mudanças e possibilidades*, a prática corrobora a premissa de que o desenvolvimento da aula não é totalmente controlável. Embora o planejamento previsse determinados nexos conceituais, as articulações inesperadas dos estudantes tornaram explícita a necessidade de novas ações de ensino. Essa reorganização da lógica do ensino da Matemática provocou inicialmente estranhamento e incerteza, pois eu estava habituada a uma cultura escolar pautada na definição prévia, seguida de exemplos e exercícios de fixação que culminam em provas. Afastar dessas práticas que privilegiam listas de exercícios e iniciar o estudo do conceito de função a partir da teoria dos conjuntos expôs a lacuna entre o que eu sabia fazer e o que a pesquisa propunha. Percebi que, apesar da minha experiência no ensino básico, faltava o movimento lógico-histórico em minha prática. Ao realizar esta investigação, compreendo que esse pressuposto se constituiu como princípio para a minha liberdade de ação docente, orientando a reorganização da sala de aula.

Por meio dessa organização do ensino, produziu-se um contexto em que os estudantes discutiam entre si, levantavam hipóteses e expunham seus pensamentos sem o receio do erro imediato. O conceito de função emergiu das tensões e das necessidades de compreensão provocadas pela atividade coletiva. Essa realidade vivenciada em sala de aula contrapõe-se à lógica do ensino tradicional, cujas limitações já discutidas ao longo deste trabalho suprimem nexos conceituais como o movimento e a interdependência, além de afastarem o conceito de variável de sua fluidez, reduzindo-o a papéis estáticos de incógnita ou parâmetro.

Nesse processo, a narrativa operou como Situação Desencadeadora de Aprendizagem, mobilizando os nexos conceituais e possibilitando aos estudantes relacionarem-se com o conhecimento em sua gênese. A mediação tecnológica permitiu a reconstrução mental do objeto ao lidar com relações e dependências, o que favoreceu a mobilização do conceito de variável, tanto em sua natureza discreta quanto contínua, e ainda a transição da linguagem cotidiana para a matemática. Assim, as significações produzidas convergiram para a compreensão das conexões entre as diferentes representações, como tabelas, gráficos e expressões algébricas, organizando-as segundo a lógica da interdependência entre as grandezas. Por meio de suas ações, os estudantes passaram a identificar a lei de dependência que rege os fenômenos, superando explicações intuitivas e a observação de casos isolados ao reconhecerem a interconexão que caracteriza o conhecimento para além da aparência empírica.

A análise dos dados explicita que os estudantes construíram significados próprios ao articular relações conceituais com experiências práticas e interpretações individuais. Esse processo ocorreu por meio da mediação entre o sentido pessoal e o significado social, articulada pela linguagem e por instrumentos como o software GeoGebra. Assim, os nexos do conceito de função passaram a ser mobilizados pelos estudantes em um movimento de ascensão do abstrato para o concreto, no qual a compreensão da lógica geral permitiu a leitura e interpretação das situações particulares.

Justamente por criar condições para essa autonomia investigativa, a organização do ensino adotada reflete a perspectiva de Davydov (1982), ao possibilitar que a apreensão do conceito se desse por meio de uma atividade de estudo independente e investigativa. Logo, a história virtual e o uso da tecnologia não tiveram caráter meramente ilustrativo. Pelo contrário, foram utilizados com intencionalidade, atuando como instrumentos de mediação capazes de materializar o movimento lógico e histórico do conceito de função. Nesse contexto, os estudantes puderam reproduzir, ainda que de forma inicial, as condições materiais que deram origem ao conceito de função, estabelecendo a base para o desenvolvimento da lógica do conhecimento e o encaminhamento progressivo para o pensamento teórico.

A experiência indica que a narrativa, ao integrar a problematização ao conteúdo científico, pode se configurar como uma possibilidade para a organização do ensino no Ensino Médio, abrindo caminhos para propostas que sustentem a atividade de aprendizagem em diferentes contextos escolares nos quais o enredo e o ensino de Matemática se articulam às relações humanas.

A jornada da personagem Mariana ilustra que o conceito de função nasce como uma resposta histórica à necessidade humana de apreender o movimento. Ao reviver essa gênese em sala de aula, os estudantes puderam iniciar o movimento de adotar a matemática como uma linguagem capaz de traduzir a mutabilidade do real. Nesta direção, o estudante deixou de ser um espectador de dados estáticos para se tornar um sujeito que mobiliza o conhecimento para interpretar recortes da realidade. Ao analisar os registros dos estudantes, identificou-se significações que sugerem que eles estão avançando na compreensão das relações que organizam os fenômenos e compreendendo como a matemática explica fenômenos da sociedade e da natureza.

Mais do que uma hierarquia entre professor, estudante e objeto, a interação descrita é orientada pela abordagem de ensino desenvolvimental. Aprender, conforme sugerido na epígrafe, exige um movimento de transformação que ocorre no próprio agir pedagógico. Nessa direção, reconstruir o caminho lógico do conceito implica superar a passividade empírica e assumir uma atuação consciente na apropriação do real, em um movimento no qual o abstrato e o concreto se articulam pela tensão das contradições, possibilitando a constante renovação dos conceitos.

Em face dos objetivos traçados, os resultados indicam que a organização do ensino orientada pelo movimento lógico-histórico, mediada por Situações Desencadeadoras de Aprendizagem como a história virtual, responde ao problema desta pesquisa. A experiência sugere a possibilidade de superar a fragmentação do ensino tradicional de funções ao abordar o conceito em sua gênese, indicando que a organização do ensino mobilizou nexos que, se desenvolvidos sistematicamente, podem fundamentar o desenvolvimento psíquico superior.

Portanto, este estudo procura contribuir para o fortalecimento da intencionalidade docente, defendendo o movimento lógico-histórico como princípio educativo. Almeja-se, ainda, fomentar o debate sobre esta organização do ensino com outros docentes, reconhecendo possibilidades de formação continuada e a investigação sobre os impactos deste movimento inicial de formação conceitual a longo prazo. Acredito que, ao compartilhar esta jornada, posso contribuir para que a Matemática volte a ocupar o centro da sala de aula, apontando novas formas de olhar para o desenvolvimento humano.

Esta dissertação insere-se, enfim, no debate sobre o compromisso ético e político da educação, que reside em considerar os estudantes como sujeitos em desenvolvimento. Ao professor, cabe a responsabilidade de organizar o ensino de modo a possibilitar o acesso ao pensamento teórico. Esse processo, ainda que atravessado pelas contradições do cotidiano escolar, orienta-se pela ampliação das formas de compreensão da realidade, vinculando o ensino de Matemática à constituição de sujeitos capazes de interpretar o mundo, visando à construção de uma sociedade, de fato, mais humana.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, W. M. J.; OZELLA, S. Núcleos de Significação como Instrumento para a Apreensão da Constituição dos Sentidos. **Psicologia: Ciência e Profissão**, v. 1, p. 222-245, 2006.
- AGUIAR, W. M. J.; SOARES, J. R.; MACHADO, V. C. Núcleos de significação: uma proposta histórico-dialética de apreensão das significações. **Cadernos de Pesquisa**, v. 45, p. 56-75, 2015.
- AGUIAR, W. M. J.; ARANHA, E. M. G.; SOARES, J. R. Núcleos de significação: análise dialética das significações produzidas em grupo. **Cadernos de Pesquisa**, v. 51, e07305, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/198053147305>. Acesso em: 23 maio 2026.
- ANDRADE, C. D. de. **Poesia e prosa**. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1992.
- ASBAHR, F. S. F. **A atividade de estudo e a formação do pensamento teórico**. In: “Por que aprender isso, professora?” Sentido pessoal e atividade de estudo na psicologia histórico-cultural. São Paulo: Editora UNESP, 2017. p. 57-80. Disponível em: <https://doi.org/10.7476/9788595461772.0004>.
- BARBOSA, B. M.; ANDRADE, S. M. S. de; MESSIAS, M. A. de V. F. **O ensino do conceito de função como objeto de pesquisa: uma revisão de artigos científicos publicados entre 2013 e 2023**. ReTEM - Revista Tocantinense de Educação Matemática, Arraias, v. 2, p. e24008, 2024. Disponível em: <https://ojs.sbemto.org/index.php/ReTEM/article/view/62>. Acesso em: 16 jan. 2026.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRANCO, E. P. *et al.* BNCC: a quem interessa o ensino de competências e habilidades? **Debates em Educação**, v. 11, p. 155-171, 2019.
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.
- CARONE, I. **A dialética marxista: uma leitura epistemológica**. In: LANE, S. T. M.; CODO, W. (org.). **Psicologia social: o homem em movimento**. 8. ed. São Paulo: Brasiliense, 1989.
- COELHO, B. da P. de M. **Materialismo histórico e dialético: entre aproximações e tensões**. Lua Nova: Revista de Cultura e Política, São Paulo, n. 118, p. 100-123, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0102-075100/118>. Acesso em: 15 jan. 2025.
- CORDEIRO, Nicole Louise. **Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas em situações desencadeadoras de aprendizagem que envolvem matemática e música**. 2024. Dissertação (Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2024.
- DAVYDOV, V. V. **Atividade de estudo e aprendizagem desenvolvimental**. In: PUENTES, R. V. *et al.* (org.). **Teoria da Atividade de Estudo**. Curitiba: CRV, 2019. p. 249-266.
- DAVYDOV, V. V. **Problemas do ensino desenvolvimental**. Moscou: Pedagogika, 1988.
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.
- FAVORETO, A. **Conhecimento e ensino escolar: da lógica formal à lógica dialética**. Revista Práxis, v. 14, n. 27, p. 1-11, 2022. Disponível em: <https://revistas.unifoa.edu.br/praxis/article/view/3939>. Acesso em: 15 jan. 2026.

FEITOSA, E. F.; MORAES, B. M. de; LOPES JÚNIOR, A. D. A análise de dados em Vigotski: um estudo baseado no Materialismo Histórico-Dialético. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 11, n. 7, p. e18311729872, 2022. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/29872>. Acesso em: 27 jan. 2025.

FREITAS, D. de; DAMAZIO, A. **O pensamento conceitual de fração: o modo de organização do ensino davydoviano**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 48, p. e236913, 2022. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022022000100752. Acesso em: 15 jan. 2026.

GLADCHEFF, A. P.; SOUZA, N. M. M. de. A natureza do conhecimento matemático e a dimensão histórica do conceito na organização do ensino. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 8, p. e2024-21, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.14393/obv8.e2024-21>. Acesso em: 15 jan. 2026.

GONDIM, E.; RODRIGUES, O.M. Pré-socráticos e a noção de ser: uma panorâmica. **Práxis**, Novo Hamburgo, v. 2, n. 2, p. 31-42, jul./dez. 2011. Centro Universitário Feevale.

GOULART, D. M. **Organização do ensino que orienta o pensamento dos estudantes no movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto: um olhar a partir da gênese do conceito de função**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) – [Instituição a confirmar], 2021.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

KARLSON, P. **A Magia dos Números**. Porto Alegre: Editora Globo, 1961.

KIRK, G. S.; RAVEN, J. E.; SCHOFIELD, M. **Os filósofos pré-socráticos: história crítica com seleção de textos**. 7. ed. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 2010.

KOHL-SANTOS, P.; MOROSINI, M. C. **O revisitar da metodologia do estado do conhecimento para além de uma revisão bibliográfica**. Revista Panorâmica online, v. 33, 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/revistapanoramica/index.php/revistapanoramica/article/view/1318>. Acesso em: 16 jan. 2026.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LACERDA, G.; SILVA, M. M. **A organização do ensino do conceito de função a partir da proposta do clube de matemática**. Cuadernos de Educación y Desarrollo, v. 16, n. 1, p. 453–475, 2024. Disponível em: <https://ojs.cuadernoseducacion.com/ojs/index.php/ced/article/view/2599>. Acesso em: 16 jan. 2026.

LEONTIEV, A. N. **Atividade. Consciência. Personalidade**. Bauru: Mireveja, 2021.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978. Disponível em: <https://vdoc.pub/download/o-desenvolvimento-do-psiquismo6gad39kge310>. Acesso em: 8 set. 2024.

LIMA, W. F. da R.; SOUSA, M. C. de. **Movimento lógico-histórico do conceito de função: alguns nexos conceituais presentes em trabalhos acadêmicos dos últimos vinte anos**. In: CONGRESSO

NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 10., 2024, Campina Grande. Anais [...]. Campina Grande: Realize Editora, 2024. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/111831>. Acesso em: 16 jan. 2026.

LUKÁCS, G. **Prolegômenos para uma ontologia do ser social: questões de princípios para uma ontologia hoje tornada possível**. Tradução de Lya Luft e Rodnei Nascimento. São Paulo: Boitempo, 2010. Disponível em: <https://joacamillopenna.wordpress.com/wp-content/uploads/2014/04/lukacs-prolegomenos-para-uma-ontologia-do-ser-social-lukacs.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2025.

MAME, O. A. C.; MIGUEL, J. C.; MILLER, S. **Atividade de estudo: sua contribuição para o desenvolvimento do pensamento teórico da criança em situação escolar**. Acta Scientiarum. Education, v. 42, p. e45463, 2020. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2178-52012020000100203. Acesso em: 15 jan. 2026.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã: crítica da mais recente filosofia alemã em seus representantes Feuerbach, B. Bauer e Stirner, e do socialismo alemão em seus diferentes profetas (1845-1846)**. Tradução de Rubens Enderle, Nélcio Schneider e Luciano Cavini Martorano. Supervisão editorial de Leandro Konder. São Paulo: Boitempo, 2007. 1 recurso online. Disponível em: [A Ideologia Alemã PDF](#). Acesso em: 23 maio 2026.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG)**. Belo Horizonte: SEE/MG, 2021. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php>. Acesso em: 15 jan. 2026.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Parecer nº 192/SEE/CEE - PLENÁRIO/2021**. Relator: Felipe Michel Santos Araújo Braga. Belo Horizonte: SEE/CEE, 2021.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Plano de Curso CRMG: Matemática e suas Tecnologias – 1ª série do Ensino Médio**. Belo Horizonte: SEE/MG, 2025. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg>. Acesso em: 15 jan. 2026.

MOROSINI, M. C.; NASCIMENTO, L. M. do; NEZ, E. de. Estado de conhecimento: a metodologia na prática. **Revista Humanidades e Inovação**, v. 8, n. 55, 2021.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. BOLEMA, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29-43, 1996.

MOURA, M. O. de. **Atividade orientadora de ensino e contribuição para a educação escolar**. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2024. Disponível em: www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/1338. Acesso em: 27 jan. 2025.

MOURA, M. O. de. **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017.

MOURA, M.O; SAMPAIO ARAÚJO, E.; DIAS MORETTI, V.; PANOSSIAN, M.L.; DIAS RIBEIRO, F. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista diálogo educacional**, [S. l.], v. 10, n. 29, p. 205–229, 2010. DOI: 10.7213/rde.v10i29.3094. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/3094>. Acesso em: 23 maio. 2026.

MOURA, M. O. de. **O Educador Matemático na Coletividade de Formação: uma experiência com a escola pública**. 2000. 131 f. Tese (Livre-Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, M.O.; ARAUJO, E.S.; SERRÃO, M.I.B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 24, p. e19817, jan/dez. 2018. <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.19817>. Disponível em:

<https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817>. Acesso em: 15 de jan.2026

NIERO, A.S.; ROSA, J.E. da. O pensamento empírico obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico? Interpretações e possibilidades. **Olhares: Revista do Departamento de Educação da Unifesp**, [S. l.], v. 11, n. 1, 2023. DOI: [10.34024/olhares.2023.v11.14445](https://doi.org/10.34024/olhares.2023.v11.14445). Disponível em: <https://periodicos.unifesp.br/index.php/olhares/article/view/14445>. Acesso em: 23 maio. 2026.

OLIVEIRA, D. M. B. de. **A organização do ensino de funções em um curso de licenciatura em matemática de uma universidade tecnológica: contribuições da teoria da atividade e da abordagem CTS para a aprendizagem da docência**. 2023. Tese (Doutorado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2023.

OLIVEIRA, D. M. B. de; SOUZA, F. D. de. Uma situação desencadeadora de aprendizagem para a apropriação do conceito de função na Formação de Professores. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 7, n. 3, p. 513–530, 2023. Disponível em: <https://saber.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/30904>. Acesso em: 16 jan. 2026.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PIMENTA, G. V. **O desenvolvimento do campo conceitual da trigonometria em situações desencadeadoras de aprendizagem mediadas por tecnologias digitais**. 2019. 92 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação)–Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2019.

PINA, L.D.; GAMA, C.N.; GALVÃO, A.C. Currículo referência de minas gerais: uma análise a partir da pedagogia histórico-crítica. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, [S. l.], v. 11, n. 37, 2025. DOI: [10.21920/recei.v11i37.7304](https://doi.org/10.21920/recei.v11i37.7304). Disponível em: <https://periodicos.apps.uern.br/index.php/RECEI/article/view/7304>. Acesso em: 23 maio. 2026.

POZEBON, S. *et al.* A formação de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental: uma discussão a partir de uma atividade de ensino de geometria. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 8, n. 3, p. 48-60, 2013.

PRESTES, Z. R.; TUNES, E. Pontes ou muralhas: exame crítico de traduções e conceitos da teoria histórico-cultural. **Revista Educativa**, Goiânia, v. 25, p. 1-19, 2022.

PRESTES, Z. R.; TUNES, E.; SILVA, R. R. da. Para uma nova sociedade, uma nova escola: Vigotski, desenvolvimento humano e formação docente. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, v. 33, p. 1-12, 2024. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/17020>. Acesso em: 16 jan. 2026.

PUENTES, Roberto Valdés. **Didática desenvolvimental na perspectiva da subjetividade: da aprendizagem reflexo-associativa à aprendizagem como produção criativa**. In: MITJÁNS MARTÍNEZ, A.; TACCA, C.M.; PUENTES, R.V. (Org.). Teoria da subjetividade: discussões teóricas, metodológicas e implicações na prática profissional, 2020. Disponível em: <https://teoriadaaprendizagemdesenvolvimental.com/wp-content/uploads/2023/01/Didatica-desenvolvimental-na-perspectiva-da-subjetividade.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2026.

RESENDE, M.R. Conceitos basilares das teorias de V. V. Davídov: aportes e desafios para a pesquisa e o ensino-aprendizagem da matemática. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, v. 30, p. 1-22, 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/9345>. Acesso em: 15 jan. 2026.

RICARDO, E. C. Discussão acerca do ensino por competências: problemas e alternativas. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 40, n. 140, p. 605-628, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0100-15742010000200015>. Acesso em: 16 jan. 2026.

RODRIGUES, T. D. F. F. *et al.* As pesquisas qualitativas e quantitativas na educação. *Revista Prisma*, v. 2, n. 1, p. 154-174, 2021.

ROSA, C. A. de P. **História da ciência: da antiguidade ao pensamento científico**. 2. ed. Brasília: FUNAG, 2012.

ROTONDANO, R. O. Entre o capital e a questão social: elementos da educação brasileira na contemporaneidade. **Revista de la Facultad de Derecho**, Montevideo, n. 48, p. e106, 2020. Disponível em: http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2301-06652020000102106. Acesso em: 17 jan. 2025.

SÁ, P. F.; SOUZA, G. S.; SILVA, I. D. B. A construção do conceito de função: alguns dados históricos. **Traços**, Belém, v. 6, n. 11, p. 123-140, 2003.

SANTANA, M.S.R.; GOMES SOUTO, D.C. A organização do ensino escolar visando o desenvolvimento do pensamento teórico. **Communitas**, Rio Branco, v. 4, n. 8, p. 407-420, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufac.br/index.php/COMMUNITAS/article/view/4103>. Acesso em: 23 maio. 2026.

SILVA, A.L. da. **O ensino de função exponencial para além das aparências**. 2018. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1884/57385>. Acesso em: 16 jan. 2026.

SILVA, M. M. da; SILVESTRE, B. S. O lógico-histórico na organização do ensino: uma situação desencadeadora da aprendizagem acerca do conceito de função. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 6, n. 1, 2023. Disponível em: <https://ojs.upf.br/index.php/rbecm/article/view/13793>. Acesso em: 15 jan. 2026.

SILVA, M. M. da; SOUSA, M. C. de. Formação de professores de Matemática: o desenvolvimento do pensamento teórico e o processo de aprendizagem da atividade pedagógica. **Bolema**, v. 38, p. e230274, 2024. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230274>.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental**. Faculdade de Educação. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 2004

SOUSA, M. C. de. **Ensino do conceito de função por nexos conceituais**. In: IV CONGRESSO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA AMÉRICA CENTRAL E DO CARIBE, 2025, República Dominicana. Anais [...]. República Dominicana, 2025. p. 1-8.

SOUSA, M. C. de. **O movimento lógico-histórico como proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos**. In: SILVA, M. M. da (org.). Professores que ensinam matemática: desafios e possibilidades da formação inicial e continuada. Curitiba: CRV, 2024. p. 33-50.

SOUSA, M. C. de. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Revista Obutchénie**, v. 2, p. 40-68, 2018.

SOUSA, M. C. de; MOURA, M. O. de. Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081-1099, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1516-731320190040015>. Acesso em: 16 jan. 2026.

SOUTO, L. A. O ensino do conceito de função utilizando a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov. **Revista Mirante**, Anápolis, v. 15, n. 1, p. 18-36, 2022.

STRASSEMANN, T. G. **Introdução ao conceito de função e teoria histórico-cultural: uma proposta para o ensino médio em meio à pandemia covid-19**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) – [Instituição a confirmar], 2021.

TEO, C. R. P. A.; ALVES, S. M. Por uma Teoria Histórico-Cultural da Atividade para as Metodologias Ativas. **Educação & Realidade**, v. 48, p. e124403, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2175-6236124403vs01>. Acesso em: 16 jan. 2026.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas III: problemas del desarrollo de la psique**. Madrid: Visor, 1995. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/561197831/Obras-Escogidas-III>. Acesso em: 15 dez. 2026.

VIGOTSKI, L. S. Quarta aula: a questão do meio na pedologia. **Psicologia USP**, São Paulo, v. 21, n. 4, p. 681-701, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/psusp/a/4VnMkhXjM8ztYKQrRY4wfYC/>. Acesso em: 27 jan. 2025.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **Fragments d'histoire des mathématiques**. Paris: APMEP, 1981. Disponível em: https://www.apmep.fr/IMG/pdf/0041_fragments_d_histoire_des_mathematiques_i_apmep_1981.pdf. Acesso em: 17 jul. 2025.