

**A EFICIÊNCIA DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS,  
DA FUNÇÃO SPLINE CÚBICA E RAZÕES DE  
VOLUME PARA REPRESENTAR O PERFIL DA  
ÁRVORE E ESTIMAR OS SORTIMENTOS DE  
*Pinus elliottii***

**MUCIO SANTIAGO RIOS**

**1997**

MUCIO SANTIAGO RIOS

**A EFICIÊNCIA DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS, DA FUNÇÃO  
SPLINE CÚBICA E RAZÕES DE VOLUME PARA  
REPRESENTAR O PERFIL DA ÁRVORE E ESTIMAR OS  
SORTIMENTOS DE *Pinus elliottii***

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como  
parte das exigências do Curso de  
Mestrado em Engenharia Florestal, área  
de concentração Produção Florestal, para  
obtenção do título de “Mestre”.

**Orientador**

Prof. JOSÉ ROBERTO SOARES SCOLFORO

**LAVRAS  
MINAS GERAIS - BRASIL  
1997**

MUCIO SANTIAGO RIOS

**A EFICIÊNCIA DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS, DA FUNÇÃO  
SPLINE CÚBICA E RAZÕES DE VOLUME PARA  
REPRESENTAR O PERFIL DA ÁRVORE E ESTIMAR OS  
SORTIMENTOS DE *Pinus elliottii***

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como  
parte das exigências do Curso de  
Mestrado em Engenharia Florestal,  
área de concentração Produção  
Florestal, para obtenção do título de  
“Mestre”.

Prof. Sebastião do Amaral Machado

Prof. Antônio Donizetti de Oliveira

Prof. JOSÉ ROBERTO SOARES SCOLFORO

**Orientador**

À minha família, pelo apoio  
e compreensão.

**DEDICO**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor José Roberto pela grandiosa dedicação, orientação e espelho de vida.

Aos professores Sebastião do Amaral e Antônio Donizetti pela preciosa orientação.

Aos professores Celso Carnieri, Neida Volpi e Sanquetta, pelo gesto de apoio e coleguismo.

À minha companheira Joyce pela paciência, compreensão e dedicação no decorrer do curso.

À todos os colegas de curso, em especial ao Christian pela enriquecedora convivência.

À Beatriz, Eveline e Vânia pelo esforço e colaboração.

Ao José Márcio pela valiosa colaboração na análise estatística.

À PISA S/A que contribuiu com os dados utilizados nesta dissertação.

À Companhia Melhoramentos, em especial aos Engenheiros Geraldo e Oscar, pela compreensão.

À CAPES, pela bolsa concedida.

## RESUMO

RIOS, Mucio Santiago. **A eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*.** Lavras: UFLA, 1997. 116p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal)\*

Este trabalho teve por objetivos: testar a função spline cúbica para representar o perfil do tronco e o volume total e comercial da árvore, identificando a melhor combinação entre diâmetros ao longo do fuste para a junção dos polinômios, por classe de diâmetro; descrever o desenvolvimento da teoria de funções splines cúbicas para a quantificação volumétrica em árvores; avaliar o desempenho dos modelos polinomiais, razão de volumes e função spline cúbica para estimar o volume para classes de sortimentos de 8 a 18 cm de diâmetro com casca na extremidade mais fina da tora, de 18 a 25 cm, de 25 a 35 cm e comparar a eficiência das razões de volume, dos modelos polinomiais e a função spline cúbica, para representar o perfil do tronco nas diferentes classes de diâmetro, para o que foram cubadas 185 árvores de *Pinus elliottii* na região de Jaguariaíva-PR. No primeiro capítulo, foi testada a eficiência da função Spline cúbica para representar o perfil e o volume da árvore, comparando-se duas alternativas para encontrar os pontos de ligação entre os polinômios da função. A busca destes, quando executada por classe de diâmetro, proporcionou estimativas mais eficazes do que a forma genérica. No segundo capítulo, foram testados modelos de afilamento para quantificação de sortimentos na árvore. Foi constatado que nenhum destes sobressaiu-se aos demais para as diferentes situações consideradas. Finalmente, no terceiro capítulo, fez-se a comparação da eficiência destas equações de afilamento para representar o perfil da árvore. Como resultado, os modelos polinomiais mostraram-se mais eficazes nestas estimativas do que os demais modelos testados.

---

\* Orientador: José Roberto Soares Scolforo. Membros da Banca: Sebastião do Amaral Machado, Antônio Donizetti de Oliveira.

## ABSTRACT

### **THE EFFICIENCY OF POLYNOMIAL FUNCTIONS, CUBIC SPLINE FUNCTION AND VOLUME RATIOS TO REPRESENT THE TREE PROFILE AND ESTIMATE THE ASSORTMENT OF *Pinus eliottii***

This work aimed to test cubic spline function to stand for the trunk profile and total and commercial volume of the tree, by identifying the best combination among diameters along the bole for the function of polynomials by diameter classes, report the development of the theory of cubic splines functions for volumetric quantification on trees, evaluate the volume for classes of 8 to 18 cm in diameter with a bark at the thinnest tip of the log, from 18 to 25 cm, from 25 to 35 cm and compare the efficiency of volume ratios of polynomial models and cubic spline function to stand for the trunk profile at the different diameter classes to what 185 *Pinus eliottii* trees were cubed in the region of Jaguaríaiva-PR. In the first chapter, the efficiency of cubic spline function was tested by comparing two alternatives to find the linking points among the polynomials of the function. The search of them, as proceeded by diameter class, provided more effective estimatives than the generic form. In the second chapter, tapering models for quantification of assortments on tree were tested. It was found that none of those stood out relative to the others for the different situations considered. At last, in the third chapter, the efficiency of these two tapering equations was compared to stand for the profile of the tree. As a result, the polynomial models proved more efficient than the other models tested.

**Ficha Catalográfica preparada pela Seção de  
Classificação e Catalogação da Biblioteca Central da  
UFLA**

Rios, Mucio Santiago

A eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii* / Múcio Santiago Rios. -- Lavras : UFLA, 1997.

116 p. : il.

Orientador: José Roberto Soares Scolforo  
Dissertação (Mestrado) - UFLA.  
Bibliografia.

1. *Pinus elliotti*. 2. Função Spline. 3. Modelo polinomial. 4. Volume. 5. Sortimento. 6. Engenharia florestal. 7. Dendrologia. 8. Multiproduto. 9. Simulação. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD - 634.9751

## 1 INTRODUÇÃO GERAL

O Brasil possui, atualmente, cerca de 6,6 milhões de ha de florestas plantadas com espécies do gênero *Pinus* e *Eucalyptus*. As espécies do gênero *Pinus* ocupam 1,66 milhões de ha predominantemente no sul do Brasil e São Paulo. Estes plantios, normalmente, estão vinculados a empreendimentos verticalizados, nos quais a tônica do negócio é agregação de renda cada vez maior. Já as espécies do gênero *Eucalyptus* ocupam aproximadamente 4,0 milhões de ha e, embora estejam parcialmente ligadas a empreendimentos verticalizados, não têm ainda utilização que permita uma agregação maior de renda, a exceção das empresas de celulose.

As empresas siderúrgicas, principalmente em Minas Gerais, têm apresentado crescentes áreas plantadas sem um uso claramente definido, a medida que ocorre a substituição do carvão vegetal pelo mineral. Uma alternativa de uso para estes plantios, e também para os plantios de *Pinus*, é atender às demandas do mercado por múltiplos produtos da madeira. No entanto, é crucial para qualquer novo empreendimento, ou mesmo para planejar a produção da floresta, que sejam quantificados estes sortimentos, pois, desta forma, pode-se prever se haverá ou não continuidade e escala no fornecimento da matéria-prima.

Quanto mais se procurar agregar valor aos produtos advindos da floresta mais se torna necessário o uso das funções de afilamento, com as quais pode-se estimar o número de toras de qualquer diâmetro mínimo

comercial com comprimentos previamente especificados, assim como seus volumes.

Várias metodologias existem para este fim, no entanto, seu aprimoramento, o efeito de fatores ambientais em seu desempenho e uma melhor compreensão sobre a forma das árvores de espécies cultivadas no Brasil, como o *Pinus elliottii*, são lacunas a serem estudadas e melhor compreendidas, para que haja um uso mais eficiente destas funções.

Este trabalho teve por objetivos: testar a função spline cúbica para representar o perfil do tronco e permitir a estimativa do volume total e comercial da árvore, identificando a melhor combinação entre diâmetros ao longo do fuste para a junção dos polinômios, por classe de diâmetro; descrever o desenvolvimento da teoria de funções splines cúbicas para a quantificação volumétrica em árvores; avaliar o desempenho dos modelos polinomiais, razão de volumes e função spline cúbica para estimar o volume para classes de sortimentos de 8 a 18 cm de diâmetro com casca na extremidade mais fina da tora, de 18 a 25 cm, de 25 a 35 cm e volumes comerciais até os diâmetros mínimos com casca de 8, 18 e 25cm, e comparar a eficiência das razões de volume, dos modelos polinomiais e a função spline cúbica para representar o perfil do tronco, nas diferentes classes de diâmetro.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **a) Forma da árvore**

O perfil da árvore genericamente não se assemelha a um sólido geométrico em particular, mas a vários deles, segundo a porção do tronco considerada. Evidencia-se que na sua parte inferior, o tronco aproxima-se da forma de um neilóide, na parte mediana a um parabolóide e, por último, a um cone na porção superior da árvore (Borges, 1981; Loetch, Zöhner e Haller, 1973; Husch, Miller e Beers, 1982).

Vários aspectos como os fatores ambientais e genéticos das árvores, tratamentos silviculturais (podas, desbaste, etc.) e condições de crescimento afetam o perfil externo do fuste das árvores, podendo causar variações na forma do fuste, como bem ilustra o trabalho de Larson (1963). Portanto, é necessária uma abordagem mais específica a cada situação, para uma caracterização mais acurada da configuração longitudinal do fuste, através de modelos matemáticos.

### **b) Funções de afilamento**

Höjer, em 1903, foi primeiro a propor uma fórmula empírica para expressar o diâmetro a um ponto qualquer ao longo do fuste (Behre, 1923). Atualmente, vários são os modelos e metodologias utilizados para descrever o perfil da árvore e, dentre as técnicas estatísticas, destacam-se os modelos polinomiais, sigmoidais, os segmentados, os modelos definidos através de análise multivariada e as razões de volume. Dentre

os métodos que se baseiam em aproximação numérica, predominam as funções splines cúbicas e quadráticas.

Mais recentemente, Samson, Bindzi e Kamoso (1996) desenvolveram um modelo que se alicerça em princípios geométricos.

Os modelos polinomiais são de uso frequente no meio florestal, caracterizando-se por um ajuste de regressão entre a relação de diâmetros ( $d_i/DAP$ ) ou  $(d_i/DAP)^2$  e de alturas  $(h_i/H)^n$  ou  $[(H-h_i)/H]^n$ . Dentre eles destacam-se o polinômio do quinto grau e o modelo espelhado na função parabólica de Kosak, Munro e Smith (1969).

Apesar do largo emprego, os modelos polinomiais não explicam, de maneira acurada, as deformações existentes na base do tronco das árvores. Conforme mostra Rosot (1989), o pesquisador Hradetzki realizou um minucioso estudo de potências que seriam mais apropriadas na descrição da forma da árvore, sugerindo o processo de construção do modelo através do método de regressão “stepwise”, para expoentes variando de 0,005 a 25.

Em seu estudo, Rosot (1989) aplicou o princípio exposto por Hradetzki construindo modelos por classe de diâmetro, pelo processo “stepwise”. Foi constatado que os modelos construídos foram sempre mais precisos quando comparados ao polinômio de quinto grau. Estes modelos tiveram uma grande variação entre as classes diamétricas, sugerindo ser mais apropriado o seu ajuste por classe de diâmetro. Em todos os modelos construídos ocorreu a presença da potência 0,005, na posição do segundo parâmetro estimado.

Penman (1988), que também utilizou o modelo polinomial, somente conseguiu explicar as variações na base quando foi adotada uma potência elevada no modelo  $(h_i/H)^{90}$ . Para representar bem o perfil do tronco através dos polinômios, é necessário que haja uma combinação apropriada de potências e que estas sejam submetidas ao processo de seleção da regressão “passo a passo” (stepwise).

Apesar destes trabalhos, é necessário verificar qual é a relação destes coeficientes com a forma da árvore, para espécies com outras características de desenvolvimento, crescendo em locais com outras condições de sítio, constatando-se a tendência das potências por classes de diâmetro, se mantêm em outras condições ou mudam.

Os modelos sigmoidais são expressões matemáticas que resultam em um perfil semelhante a uma curva sigmóide. Um exemplo clássico é o modelo proposto por Omerod (1973), concebido para estimar diâmetro igual a zero quando a altura comercial for igual a altura total da árvore e quando esta for de 1,3 m, o diâmetro comercial corresponderá ao DAP (diâmetro à altura do peito), como mostra a expressão:

$$d = D \left( \frac{(H - h)}{(H - 1,3)} \right)^k$$

onde :

d = diâmetro comercial

D = diâmetro à altura de 1,3 m

H = altura total da árvore

h = altura comercial

$k$  = parâmetro a ser estimado

Os modelos de forma compatíveis com equações de volume, denominados de razões de volume, têm como princípio a compatibilidade entre a estimativa do volume total com a dos volumes comerciais, ou seja, o somatório dos volumes comerciais é menor que a do volume total. Nesta linha, Demaerschalk (1972) obteve uma equação de forma compatível derivada de um modelo logarítmico de volume, relatando ser possível derivá-la de outros modelos, desde que estes sejam precisos em suas estimativas.

Segundo Munro e Demaerschalk (1974), há várias maneiras de obter-se um sistema compatível de forma e volume, porém dois são mais importantes, sendo o primeiro denominado de sistema baseado na forma e o outro, baseado no volume. No sistema com base na forma, o primeiro passo é ajustar uma função de afilamento e, por integração desta, obter a estimativa do volume. Assim, este sistema é constituído basicamente por uma função de forma. Para o sistema baseado no volume, é necessário o ajuste da equação de volume e posterior substituição de seus coeficientes na função de afilamento compatível com a equação volumétrica. A premissa deste procedimento é de que a estimativa do volume total pela integração da função de afilamento deve ser igual à estimativa proporcionada pela equação de volume.

Os mesmos autores discorrem ainda que um sistema eficiente não pode ser tendencioso nas diferentes classes de tamanho de árvores para a estimativa de diâmetros a uma dada altura, altura a um determinado

diâmetro, volume de uma determinada secção e volume total da árvore, devendo ser checada a sua acuracidade nestas diversas situações.

Dentro do primeiro sistema, a acuracidade das estimativas depende unicamente da precisão do modelo de forma. Muitas equações, principalmente aquelas sem pontos de inflexão, tendem a subestimar na base e superestimar no ápice da árvore, devendo ser consideradas no momento de se estimar o volume das secções na árvore. Para as funções de forma sigmóides com um ponto de inflexão não há solução para o problema de tendenciosidade. O padrão de tendência é inteiramente diferente, sendo apontados pequenos erros na base e grandes erros na parte superior. Estes mesmos autores ressaltam que uma equação de forma pode ser boa para estimar a forma porém não necessariamente para estimar volumes. De modo geral, estes sistemas oferecem estimativas eficientes da forma e do volume.

O sistema baseado no volume, se derivado de uma equação de volume eficiente, proporcionará estimativas confiáveis para o volume total. Para funções de forma sem o ponto de inflexão, tem-se erros sistemáticos para a estimativa dos diâmetros, como mencionado anteriormente, mas de forma geral, os erros são menores do que os propiciados pelo sistema baseado na função de forma. No caso da equação de volume ser tendenciosa, a predição da forma será provavelmente irreal. A tendenciosidade de erros em diâmetros é idêntica para todas as classes de tamanho, sendo menor para umas e maior em outras. A estimativa de altura pela transformação da função de forma deve

ser abordada com extremo cuidado, uma vez que pequenos erros em diâmetro podem ocasionar grandes distorções nas estimativas de altura.

Clutter (1980), utilizando o mesmo princípio de Demaerschalk (1972), desenvolveu uma nova função de forma, apresentando uma equação de forma compatível com uma equação de volume comercial, admitindo que o termo compatibilidade usado por Demaerschalk significa que a integração de uma função de forma nos limites zero e altura total da árvore produzirá uma equação de volume.

Já Amateis e Burkhart (1987) apresentaram dois modelos para estimar volumes comerciais, em função de diâmetros e alturas comerciais, sendo necessário para a implementação deste procedimento o ajuste de uma equação de volume de boa "performance". Para obter-se diâmetros em função de uma altura comercial qualquer ou o processo inverso, basta igualar as duas equações e resolvê-las em função da variável desejada. A seguir, as equações apresentadas:

Volume até qualquer diâmetro comercial:

$$V_c = V \left( 1 - \alpha_0 \frac{d^{\alpha_1}}{D^{\alpha_2}} \right) + e_i$$

Volume até qualquer altura comercial:

$$V_c = V \left( 1 - \gamma_0 \frac{(H-h)^{\gamma_1}}{H^{\gamma_2}} \right) + e_i$$

onde:

$V_c$  = volume comercial com casca até um diâmetro ou altura comercial ( $m^3$ );

$V$  = volume total com casca ( $m^3$ );

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$D$  = diâmetro à altura do peito (cm);

$H$  = altura total (m);

$h$  = altura comercial (m);

$\alpha_i, \gamma_i$  = parâmetros a serem estimados;

$e_i$  = erro de estimativa.

Diversos outros pesquisadores desenvolveram esta metodologia, podendo-se citar Honer (1967), Goulding e Murray (1976), Burkhart (1977), Gordon (1983), Bailey (1994), Broad e Wake (1995).

Apesar da concepção de vários destes modelos, pouco tem sido feito no sentido de avaliar a performance deles no Brasil. Trabalhos como o de Cao, Burkhart e Max (1980) testam a eficiência de doze modelos, inclusive três deles compatíveis para dois povoamentos diferentes, não evidenciando como se comportam os modelos dentro das classes de diâmetro ou de sítio.

Portanto, existem lacunas de informações sobre como estes modelos se comportariam em relação ao tamanho dos indivíduos e condições de crescimento, pois as condições em que foram testados, em sua maioria, se diferenciam da realidade do Brasil. Trabalhos como o de McTague, Batista e Steiner (1989), Campos e Ribeiro (1982), Figueiredo

Filho et al. (1993) são significativos para um melhor posicionamento das vantagens e limitações deste modelo, no que tange a estimativas volumétricas e modelagem do perfil da árvore.

A aplicação da regressão segmentada foi apresentada, no meio florestal, como uma alternativa de modelagem do fuste de árvores por Max e Burkhart (1976). Neste procedimento, o fuste é subdividido, geralmente, em três segmentos, sendo cada um deles representado por uma função polinomial ajustada para cada um dos intervalos considerados. Uma demonstração teórica deste procedimento pode ser acompanhada no trabalho de Flewelling e Raynes (1993). No trabalho de Clark III, Souter e Schaezel (1991), também há uma explicação detalhada da aplicação do modelo segmentado.

Numa avaliação recente, Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996b) compararam a performance de três modelos segmentados com outros dois não segmentados, na estimativa de diâmetros ao longo do fuste e volumes, em *Pinus taeda* no sudeste do Brasil. Os parâmetros estatísticos utilizados evidenciaram a boa “performance” dos modelos segmentados para as estimativas consideradas. Dentro deste procedimento, destacam-se os modelos desenvolvidos por Demaerschalk e Kosak (1977), Parresol, Hotvedt e Cao (1987).

Uma outra maneira de representar o perfil da árvore é o da aproximação numérica. Neste caso, o fuste é dividido em subintervalos e cada um destes segmentos é representado por uma função linear, podendo ser quadrática ou cúbica. A união destes polinômios se dá por aproximação numérica, transformando-os numa função contínua. Uma

aplicação desta metodologia é o trabalho de Liu (1980) que utilizou-se da função spline cúbica para estimar o volume de árvores, obtendo resultados acurados.

Esta técnica foi introduzida no Brasil através do trabalho realizado por Kirchner et al. (1989), que se utilizaram da função spline cúbica para estimativas de volume total e parcial (laminação, serraria e celulose). As estimativas obtidas foram acuradas quando comparadas aos volumes calculados pelo método de Smalian.

Pietro Rodriguez e Tolosana Esteban (1991) também obtiveram êxito em suas estimativas, recomendando seu uso para estimar o volume total e comercial para *Pinus pinaster*. No entanto, Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a), Lahtinen (1993, 1988) e Goulding (1979) observaram que o perfil da árvore só é bem representado quando muitos diâmetros ao longo do fuste são considerados, ou seja, o perfil da árvore deverá ser representado por mais de três polinômios. Este pode ser um fator impediante para a difusão e implementação desta metodologia, haja vista os subintervalos apresentarem uma distância muito pequena, tornando-a pouco operacional na obtenção das estimativas de volume e/ou diâmetros.

Estes estudos, apesar de suas inovações, não contemplaram fatores como dimensões dos indivíduos, controle do fator sítio ou o estágio de desenvolvimento dos indivíduos como uma maneira de minimizar os erros de estimativas ou até mesmo a posição relativa entre os pontos de ligação ou o número destes entre os polinômios, verificando qual o comportamento destes ao longo das classes de diâmetro e qual o numero

viável de pontos para se obter uma estimativa confiável para o volume e/ou perfil da árvore.

No estágio atual ainda restam muitos questionamentos com relação ao número de pontos ou a suas posições, pois a sua quantidade é de suma importância para a operacionalização do procedimento, haja vista que em inventários tradicionais mede-se tão somente diâmetro à altura do peito e, dependendo do caso, a altura. Como é necessário o conhecimento prévio dos diâmetros de ligação, bem como suas alturas correspondentes para o ajuste da função spline, é preciso obter ajustadas equações que possibilitem estimá-los em função do diâmetro a altura do peito.

Caracterizar o perfil por vários polinômios poderá ser uma medida de risco, pois para cada ponto de ligação deverá haver uma equação com um alto grau de precisão, sendo recomendado um estudo prévio da relação entre os diâmetros, nas diferentes posições relativas ao longo do fuste e a variável DAP para as árvores em estudo. Desta forma, estimativas ruins naturalmente implicariam em curvas distorcidas, ocasionando erros até maiores do que os aqueles intrínsecos da metodologia.

Outras alternativas para a solução do problema da forma da árvore têm sido objeto de esforços de vários pesquisadores, valendo ressaltar o trabalho realizado por Ahrens e Holbert (1981) que utilizaram-se da técnica de análise de componentes principais (PCA) para definir uma expressão matemática para a estrutura multidimensional de forma do fuste. O resultado obtido com as estimativas de volumes totais deste

modelo, em função do volume cubado pelo procedimento de Hohenald de 188 árvores, foi considerado adequado.

Outras possibilidades de modelagem do perfil da árvore podem ser observadas em Lappi (1986) com os modelos lineares mistos; Pellico Neto (1982), cujo objeto de pesquisa foi o uso das séries absolutas contínuas de forma e as séries relativas contínuas de forma para estimativas volumétricas; Pellico Neto (1994), no emprego das curvas relativas de forma de Preußner, na quantificação volumétrica de sortimentos; Guimarães (1982), com o emprego de curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma; Carlos Kahler (1993) e Thomas et al. (1995), com o uso da função trigonométrica.

## CAPÍTULO 1

### EFICIÊNCIA DAS FUNÇÕES SPLINES CÚBICAS PARA ESTIMAR OS SORTIMENTOS DE *Pinus elliottii*

#### 1.1 INTRODUÇÃO

A investigação de métodos alternativos para quantificar multiprodutos cresce à medida em que é necessário aproveitar racionalmente a madeira nos povoamentos florestais para uma melhor classificação e identificação da distribuição física do material lenhoso, fatores estes de suma importância no manejo e no ordenamento florestal.

Segundo Ahrens (1982), o uso de funções de afilamento assume significativa importância para os estudos envolvidos com a quantificação do volume de madeira quando são estabelecidos padrões de dimensões para a utilização do material lenhoso. Relata, ainda, que estas funções são úteis na descrição analítica dos efeitos de diferentes espaçamentos e intensidade de poda e desbaste sobre a forma da árvore.

A forma da árvore é influenciada pelos fatores ambientais e genéticos, por regimes silviculturais e pelo estágio de desenvolvimento. Ela varia ao longo do fuste, conforme pode ser observado em Husch, Miller e Beers (1982), Schneider (1993), Larson (1963), Wright (1923), Morris, Bowling e Hills (1994), Thomas Parresol e Lê (1995), Maguire e Batista (1996), Muhairwe (1994) e Lowell (1987), dentre outros. Evidencia-se, desta forma, a importância do modelo de afilamento para a

quantificação acurada dos multiprodutos nos diferentes estágios e condições de crescimento do povoamento florestal.

Assim, como exposto em Husch, Miller e Beers (1982), o fuste das árvores tendem a ter formas diferentes no sentido base-ápice; expressar a forma da árvore não por uma única equação, mas por algumas delas, tem sido uma alternativa viável e sugerida em literatura como um procedimento eficiente. Neste sentido, a regressão polinomial segmentada, apresentada primeiramente em Max e Burkhart (1976), demonstrada em Flewelling e Raynes (1993) e Clark III, Souter e Schlaeler (1991), bem como o procedimento de aproximação numérica denominado de funções splines, utilizado por Goulding (1979), Kirchner et al. (1989), Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a), Liu (1980), Pietro Rodriguez e Tolosona Esteban (1991), Lahtinen (1988) e Lahtinen (1993), apresentaram-se como uma metodologia eficiente para expressar o perfil da árvore, por conseguinte o volume de multiprodutos.

Este trabalho teve por objetivo testar a eficiência do uso da função spline cúbica para representar o perfil do tronco e o volume total e comercial de *Pinus elliottii*. Procurou-se identificar a melhor combinação entre dois diâmetros ao longo do fuste para obter-se as melhores estimativas do perfil e dos volume total e comercial da árvore, por classe de diâmetro. De maneira complementar, apresentou-se o desenvolvimento da teoria para a quantificação volumétrica e representação do perfil do fuste de árvores.

## **1.2 MATERIAL E MÉTODOS**

### **1.2.1 Caracterização da área em estudo**

A área em estudo, de propriedade da Empresa Papel Imprensa S/A, está situada no município de Jaguariaíva, estado do Paraná, entre os paralelos 24° e 24° 30' de latitude sul e os meridianos 49° 30' e 50° de longitude oeste de Greenwich, com altitude variando entre 500 e 1500 m.

Segundo a classificação de Köppen, o clima para a região é o tipo Cfb, temperado propriamente dito, com temperatura média, no mês mais frio, abaixo de 18° (mesotérmico) e com verões frescos, sendo a temperatura média do mês mais quente abaixo de 22° e sem estação seca definida.

O tipo de vegetação é floresta ombrófila (mista de latifoliadas com araucárias e campo submontano) com relevo variando de ondulado a fortemente ondulado e solos predominantes arenosos (Instituto Agrônômico do Paraná, 1994; Golfari, Caser e Moura, 1978; Maack, 1981).

### **1.2.2 Coleta de dados**

#### **1.2.2.1 Cubagem das árvores amostradas**

Foram cubadas 185 árvores de *Pinus elliottii* em pé, utilizando-se o Penta-Prisma de Wheeler apoiado em tripé de base regulável, com suunto acoplado. Nestas árvores, foram medidos os diâmetros nas alturas relativas de 10%, 15%, 25%, 35%, ... , 95% da altura total da árvore. Para

as alturas relativas de 1%, 2%, ... ,5%, bem como a 1,3 m do solo, as circunferências foram medidas com fita métrica e transformadas em diâmetros posteriormente.

Para a obter-se os volumes individuais e também os comerciais, foi adotado o procedimento de Smalian.

### 1.2.2.2 Classificação de sítio

Na proximidade de cada árvore cubada foi alocada uma parcela de 15 x 20 m, medindo-se os diâmetros à altura do peito (DAP) de todas as árvores vivas. Foram também medidas as alturas das três árvores mais grossas da parcela (árvores dominantes) e a partir destas informações, definiu-se o índice de sítio do local, utilizando, para tal, a equação de sítio construída por Scolforo (1997) para a espécie e área em questão.

O modelo de sítio utilizado foi o de Schumacher ( $Hd = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I)}$ ) que, manuseado pelo método da diferença algébrica,

$Hd_2 = b_0 \cdot \left(\frac{Hd_1}{b_0}\right)^{(I_2/I_1)}$  possibilitou gerar as curvas polimórficas

limítrofes das classes de sítio  $S = 379794042 \cdot \left(\frac{Hd}{37979442}\right)^{(1/I_{ref})}$ , com

coeficiente de determinação ( $R^2$ ) 93,4% e erro padrão residual ( $S_{y,x}$ ) 1,4171 m. A idade de referência adotada foi de 21 anos e os limites das classes nesta idade foram: 16,5; 19,5; 22,5; 25,5; 28,5 e 31,5 m. A variável  $Hd_2$  e  $Hd_1$  correspondem a altura média das árvores dominantes nas idades  $I_1$  e  $I_2$ , respectivamente, e  $S$  representa o índice de sítio.

Das 185 árvores cubadas de *Pinus elliottii*, classificadas através da equação de sítio, foram selecionadas 89 dentro do sítio IV, tendo em vista que foi o de maior frequência entre as árvores cubadas o que possibilitou um número suficiente de repetições nas classes de diâmetro para a implementação dos delineamentos estatísticos, como mostra a distribuição diamétrica do Quadro 1.1. Esta classe de produtividade de sítio representa a média para espécie em estudo, cuja classificação determinou-se sete diferentes níveis de produtividade.

QUADRO 1.1. Distribuição diamétrica observada para a amostra de 185 árvores de *Pinus elliottii*, a frequência destas no sítio IV e o número de árvores utilizado nos delineamentos estatísticos.

Classe de diâmetro	Amostra	Sítio IV	Delineamentos
10 —  15	1	1	
15 —  20	27	9	9
20 —  25	42	25	9
25 —  30	40	19	9
30 —  35	40	20	9
35 —  40	24	12	9
40 —  45	10	3	
45 —  50	1		
Total	185	89	45

### 1.2.3 Splines cúbicas

Matematicamente, splines são definidas como sendo polinômios segmentados de grau “n” cujos valores da função e suas primeiras “n-1” derivadas contínuas passam nos pontos onde se juntam. As abcissas

destes pontos de junção são chamados de “nós” e estes polinômios segmentados são escolhidos para minimizar a curvatura quadrática média (Kirchner et al., 1989).

De acordo com Liu (1980), aproximação por spline consiste na interpolação de uma classe de funções de coordenadas, as quais são descritas como um conjunto de polinômios cúbicos segmentados com junções suavizadas (Figura 1.1).

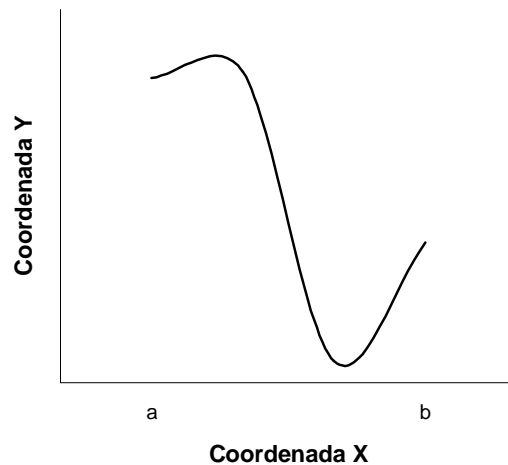


FIGURA 1.1. Um exemplo de spline cúbica.

Prosseguindo, este mesmo autor relata que, ao invés de se aproximar uma função  $f(x)$  sobre um intervalo  $[a,b]$  através de um único polinômio, é possível dividi-lo em “n” subintervalos  $[a,x_1]$ ,  $[x_1,x_2]$ , ... ,  $[x_{n-1},b]$ , e então aproximar  $f(x)$  por um polinômio diferente em cada um destes subintervalos. Na determinação da função aproximada  $g(x)$ , é necessário que:

- em cada subintervalo a função aproximada  $g(x)$  seja de grau máximo 3;

-  $g(x)$  esteja em concordância com  $f(x)$  em cada um dos “ $n+1$ ” pontos

$$x_0 = a, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b;$$

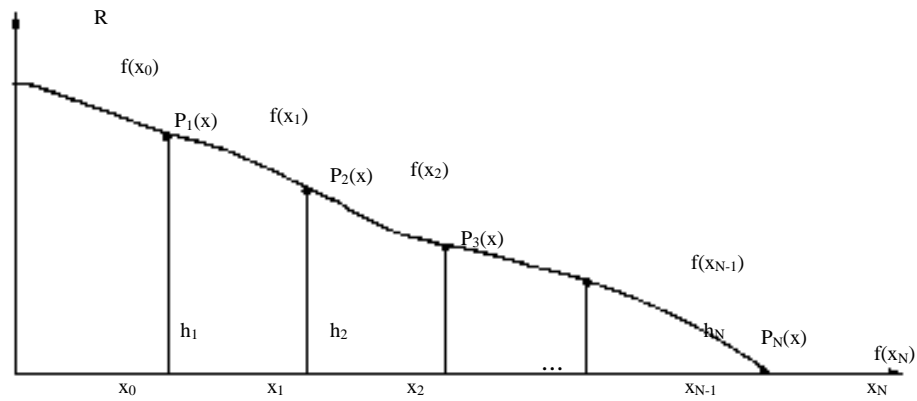
- a primeira derivada de  $g'(x)$  e a segunda derivada  $g''(x)$  sejam contínuas nos pontos  $[a,b]$ .

Quando estas condições são satisfeitas,  $g(x)$  é então chamada de função spline cúbica. Em adição, a propriedade da curvatura mínima de uma função spline determina que o valor médio quadrático de  $g''(x)$  nos pontos  $[a,b]$  é mínimo.

No caso de se selecionar  $g''(a) = 0$  e  $g''(b) = 0$  para complementação das especificações de  $g(x)$ , então a aproximação passa a ser denominada de spline cúbica natural.

### **1.2.3.1 Função de afilamento através da função spline**

Na Figura 1.2 é ilustrado o conceito da função spline para o perfil da árvore, já no Apêndice A é apresentada a demonstração da aplicação desta função na estimativa de volume e caracterização do tronco da árvore.



h

FIGURA 1.2. Aplicação da função spline cúbica para o perfil da árvore.

Sejam  $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < x_N$  e  $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N)$  conhecidos. A cada intervalo  $[x_{j-1}, x_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , será ajustado um polinômio  $P_j(x)$  de grau 3 da forma:

$$P_j(x) = a_j + b_j(x-x_{j-1}) + c_j(x-x_{j-1})^2 + d_j(x-x_{j-1})^3$$

Verificando as condições:

- a)  $P_j(x_{j-1}) = f(x_{j-1})$  ,  $j = 1, 2, \dots, N$
- b)  $P'_j(x_j) = P'_{j+1}(x_j)$  ,  $j = 1, 2, \dots, N-1$
- c)  $P''_j(x_j) = P''_{j+1}(x_j)$  ,  $j = 1, 2, \dots, N-1$

Nesta situação, tem-se  $4N-2$  equações lineares (condições) e  $4N$  incógnitas. Para que seja obtida a solução deste sistema de equações é necessário que sejam impostas mais duas condições, assim especificadas:

$$d) P''(x_0) = 0 = P''(x_N) \quad (\text{spline natural})$$

ou

e)  $P'(x_0) = f(x_0)$  e  $P'(x_N) = f(x_N)$  (spline de fronteira indeterminada, de acordo com Fernando Velázquez, 1994).

De posse, então, das  $4N$  equações, o sistema terá solução única. No entanto, há de se considerar a esparsidade da matriz  $A$ , cuja presença de valores nulos é grande, inclusive na sua diagonal. Esta esparsidade impede a aplicação direta de  $Ax = B$ , pelo método de eliminação de Gauss-Jordam. Assim, deve-se aplicar:

$$A^T A x = A^T B \quad \therefore \quad x = (A^T A)^{-1} A^T B$$

Desta maneira, poderão ser obtidos os “j” polinômios dos segmentos que irão representar o intervalo  $[x_0, x_N]$ .

#### **1.2.4 Busca dos pontos de ligação entre os polinômios**

Para identificar a melhor combinação de diâmetros de modo a possibilitar boa estimativa volumétrica eficiente das árvores através das splines, foi realizado um estudo de correlação entre os diâmetros a várias alturas relativas e o DAP, que serviram para balizar a viabilidade do uso de equações de regressão dos diâmetros de ligação em função do diâmetro à altura do peito.

Neste estudo foram adotados dois delineamentos para a busca de dois pontos de união entre três polinômios, sendo realizadas todas as combinações possíveis entre dois diâmetros até 75% da altura, ou seja,  $D_{1\%} D_{2\%}$ ;  $D_{1\%} D_{3\%}$ ; . . . ,  $D_{1\%} D_{75\%}$ ;  $D_{2\%} D_{3\%}$ ; ...;  $D_{2\%} D_{75\%}$ ; ...;  $D_{65\%} D_{75\%}$ . Para obter-se estas combinações foi desenvolvida uma rotina computacional (SPLINEC) que grava em arquivo as combinações e suas

respectivas estimativas de volume total das árvores. Nesta rotina, não foi adotada nenhuma restrição para minimização das oscilações do padrão natural de afilamento do fuste, pois o parâmetro a ser analisado (volume total) não é influenciado pelas mesmas e, também, pelo fato de que estas se constituem numa propriedade intrínseca da spline cúbica não podendo ser removida totalmente (Lahtinen, 1988).

No primeiro delineamento busca-se a melhor combinação entre dois pontos, independente da classe de diâmetro, ou seja, deseja-se saber qual é a melhor combinação entre dois pontos para a espécie, sem levar em consideração as dimensões dos indivíduos. Já no segundo delineamento, busca-se a melhor combinação entre dois pontos para cada classe de diâmetro.

Posteriormente, fez-se uma comparação entre as eficiências de cada uma destas situações para estimar o volume e representar o perfil do tronco.

#### **a) Delineamento em blocos casualizados**

Neste delineamento, o bloco representa as várias combinações possíveis e os tratamentos são as classes de diâmetros; as árvores são as repetições, conforme mostra o quadro de análise de variância (Quadro 1.2). No caso de ser significativo, será aplicado o teste de Scott e Knott (1974) para blocos, comparando o bloco 79 (volume cubado) com os demais.

QUADRO 1.2. Análise de variância para o delineamento em blocos ao acaso.

F.V.	G.L.
Bloco	78
Tratamento	4
Erro	312
Total	394

Desta forma, espera-se detectar se há uma melhor combinação de diâmetros, independente da classe de diâmetro.

**b) Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas**

Neste delineamento, as parcelas foram representadas pelas classes de diâmetro e as combinações entre os diâmetros as subparcelas; as árvores foram as repetições, conforme mostra o Quadro 1.3. O experimento buscou identificar se há, dentro de cada classe de diâmetro, diferença entre as estimativas volumétricas proporcionadas pelas combinações de diâmetro, aplicando-se o teste de Scott e Knott (1974) para a interação, comparando o volume total cubado com as estimativas das combinações para este volume.

QUADRO 1.3. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas.

F.V.	G.L.
CLD	4
Combinações	78
CLD x Comb.	312
Erro	3160
Total	3554

CLD = Classes de diâmetro

Combinações = tratamentos envolvendo as estimativas proporcionadas por pares de diâmetros

### 1.2.5 Eficiência das estimativas volumétricas e dos perfis das árvores

Para a avaliação da eficiência destas estimativas, foram adotados os critérios utilizados em Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996b) e Kosak e Smith (1993), como mostrado no Quadro 1.4. Foram analisadas as estimativas para o volume total e comercial (para os diâmetros mínimos com casca de 8 cm, 18 cm e 25 cm).

QUADRO 1.4. Estatística utilizada para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes.

---

Desvio (D)	$(\sum \text{Diff}_i)/N$
Desvio padrão das diferenças (SD)	$[\sum (\text{Diff}_i - D)^2 / (N-1)]^{0,5}$
Soma do quadrado do resíduo relativo (SSRR)	$\sum (\text{Diff}_i/d_i)^2$
Porcentagem dos resíduos (RP)	$\sum (\text{Diff}_i/d_i) 100/N$

Onde:

---

#### Estimativa dos diâmetros

---

$\text{Diff}_i = (d_i - de_i)$  é o desvio dos diâmetros em cada iésima posição no fuste (1%, 2%, ... , 95%)

$d_i$  = diâmetro da árvore, na posição  $i$  no fuste

$de_i$  = diâmetro estimado para a posição  $i$  no fuste

$N$  = número de árvores

---

#### Estimativa dos volumes

---

$\text{Diff}_i = (V_i - Ve_i)$  é o desvio dos volumes total ou parcial para as  $i$  árvores

$V_i$  = volume cubado da árvore  $i$

$Ve_i$  = volume estimado da árvore  $i$

---

## 1.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 1.3.1 Busca dos pontos de junção entre os polinômios

O estudo prévio da correlação entre os diâmetros em posições relativas no fuste e o DAP foi realizado para elucidar o comportamento da relação DAP e diâmetros ao longo do fuste. Este procedimento é de

grande importância para a operacionalização da função spline no campo, pois é importante ter estimativas acuradas destes diâmetros em função do DAP da árvore através de um modelo matemático para o êxito da aproximação numérica.

Dada a grande variação destas correlações (Quadro 1.5), tanto ao longo do fuste quanto entre as classes de diâmetro, e a pequena variação quando são consideradas todas as árvores presentes no sítio sob estudo, optou-se pelo ajuste das equações de regressão linear dos diâmetros de ligação entre os polinômios em relação ao DAP, para todo o rol das 89 árvores presentes neste sítio (Quadro 1.6).

QUADRO 1.5. Análise de correlação entre o DAP e os diâmetros nas diferentes alturas de árvores de *Pinus elliotti*, segundo as classes de diâmetro e o total de árvores no sítio sob estudo.

Alturas relativas	Classes de diâmetro (cm)					89 árvores
	15 —  20	20 —  25	25 —  30	30 —  35	35 —  40	
0	0,3458	0,7736	0,6036	0,7016	0,5174	0,9445
1	0,5756	0,8620	0,7796	0,7818	0,5885	0,9775
2	0,7677	0,9421	0,8083	0,8391	0,6865	0,9871
3	0,9141	0,9265	0,8357	0,8662	0,6677	0,9907
4	0,9427	0,9210	0,8431	0,9366	0,7276	0,9930
5	0,9800	0,9453	0,9462	0,9474	0,8703	0,9967
10	0,9728	0,9486	0,8362	0,7446	0,7900	0,9915
15	0,8806	0,7892	0,9316	0,7420	0,6889	0,9869
25	0,7673	0,8347	0,8868	0,6789	0,7544	0,9791
35	0,8102	0,7882	0,8265	0,4934	0,7865	0,9718
45	0,7218	0,7437	0,7262	0,4580	0,5073	0,9545
55	0,7050	0,8125	0,6991	0,4610	0,3937	0,9284
65	0,7172	0,6984	0,7190	0,3864	0,2318	0,9303
Média	0,7770	0,8451	0,8032	0,6952	0,6316	0,9717

QUADRO 1.6. Estimativas dos coeficientes, medidas de ajuste e de precisão para os modelos de diâmetro ajustados em função do diâmetro à altura do peito (DAP).

Diâmetro	$\beta_0$	$\beta_1$	F	$R^2$	EPR (%)
D <sub>10%</sub>	0,952845	0,927919	5053,88	0,9828	2,97
D <sub>15%</sub>	0,718443	0,866333	3259,75	0,9737	3,72
D <sub>25%</sub>	-0,348498	0,832314	2020,28	0,9582	4,94
D <sub>35%</sub>	-0,978112	0,786668	1477,59	0,9438	5,96
D <sub>45%</sub>	-0,740605	0,703617	891,12	0,9100	7,61

Os resultados para ajuste e precisão dos modelos estão em conformidade com os requisitos de acuracidade exigidos para a implementação da função spline. O modelo linear ( $D_{i\%} = a + b \text{ DAP} + e_i$ ) é recomendado para representar os pontos de ligação entre os polinômios.

Para selecionar a melhor combinação entre dois pontos foram utilizadas nove árvores por classe de diâmetro, como mostrado no Quadro 1.1. Estas árvores foram selecionadas ao acaso, a exceção da segunda classe de diâmetro.

#### a) Delineamento em blocos casualizados - situação 1

Conforme resultados apresentados no Quadro 1.7, nota-se que houve diferença significativa entre as estimativas volumétricas para as diferentes combinações. A significância entre tratamentos reflete que entre as classes o volume das árvores é diferente, sendo tanto maior quanto mais elevada for a classe de diâmetro. O experimento,

representado pelo coeficiente de variação, está dentro de padrões aceitáveis de precisão.

QUADRO 1.7. Resultado da análise de variância para o delineamento em blocos ao acaso.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
Bloco	78	15,43022	0,19782	14,928	0,0000
Trat.	4	37,28522	9,32130	703,397	0,0000
Erro	312	4,13457	0,01325		
Total	394	56,85001			

$R^2 = 0,9273$

C.V. = 19,86 %

Procedendo com a aplicação do teste de Scott e Knott (1974) - Tabela 1B da Apêndice -, o resultado foi a formação de quatro grupos de médias distintos. A testemunha (tratamento 79) foi igual a outros 26 tratamentos. Apesar de o tratamento 19, que representa a combinação  $D_{2\%}$  e  $D_{35\%}$ , ter sido a média que mais se aproximou da testemunha, foi selecionada a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$  para o teste de eficiência na estimativa de volumes e perfis, devido a constatação de que combinações com diâmetros muito próximos da base proporcionam, com uma frequência maior, estimativas distorcidas do padrão normal de afilamento do fuste, fugindo do padrão biológico de decrescimento dos diâmetros no sentido base ápice do tronco. Assim, nas proximidades dos pontos de ligação podem haver diâmetros superiores com dimensões maiores do que diâmetro que estão abaixo destes.

Esta característica de pequenas oscilações das estimativas ao padrão normal da função que se deseja aproximar foi intensamente investigada por Lahtinen (1988) e Lahtinen (1993), sugerindo algoritmos para minimização destas imperfeições. Neste trabalho constatou-se uma maior presença de oscilações para as combinações com diâmetros muito próximos da base do que as demais, justificando a escolha da combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$  para os testes de eficiência.

**b) Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas  
- situação 2**

Para este delineamento procurou-se investigar se existe uma correspondência entre combinações de diâmetro e a classe de diâmetro a ponto de se evidenciar, comparativamente, a performance das estimativas dos volumes, considerando a hipótese de que a configuração longitudinal do fuste pode variar de acordo com a dimensão do indivíduo.

Dos resultados apresentados no Quadro 1.8, verificou-se que a interação entre classe de diâmetro e combinações de diâmetros foi significativa e que houve também diferenças entre as combinações e entre as classes de diâmetro, como na situação anterior.

QUADRO 1.8. Resultado da análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	4	339,24048	84,81012	1594,294	0,0000
Combinações	78	100,23696	1,28509	24,158	0,0000
CLD x Comb.	312	37,74218	0,12097	2,274	0,0000
Erro	3160	168,09946	0,05320		
Total	3554	654,31909			

$R^2 = 0,7395$

C.V. = 37,53 %

CLD = Classes de diâmetro

Combinações = tratamentos envolvendo as estimativas proporcionadas por pares de diâmetros

O resumo dos desdobramentos da interação CLD x Combinações está no Quadro 1.9, cujo resultado demonstra que houve estimativas de volume diferentes dentro das classes de diâmetro, a exceção da primeira classe.

QUADRO 1.9. Resumo dos desdobramentos, nos quais foram fixadas as classes de diâmetro, variando os volumes real e estimados pelas combinações de diâmetro.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD 1: Comb.	78	1,87851	0,02408	0,453	0,99999
CLD 2: Comb.	78	15,33808	0,19664	3,697	0,00000
CLD 3: Comb.	78	21,31563	0,27328	5,137	0,00000
CLD 4: Comb.	78	39,33455	0,50429	9,480	0,00000
CLD 5: Comb.	78	60,11237	0,77067	14,487	0,00000
Erro	3160	168,09946	0,05320		

Seguindo a mesma lógica anterior, excluindo as combinações com diâmetros próximos da base, chegou-se às combinações que se seguem. De uma maneira geral, os diâmetros a 10% e 15% da altura da árvore foram os que mais se adequaram para delimitação dos dois primeiros polinômios e, para o outro ponto, os diâmetros nas posições variando entre 25 e 45 % da altura. Apesar de haver diferenças entre os pontos nas classes, não há uma correspondência evidente que correlacione o aumento da dimensão dos indivíduos e a posição relativa dos pontos.

O resultado da aplicação do teste de Scott e Knott, pode ser acompanhado nas Tabela 2B, 3B, 4B, 5B e 6B, no Apêndice.

Classe de Diâmetro	Pontos
15 —  20	$D_{10\%}$ e $D_{35\%}$
20 —  25	$D_{15\%}$ e $D_{45\%}$
25 —  30	$D_{10\%}$ e $D_{25\%}$
30 —  35	$D_{15\%}$ e $D_{45\%}$
35 —  40	$D_{10\%}$ e $D_{25\%}$

Os diâmetros equivalentes a estas posições relativas no fuste foram adotados como os pontos de ligação entre os polinômios que expressarão o perfil do fuste nas árvores.

### **1.3.2 Eficiência das estimativas volumétricas e dos perfis das árvores**

#### **a) Estudo das estimativas do perfil do fuste**

Valendo-se dos parâmetros estatísticos apresentados anteriormente (Quadro 1.4), verifica-se nos Quadros 1.10 a 1.14 que todas as

combinações selecionadas para representar os pontos de ligação entre os polinômios tendem a superestimar os diâmetros na base da árvore, ou melhor, até o ponto de ligação entre o primeiro e o segundo polinômio. As estimativas do segundo polinômio tendem a ser de subestimativas, porém, mais acuradas em relação as do primeiro polinômio. No terceiro polinômio as estimativas começam menores, quer subestimando quer superestimando e, à medida em que se aproximam do ápice tendem, via de regra, a subestimativas relativamente muito grandes.

Analisando as variações das estimativas, seja na forma absoluta (parâmetros D e SD) seja na forma relativa (SSRR e RP), pode se dizer que ambas as situações de variação dos pontos proporcionaram estimativas razoáveis do perfil da árvore.

Em relação às oscilações do padrão biológico de afilamento do fuste, foi constatada uma maior frequência destas quando a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$  foi utilizada para representar o perfil em todas as classes de diâmetro, na proporção de 33% das 45 árvores em estudo, com um erro médio de 1,45%. Já para a outra situação, tais oscilações foram detectadas em apenas quatro árvores, sendo o erro médio de 0,77%. Uma característica destas deformações é o fato de terem ocorrido sempre entre os dois últimos polinômios, podendo influenciar nas estimativas volumétricas no momento da obtenção dos diâmetros mínimos comerciais, apesar da pequena magnitude absoluta dos erros. Para isto, foram adicionadas as rotinas computacionais DMINIMO, utilizada para calcular o volume até um diâmetro mínimo comercial e SSRR que permite a estimativa dos parâmetros apresentados no Quadro 1.3,

restrições que permitam proceder com interpolações para retificação da curva. Na primeira rotina, foi implementada uma subrotina interativa para identificar em qual ou quais subintervalos hierárquicos (baseados na altura total da árvore) haveria inconsistências. A partir destas informações e à medida em que os diâmetros comerciais encaixassem dentro destes subintervalos, procederia com as devidas interpolações. Para a rotina SSRR, também foram adicionadas restrições a fim de se corrigir as discrepâncias pela interpolação dos diâmetros estimados, dentro dos subintervalos utilizados neste estudo.

Estas oscilações ilógicas podem ocorrer com o uso da spline cúbica, conforme resultados obtidos em Goulding (1979), Lahtinen (1988), Lahtinen (1993) e Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a). No entanto, tais deformações foram estudadas para o erro implícito da metodologia, ou seja, tão somente em relação à acuracidade da função spline em aproximar o perfil da árvore através de pontos observados (diâmetros) em cubagem rigorosa. Porém, não contemplam que estes pontos têm que ser obtidos no Inventário Florestal (medição direta ou indireta) ou estimados através de um modelo matemático, para que seja possível a sua implementação na estimativa volumétrica. Assim, ficam dúvidas com relação aos resultados obtidos nestes trabalhos, de qual seria a verdadeira implicação, em termos de acuracidade das estimativas volumétricas e de diâmetros ao longo do perfil, da sua aplicação no Inventário Florestal.

Os resultados obtidos por Goulding (1979), Lahtinen (1988), e Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a), indicam que uma acurada

curva da forma do fuste só é obtida quando muitos pontos são considerados. Isto resultaria num grande número de medições no inventário, pois, em cada uma das parcelas da amostragem terão que ser medidos vários diâmetros nas mais diferentes posições relativas no fuste, inviabilizando a coleta de campo. Caso sejam ajustados modelos para expressar estes diâmetros ao longo do fuste, dispensando a sua medida no campo, a combinação das suas estimativas poderá distorcer o verdadeiro perfil da árvore, haja vista que para cada um destes pontos pode haver subestimativas e superestimativas, sendo recomendável a certificação dos resultados obtidos para as diferentes combinações possíveis e magnitude de pontos.

As medidas restritivas de interpolação adotadas nas rotinas computacionais foram implementadas após a aproximação da função e vêm ao encontro da premissa de que as oscilações se constituem numa propriedade intrínseca da spline e que a associação desta aos erros de estimativas dos pontos é o que realmente interessa na aplicação do procedimento, sendo utilizadas retificações tão somente ao resultado final. A seguir, serão analisados os resultados para os delineamentos considerados.

Comparando a “performance” das estimativas para as duas situações em estudo nas diferentes classes de diâmetro, a começar pela primeira classe (15 a 20 cm) onde os pontos selecionados foram os mesmos, pode-se dizer que, em termos absolutos, as variações das estimativas em relação aos diâmetros observados foram pequenas (S), bem como a diferença média (SD) (Quadro 1.10).

Na classe de 20 a 25 cm, tanto a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$  quanto a  $D_{15\%}$  e  $D_{45\%}$  propiciaram estimativas eficientes do perfil, com uma ligeira superioridade da primeira combinação, da base até a porção mediana da árvore e desta parte em diante a combinação  $D_{15\%}$  e  $D_{35\%}$  (Quadro 1.11).

QUADRO 1.10. Estatística para as estimativas dos perfis da árvore de *Pinus elliottii* na classe de 15 a 20 cm de diâmetro, para os dois delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

Alturas relativas	1	2	1	2	1	2	1	2
	D	D	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-1,17	-1,17	1,32	1,32	0,06	0,06	-5,49	-5,49
2	-1,90	-1,90	0,88	0,88	0,09	0,09	-9,30	-9,30
3	-2,12	-2,12	0,98	0,98	0,13	0,13	-10,87	-10,87
4	-2,19	-2,19	0,91	0,91	0,15	0,15	-11,84	-11,84
5	-1,81	-1,81	0,86	0,86	0,11	0,11	-9,93	-9,93
10	0,01	0,01	0,37	0,37	0,00	0,00	0,04	0,04
15	0,90	0,90	1,21	1,21	0,07	0,07	5,47	5,47
25	1,29	1,29	1,56	1,56	0,16	0,16	8,40	8,40
35	0,36	0,36	0,86	0,86	0,04	0,04	2,44	2,44
45	-0,11	-0,11	0,84	0,84	0,04	0,04	-1,37	-1,37
55	-0,08	-0,08	0,96	0,96	0,07	0,07	-1,19	-1,19
65	0,38	0,38	1,35	1,35	0,20	0,20	2,71	2,71
75	0,97	0,97	1,12	1,12	0,23	0,23	12,04	12,04
85	3,19	3,19	0,50	0,50	0,63	0,63	45,64	45,64
95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média	-0,15	-0,15	0,91	0,91	0,13	0,13	1,78	1,78

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

Conforme mostra o Quadro 1.12, o comportamento das estimativas de diâmetros na classe de 25 a 30 cm para as duas situações foi similar, ou seja, obteve-se o mesmo desempenho ao longo do fuste, sendo a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{25\%}$  ligeiramente superior por quase toda a extensão do fuste, ficando a pequena parte superior melhor representada pela combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ .

Na classe 30 a 35 cm, a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ , situação 1, apresentou um melhor desempenho da base até a porção mediana da árvore; a outra combinação,  $D_{15\%}$  e  $D_{45\%}$ , na porção superior. Ambas as combinações tendem a subestimar ao longo do perfil (Quadro 1.13).

Conforme mostra os resultados dos parâmetros estatísticos (Quadro 1.14) para a classe 35 a 40 cm, ambas as combinações proporcionaram estimativas semelhantes, com uma ligeira vantagem para a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{25\%}$  frente a combinação  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ .

QUADRO 1.11. Estatística para as estimativas dos perfis da árvore de *Pinus elliottii* na classe de 20 a 25 cm de diâmetro, para os dois delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

Alturas relativas	1	2	1	2	1	2	1	2
	D	D	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-2,44	-2,64	1,70	1,78	0,09	0,11	-8,58	-9,29
2	-3,09	-3,49	1,94	2,11	0,17	0,21	-11,70	-13,20
3	-3,45	-4,04	1,78	2,03	0,21	0,29	-13,79	-16,14
4	-3,03	-3,80	1,29	1,60	0,16	0,25	-12,74	-15,46
5	-2,56	-3,50	1,31	1,69	0,13	0,23	-10,71	-14,59
10	-0,01	-1,40	0,36	0,75	0,00	0,04	-0,01	-6,20
15	1,19	0,09	0,79	0,62	0,04	0,01	5,68	0,41
25	1,59	1,80	0,62	0,60	0,07	0,09	8,29	9,34
35	0,17	1,30	0,85	0,65	0,02	0,06	0,88	7,38
45	-0,72	0,16	1,16	0,77	0,07	0,02	-4,78	0,87
55	-0,77	-0,29	1,14	0,69	0,09	0,02	-5,71	-2,18
65	0,06	0,29	1,26	0,93	0,08	0,05	0,10	2,04
75	0,99	1,07	1,59	1,39	0,23	0,19	8,38	9,35
85	2,52	2,52	1,22	1,16	0,67	0,66	29,27	29,24
95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média	-0,64	-0,80	1,13	1,12	0,14	0,15	-1,00	-1,23

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

Em relação à posição relativa dos dois pontos, pode-se dizer que os resultados obtidos nos delineamentos estão em conformidade com o apresentado por Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a) que, trabalhando com *Pinus taeda* L. na região sul, determinaram que os pontos de ligação  $D_{15\%}$  e  $D_{35\%}$  foram superiores à combinação entre  $D_{15\%}$  e  $D_{65\%}$  na estimativa de diâmetros ao longo do perfil. Assim, na opção de se adotar dois pontos de ligação na aproximação da spline cúbica para o gênero *Pinus* na região sul, tem-se um indicativo de que estes pontos estejam nas proximidades dos 10% a 45% da altura da árvore.

A busca da combinação entre os diâmetros de ligação dos polinômios pode ser realizada tanto de maneira genérica quanto por classe de diâmetro, pois não houve evidências explícitas da superioridade de um ou outro procedimento de busca, quando o parâmetro volume total é considerado para a análise de variância.

QUADRO 1.12. Estatística para as estimativas dos perfis da árvore de *Pinus elliottii* na classe de 25 a 30 cm de diâmetro, para os dois delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

Alturas relativas	1	2	1	2	1	2	1	2
	D	D	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-1,64	-1,60	0,73	0,72	0,02	0,02	-4,65	-4,54
2	-2,78	-2,70	0,80	0,79	0,07	0,07	-8,47	-8,24
3	-3,03	-2,93	0,75	0,73	0,09	0,08	-9,62	-9,28
4	-3,28	-3,15	0,45	0,44	0,11	0,10	-10,86	-10,42
5	-3,13	-2,98	0,61	0,57	0,11	0,10	-10,74	-10,23
10	0,12	0,12	0,36	0,36	0,00	0,00	0,47	0,47
15	1,32	0,70	0,60	0,47	0,03	0,01	5,23	2,80
25	1,65	-0,08	0,56	0,43	0,05	0,00	7,18	-0,30
35	0,16	-0,66	0,43	0,64	0,00	0,02	0,77	-3,08
45	-0,99	-0,79	0,61	0,72	0,03	0,03	-5,09	-4,08
55	-0,75	0,03	0,92	0,98	0,04	0,06	-4,44	-0,04
65	-0,33	0,65	1,02	1,08	0,05	0,14	-2,78	3,83
75	0,31	1,22	1,13	1,17	0,07	0,48	1,48	9,30
85	1,25	1,88	0,98	1,00	0,25	0,50	-13,79	21,41
95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média	-0,74	-0,69	0,66	0,67	0,06	0,08	-1,85	-0,83

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

Quanto ao procedimento de busca dos dois pontos de ligação dos polinômios para expressar o perfil da árvore, sugere-se que sejam feitas novas tentativas, levando em consideração não somente o volume total, mas algum outro parâmetro que seja representativo das estimativas dos diâmetros ao longo do fuste, ou a combinação destes dois.

Diâmetros muito à base da árvore podem ser opcionais no momento da cubagem rigorosa pelo fato de proporcionarem, quando em combinação com outros diâmetros, um número muito grande de oscilações nas estimativas, para a spline cúbica aproximada por dois pontos.

QUADRO 1.13 Estatística para as estimativas dos perfis da árvore de *Pinus elliottii* na classe de 30 a 35 cm de diâmetro, para os dois delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

Alturas relativas	1	2	1	2	1	2	1	2
	D	D	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-2,03	-2,27	1,49	1,53	0,03	0,04	-5,12	-5,74
2	-3,23	-3,71	1,45	1,56	0,08	0,10	-8,68	-9,97
3	-3,65	-4,36	1,49	1,68	0,11	0,15	-10,29	-12,30
4	-3,62	-4,55	0,81	1,09	0,10	0,17	-10,60	-13,30
5	-3,28	-4,41	0,83	1,18	0,09	0,17	-9,85	-13,22
10	-0,41	-2,05	1,48	1,64	0,02	0,06	-1,50	-6,83
15	0,75	-0,47	1,58	1,63	0,03	0,03	2,36	-1,94
25	1,38	1,86	2,06	2,09	0,07	0,09	4,59	6,44
35	-0,43	1,22	2,42	2,25	0,09	0,08	-2,61	4,29
45	-1,50	-0,23	2,31	2,08	0,15	0,08	-7,68	-1,82
55	-1,00	-0,30	2,59	2,31	0,17	0,11	-6,18	-2,56
65	-0,36	0,00	2,19	1,89	0,13	0,09	-2,95	-0,77
75	0,23	0,38	1,88	1,68	0,14	0,11	0,71	1,88
85	1,40	1,45	1,29	1,20	0,29	0,27	13,82	14,32
95	4,63	4,61	0,76	0,74	1,18	1,17	62,59	62,40
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média	-0,70	-0,80	1,54	1,53	0,17	0,17	1,16	1,31

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

Com relação à precisão das estimativas de diâmetros, a spline cúbica mostrou ser eficiente na representação da parte mediana do fuste, com uma dispersão relativamente pequena. Para a base e ápice da árvore ocorreram as maiores imprecisões, porém, a pequena porção basal (abaixo de 10% da altura total) dificilmente será particionada em vários produtos, ou seja, o polinômio que representa esta porção da árvore será, geralmente, integrado em sua totalidade.

A porção apical da árvore representa a parcela de menor interesse comercial, devido a pequena dimensão diamétrica do fuste. Esta parte geralmente tem diâmetros inferiores aos diâmetros mínimos exigidos em escala comercial. Considerando que o uso das funções de afilamento tem por princípio representar o perfil da árvore com o intuito de se obter estimativas precisas de volume, não há necessidade de estimativas precisas da base ou do ápice da árvore. Neste sentido, a spline cúbica pode ser considerada uma alternativa viável para a quantificação volumétrica em árvores.

Uma melhor representação do fuste, bem como de suas extremidades, poderá ser alcançada com a interpolação de um número maior de pontos, devendo ser testada a sua operacionalização e não somente a sua aplicação intrínseca, como foi o caso de trabalhos citados.

QUADRO 1.14. Estatística para as estimativas dos perfis da árvore de *Pinus elliottii* na classe de 35 a 40 cm de diâmetro, para os dois delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

Alturas relativas	1	2	1	2	1	2	1	2
	D	D	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-2,32	-2,27	1,73	1,71	0,04	0,04	-5,28	-5,18
2	-3,07	-2,99	1,76	1,75	0,06	0,06	-7,47	-7,27
3	-3,54	-3,42	1,53	1,50	0,08	0,08	-8,94	-8,64
4	-3,75	-3,60	1,51	1,47	0,10	0,09	-9,82	-9,45
5	-3,31	-3,15	1,27	1,22	0,08	0,07	-8,86	-8,42
10	0,27	0,27	0,60	0,60	0,00	0,00	0,75	0,75
15	1,44	0,77	1,23	1,14	0,03	0,01	4,31	2,27
25	2,00	0,15	1,08	0,89	0,05	0,01	6,52	0,43
35	0,45	-0,30	0,97	1,14	0,01	0,02	1,48	-1,14
45	-0,74	-0,29	1,08	1,26	0,02	0,02	-2,93	-1,15
55	-0,54	0,57	1,60	1,66	0,05	0,05	-2,49	2,34
65	0,61	0,73	1,95	1,93	0,09	0,08	-3,70	3,33
75	0,55	1,75	1,65	1,62	0,10	0,18	2,96	10,89
85	1,40	2,22	1,24	1,21	0,24	0,46	-12,69	20,57
95	4,52	4,81	1,07	1,06	1,02	1,16	58,17	62,05
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média	-0,45	-0,30	1,27	1,26	0,12	0,15	2,34	3,84

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

## **b) Estudo das estimativas volumétricas**

Os volumes considerados objetivaram verificar a eficiência da spline cúbica para estimar volumes ao longo do perfil da árvore. Assim, o volume total indiretamente indicará o comportamento das estimativas dos pontos no ajuste dos polinômios. O volume até o diâmetro mínimo com casca de 8 cm vem ao encontro de como as imperfeições das estimativas apiciais estarão influenciando nas estimativas volumétricas para até esta porção da árvore. Os volumes até 18 cm com casca e até 25 cm representam o comportamento das estimativas na parte mediana da árvore.

Avaliando as estimativas volumétricas (Quadro 1.15), verificou-se que as estimativas para os volumes considerados foram acuradas, o que confirma os resultados já obtidos por Kirchner et al. (1989), Liu (1980), Pietro Rodriguez e Tolosana Esteban (1991), no uso das splines para quantificação volumétrica.

As estimativas para o volume total foram excepcionais, com erros muito pequenos para ambas as situações de busca dos dois pontos. Nas duas primeiras e na última classe de diâmetro, a tendência foi de subestimativa; nas outras duas a tendência foi de superestimativa. Foi constatada uma ligeira superioridade para a combinação obtida com o segundo delineamento (situação 2).

Considerando o volume até 8 cm de diâmetro com casca, a tendência foi a mesma para as estimativas do volume total. Estas constatações implicam em dizer que, apesar das estimativas diamétricas

para a porção apical do fuste terem sido apenas razoáveis, elas não afetaram a acuracidade das estimativas volumétricas até esta porção do fuste. A situação 1 foi mais eficiente para estimar volumes na segunda e terceira classes e a situação 2 para as duas últimas classes.

Quanto ao volume estimado até 18 cm de diâmetro com casca, as estimativas volumétricas novamente foram precisas, porém relativamente inferiores as anteriormente observadas para os outros volumes, em específico a segunda classe de diâmetro. A tendência geral foi de superestimativa, a exceção da segunda classe de diâmetro. A situação 1 foi mais eficiente na terceira classe e a situação 2 nas demais classes.

Com relação ao volume até 25 cm de diâmetro com casca, ambas as situações foram eficazes em suas estimativas, prevalecendo uma ligeira superioridade para a situação 1.

QUADRO 1.15. Estatística para as estimativas dos volumes totais e parciais da árvore de *Pinus elliottii* segundo as classes de diâmetro, para os delineamentos estatísticos, com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = porcentagem dos resíduos.

		Volume total							
		1	2	1	2	1	2	1	2
CLD		S	S	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
15	—  20	0,0056	0,0056	0,0142	0,0142	0,0547	0,0547	2,6582	2,6582
20	—  25	-0,0018	-0,0007	0,0330	0,0304	0,0547	0,0473	0,3254	0,5372
25	—  30	-0,0035	-0,0101	0,0173	0,0216	0,0074	0,0146	-0,5812	-1,6697
30	—  35	-0,0273	-0,0155	0,1150	0,1120	0,1590	0,1425	-3,8443	-2,5013
35	—  40	0,0085	0,0072	0,0631	0,0707	0,0233	0,0296	0,6531	0,5777

		Volume até 8 cm de diâmetro							
		1	2	1	2	1	2	1	2
CLD		S	S	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
15	—  20	0,0059	0,0059	0,0156	0,0156	0,0777	0,0777	2,8939	2,8939
20	—  25	0,0004	0,0015	0,0325	0,0300	0,0558	0,0489	0,9066	1,0957
25	—  30	-0,0031	-0,0090	0,0174	0,0217	0,0076	0,0146	-0,5359	-1,5396
30	—  35	-0,0257	-0,0141	0,1151	0,1122	0,1589	0,1429	-3,6980	-2,3658
35	—  40	0,0109	0,0091	0,0628	0,0710	0,0234	0,0302	0,8654	0,7490

Volume até 18 cm de diâmetro								
CLD	1	2	1	2	1	2	1	2
	S	S	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
15 —  20								
20 —  25	0,0238	0,0220	0,0222	0,0309	0,2112	0,2188	11,2237	8,8069
25 —  30	-0,0191	-0,0252	0,0278	0,0322	0,0440	0,0697	-3,7432	-5,1003
30 —  35	-0,0521	-0,0353	0,1388	0,1351	0,4032	0,3477	-8,8276	-6,5873
35 —  40	-0,0042	-0,0009	0,0737	0,0814	0,0360	0,0441	-0,5310	-0,1750

Volume até 25 cm de diâmetro								
CLD	1	2	1	2	1	2	1	2
	S	S	SD	SD	SSRR	SSRR	RP	RP
15 —  20								
20 —  25								
25 —  30								
30 —  35	0,0074	0,0416	0,1742	0,1516	0,8706	0,7279	-2,2701	1,5742
35 —  40	-0,0288	-0,0312	0,0857	0,0918	0,0943	0,1072	-3,4888	-3,6864

1 = Delineamento em blocos ao acaso

2 = Delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas

## 1.4 CONCLUSÃO

De forma geral, a função spline cúbica mostrou ser uma metodologia mais eficiente na estimativa volumétrica do que para descrever o perfil da árvore.

O critério utilizado para determinação dos dois pontos de ligação entre os polinômios mostrou-se eficiente para ambas as situações consideradas. Os resultados obtidos não evidenciam diferenças marcantes entre as estimativas volumétricas nas diferentes classes de diâmetro, sendo recomendado o uso das combinações testadas, para a espécie e local de estudo.

Quanto ao número de diâmetros utilizados, a aproximação da função por dois pontos foi eficiente, devendo, porém testar-se outras possibilidades de aproximação, com a adição de um número maior de pontos.

## 1.5 RECOMENDAÇÃO

Na opção de se trabalhar com 2 pontos de ligação entre polinômios com o intuito de representar o perfil da árvore, para as classes de diâmetro de 15,1 a 20; 20,1 a 25; 25,1 a 30; 30,1 a 35; e 35,1 a 40 recomenda-se utilizar as combinações  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ ;  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ ;  $D_{10\%}$  e  $D_{25\%}$ ;  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ ; e  $D_{10\%}$  e  $D_{25\%}$ , respectivamente.

Na opção de se trabalhar com 2 pontos de ligação entre polinômios para estimar volumes, para as classes de diâmetro de 15,1 a

20; 20,1 a 25; 25,1 a 30; 30,1 a 35; e 35,1 a 40 recomenda-se utilizar as combinações  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ ;  $D_{15\%}$  e  $D_{45\%}$ ;  $D_{10\%}$  e  $D_{35\%}$ ;  $D_{15\%}$  e  $D_{45\%}$ ; e  $D_{10\%}$  e  $D_{25\%}$  , respectivamente.

O uso de dois pontos propiciou estimativas confiáveis do volume e, apenas num nível razoável, o perfil da árvore. Para uma melhor representação do perfil, mais pontos de ligação entre polinômios devem ser testados.

Em que pese a complexidade matemática da função Spline Cúbica, sugere-se seu uso implementado através de software, sendo a representação do perfil da árvore obtida com precisão, principalmente na estimativa volumétrica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHRENS, S. Função de forma: sua conceituação e utilidades. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5, Curitiba, 1982. **Anais ...** Curitiba: EMBRAPA, 1982. p. 7-14. (Documento, 9).
- CLARK III, A.; SOUTER, R.A.; SCHLAEGEL, B.E. Stem profile equations for southern tree species. **USDA - Southern Forest Experiment Station**. 1991. 113p. (Research Paper, SE-282).
- FERNANDO VELÁZQUEZ, M. Un fichero para construir splines con derive. **Epsilon Pi Tau**, Bowling Green, n. 29, p. 27-35, 1994.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Number of diameters required to represent stem profiles using interpolated cubic splines. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 26, p. 1113-1121, 1996a.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p. 39-46, 1996b.
- FLEWELLING, J.W.; RAYNES, L.M. Variable-shape stem-profile predictions for western hemlock. Part1, Predictions from DBH and total height. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 23, p. 520-536, 1993.
- GOULDING, C.J. Cubic spline curves and calculation of volume of sectionally measured trees. **New Zealand Journal of Forestry Service**, Rotorua, v. 9, n. 1, p. 89-99, 1979.
- GOLFARI, L.; CASER, R.L.; MOURA, V.P.G. **Zoneamento ecológico esquemático para florestamento no Brasil**. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66p.

HUSCH, B; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. **Forest mensuration**. 3 ed. New York: J. Willey & Sons, 1982. 397 p.

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do estado do Paraná**. Londrina, 1994. 49p. (Documentos, 18).

KIRCHNER, F.F.; FIGUEIREDO FILHO, A.F.; SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S.A.; MITISHITA, E.A. O uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**, Curitiba, v. 19, n. 1, p. 116-122, 1989.

KOSAK, A; SMITH, J.H.G. Standards for evaluations taper estimating systems. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 69, n. 4, p. 438-444, Aug. 1993.

LARSON, P.R. Stem form development of forest tree. **Forest Science Monographs**, Washington, n. 5, p. 1-41, 1963.

LAHTINEN, A. On the construction of monothony preserving taper curves. **Acta Forestalia Fennica**, Helsinki, n. 203, p. 1-34, 1988.

LAHTINEN, A. On the construction of shape preserving taper curves. **Silva Fennica**, Helsinki, v. 27, n. 1, p. 29-45, 1993.

LIU, C.J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**, Bethesda, v. 26, n. 3, p. 361-369, 1980.

LOWELL, K.E. A distributional taper-based system for fertilised and unfertilised radiata pine plantations in Pigeon Valley, New Zealand. **Australian Forest Research**, Canberra, v.17, p.251-262, 1987.

MAACK, R. **Geografia física do estado do Paraná**. 2. ed. Rio de Janeiro: J. Olympo; Curitiba. Secretaria da Cultura e do Esporte do Paraná, 1981. 450p.

- MAGUIRE, D.A.; BATISTA, J.L.F. Sapwood taper models and implied sapwood volume and foliage profiles for coastal Douglas-fir. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 26, p. 849-863, 1996.
- MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.
- MORRIS, D.M.; BOWLING, C.; HILLS, S.C. Growth and form responses to pre-commercial thinning regimes in aerially seeded jack stands: 5th year results. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 70, n. 6, p. 780-787, Nov./Dec. 1994.
- MUHAIRWE, C.K. Tree form and taper variation over time for interior lodgepole pine. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 24, p. 1904-1913, 1994.
- PIETRO RODRIGUEZ, A.; TOLOSANA ESTEBAN, E. **Taper functions for estimating the volume of standing trees with classification of products**. Madrid: INIA, 1991. 84p. (Series Recursos Naturales, 58).
- SCHNEIDER, P.R. **Introdução ao manejo florestal**. Santa Maria: UFSM/CEFET/FATEC, 1993. 348p.
- SCOLFORO, J.R.S. **Modelo de Prognose com simulador de desbaste para *Pinus taeda* e *Pinus elliottii***. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997. 75p.
- SCOTT, A.J.; KNOTT, M. A cluster analysis method for grouping means in the analysis of variance. **Biometrics**, Washington, v. 30, p. 505-512, Sep. 1974.
- THOMAS, C.E.; PARRESOL, B.R.; LÊ, K.H.N. Biomass and taper for trees in thinned and unthinned longleaf pine plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 19, n. 1, p. 29-35, 1995.

WRIGHT, W.G. Investigation of taper as a factor in measurement of standing timber. **Journal of Forestry**, Washington, v. 21, n. 6, p. 569-581, Oct. 1923.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A

Implementação das funções splines cúbicas para estimativa volumétrica de árvores.

### 1. Desenvolvimento da teoria

Cálculo do perfil e volume de uma árvore usando a função spline cúbica.

Seja a árvore:

Posição Relativa (%)	Altura (m)	Diâmetro (cm)
0	0,00	39,47
1	0,20	35,01
2	0,40	32,79
3	0,60	31,19
4	0,80	30,88
5	1,01	30,24
10	2,01	29,20
15	3,02	27,70
25	5,03	25,20
35	7,04	23,00
45	9,05	21,80
55	11,06	20,00
65	13,07	18,70
75	15,08	14,60
85	17,09	10,20
95	19,10	7,00
100	20,10	0,00

Primeiro tem-se que ajustar os 3 polinômios do 3º grau, conforme segue:

$$P_j(x) = a_j + b_j(x-x_{j-1}) + c_j(x-x_{j-1})^2 + d_j(x-x_{j-1})^3$$

$$P_1(h) = a_{01} + a_{11}h + a_{21}h^2 + a_{31}h^3, \quad 0 \leq h \leq h_1$$

$$P_2(h) = a_{02} + a_{12}h + a_{22}h^2 + a_{32}h^3 \quad , \quad h_1 \leq h \leq h_2$$

$$P_3(h) = a_{03} + a_{13}h + a_{23}h^2 + a_{33}h^3 \quad , \quad h_2 \leq h \leq h_T$$

Verificando as condições:

$$a) P_j(x_{j-1}) = f(x_{j-1}) \quad , \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$P_1(0) = R_0$$

$$P_1(h_1) = R_1$$

$$P_1(h_1) = R_1$$

$$P_1(h_2) = R_2$$

$$P_1(h_2) = R_2$$

$$P_1(h_T) = 0$$

$$b) P'_j(x_j) = P'_{j+1}(x_j) \quad , \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

$$P'_1(h_1) = P'_2(h_1)$$

$$P'_2(h_2) = P'_3(h_2)$$

$$c) P''_j(x_j) = P''_{j+1}(x_j) \quad , \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

$$P''_1(h_1) = P''_2(h_1)$$

$$P''_2(h_2) = P''_3(h_2)$$

Para esta situação, tem-se  $4N-2$  equações lineares (condições) e  $4N$  incógnitas. Para que seja obtida a solução deste sistema de equações é necessário que sejam impostas mais duas condições, que podem ser:

$$d) P''(x_0) = 0 = P''(x_N) \quad (\text{spline natural})$$

$$P''_1(0) = 0$$

$$P''_3(h_T) = 0$$

Para obter as equações do sistema precisa-se calcular as derivadas dos 3 polinômios.

$$P'_1(h) = a_{11} + 2a_{21}h + 3a_{31}h^2$$



$$d_{5\%} = \alpha_0 + \alpha_1 \text{DAP} + e_i \quad \text{e} \quad d_{15\%} = \beta_0 + \beta_1 \text{DAP} + e_i$$

Procedendo com os ajustes para a classe de diâmetro, estas expressões ficam:

$$d_{5\%} = -0,580124 + 1,037851 \text{DAP} \quad F = 145,283 \quad S_{x,y} = 1,90 \% \quad R^2 = 0,8891 \quad N = 19$$

$$d_{15\%} = 0,535959 + 0,875170 \text{DAP} \quad F = 111,659 \quad S_{x,y} = 2,05 \% \quad R^2 = 0,8679 \quad N = 19$$

Substituindo o DAP da árvore (29,9 cm) nas expressões acima, obteve-se, respectivamente para os dois pontos, 30,42 cm e 26,71 cm. Para a altura destes pontos, basta multiplicar a altura da árvore (20,10 m) por 5% e 15%, dando 1,01 m e 3,02 m.

Transformando os diâmetros em raios,  $R_0$ ,  $R_1$  e  $R_2$ , dividir 39,47, 30,42 e 26,71 por 200. Desta forma, estaremos transformando os diâmetros em raios e mudando a unidade de centímetro para metro. Logo, o sistema fica:



Percebe-se que a matriz é muito esparsa, com muitos elementos nulos, fazendo-se necessária a transformação:

$$A^T A x = A^T B \quad \therefore \quad x = (A^T A)^{-1} A^T B$$

Matriz  $(A^T A)$

2	1,005	1,01	1,0151	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,005	2,01	3,0251	4,0502	0	-1	-2,01	-3,0301	0	0	0	0	0
1,01	3,0251	13,0603	19,1757	0	-2,01	-8,0401	-18,1505	0	0	0	0	0
1,015	4,0502	19,1757	46,5726	0	-3,0301	-18,1505	-45,5423	0	0	0	0	0
1	0	0	0	2	4,02	10,1003	28,4221	0	0	0	0	0
0	-1	-2,01	-3,0301	4,02	12,1003	36,4621	113,9531	0	-1	-6,03	-27,2707	0
0	-2,01	-8,0401	-18,1505	10,1003	36,4621	132,0534	468,934	0	-6,03	-40,3609	-200,6222	0
0	-3,0301	-18,1505	-45,5423	28,4221	113,9531	468,934	1868,655	0	-27,2707	-200,6222	-1070,937	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2	23,115	413,1002	8148,0085	0
0	0	0	0	0	-1	-6,03	-27,2707	23,115	414,1002	8154,0385	163333,99	0
0	0	0	0	0	-6,03	-40,3609	-200,622	413,1002	8154,0385	163351,08	3281495,2	0
0	0	0	0	0	-27,2707	-200,622	-1070,93	8148,008	163333,99	3281495,2	65960534	0

Aplicando  $x = (A^T A)^{-1} A^T B$ ,

a <sub>01</sub>	1	-1,1638	0	0,1671	1,2589	-1,9367	0,7691	-0,088	-1,166	0,4761	-0,0312	0,0005	0,35
a <sub>11</sub>	-1,1638	2,8631	-0,1533	-0,3891	-2,9796	4,7908	-1,958	0,2279	3,1976	-1,3266	0,0935	-0,0018	0,15
a <sub>21</sub>	0	-0,1533	0,25	-0,097	-0,106	0,163	-0,0647	0,0074	0,0981	-0,0401	0,0026	0	0,15
a <sub>31</sub>	0,1671	-0,3891	-0,097	0,1524	0,575	-1,0895	0,4876	-0,0597	-0,9662	0,4153	-0,0337	0,0008	0,15
a <sub>02</sub>	1,2589	-2,9796	-0,106	0,575	5,7804	-7,4164	2,8379	-0,3311	-2,8826	1,2402	-0,101	0,0023	0,29
a <sub>12</sub>	-1,9367	4,7908	0,163	-1,0895	-7,4164	12,684	-5,4284	0,6569	9,2615	-3,9911	0,327	-0,0075	0,56
a <sub>22</sub>	0,7691	-1,958	-0,0647	0,4876	2,8379	-5,4284	2,4899	-0,3167	-4,5734	2,055	-0,1933	0,0051	x 1,37
a <sub>32</sub>	-0,088	0,2279	0,0074	-0,0597	-0,3311	0,6569	-0,3167	0,0429	0,5181	-0,253	0,0295	-0,0009	3,81
a <sub>03</sub>	-1,166	3,1976	0,0981	-0,9662	-2,8826	9,2615	-4,5734	0,5181	35,177	-15,33	1,4368	-0,0379	0,13
a <sub>13</sub>	0,4761	-1,3266	-0,0401	0,4153	1,2402	-3,9911	2,055	-0,253	-15,33	7,4991	-0,8793	0,0271	0,40
a <sub>23</sub>	-0,0312	0,0935	0,0026	-0,0337	-0,101	0,327	-0,1933	0,0295	1,4368	-0,8793	0,1493	-0,0054	1,21
a <sub>33</sub>	0,0005	-0,0018	0	0,0008	0,0023	-0,0075	0,0051	-0,0009	-0,0379	0,0271	-0,0054	0,0002	3,66

Resulta nos polinômios e seus intervalos de validade.

$$P_1(h) = 0,197350 - 0,508840 h + 0,005957 h^3 \quad , \quad 0$$
$$m \leq h \leq 1,01 \text{ m}$$

$$P_2(h) = 0,206559 - 0,078373 h + 0,027352 h^2 - 0,003115 h^3 \quad , \quad 1,01$$
$$m \leq h \leq 3,02 \text{ m}$$

$$P_3(h) = 0,120733 + 0,007026 h - 0,000973 h^2 + 0,000016 h^3 \quad , \quad 3,02$$
$$m \leq h \leq 20,10 \text{ m}$$

Para estimar os diâmetros ao longo do fuste, basta substituir as alturas desejadas, de acordo com a validade de cada polinômio, lembrando-se de multiplicar os resultados por 200. A seguir, os resultados das estimativas para a árvore.

Ex.:

$$P_1(0) = 0,197350 - 0,508840(0) + 0,005957(0)^3 = 0,197350 \times 200 =$$
$$39,47 \text{ cm}$$

$$P_1(0,20) = [ 0,197350 - 0,508840(0,20) + 0,005957(0,20)^3 ] \times 200 =$$
$$37,44 \text{ cm}$$

Posição relativa (%)	Altura (m)	Diâmetro (cm)	Diâmetros estimados (cm)
0	0,00	39,47	39,47
1	0,20	35,01	37,44
2	0,40	32,79	35,48
3	0,60	31,19	33,62
4	0,80	30,88	31,94
5	1,01	30,24	30,42
10	2,01	29,20	26,85
15	3,02	27,70	26,71
25	5,03	25,20	26,70
35	7,04	23,00	25,52
45	9,05	21,80	23,32
55	11,06	20,00	20,26
65	13,07	18,70	16,49
75	15,08	14,60	12,16
85	17,09	10,20	7,45
95	19,10	7,00	2,50
100	20,10	0,00	0,00

O volume da árvore é obtido pela soma das integrais individuais dos polinômios, que, de uma forma geral, fica:

$$V = \pi \left[ \int_0^{h_1} P_1(h)^2 dh + \int_{h_1}^{h_2} P_2(h)^2 dh + \int_{h_2}^{h_T} P_3(h)^2 dh \right]$$

$$P(h) = a + b h + c h^2 + d h^3$$

$$P(h)^2 = a^2 + 2ab h + (b^2 + 2ac) h^2 + 2(ad + bc) h^3 + (2bd + c^2) h^4 + 2cd h^5 + d^2 h^6$$

cuja integral

$$P(h)^2 dh = a^2 h + ab h^2 + 1/3(b^2 + 2ac) h^3 + 1/2(ad + bc) h^4 + 1/5(2bd + c^2) h^5 + 1/3(cd) h^6 + 1/7(d^2) h^7$$

$$F(h) = P(h)^2 dh$$

$$V = \pi \{ [F_1 (h_1) - F_1 (0)] + [F_2 (h_2) - F_2 (h_1)] + [F_3 (h_T) - F_3 (h_2)] \}$$

substituindo os coeficientes, resulta

$$F (h) = a^2 h + ab h^2 + 1/3(b^2 + 2ac) h^3 + 1/2(ad + bc) h^4 + 1/5(2bd + c^2) h^5 + 1/3(cd) h^6 + 1/7(d^2) h^7$$

$$F_1 (h) = 0,03894703 h - 0,010004194 h^2 + 0,00086306 h^3 + 0,00058777 h^4 - 0,00012124 h^5 + 0,00000507 h^7$$

$$F_2 (h) = 0,04266652 h - 0,01618857 h^2 + 0,00581397 h^3 - 0,00139358 h^4 + 0,00024729 h^5 - 0,00002840 h^6 + 0,00000139 h^7$$

$$F_3 (h) = 0,01457643 h + 0,00084829 h^2 - 0,00006183 h^3 - 0,00000244 h^4 + 0,00000023 h^5 - 0,00000001 h^6$$

$$V = \pi \{ [F_1 (h_1) - F_1 (0)] + [F_2 (h_2) - F_2 (h_1)] + [F_3 (h_T) - F_3 (h_2)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,6555 - 0,1565) = 0,7134 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume cubado da árvore} = 0,7131 \text{ m}^3$$

$$\text{Erro (\%)} = ((0,7131 - 0,7134) / 0,7131) \times 100 (\%) = - 0,0421 \%$$

Na estimativa dos multiprodutos na árvore, pode se trilhar dois caminhos. O primeiro é quando se deseja saber o volume até um diâmetro comercial qualquer; para o qual é necessário estimar os diâmetros ao longo do fuste como anteriormente exemplificado, substituindo as alturas ( $h_i$ ) com intervalos muito pequenos, até a altura total da árvore.

Ex.: Qual é o volume até 20 cm de diâmetro ?

Passo 1: criar uma rotina computacional ou planilha para, com uma precisão de 0,01 metros, estimar os diâmetros por intermédios das equações:

$$P_1(h) = 0,197350 - 0,508840 h + 0,005957 h^3 \quad , \quad 0$$

$$m \leq h \leq 1,01 \text{ m}$$

$$P_2(h) = 0,206559 - 0,078373 h + 0,027352 h^2 - 0,003115 h^3 \quad , \quad 1,01$$

$$m \leq h \leq 3,02 \text{ m}$$

$$P_3(h) = 0,120733 + 0,007026 h - 0,000973 h^2 + 0,000016 h^3 \quad , \quad 3,02$$

$$m \leq h \leq 20,10 \text{ m}$$

até encontrar o diâmetro desejado, como segue:

$$P_1(0) = 0,197350 - 0,508840(0) + 0,005957(0)^3 = 0,197350 \times 200 = 39,47 \text{ cm}$$

$$P_3(11,20) = [0,120733 + 0,007026(11,20) - 0,000973(11,20)^2 + 0,000016(11,20)^3] \times 200 = 20,02 \text{ m}$$

$$P_3(11,21) = [0,120733 + 0,007026(11,21) - 0,000973(11,21)^2 + 0,000016(11,21)^3] \times 200 = 20,00 \text{ m}$$

$$P_3(11,22) = [0,120733 + 0,007026(11,22) - 0,000973(11,22)^2 + 0,000016(11,22)^3] \times 200 = 19,98 \text{ m}$$

Determinando a altura corresponde a 20 cm de diâmetro, basta integrar o(s) polinômio (s) até esta altura, que está inserida no intervalo de validade do terceiro polinômio; assim, deve-se integrar os dois primeiros até seus limites superiores e o terceiro até 11,21 m.

$$V = \pi \{ [F_1(h_1) - F_1(0)] + [F_2(h_2) - F_2(h_1)] + [F_3(h_c) - F_3(h_2)] \}$$

$$V = \pi \{ [F_1(1,01) - F_1(0)] + [F_2(3,02) - F_2(1,01)] + [F_3(11,21) - F_3(3,02)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,5538 - 0,1565) = 0,6116 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume até 20 cm de diâmetro (cubagem)} = 0,5711 \text{ m}^3$$

$$\text{Erro (\%)} = ((0,6116 - 0,5711) / 0,6116) \times 100 (\%) = - 7,09 \%$$

O segundo é quando se deseja saber o volume de toras por bitolas comerciais.

Neste caso, busca-se quantificar o volume de produtos (toras) de um determinado comprimento com um diâmetro mínimo comercial em suas extremidades mais finas. Para obter estas informações, basta estimar os diâmetros a partir destes comprimentos e classificar os seus volumes de acordo dentro das classes de bitolas comerciais.

Ex.: Qual é o volume de toras com 4,0 m de comprimento?

Estimar o volume comercial para as classes de bitolas comerciais, como por exemplo, para estas classes.

Classe I:  $d_i > 35$  cm ; Classe II:  $35 > d_i \geq 25$  cm; Classe III:  $25 > d_i \geq 18$  cm; Classe IV:  $18 > d_i \geq 8$  cm

Equações para estimar diâmetros.

$$P_1(h) = 0,197350 - 0,508840 h + 0,005957 h^3 \quad , \quad 0$$
$$m \leq h \leq 1,01 \text{ m}$$

$$P_2(h) = 0,206559 - 0,078373 h + 0,027352 h^2 - 0,003115 h^3 \quad , \quad 1,01$$
$$m \leq h \leq 3,02 \text{ m}$$

$$P_3(h) = 0,120733 + 0,007026 h - 0,000973 h^2 + 0,000016 h^3 \quad , \quad 3,02$$
$$m \leq h \leq 20,10 \text{ m}$$

Substituindo os comprimentos (múltiplos de 4,0 m) nas equações.

$$P_3(4) = 0,120733 + 0,007026 (4) - 0,000973 (4)^2 + 0,000016 (4)^3 =$$
$$26,86 \text{ cm}$$

$$P_3(8) = 0,120733 + 0,007026 (8) - 0,000973 (8)^2 + 0,000016 (8)^3 =$$
$$24,59 \text{ cm}$$

$$P_3(12) = 0,120733 + 0,007026(12) - 0,000973(12)^2 + 0,000016(12)^3 = 18,57 \text{ cm}$$

$$P_3(16) = 0,120733 + 0,007026(16) - 0,000973(16)^2 + 0,000016(16)^3 = 10,05 \text{ cm}$$

$$P_3(20) = 0,120733 + 0,007026(20) - 0,000973(20)^2 + 0,000016(20)^3 = 0,25 \text{ cm}$$

Calculando os volumes correspondentes aos comprimentos.

$$V = \pi \{ [F_1(h_1) - F_1(0)] + [F_2(h_2) - F_2(h_1)] + [F_3(h_c) - F_3(h_2)] \}$$

$$V = \pi \{ [F_1(1,01) - F_1(0)] + [F_2(3,02) - F_2(1,01)] + [F_3(4,0) - F_3(3,02)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,2121 - 0,1565) = 0,2699 \text{ m}^3$$

$$V = \pi \{ [F_1(1,01) - F_1(0)] + [F_2(3,02) - F_2(1,01)] + [F_3(8,0) - F_3(3,02)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,4260 - 0,1565) = 0,4839 \text{ m}^3$$

$$V = \pi \{ [F_1(1,01) - F_1(0)] + [F_2(3,02) - F_2(1,01)] + [F_3(12,0) - F_3(3,02)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,5769 - 0,1565) = 0,6347 \text{ m}^3$$

$$V = \pi \{ [F_1(1,01) - F_1(0)] + [F_2(3,02) - F_2(1,01)] + [F_3(16,0) - F_3(3,02)] \}$$

$$V = (0,0954 - 0) + (0,2170 - 0,0981) + (0,6445 - 0,1565) = 0,7023 \text{ m}^3$$

Classificando os volumes em função dos diâmetros estimados:

$$V(4m) = 0,2699 \text{ m}^3 \quad (d_{4m} = 26,86 \text{ cm} \Rightarrow \text{Classe$$

II)

$$V(8m) = 0,4839 - 0,2699 = 0,2140 \text{ m}^3 \quad (d_{8m} = 24,59 \text{ cm} \Rightarrow \text{Classe III})$$

$$V(12m) = 0,6347 - 0,4839 = 0,1508 \text{ m}^3 \quad (d_{12m} = 18,57 \text{ cm} \Rightarrow \text{Classe III})$$

$$V(16m) = 0,7023 - 0,6347 = 0,0676 \text{ m}^3 \quad (d_{16m} = 10,05 \text{ cm} \Rightarrow \text{Classe IV})$$

Para as classes de bitolas os volumes ficam:

$$\begin{aligned} & - \text{Classe II} = 0,2699 \text{ m}^3 ; \text{Classe III} = 0,2140 + 0,1508 = 0,3648 \text{ m}^3 \text{ e} \\ & \text{Classe IV} = 0,0676 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Número de toras para as classes de bitolas:

$$- \text{Classe II} = 1 \text{ tora}; \text{Classe III} = 2 \text{ toras e Classe IV} = 1 \text{ tora}$$

Volumes comerciais da árvore cubada:

$$- \text{Classe II} = 0,2767 \text{ m}^3 ; \text{Classe III} = 0,2994 \text{ m}^3 \text{ e Classe IV} = 0,0695 \text{ m}^3$$

Número de toras para as classes de bitolas (cubagem):

$$- \text{Classe II} = 1 \text{ tora}; \text{Classe III} = 2 \text{ toras e Classe IV} = 1 \text{ tora}$$

Cálculo dos erros para as estimativas.

$$\text{Erro (\%)} = ((0,2767 - 0,2699) / 0,2767) \times 100 (\%) = 2,46 \% \quad (\text{Classe II})$$

$$\text{Erro (\%)} = ((0,2994 - 0,3648) / 0,2994) \times 100 (\%) = - 6,58 \% \quad (\text{Classe III})$$

$$\text{Erro (\%)} = ((0,0695 - 0,0676) / 0,0695) \times 100 (\%) = 2,73 \% \quad (\text{Classe IV}), \quad \text{c.q.d.}$$



## APÊNDICE B

TABELA 1B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total ( $m^3$ ) no delineamento em blocos casualizados.

Bloco	Volume ( $m^3$ )	Grupo	Bloco	Volume ( $m^3$ )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	0,26402	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,35284	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,25412	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,29042	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,32240	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,71026	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,44714	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,69932	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,93368	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,66920	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,96394	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,64252	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,88484	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,54734	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,68264	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,47102	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,48046	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,39718	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,33552	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,33978	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,23906	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,56420	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,19786	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,65860	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,23478	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,65618	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,29032	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,62278	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,38506	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,59318	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,81848	4	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,55626	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,84040	4	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,52630	2
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,80244	4	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,66200	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,65534	3	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,66864	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,49528	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,64972	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,37132	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,63450	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,27412	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,61112	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,21316	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,56254	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,28178	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,69264	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,39100	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,69724	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,76944	4	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,70252	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,77902	4	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,69748	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,75898	4	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,69472	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,64592	3	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,73018	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,51286	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,74382	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,40580	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,74744	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,31486	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,75090	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,25056	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,76864	4

D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,41906	2	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,77752	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,74760	4	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,78346	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,74170	4	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,81680	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,73608	4	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,82076	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,64294	3	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,84850	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,52940	2	Cubagem	0,65368	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,43630	2			

Blocos com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

TABELA 2B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total ( $m^3$ ) no delineamento inteiramente casualizado com parcelas divididas, na classe 15 a 20.

Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo	Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	0,36474	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,11224	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,26717	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,10640	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,19242	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,20783	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,21303	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,21010	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,30703	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,20918	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,31148	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,18454	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,27823	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,16160	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,21730	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,14117	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,17658	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,12674	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,15582	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,12467	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,15787	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,17261	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,17516	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,19260	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,16440	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,18771	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,11237	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,18066	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,14519	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,17253	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,24806	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,16668	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,25798	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,17419	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,23919	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,19197	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,19007	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,19104	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,14811	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,18840	1

D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,11591	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,18422	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,09713	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,18151	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,08857	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,19041	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,13502	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,19810	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,14467	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,20148	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,23081	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,20258	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,23802	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,20403	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,22551	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,21709	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,18630	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,20952	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,15149	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,21250	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,12327	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,21527	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,10509	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,22919	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,09830	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,22130	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,19182	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,22438	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,23022	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,23838	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,22852	1	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,23202	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,21861	1	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,24589	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,18496	1	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,26203	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,15484	1	Cubagem	0,18776	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,12950	1			

---

Combinações com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

TABELA 3B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total (m<sup>3</sup>) no delineamento inteiramente casualizado com parcelas divididas, na classe 20 a 25.

Combinação	Volume (m <sup>3</sup> )	Grupo	Combinação	Volume (m <sup>3</sup> )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	0,39601	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,21903	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,27706	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,18989	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,50813	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,44902	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,61447	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,45360	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,98247	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,45073	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,95018	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,39698	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,75964	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,33747	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,54160	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,28558	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,39477	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,24872	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,33900	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,22074	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,37280	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,36198	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,48482	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,41092	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,15031	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,40278	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,31949	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,38161	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,39447	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,35877	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,67900	3	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,34209	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,67229	3	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,32536	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,58057	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,41078	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,44249	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,41169	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,32774	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,40186	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,25448	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,38958	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,22698	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,38302	1
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,23730	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,37264	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,44966	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,42838	1
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,42241	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,43410	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,61092	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,43533	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,58596	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,43839	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,53768	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,43837	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,43371	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,46301	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,31662	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,46212	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,25470	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,46876	2

D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,20928	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,47208	2
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,18694	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,48268	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,30989	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,48983	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,48741	2	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,49462	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,48649	2	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,50682	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,46768	2	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,51382	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,41199	1	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,54449	2
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,32384	1	Cubagem	0,39963	1
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,26149	1			

Combinações com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

TABELA 4B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total ( $m^3$ ) no delineamento inteiramente casualizado com parcelas divididas, na classe 25 a 30.

Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo	Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	0,50143	2	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,34153	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,28830	1	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,27637	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,28612	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,71739	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,30339	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,68951	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,71313	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,68958	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,77847	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,62506	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,77007	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,52950	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,64713	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,45259	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,49613	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,40963	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,38444	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,31499	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,29843	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,54134	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,25210	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,62980	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,34978	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,63751	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,30907	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,60476	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,31683	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,57753	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,74120	3	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,53802	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,77413	3	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,50149	2
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,75417	3	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,63297	3

D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,63683	3	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,64978	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,49237	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,63107	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,38206	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,61772	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,29153	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,59120	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,23346	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,56590	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,28483	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,67479	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,30621	1	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,67739	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,67858	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,68317	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,70981	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,67503	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,71496	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,66574	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,62698	3	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,71367	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,50677	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,72882	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,41098	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,73108	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,32406	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,73069	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,25938	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,75422	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,43130	2	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,76328	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,71777	3	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,76778	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,71029	3	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,80921	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,70433	3	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,81623	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,62469	3	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,84790	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,51421	2	Cubagem	0,62771	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,42558	2			

---

Combinações com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

TABELA 5B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total (m<sup>3</sup>) no delineamento inteiramente casualizado com parcelas divididas, na classe 30 a 35.

Combinação	Volume (m <sup>3</sup> )	Grupo	Combinação	Volume (m <sup>3</sup> )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	1,53083	5	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,49574	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,98730	3	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,40326	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,67951	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,90144	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,73267	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,89940	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,14442	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,95533	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,21752	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,86053	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,17564	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,74469	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,93170	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,64526	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,71052	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,55110	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,55917	1	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,46432	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,47037	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,74689	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,44578	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,88233	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,51270	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,87820	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,50312	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,83532	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,59517	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,79788	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,05407	4	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,74752	2
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,09162	4	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,69114	2
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,08041	4	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,78924	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,88256	3	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,89547	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,68210	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,87164	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,52477	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,85420	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,40811	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,82038	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,32847	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,77953	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,59784	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,93028	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,59709	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,94156	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,00139	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,95466	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,01353	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,94662	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,02492	3	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,93044	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,86912	3	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,98402	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,70189	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,00684	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,56542	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,01001	3

D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,45316	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,00607	3
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,36388	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,04300	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,57467	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,05447	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	0,93870	3	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,05970	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,94769	3	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,12437	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	0,98326	3	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,13390	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	0,86067	3	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,18640	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,72014	2	Cubagem	0,87443	3
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,60153	2			

Combinações com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

TABELA 6B. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total ( $m^3$ ) no delineamento inteiramente casualizado com parcelas divididas, na classe 35 a 40.

Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo	Combinação	Volume ( $m^3$ )	Grupo
D <sub>1%</sub> e D <sub>2%</sub>	1,05871	4	D <sub>4%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,66070	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,87320	3	D <sub>4%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,56147	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,75292	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,29137	5
D <sub>1%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,92227	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,22948	4
D <sub>1%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,71716	6	D <sub>5%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,25062	4
D <sub>1%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,71186	6	D <sub>5%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,15651	4
D <sub>1%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,56316	6	D <sub>5%</sub> e D <sub>45%</sub>	1,00673	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,26391	4	D <sub>5%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,87589	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,95904	3	D <sub>5%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,73102	2
D <sub>1%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,75111	2	D <sub>5%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,63882	1
D <sub>1%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,61253	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>15%</sub>	0,98699	3
D <sub>1%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,59458	1	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,15538	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>3%</sub>	0,79177	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,17641	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,70837	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>45%</sub>	1,12747	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,77953	2	D <sub>10%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,07856	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,42317	5	D <sub>10%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,99602	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,43409	5	D <sub>10%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,94834	3
D <sub>2%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,38002	5	D <sub>15%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,16704	4

D <sub>2%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,18237	4	D <sub>15%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,19628	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,94310	3	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>	1,16633	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,75104	2	D <sub>15%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,13854	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,57816	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,07760	4
D <sub>2%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,48633	1	D <sub>15%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,04722	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>4%</sub>	0,66882	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,23609	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,71778	2	D <sub>25%</sub> e D <sub>45%</sub>	1,24221	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,34353	5	D <sub>25%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,24786	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,33797	5	D <sub>25%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,22117	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,31818	5	D <sub>25%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,21623	4
D <sub>3%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,16328	4	D <sub>35%</sub> e D <sub>45%</sub>	1,30070	5
D <sub>3%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,95804	3	D <sub>35%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,32331	5
D <sub>3%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,78563	2	D <sub>35%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,31801	5
D <sub>3%</sub> e D <sub>65%</sub>	0,61637	1	D <sub>35%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,32479	5
D <sub>3%</sub> e D <sub>75%</sub>	0,51446	1	D <sub>45%</sub> e D <sub>55%</sub>	1,36768	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>5%</sub>	0,88730	3	D <sub>45%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,37901	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>10%</sub>	1,35282	5	D <sub>45%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,38802	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>15%</sub>	1,30528	5	D <sub>55%</sub> e D <sub>65%</sub>	1,46262	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>25%</sub>	1,29087	5	D <sub>55%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,45941	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>35%</sub>	1,15863	4	D <sub>65%</sub> e D <sub>75%</sub>	1,45699	5
D <sub>4%</sub> e D <sub>45%</sub>	0,97600	3	Cubagem	1,15863	4
D <sub>4%</sub> e D <sub>55%</sub>	0,82036	3			

---

Combinações com o mesmo valor de grupo não se diferem pelo teste de Scott e Knott ( $P > 0,05$ ).

## **CAPÍTULO 2**

### **AVALIAÇÃO DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO PARA ESTIMAR VOLUMES DE MULTIPRODUTOS DA MADEIRA DE *Pinus elliottii***

## 2.1 INTRODUÇÃO

A necessidade de estimativas confiáveis de volumes comerciais nos povoamentos florestais tem despertado o interesse pelo uso das funções de afilamento. Resultados mais elaborados de inventário têm sido obtidos, enriquecendo a tradicional informação de volume total por unidade de área.

Uma vez realizada a qualificação e quantificação dos produtos madeiráveis das árvores (volumes comerciais), evidencia-se a potencialidade dos povoamentos florestais para uma combinação de usos de seu material lenhoso, de suma importância no planejamento florestal.

Trabalhos realizados no Brasil, como os de Leite (1994), Leite, Campos e Paula Junior (1995) que estudaram a conversão de troncos em madeira serrada, o de Schneider et al. (1996) para a quantificação de sortimentos, destacam a importância do estudo das funções de afilamento para racionalização do uso da madeira. Diversos outros estudos foram realizados no sentido de apresentação de metodologias, avaliação e desenvolvimento de novos modelos.

O emprego destes modelos é uma consequência natural da evolução e importância do setor florestal no Brasil, onde o aprimoramento das técnicas de inventário, associado a necessidade de flexibilização da informação dos estoques de madeira, despertaram um maior interesse na depuração das informações de inventário. Diversos estudos foram elaborados, podendo ser citados os realizados por Campos e Ribeiro (1982), Guimarães (1982), McTague, Batista e Steiner (1989), Figueiredo

Filho et al. (1993), Schneider (1986), Leite, Guimarães e Campos (1993), Finger et al. (1995), Rosot (1989), Kirchner et al. (1989), Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996a, 1996b), dentre outros.

Este trabalho teve por objetivo avaliar o desempenho dos modelos polinomiais, das razões de volumes e da função spline cúbica para estimar o volume para classes de sortimentos de 8 a 18 cm de diâmetro com casca na extremidade mais fina da tora, de 18 a 25 cm, de 25 a 35 cm e estimativas do volume comercial até os diâmetros mínimos com casca de 8, 18 e 25cm para classes de diâmetro.

## **2.2 MATERIAL E MÉTODOS**

### **2.2.1 Caracterização da área em estudo**

A área em estudo, de propriedade da Empresa Papel Imprensa S/A, está situada no município de Jaguariaíva, estado do Paraná, entre os paralelos 24° e 24° 30' de latitude sul e os meridianos 49° 30' e 50° de longitude oeste de Greenwich, com altitude variando entre 500 e 1500 m.

Segundo a classificação de Köppen, o clima para a região é o tipo Cfb, temperado propriamente dito, com temperatura média no mês mais frio abaixo de 18° (mesotérmico), com verões frescos, temperatura média do mês mais quente abaixo de 22° e sem estação seca definida.

O tipo de vegetação é floresta ombrófila (mista de latifoliadas com araucárias e campo submontano), com relevo variando de ondulado a fortemente ondulado e solos predominantes arenosos (Instituto

Agrônomo do Paraná, 1994; Golfari, Caser e Moura, 1978; Maack, 1981).

## **2.2.2 Coleta de dados**

### **2.2.2.1 Cubagem das árvores amostradas**

Foram cubadas 185 árvores de *Pinus elliottii* em pé através de Penta-Prisma de Wheeler apoiado em tripé de base regulável, com suunto acoplado. Nestas árvores foram medidos os diâmetros nas alturas relativas de 10%, 15%, 25%, 35%, ... , 95% da altura total da árvore. Para as alturas relativas de 1%, 2%, ... ,5%, bem como à 1,3m do solo , as circunferências foram medidas com fita métrica e transformadas em diâmetros posteriormente.

Para obter-se os volumes individuais e também os comerciais, foi adotado o procedimento de Smalian.

### **2.2.2.2 Classificação de sítio**

Na proximidade de cada árvore cubada foi alocada uma parcela de 15 x 20 m, medindo-se os diâmetros à altura do peito (DAP) de todas as árvores vivas. Foram medidas as alturas das três árvores mais grossas da parcela (árvores dominantes) e a partir destas informações, definiu-se o índice de sítio do local, utilizando para tal a equação de sítio construída por Scolforo (1997), para a espécie e área em questão.

O modelo de sítio utilizado foi o de Schumacher ( $Hd = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I)}$ ) que, manuseado pelo método da diferença algébrica, possibilitou gerar as curvas polimórficas limítrofes das classes de sítio. A idade de referência adotada foi de 21 anos e os limites das classes nesta idade foram: 16,5; 19,5; 22,5; 25,5; 28,5 e 31,5 m. O modelo foi expresso pela equação:

$$Hd_2 = b_0 \cdot \left( \frac{Hd_1}{b_0} \right)^{(I_2/I_1)} + e_i$$

$$S = 379794042 \cdot \left( \frac{Hd}{37979442} \right)^{(I/I_{ref})}$$

$$R^2 = 93,4 \%$$

$$S_{y,x} = 1,4171 \text{ m}$$

Das 185 árvores cubadas de *Pinus elliottii*, classificadas através da equação de sítio, foram selecionadas 89 dentro do sítio IV, tendo em vista ter sido este o de maior frequência entre as árvores cubadas, o que possibilitou um número suficiente de repetições nas classes de diâmetro para a implementação dos delineamentos estatísticos, como mostra a distribuição diamétrica do Quadro 2.1. Esta classe de produtividade de sítio representa a média para espécie em estudo, cuja classificação determinou sete diferentes níveis de produtividade.

QUADRO 2.1. Distribuição diamétrica observada para a amostra de 185 árvores de *Pinus elliottii*, a frequência destas no sítio IV e o número de árvores utilizados nos delineamentos estatísticos.

Classe de diâmetro	Amostra	Sítio IV	Delineamentos
10 —  15	1	1	
15 —  20	27	9	9
20 —  25	42	25	9
25 —  30	40	19	9
30 —  35	40	20	9
35 —  40	24	12	9
40 —  45	10	3	
45 —  50	1		
Total	185	89	45

### 2.2.3 Equações de afilamento

#### a) Função spline cúbica

Matematicamente, splines são definidas como sendo polinômios segmentados de grau “n”, cujos valores da função e suas primeiras “n-1” derivadas contínuas passam nos pontos onde se juntam. As abcissas destes pontos de junção são chamados de “nós” e estes polinômios segmentados são escolhidos para minimizar a curvatura quadrática média (Kirchner et al., 1989).

De acordo com Liu (1980), aproximação por spline consiste na interpolação de uma classe de funções de coordenadas, as quais são

descritas como um conjunto de polinômios cúbicos segmentados com junções suavizadas (Figura 2.1).

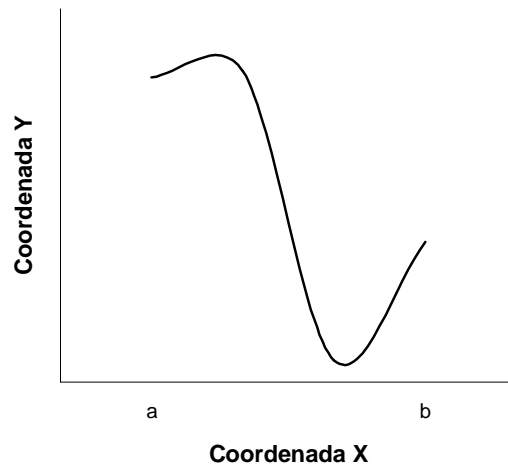


FIGURA 2.1. Um exemplo de spline cúbica.

Proseguindo, este mesmo autor relata que ao invés de se aproximar uma função  $f(x)$  sobre um intervalo  $[a,b]$  através de um único polinômio, é possível dividi-lo em “n” subintervalos  $[a,x_1]$ ,  $[x_1,x_2]$ , ... ,  $[x_{n-1},b]$  e então aproximar  $f(x)$  por um polinômio diferente em cada um destes subintervalos. Na determinação da função aproximada  $g(x)$ , é necessário que:

- em cada subintervalo a função aproximada  $g(x)$  seja de grau máximo 3;
- $g(x)$  esteja em concordância com  $f(x)$  em cada um dos “n+1” pontos

$$x_0 = a, x_1, , \dots, x_{n-1}, x_n = b;$$

- a primeira derivada de  $g'(x)$  e a segunda derivada  $g''(x)$  sejam contínuas nos pontos  $[a,b]$ .

Quando estas condições são satisfeitas,  $g(x)$  é então chamada de função splines cúbica. Em adição, a propriedade da curvatura mínima de uma função spline determina que o valor médio quadrático de  $g''(x)$  nos pontos  $[a,b]$  é mínimo.

No caso de se selecionar  $g''(a) = 0$  e  $g''(b) = 0$  para complementação das especificações de  $g(x)$ , então a aproximação passa a ser denominada de spline cúbica natural.

- Função de afilamento através da função spline.

Na Figura 2.2 encontra-se ilustrado o conceito da função spline para o perfil da árvore.

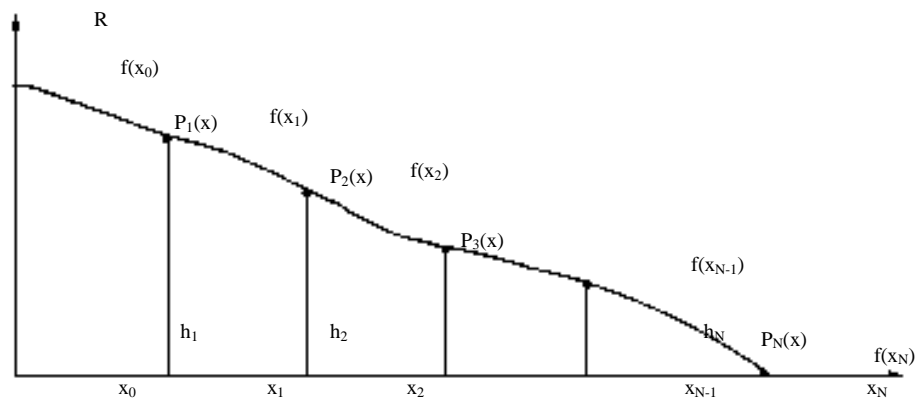


FIGURA 2.2. Aplicação da função spline cúbica para o perfil da árvore.

Sejam  $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < x_N$  e  $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N)$  conhecidos, a cada intervalo  $[x_{j-1}, x_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , será ajustado um polinômio  $P_j(x)$  de grau 3 da forma:

$$P_j(x) = a_j + b_j(x-x_{j-1}) + c_j(x-x_{j-1})^2 + d_j(x-x_{j-1})^3$$

Verificando as condições:

- a)  $P_j(x_{j-1}) = f(x_{j-1})$  ,  $j = 1, 2, \dots, N$
- b)  $P'_j(x_j) = P'_{j+1}(x_j)$  ,  $j = 1, 2, \dots, N-1$
- c)  $P''_j(x_j) = P''_{j+1}(x_j)$  ,  $j = 1, 2, \dots, N-1$

Para esta situação, tem-se  $4N-2$  equações lineares (condições) e  $4N$  incógnitas. Para que seja obtida a solução deste sistema de equações é necessário que sejam impostas mais duas condições, assim especificadas:

d)  $P''(x_0) = 0 = P''(x_N)$  (spline natural)

ou

e)  $P'(x_0) = f'(x_0)$  e  $P'(x_N) = f'(x_N)$  (spline de fronteira

indeterminada, de acordo com Fernando Velazquez, 1994).

De posse então das  $4N$  equações, o sistema terá solução única. No entanto, há que se considerar a esparsidade da matriz  $A$ , cuja presença de valores nulos é grande, inclusive na sua diagonal. Esta esparsidade impede a aplicação direta de  $Ax = B$ , pelo método de eliminação de Gauss-Jordam. Assim, deve-se aplicar:

$$A^T A x = A^T B \quad \therefore \quad x = (A^T A)^{-1} A^T B$$

Desta maneira, poderão ser obtidos os “j” polinômios dos segmentos que irão representar o intervalo  $[x_0, x_N]$ .

$$P_j(x) = a_j + b_j (x-x_{j-1}) + c_j (x-x_{j-1})^2 + d_j (x-x_{j-1})^3$$

O volume é então obtido pela integração de cada polinômio, dentro de seu intervalo de validade.

### **b) Modelo de Amateis e Burkhart**

Amateis e Burkhart (1987) apresentaram dois modelos para estimar diâmetros e alturas comerciais, como seguem as expressões:

volume até qualquer diâmetro superior

$$V_c = V \left( 1 - \alpha_0 \frac{d^{\alpha_1}}{D^{\alpha_2}} \right) + e_i$$

volume até qualquer altura comercial

$$V_c = V \left( 1 - \gamma_0 \frac{(H-h)^{\gamma_1}}{H^{\gamma_2}} \right) + e_i$$

onde:

$V_c$  = volume comercial com casca, até um diâmetro ou altura comercial ( $m^3$ );

$V$  = volume total com casca ( $m^3$ );

$d$  = diâmetro comercial (cm);

$D$  = diâmetro à altura do peito (cm);

$H$  = altura total (m);

$h$  = altura comercial (m);

$\alpha_i, \gamma_i$  = parâmetros a serem estimados;

$e_i$  = erro de estimativa.

Para a implementação deste modelo, é necessário uma equação de volume ajustada, que pode ser:

$$V = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} + e_i$$

onde:

V, D, H e  $e_i$  = já definidos anteriormente;

$\beta_i$  = parâmetros a serem estimados.

### c) Modelo de Clutter

Para o modelo de Clutter (1980), utiliza-se uma equação de volume total e outra de volume comercial (ou razão de volume) através das quais obtém-se as funções de forma.

Equação de volume:

$$V = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} + e_i$$

onde:

V, D, H,  $\beta_i$  e  $e_i$  = já definidos anteriormente.

Volume comercial até um diâmetro comercial:

$$V_c = V \left( 1 - \alpha_0 \frac{d^{\alpha_1}}{D^{\alpha_2}} \right) + e_i$$

onde:

$V_c$ ,  $V$ ,  $d$ ,  $D$ ,  $\alpha_i$  e  $e_i$  = já definidos anteriormente.

Para a implementação do modelo é necessário considerar que uma equação de volume comercial de topo variável implicitamente define uma associada função de forma. Das expressões anteriores, aplicando-se o conceito de integral e derivada conforme pode ser observado em Clutter (1980), obtém-se as expressões de forma que permitam estimar a altura comercial em função do diâmetro e os diâmetros em função das alturas comerciais.

Assim, o afilamento do fuste da árvore pode ser definido pelas equações:

altura comercial em função do diâmetro

$$h = H - d^{\alpha_2 - 2} \cdot K^{-1} \cdot \beta_1 D^{\beta_2} H^{\beta_3} \cdot \alpha_1 D^{\alpha_3} \left[ \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 2} \right]$$

diâmetro comercial em função da altura

$$d = \left\{ K \frac{1}{\beta_1 D^{\beta_2} \cdot H^{\beta_3}} \cdot \frac{1}{\alpha_1} \cdot D^{-\alpha_3} \left[ \frac{\alpha_2 - 2}{\alpha_2} \right] (H - h) \right\}^{\frac{1}{(\alpha_2 - 2)}}$$

onde:

$h$ ,  $H$ ,  $d$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $D$ , = definidos anteriormente;

$K = \pi/40.000$ .

#### d) Polinômio de quinto grau

A seguir, apresenta-se o desenvolvimento do polinômio de quinto grau, para estimativas de volumes.

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H}\right)^5 + e_i$$

onde:

$d_i$ ,  $D$ ,  $\beta_i$ ,  $h_i$ ,  $H$  e  $e_i$  = já definidos anteriormente.

Simplificando o polinômio por:

$$c_0 = \beta_0 \quad \text{e} \quad c_i = \left(\frac{\beta_i}{H^i}\right), \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

e multiplicando ambos os lados da equação por  $D$ , a expressão fica:

$$d_i = D (c_0 + c_1 h_i + c_2 \cdot h_i^2 + c_3 \cdot h_i^3 + c_4 \cdot h_i^4 + c_5 \cdot h_i^5) + e_i \quad (1)$$

O volume da árvore é obtido pela integral do polinômio (1):

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 \delta h \quad (2)$$

Substituindo a expressão (1) em (2), fica:

$$V = k D^2 \int_{h_1}^{h_2} (c_0 + c_1 \cdot h_i + c_2 \cdot h_i^2 + c_3 \cdot h_i^3 + c_4 \cdot h_i^4 + c_5 \cdot h_i^5)^2 \delta h$$

onde,

$$K = \pi / 40.000$$

Elevando o polinômio (1) ao quadrado e integrando-o, é obtida a seguinte expressão que estima volumes entre quaisquer alturas  $h_1$  e  $h_2$ .

$$V = K \cdot D^2 \left[ c_0^2 \cdot h_i + (c_0 \cdot c_1) h_i^2 + \left( \frac{2}{3} c_0 \cdot c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h_i^3 + \right. \\ \left. \left( \frac{1}{2} c_0 \cdot c_3 + \frac{1}{2} c_1 \cdot c_2 \right) \cdot h_i^4 + \left( \frac{2}{5} c_0 \cdot c_4 + \frac{2}{5} c_1 \cdot c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \right) h_i^5 + \right. \\ \left. \left( \frac{1}{3} c_0 \cdot c_5 + \frac{1}{3} c_1 \cdot c_4 + \frac{1}{3} c_2 \cdot c_3 \right) h_i^6 + \left( \frac{2}{7} c_1 \cdot c_5 + \frac{2}{7} c_2 \cdot c_4 + \frac{1}{7} c_3^2 \right) h_i^7 + \right. \\ \left. \left( \frac{1}{4} c_2 \cdot c_5 + \frac{1}{4} c_3 \cdot c_4 \right) h_i^8 + \left( \frac{2}{9} c_3 \cdot c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \right) h_i^9 + \left( \frac{1}{5} c_4 \cdot c_5 \right) h_i^{10} + \left( \frac{1}{11} \cdot c_5^2 \right) h_i^{11} \right]_{h_1}^{h_2}$$

### e) Polinômio de Hradetzki

De acordo com Rosot (1989), modelos com esta forma devem ser construídos para cada situação. Para este trabalho será utilizado o procedimento “Stepwise”, o qual será implementado por classe de diâmetro.

De uma forma geral, os polinômios a serem construídos são:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p1} + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p2} + \dots + \beta_n \left( \frac{h_i}{H} \right)^{pn} + e_i$$

onde:

$d_i$ ,  $D$ ,  $h_i$ ,  $\beta_i$ ,  $H$  e  $e_i$  = já definidos anteriormente;

$p_i$  = expoentes variando entre 0,005 e 25.

Os expoentes utilizados no processo de construção dos modelos por classe de diâmetro, através do procedimento de “Stepwise”, foram: 0,005; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20 e 25.

O volume é obtido pela integração do polinômio conforme a apresentação abaixo.

Simplificando a expressão por:

$$c_0 = \beta_0 \quad \text{e} \quad c_i = \left( \frac{\beta_i}{H^{p_i}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$p_j$  = expoentes selecionados através do processo “stepwise”

e multiplicando ambos os lados da equação por  $D$  a expressão fica:

$$d_i = D \left( c_0 + c_1 \cdot h_1^{p_1} + c_2 \cdot h_2^{p_2} + \dots + c_n \cdot h_n^{p_n} \right) + e_i$$

O volume da árvore é obtido pela integral do polinômio:

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 \delta h$$

$$V = K D^2 \int_{h_1}^{h_2} \left( c_0 + c_1 h_1^{p_1} + c_2 h_2^{p_2} + \dots + c_n h_n^{p_n} \right)^2 \delta h$$

A integral do modelo assume a forma:

$$V = K \cdot D^2 \left[ c_0^2 \cdot h_i + 2 \cdot c_0 \cdot c_1 \left( \frac{h_i^{1+p1}}{1+p1} \right) + 2 \cdot c_0 \cdot c_2 \left( \frac{h_i^{1+p2}}{1+p2} \right) + \dots \right. \\ \left. + c_{n-1} \cdot c_n \left( \frac{h_i^{1+p(n-1)+pn}}{1+p(n-1)+pn} \right) + c_n^2 \left( \frac{h_i^{1+(2pn)}}{1+(2pn)} \right) \right]_{h_1}^{h_2}$$

Considerando  $h_1$  igual a zero e  $h_2$  igual a altura total da árvore, pode-se calcular o seu volume total, similar às equações de volume.

#### 2.2.4. Eficiência das estimativas volumétricas das árvores

Foi utilizado um delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas onde, as classes de diâmetro representam as parcelas, os modelos as subparcelas e as árvores as repetições (Quadro 2.2).

QUADRO 2.2. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas.

F. V.	G. L.
CLD	4
Árvores	8
Erro <sub>1</sub>	32
Modelos	5
Modelos x CLD.	40
Erro <sub>2</sub>	200
Total	289

Busca-se, através deste, identificar dentro de cada classe de diâmetro se há diferença entre os modelos para as estimativas dos volumes para os multiprodutos considerados. Se constatadas diferenças, será aplicado o teste de Scott e Knott (1974) para a interação.

## **2.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

### **2.3.1 Ajustes dos modelos para a forma da árvore**

Os modelos testados foram ajustados por classe de diâmetro conforme mostra a distribuição das árvores no Quadro 2.1. As estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as medidas de ajuste e de precisão estão sumarizados no Quadro 2.3.

Os resultados de ajuste e de precisão dos modelos mostram que as equações ajustadas apresentam precisão estatística satisfatória, comprovadas também pela análise gráfica de resíduos, podendo ser indicadas para a espécie.

Estes resultados podem ser atribuídos, em parte, ao controle das variáveis sítio e classe de diâmetro, fatores que podem influenciar de maneira significativa a forma das árvores. Um outro fator, a idade média das árvores, foi indiretamente controlada, uma vez que constatou-se um aumento desta com o aumento da classe de diâmetro.

A função spline cúbica foi aproximada pela ligação de três polinômios, com os seguintes pontos relativos de ligação, sugeridos no capítulo 1:

Classe de diâmetro	Posições relativas dos diâmetros
15 —  20	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>
20 —  25	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>
25 —  30	D <sub>10%</sub> e D <sub>35%</sub>
30 —  35	D <sub>15%</sub> e D <sub>45%</sub>
35 —  40	D <sub>10%</sub> e D <sub>25%</sub>

Conforme resultados apresentados no Quadro 2.3, verifica-se que a potência 0,005 está presente em todos os modelos, na posição do segundo parâmetro estimado, tendo este mesmo resultado sido observado por Rosot (1989) em estudo com *Pinus taeda*. Para as demais posições houve uma variação entre as diferentes classes de diâmetro, verificando-se uma tendência de potências decimais para o terceiro parâmetro, unitárias para o quarto e de dezenas no último parâmetro.

Comparando as medidas de precisão e de ajuste deste modelo ao polinômio de quinto grau, verifica-se que o polinômio de Hradetzki é mais preciso.

A presença das potências mais elevadas conferem ao polinômio de Hradetzki uma melhor representação da base da árvore. Já as potências decimais, como é o caso da potência 0,5 que é denominada de “potência apolônica” ( $y = a x^{0,5}$ ), aproximam-se da curvatura intermediária do fuste

e as potências menores, como por exemplo 0,005, forçam a uma curvatura mais acentuada na porção final do fuste. Assim, é justificada a melhor precisão dos modelos polinomiais fracionários ao polinomial de quinto grau.

Os modelos de razão entre volumes mostraram-se precisos, o que é uma característica destes modelos, devido à estreita relação existente entre as variáveis correlacionadas e o arranjo destes na função. Para este estudo, foram considerados vários diâmetros comerciais por árvore, mas apenas aqueles que correspondessem a volumes cujo comprimento mínimo até a base da árvore fossem maiores ou iguais a dois metros.

QUADRO 2.3. Estimativas dos parâmetros, medidas de precisão e de ajuste dos modelos testados, segundo as classes de diâmetro.

Modelos de Burkhart e Clutter**						
Volume comercial						
**	$\beta_0$	$d^{\beta_2}$	$D^{\beta_2}$	F	$R^2$	EPR (%)
	0,838940	3,493069	3,466544	34493,37	0,9913	5,27
**	$\beta_0$	$(H-h)^{\beta_1}$	$H^{\beta_2}$	F	$R^2$	EPR (%)
	0,669337	2,314865	2,200071	99999,00	0,9981	2,44
Volume total						
**	$\beta_0$	$D^{\beta_2}$	$H^{\beta_2}$	F	$R^2$	EPR (%)
	0,00004049	2,07038870	0,88173127	5367,68	0,9764	8,29

Polinômio do quinto grau

Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)$	$\beta_2 (X)^2$	$\beta_3 (X)^3$	$\beta_4 (X)^4$	$\beta_5 (X)^5$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
15 —  20	1,30097	-5,72607	28,22309	-68,2387	73,28483	-28,8453	749,13	0,9652	7,91
20 —  25	1,29442	-5,93576	29,18264	-69,5181	73,59940	-28,6249	2687,20	0,9719	7,31
25 —  30	1,25781	-5,19395	24,23754	-55,7595	57,09250	-21,6332	2891,20	0,9794	6,45
30 —  35	1,25059	-5,27211	24,89684	-56,8517	57,77369	-21,7542	2637,09	0,9761	6,86
35 —  40	1,23459	-4,96266	23,70093	-54,7740	55,72381	-20,9151	2228,36	0,9821	5,93

Polinômio de Hradetzki

Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)^{0,005}$	$\beta_2 (X)^{0,3}$	$\beta_3 (X)^3$	$\beta_4 (X)^{25}$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
15 —  20	1,366495	0,103462	-0,974318	-0,327520	-0,167932	1112,51	0,9705	7,28
Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)^{0,005}$	$\beta_2 (X)^{0,2}$	$\beta_3 (X)^1$	$\beta_4 (X)^{15}$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
20 —  25	1,380405	0,146518	-0,877506	-0,243002	-0,297431	4355,98	0,9782	6,44
Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)^{0,005}$	$\beta_2 (X)^{0,2}$	$\beta_3 (X)^5$	$\beta_4 (X)^{25}$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
25 —  30	1,324387	0,372558	-1,193941	-0,569983	0,071323	4442,71	0,9832	5,83
Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)^{0,005}$	$\beta_2 (X)^{0,2}$	$\beta_3 (X)^5$	$\beta_4 (X)^{20}$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
30 —  35	1,319129	0,332824	-1,126327	-0,560792	0,049126	3970,58	0,9801	6,27
Classe	$\beta_0$	$\beta_1 (X)^{0,005}$	$\beta_2 (X)^{0,2}$	$\beta_3 (X)^3$	$\beta_4 (X)^{25}$	F	R <sup>2</sup>	EPR (%)
35 —  40	1,288639	0,291662	-0,994349	-0,516699	-0,062167	3421,46	0,9859	5,36

X = (h<sub>i</sub>/H)

### **2.3.2 Eficiência das estimativas volumétricas das árvores**

#### **a) Estimativas volumétricas para as classes de sortimentos**

Os volumes dos sortimentos foram obtidos através das estimativas dos diâmetros ao longo do fuste, resultado da substituição dos múltiplos dos comprimentos de toras nas equações ajustadas para as classes de diâmetro. Desta forma, por exemplo utilizando toras de 4,0 m, foram estimados os diâmetros a 4,0 m de altura, 8,0 m e assim sucessivamente. A partir desta informação, estimou-se os respectivos volumes até estas alturas, classificando-os de acordo com as classes de sortimentos por meio dos diâmetros gerados pelos modelos. Para isto, foi desenvolvida a rotina computacional VOLUMC, em linguagem TURBO BASIC, a qual permite uma gama de variações de bitolas e comprimento de toras.

Para a classe de sortimento de 8 a 18 cm, foram realizados dois delineamentos, variando os comprimentos de toras, conforme mostra os resultados das análises de variância nos Quadros 2.4 e 2.5. Em ambos os casos, a interação classe de diâmetro x modelo foi significativa e o resultado da aplicação do teste de Scott e Knott está apresentado no Quadro 2.6.

Comparando-se os volumes cubados, verifica-se que houve uma redução do volume em todas as classes de diâmetro, quando o comprimento de tora foi diminuído de 4,0 para 2,4 m. Esta redução pode ter ocasionado o aproveitamento do fuste para sortimentos de maiores bitolas. Na primeira classe de diâmetro, todos os modelos foram eficazes na estimativa do volume para ambos os comprimentos de tora

considerados. A exceção do modelo de Hradetzki, a diminuição do comprimento da tora ocasionou um aumento nas médias estimadas pelos outros modelos, apesar da diminuição do volume real. A diminuição do comprimento da tora reduziu a eficiência dos modelos.

As estimativas dos modelos na segunda classe de diâmetro para o comprimento de 4,0 m foram precisas, com uma ligeira discrepância para o modelo de Hradetzki e a spline cúbica. Para o comprimento de 2,4 m, nenhum dos modelos mostrou-se eficiente nas estimativas.

Para a terceira classe de diâmetro as estimativas não foram razoáveis, com uma ligeira superioridade para spline cúbica, em ambas as situações de comprimento de toras. Novamente, a diminuição do comprimento representou piora nas estimativas de volume.

Para a quarta classe de diâmetro e comprimento de 4,0 m as estimativas foram eficientes, merecendo destaque os modelos de Burkhart, Clutter e Hradetzki, ficando num segundo plano o polinômio do quinto grau e a spline cúbica. Para o comprimento de 2,4 m houve uma inversão, sendo mais precisos o modelo de Hradetzki e a spline cúbica, nesta ordem de precisão.

Na última classe de diâmetro, as estimativas foram apenas razoáveis para ambos os comprimentos de toras considerados, sendo mais eficientes os modelos de Burkhart e Hradetzki para o comprimento de 4,0 m e a spline cúbica e o modelo de Clutter no comprimento de 2,4 m.

QUADRO 2.4. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 8 a 18 cm, com toras de 4,0 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	4	0,17810	0,04453	7,857	0,0002
Árvores	8	0,03205	0,00401	0,707	0,6833
Erro <sub>1</sub>	32	0,18135	0,00567		
Modelos	5	0,00918	0,00184	1,398	0,2266
Modelos x CLD	20	0,05327	0,00266	2,027	0,0076
Erro <sub>2</sub>	200	0,26280	0,00131		
Total	269	0,71676			

$$R^2 = 0,6334$$

$$CV_1 = 49,39 \%$$

$$CV_2 = 23,78 \%$$

QUADRO 2.5. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 8 a 18 cm, com toras de 2,4 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	4	0,22579	0,05645	12,759	0,0000
Árvores	8	0,02139	0,00267	0,604	0,7672
Erro <sub>1</sub>	32	0,14157	0,00442		
Modelos	5	0,03868	0,00774	15,537	0,0000
Modelos x CLD	20	0,03890	0,00195	3,906	0,0000
Erro <sub>2</sub>	200	0,09959	0,00050		
Total	269	0,56592			

$$R^2 = 0,8240$$

$$CV_1 = 48,52 \%$$

$$CV_2 = 16,28 \%$$

QUADRO 2.6. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial compreendido na classe de produto de 8 a 18 cm de diâmetro na extremidade mais fina de toras de comprimento de 4,0 e 2,4 m, para *Pinus elliottii*, segundo as classes de diâmetro.

Classes de diâmetro (cm)	Métodos	Médias - toras 4,0 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)	Médias - toras 2,4 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
15 —  20	Cubagem	0,16192	1	0,15004	1
	Spline cúbica	0,16000	1	0,16496	1
	M. de Burkhart	0,16008	1	0,16494	1
	M. de Clutter	0,16184	1	0,16659	1
	P. quinto grau	0,16541	1	0,17212	1
	P. Hradetzki	0,16508	1	0,16333	1
20 —  25	Cubagem	0,19382	1	0,14230	1
	Spline cúbica	0,21587	2	0,20926	3
	M. de Burkhart	0,18780	1	0,16732	2
	M. de Clutter	0,18451	1	0,17707	2
	P. quinto grau	0,18182	1	0,16943	2
	P. Hradetzki	0,22629	2	0,20259	3
25 —  30	Cubagem	0,11666	1	0,09907	1
	Spline cúbica	0,12820	1	0,11326	1
	M. de Burkhart	0,14617	1	0,13454	2
	M. de Clutter	0,14492	1	0,13649	2
	P. quinto grau	0,15282	1	0,12559	2
	P. Hradetzki	0,13679	1	0,13313	2
30 —  35	Cubagem	0,13598	1	0,09627	1
	Spline cúbica	0,12282	1	0,10777	1
	M. de Burkhart	0,13530	1	0,14032	2
	M. de Clutter	0,13603	1	0,12509	2
	P. quinto grau	0,14500	1	0,14092	2
	P. Hradetzki	0,13674	1	0,10259	1
35 —  40	Cubagem	0,10414	1	0,06934	1
	Spline cúbica	0,14484	2	0,08472	2
	M. de Burkhart	0,11712	1	0,11190	3
	M. de Clutter	0,15284	2	0,09678	2
	P. quinto grau	0,16103	2	0,12609	3
	P. Hradetzki	0,09046	1	0,11833	3

Nos Quadros 2.7 e 2.8 estão apresentadas as análises de variância para os dois delineamentos estatísticos (a diferença está nos comprimentos das toras). A interação classe de diâmetro x modelo foi significativa para ambos os delineamentos e, conforme mostram os coeficientes de variação, a diminuição do comprimento ocasionou uma maior variação nas estimativas. O resultado da aplicação do teste de Scott e Knott está apresentado no Quadro 2.9.

Esta classe de sortimento representa, teoricamente, a porção mediana do fuste. Assim, analisa-se agora o comportamento dos modelos nesta faixa do fuste. A primeira classe de diâmetro não participou deste experimento devido a pequena representatividade deste volume nas árvores, tendo sido verificado um número muito grande de árvores com volumes iguais a zero.

Para a classe 20 a 25 cm, no delineamento com toras de 4,0 m de comprimento, as estimativas de volume foram razoáveis com a spline cúbica, o modelo que mais se aproximou do volume real (-3,83% de erro). Para o comprimento de 2,4 m, o polinômio do quinto grau e o modelo de Burkhart foram os de melhor desempenho.

Na classe seguinte, comprimento de 4,0 m, as estimativas melhoraram, destacando-se os modelos de Clutter e Burkhart, à exceção da função spline que destoou do conjunto de estimativas. Considerando o comprimento de 2,4 m, houve uma redução nas estimativas, aproximando-se mais do volume real que também diminuiu. O modelo de Hradetzki e o polinômio do quinto grau aproximaram-se mais da média real.

Na classe de 30 a 35 cm, comprimento de 4,0 m, as estimativas mostraram-se medianas em termos de precisão, ficando o polinômio do quinto grau com a estimativa mais eficiente (-18,7% de erro). Com a diminuição do comprimento, as estimativas melhoraram, havendo dois patamares de estimativas, sendo mais precisos os modelos de Burkhart, Clutter e o polinômio do quinto grau, ficando a spline cúbica e o modelo de Hradetzki em segundo plano.

QUADRO 2.7. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 18 a 25 cm, com toras de 4,0 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	3	0,90575	0,30192	15,679	0,0000
Árvores	8	0,13984	0,01748	0,908	0,5264
Erro <sub>1</sub>	24	0,46215	0,01926		
Modelos	5	0,12700	0,02540	4,693	0,0005
Modelos x CLD	15	0,24207	0,01614	2,982	0,0003
Erro <sub>2</sub>	160	0,86589	0,00541		
Total	215	2,74271			

$$R^2 = 0,6843$$

$$CV_1 = 50,04 \%$$

$$CV_2 = 26,53 \%$$

Na última classe de diâmetro, comprimento de 4,0 m, ocorreram dois níveis de estimativas: o nível mais preciso, que é formado pelo modelo de Clutter (o mais eficiente) e pelo polinômio do quinto grau e outro onde ficaram os demais modelos. A diminuição do comprimento

proporcionou uma homogeneização das estimativas, porém nenhuma mereceu destaque. As mais precisas foram as estimativas da spline cúbica e do polinômio do quinto grau, respectivamente.

QUADRO 2.8. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 18 a 25 cm, com toras de 2,4 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	3	0,45666	0,15222	8,889	0,0004
Árvores	8	0,03288	0,00411	0,240	0,9788
Erro <sub>1</sub>	24	0,41097	0,01712		
Modelos	5	0,06698	0,01340	6,239	0,0000
Modelos x CLD	15	0,14809	0,00987	4,598	0,0000
Erro <sub>2</sub>	160	0,34354	0,00215		
Total	215	1,45911			

$R^2 = 0,7646$   
 $CV_1 = 51,39 \%$   
 $CV_2 = 18,20 \%$

A seguir, será analisada a eficiência dos modelos para estimar o volume de toras dentro da classe de sortimento compreendida entre 25 e 35 cm de diâmetro com casca na extremidade mais fina da tora. Este produto representa, teoricamente, a base da árvore, avaliando-se assim o desempenho destes em modelar esta porção do fuste. Desta feita, novamente não foi possível contemplar todas as classes de diâmetros do estudo, em função das pequenas dimensões dos indivíduos nas menores

classes. Sendo assim, os delineamentos foram realizados tão somente para as duas últimas classes.

Nos Quadros 2.10 e 2.11 estão apresentadas as análises de variância para os dois delineamentos estatísticos (a diferença está nos comprimento de toras), verificando-se que a interação classe de diâmetro x modelo não foi significativa para ambos os delineamento. Entretanto, o teste de Scott e Knott (Quadro 2.12.) mostra que são formados dois grupos distintos de médias, para as duas classes de diâmetro. A diminuição do comprimento da tora proporcionou uma maior variação das estimativas como nos casos anteriores, o que pode ser conferido através do C.V. e do teste de Scott e Knott.

QUADRO 2.9. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial compreendido na classe de produto de 18 a 25 cm de diâmetro na extremidade mais fina de toras de comprimento de 4,0 e 2,4 m, para *Pinus elliottii*, segundo as classes de diâmetro.

Classes de Diâmetro (cm)	Métodos	Médias - toras 4,0 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)	Médias - toras 2,4 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
20 —  25	Cubagem	0,15779	1	0,22880	2
	Spline cúbica	0,16384	1	0,15767	1
	M. de Burkhart	0,18280	1	0,20970	2
	M. de Clutter	0,18909	1	0,20066	2
	P. quinto grau	0,19271	1	0,21351	2
	P. Hradetzki	0,23547	1	0,26159	3
25 —  30	Cubagem	0,31643	1	0,30876	2
	Spline cúbica	0,47804	2	0,34944	2
	M. de Burkhart	0,32546	1	0,28547	1
	M. de Clutter	0,31620	1	0,27979	1
	P. quinto grau	0,37531	1	0,32927	2
	P. Hradetzki	0,34920	1	0,31896	2
30 —  35	Cubagem	0,25199	1	0,24383	1
	Spline cúbica	0,37506	1	0,35526	2
	M. de Burkhart	0,30312	1	0,23740	1
	M. de Clutter	0,30120	1	0,26832	1
	P. quinto grau	0,29911	1	0,27653	1
	P. Hradetzki	0,33254	1	0,34441	2
35 —  40	Cubagem	0,23314	1	0,17239	1
	Spline cúbica	0,20401	1	0,20061	1
	M. de Burkhart	0,28833	2	0,21940	1
	M. de Clutter	0,23518	1	0,22069	1
	P. quinto grau	0,22897	1	0,20633	1
	P. Hradetzki	0,32113	2	0,22284	1

Na classe de 30 a 35 cm, comprimento de 4,0 m, os modelos testados mostraram-se eficientes, constatando-se a superioridade da spline

cúbica e do modelo de Hradetzki em relação aos demais. Diminuindo o comprimento, a spline cúbica e o modelo de Hradetzki ficam num patamar inferior de precisão. Os outros modelos foram mais precisos, sendo que o de Clutter teve a melhor média, seguido pelo polinômio do quinto grau e pelo modelo de Burkhart. Uma outra constatação a ser salientada é a de que o volume real aumentou com a diminuição do comprimento das toras, sendo esta a mesma tendência das estimativas, inclusive a spline cúbica.

QUADRO 2.10. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 25 a 35 cm, com toras de 4,0 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	1	2,85399	2,85399	66,734	0,0000
Árvores	8	0,85312	0,10664	2,494	0,1089
Erro <sub>1</sub>	8	0,34213	0,04277		
Modelos	5	0,03941	0,00788	1,049	0,3951
Modelos x CLD	5	0,04814	0,00963	1,281	0,2804
Erro <sub>2</sub>	80	0,60133	0,00752		
Total	107	4,73813			

$$R^2 = 0,8731$$

$$CV_1 = 36,65 \%$$

$$CV_2 = 15,37 \%$$

QUADRO 2.11. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume (m<sup>3</sup>) na classe de sortimento de 25 a 35 cm, com toras de 2,4 m de comprimento.

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	1	2,09644	2,09644	24,177	0,0012
Árvores	8	0,33373	0,04172	0,481	0,8395
Erro <sub>1</sub>	8	0,69369	0,08671		
Modelos	5	0,27727	0,05545	4,669	0,0009
Modelos x CLD	5	0,06459	0,01292	1,088	0,3737
Erro <sub>2</sub>	80	0,95015	0,01188		
Total	107	4,41586			

$$R^2 = 0,7848$$

$$CV_1 = 50,11 \%$$

$$CV_2 = 18,55 \%$$

Na última classe, considerando o comprimento de 4,0 m para as simulações, verifica-se que as estimativas foram eficientes, apesar da discrepância da média obtida com a spline cúbica. A média que mais se aproximou do volume real foi a do modelo de Hradetzki, seguido pela do modelo de Burkhart e a do polinômio do quinto grau. Para o outro comprimento de tora, os modelos tiveram um diminuição no desempenho das estimativas, salvo o modelo de Burkhart e a spline cúbica, que foram mais eficientes.

QUADRO 2.12. Aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial compreendido na classe de produto de 25 a 35 cm de diâmetro na extremidade mais fina de toras de comprimento de 4,0 e 2,4 m para *Pinus elliottii*, segundo as classes de diâmetro.

Classes de Diâmetro (cm)	Métodos	Médias - toras 2,4 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)	Médias - toras 4,0 m (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
30 —  35	Cubagem	0,37243	1	0,47972	2
	Spline cúbica	0,37243	1	0,33893	1
	M. de Burkhart	0,42119	1	0,49687	2
	M. de Clutter	0,42792	1	0,48424	2
	P. quinto grau	0,43107	1	0,46544	2
	P. Hradetzki	0,38489	1	0,42472	2
35 —  40	Cubagem	0,69149	1	0,71184	1
	Spline cúbica	0,78903	1	0,66877	1
	M. de Burkhart	0,71796	1	0,72827	1
	M. de Clutter	0,73563	1	0,80780	2
	P. quinto grau	0,72223	1	0,79450	2
	P. Hradetzki	0,70431	1	0,65066	1

Como mostram os resultados, o comportamento dos modelos sofrem uma grande influência das variações aqui testadas, não sendo possível determinar qual ou quais deles tiveram um melhor desempenho geral. Assim, para cada situação há uma alternativa diferente de modelo para estimar o volume. No trabalho de Cao, Burkhart e Max (1980), também não houve modelos que se sobressaíssem sobre os demais, e cada objetivo (estimativa volumétrica para várias alturas e volume até diâmetro mínimo comercial) teve o seu próprio “ranking”, evidenciando o comportamento diferenciado dos modelos para cada uma das alternativas propostas.

### **b) Estimativas volumétricas para diâmetro mínimo comercial**

Uma alternativa de se obter volumes comerciais ocorre através do diâmetro mínimo comercial, que consiste em pré-estabelecer diâmetros ao longo do perfil e proceder com a simulação para os volumes até estes pontos. Este procedimento, em função das suas características, não permite uma visão mais detalhada a respeito da classificação do estoque de toras, como na alternativa apresentada anteriormente. Entretanto, pode ser estimado o número de toras até o diâmetro considerado e computado dentro de um diâmetro mínimo comercial. Desta forma, o uso de cada um destes procedimentos dependerá da valorização do realce biométrico no processo de diagnóstico do potencial madeireiro.

A seguir, são descritas as simulações para o volumes parciais e total da árvore. Ao examinar as estimativas obtidas para o volume total da árvore, nota-se que houve uma pequena variação entre os modelos estudados, demonstrando que as estimativas são comparáveis às tradicionais equações de volume, bastando comparar as estimativas para Burkhart e Clutter, as quais são obtidas pela equação de volume (Quadro 2.14). Conforme mostram os resultados do delineamento estatístico, verifica-se que a variação das estimativas de volume total são muito pequenas, apresentando um coeficiente de variação inferior a 5% e, mesmo assim, a interação modelos x classe de diâmetro foi significativa (Quadro 2.13). No entanto, ao analisar o resultado do teste de Scott e Knott (Quadro 2.14), percebe-se que a diferença entre as médias acusada na análise de variância advém de uma única discrepância decorrente do

modelo de Hradetzki, na classe de 20 a 25 cm. Excluindo a singularidade do modelo de Hradetzki, a amplitude dos desvios das médias não ultrapassou a casa dos 4% de erro.

Estas constatações vêm confirmar que a integração das funções de forma podem gerar estimativas acuradas do volume total da árvore (polinômios do quinto grau e de Hradetzki), o que contribui para romper certos paradigmas sobre a quantificação do volume total pelo uso tradicional das equações de volume ou fator de forma médio, podendo reverter-se em uma alternativa viável e mais flexível de estimativas volumétricas para o povoamento florestal.

QUADRO 2.13. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume total (m<sup>3</sup>).

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	4	25,76743	6,44186	208,304	0,0000
Árvores	8	0,84999	0,10625	3,436	0,0058
Erro <sub>1</sub>	32	0,98961	0,03093		
Modelos	4	0,00356	0,00089	1,173	0,3247
Modelos x CLD	16	0,04469	0,00279	3,680	0,0000
Erro <sub>2</sub>	160	0,12146	0,00076		
Total	224	27,77674			

$$R^2 = 0,9956$$

$$CV_1 = 27,06 \%$$

$$CV_2 = 4,24 \%$$

QUADRO 2.14. Resultado da aplicação do teste de Scott e Knott para o volume total da árvore de *Pinus elliottii*, segundo as classes de diâmetro.

Classe de diâmetro (cm)	Métodos	Médias (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
15 —  20	Cubagem rigorosa	0,18776	1
	Spline cúbica	0,18216	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,18564	1
	P. quinto grau	0,19130	1
	P. Hradetzki	0,18876	1
20 —  25	Cubagem rigorosa	0,39963	1
	Spline cúbica	0,40031	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,39287	1
	P. quinto grau	0,39451	1
	P. Hradetzki	0,46713	2
25 —  30	Cubagem rigorosa	0,62771	1
	Spline cúbica	0,63124	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,62183	1
	P. quinto grau	0,60831	1
	P. Hradetzki	0,60726	1
30 —  35	Cubagem rigorosa	0,87444	1
	Spline cúbica	0,88997	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,88906	1
	P. quinto grau	0,89659	1
	P. Hradetzki	0,88934	1
35 —  40	Cubagem rigorosa	1,15863	1
	Spline cúbica	1,15146	1
	M. de Burkhart / Clutter	1,14410	1
	P. quinto grau	1,13401	1
	P. Hradetzki	1,12984	1

Visando seguir a mesma lógica anterior, foram realizadas simulações para se avaliar o desempenho dos modelos ao longo do perfil da árvore. Para a simulação do volume comercial até o diâmetro mínimo de 8 cm com casca, observa-se que as estimativas tiveram o mesmo padrão de comportamento das obtidas para o volume total, com uma

pequena amplitude de variação entre as estimativas (Quadros 2.15 e 2.16). À exceção da média do modelo de Hradetzki na classe de 20 a 25 cm, os volumes médios das estimativas dos modelos testados proporcionaram desvios inferiores a 4% do volume real (Quadro 2.16).

Para o volume até 18 cm, verifica-se que houve uma diminuição de eficiência dos modelos, embora as estimativas continuem acuradas (Quadros 2.17 e 2.18). Na classe de 20 a 25 cm, o polinômio do quinto grau e as razões de volume foram mais precisos nas estimativas. Nas demais classes de diâmetro, as estimativas tiveram erros inferiores a 5%, salvo o modelo de Hradetzki, na classe de 25 a 30 cm, com erro igual a 7,34% em relação ao volume real.

QUADRO 2.15. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume comercial até 8 cm de diâmetro com casca (m<sup>3</sup>).

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	4	26,03487	6,50872	213,173	0,0000
Árvores	8	0,85939	0,10742	3,518	0,0050
Erro <sub>1</sub>	32	0,97704	0,03053		
Modelos	4	0,00535	0,00134	1,741	0,1436
Modelos x CLD	16	0,04929	0,00308	4,009	0,0000
Erro <sub>2</sub>	160	0,12295	0,00077		
Total	224	28,04889			

$$R^2 = 0,9956$$

$$CV_1 = 27,19 \%$$

$$CV_2 = 4,31 \%$$

QUADRO 2.16. Resultado da aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial de *Pinus elliottii* até 8 cm de diâmetro com casca, segundo as classes de diâmetro.

Classe de diâmetro (cm)	Métodos	Médias (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
15 —  20	Cubagem rigorosa	0,17846	1
	Spline cúbica	0,17259	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,17466	1
	P. quinto grau	0,17792	1
	P. Hradetzki	0,17928	1
20 —  25	Cubagem rigorosa	0,39364	1
	Spline cúbica	0,39217	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,38399	1
	P. quinto grau	0,38418	1
	P. Hradetzki	0,46494	2
25 —  30	Cubagem rigorosa	0,62188	1
	Spline cúbica	0,62497	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,61466	1
	P. quinto grau	0,60136	1
	P. Hradetzki	0,59851	1
30 —  35	Cubagem rigorosa	0,86956	1
	Spline cúbica	0,88361	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,88260	1
	P. quinto grau	0,88999	1
	P. Hradetzki	0,88030	1
35 —  40	Cubagem rigorosa	1,15440	1
	Spline cúbica	1,14526	1
	M. de Burkhart / Clutter	1,13858	1
	P. quinto grau	1,12770	1
	P. Hradetzki	1,12946	1

QUADRO 2.17. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume comercial até 18 cm de diâmetro com casca (m<sup>3</sup>).

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	3	16,68298	5,56099	184,714	0,0000
Árvores	8	0,91959	0,11495	3,818	0,0051
Erro <sub>1</sub>	24	0,72254	0,03011		
Modelos	4	0,00818	0,00205	1,538	0,1950
Modelos x	12	0,04773	0,00398	2,991	0,0010
CLD					
Erro <sub>2</sub>	128	0,17025	0,00133		
Total	179	18,55127			

$$R^2 = 0,9908$$

$$CV_1 = 26,68 \%$$

$$CV_2 = 5,61 \%$$

QUADRO 2.18. Resultado da aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial de *Pinus elliottii* até 18 cm de diâmetro com casca, segundo as classes de diâmetro.

Classe de diâmetro (cm)	Métodos	Médias (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
20 —  25	Cubagem rigorosa	0,24103	1
	Spline cúbica	0,21906	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,24622	1
	P. quinto grau	0,24098	1
	P. Hradetzki	0,28701	1
25 —  30	Cubagem rigorosa	0,51876	2
	Spline cúbica	0,53789	2
	M. de Burkhart / Clutter	0,50341	1
	P. quinto grau	0,49319	1
	P. Hradetzki	0,48070	1
30 —  35	Cubagem rigorosa	0,76953	1
	Spline cúbica	0,80486	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,78243	1
	P. quinto grau	0,78540	1
	P. Hradetzki	0,79243	1
35 —  40	Cubagem rigorosa	1,07787	1
	Spline cúbica	1,07873	1
	M. de Burkhart / Clutter	1,05300	1
	P. quinto grau	1,04137	1
	P. Hradetzki	1,05422	1

Para o volume até 25 cm, observa-se também que a variação entre as médias é pequena, tendo os modelos proporcionado estimativas precisas dos volumes (Quadros 2.19 e 2.20). Na classe de 30 a 35 cm, houve formação de dois grupos distintos de médias, ficando o polinômio do quinto grau e as razões de volume num patamar de precisão maior em relação aos outros modelos (spline cúbica e modelo de Hradetzki). Na classe seguinte, todos os modelos tiveram desempenho acurado nas estimativas de volume, merecendo destaque o polinômio do quinto grau, embora os erros relativos dos demais modelos tenham sido inferiores a 5% do volume real.

QUADRO 2.19. Análise de variância para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas - volume comercial até 25 cm de diâmetro com casca (m<sup>3</sup>).

F. V.	G. L.	SQ	QM	F	Pr > F
CLD	1	3,98171	2,98171	82,743	0,0000
Árvores	8	0,82189	0,10274	2,851	0,0798
Erro <sub>1</sub>	8	0,28829	0,03604		
Modelos	4	0,01898	0,00474	1,362	0,2571
Modelos x CLD	4	0,04476	0,01119	3,212	0,0182
Erro <sub>2</sub>	64	0,22296	0,00348		
Total	89	4,37858			

$$R^2 = 0,9491$$

$$CV_1 = 27,10 \%$$

$$CV_2 = 8,43 \%$$

QUADRO 2.20. Resultado da aplicação do teste de Scott e Knott para o volume comercial de *Pinus elliottii* até 25 cm de diâmetro com casca, segundo as classes de diâmetro.

Classe de diâmetro (cm)	Métodos	Médias (m <sup>3</sup> )	Scott e Knott (P>0,05)
30 —  35	Cubagem rigorosa	0,52532	2
	Spline cúbica	0,48368	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,55690	2
	P. quinto grau	0,53393	2
	P. Hradetzki	0,49269	1
35 —  40	Cubagem rigorosa	0,89387	1
	Spline cúbica	0,92506	1
	M. de Burkhart / Clutter	0,86030	1
	P. quinto grau	0,88276	1
	P. Hradetzki	0,85071	1

Fica demonstrada neste trabalho, a importância da investigação prévia da consistência dos modelos de afilamento na estimativa de volumes comerciais. Em decorrência das irregularidades apresentadas pelos modelos testados, para os diferentes cenários abordados, sugere-se que num processo preditivo de volume seja considerada, após uma criteriosa análise estatística dos modelos, a forma diferencial dos modelos no contexto das estimativas dos multiprodutos a serem mensurados no povoamento florestal e suas implicações referentes à compatibilidade das estimativas no resultado final da simulação.

Os resultados obtidos para as estimativas de volume parcial da árvore em classes de sortimentos e até uma bitola mínima comercial corroboram com os observados por Gál e Bella (1995), cujas estimativas por classes de sortimentos foram menos acuradas do que as estimativas

para o volume comercial até o diâmetro mínimo. Extensivo a este fato, os resultados das simulações deste estudo demonstram a mesma resposta obtida por Cao, Burkhart e Max (1980), Trincado, Gadow e Tewari (1996), Kosak e Smith (1993), Gál e Bella (1994), quando procederam com a avaliação de modelos de forma para estimar volumes, não sendo observadas tendências de supremacia de um único modelo para os diferentes objetivos propostos (estimativas de diâmetro ao longo do fuste, sortimentos ou de volume até um diâmetro mínimo).

### **2.3.3 Influência do comprimento da tora no aproveitamento volumétrico da árvore**

Este estudo visa apresentar a formação dos sortimentos a partir do comprimento das seções no tronco da árvore, ao longo das classes de diâmetro, no sentido de evidenciar a importância do conhecimento das diferentes opções de aproveitamento da árvore referentes à racionalização do material lenhoso no povoamento florestal. Assim, interpretar a influência do comprimento da tora no aproveitamento do material lenhoso dentro de uma amplitude de sortimentos permite não só visualizar as alternativas e opções de uso da floresta, como também propicia correlacionar estas opções às dimensões dos indivíduos (classes de diâmetro), possibilitando compreender melhor a distribuição espacial dos produtos na estrutura da floresta e aos fatores envolvidos com o crescimento e desenvolvimento do povoamento florestal (qualidade de sítio, intervenções silviculturais, condições de competição, etc.). Na

medida em que estas informações vão sendo depuradas, os problemas de tomadas de decisão para a colheita florestal e regimes de manejo ficam mais transparentes, viabilizando a integração floresta-indústria. Desta forma, basta que seja testada a aderência das simulações com os parâmetros do povoamento.

Para esta simulação foram considerados dois comprimentos de toras, mas tais estudos podem contemplar outros fatores além do comprimento, incorporando ao sistema simulador características interativas como a combinação entre diâmetro e comprimento, de tal forma a otimizar o aproveitamento pelo seccionamento diferenciado do fuste em função da bitola da tora, como é o exemplo do trabalho de Schneider et al. (1996).

Neste estudo, os resultados apresentados demonstram que a diminuição do comprimento favoreceu o aproveitamento de produtos com maiores dimensões, além de proporcionar um maior aproveitamento do fuste. Verifica-se que o ganho relativo dos sortimentos de maiores dimensões são mais pronunciados à medida em que a classe de diâmetro aumenta.

QUADRO 2.21. Influência do comprimento da tora no aproveitamento volumétrico (m<sup>3</sup>) dos multiprodutos de *Pinus elliotti*, segundo as classes de diâmetro.

CLASSE 15 —  20						
C. da tora	V08	V18	V25	V35	VC	VT
4,0 m	0,1619 (86,2%)				0,1619 (86,2%)	0,1878
2,4 m	0,1500 (79,9%)	0,0168 (9,0%)			0,1669 (88,9%)	0,1878
CLASSE 20 —  25						
C. da tora	V08	V18	V25	V35	VC	VT
4,0 m	0,1938 (48,5%)	0,1567 (39,2%)			0,3505 (87,7%)	0,3996
2,4 m	0,1423 (35,6%)	0,2288 (57,3%)			0,3711 (92,9%)	0,3996
CLASSE 25 —  30						
C. da tora	V08	V18	V25	V35	VC	VT
4,0 m	0,1167 (18,6%)	0,3164 (50,4%)	0,1229 (19,6%)		0,5560 (88,6%)	0,6277
2,4 m	0,0991 (15,8%)	0,3088 (49,2%)	0,1716 (27,3%)		0,5794 (92,3%)	0,6277
CLASSE 30 —  35						
C. da tora	V08	V18	V25	V35	VC	VT
4,0 m	0,1360 (15,6%)	0,2509 (28,7%)	0,3713 (42,5%)		0,7582 (86,7%)	0,8744
2,4 m	0,0963 (11,0%)	0,2438 (27,9%)	0,4797 (54,9%)		0,8198 (93,8%)	0,8744

CLASSE 35 — 40						
C. da tora	V08	V18	V25	V35	VC	VT
4,0 m	0,1041 (9,0%)	0,2320 (20,0%)	0,6915 (59,7%)		1,0277 (88,7%)	1,1586
2,4 m	0,0693 (6,0%)	0,1724 (14,9%)	0,7118 (61,4%)	0,1314 (11,3%)	1,0850 (93,6%)	1,1586

V08 = classe de sortimento de 8 a 18 cm : V18 = classe de sortimento de 18 a 25 cm

V25 = classe de sortimento de 25 a 35 cm : V35 = classe de sortimento de diâmetro > 35 cm : VT = volume total

Constatou-se também que há um aproveitamento diferenciado por entre as classes de diâmetro, como por exemplo na classe 20 a 25 cm, onde a redução de comprimento de 4,0 m para 2,4 m proporcionou um aumento no aproveitamento da classe de sortimento de 18 a 25 cm em 18,1%. Já na classe de diâmetro de 35 a 40 cm, chega-se a aproveitar 11,3% da árvore para o sortimento com diâmetro acima de 35 cm. Desta feita, evidencia-se a importância do conhecimento das implicações das simulações em relação ao volume aproveitável do fuste.

## **2.4 CONCLUSÃO**

Os modelos testados mostraram ser mais eficientes para estimar volume até um diâmetro mínimo comercial do que para classes de sortimentos, sendo sugerido o estudo prévio da qualidade das estimativas para os diferentes parâmetros (volumes) a serem avaliados no povoamento florestal.

De acordo com a classe de diâmetro, produto a ser estimado e comprimento de tora, os modelos testados tiveram comportamentos diferentes. Assim, não há um modelo que possa ser caracterizado como o de melhor “performance”, pois ora um se sobressaia sobre os demais, ora outro era o melhor, dependendo da situação a ser considerada.

A diminuição do comprimento da tora de 4,0 m para 2,4 m, favoreceu o aproveitamento de sortimento com maiores dimensões e um maior aproveitamento do fuste, embora torne-se um fator a ser estudado em outras situações.

O uso de vários modelos para estimar os diferentes produtos na árvore pode resultar em estimativas mais acuradas do que a aplicação de um único modelo de forma.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMATEIS, R.L.; BURKHART, H.E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p.190-192, 1987.
- CAMPOS, J.C.C.; RIBEIRO, J.C. Avaliação de dois modelos de *taper* em árvores de *Pinus patula*. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 6, n. 2, p. 140-149, 1982.
- CAO, Q.V.; BURKHART, H.E.; MAX, T.A. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. **Forest Science**, Washington, v. 26, n. 1, p. 71-80, 1980.
- CLUTTER, J.L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, Washington, v. 26, n. 1, p.117-120, 1980.
- FERNANDO VELÁZQUEZ, M. Un fichero para construir splines con derive. **Epsilon Pi Tau**, Bowling Green, n. 29, p. 27-35, 1994.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Number of diameters required to represent stem profiles using interpolated cubic splines. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 26, p. 1113-1121, 1996a.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p. 39-46, 1996b.

FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, C.G. de; MOURA, J.B. de; CUNHA, U.S. da. Conversão de equações de volume em equações de forma compatíveis para *Pinus elliotti*. In: CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1, CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7, Curitiba, 1993. **Anais...** Curitiba: SBS-SBEF, 1993. p. 501-503.

FINGER, C.A.G.; ZANON, M.L.B.; SCHNEIDER, P.R.; KLEIN, J.E.M.K.; COELHO, M.C.B. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na depressão central e encosta do sudeste do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 25, n. 3, p. 399-403, 1995.

GÁL, J.; BELLA, I.E. **New stem taper functions for 12 Saskatchewan timber species**. Edmonton: Canadian Forest Service, 1994. 25p. (Information Report NOR-X-338).

GÁL, J.; BELLA, I.E. Evaluation of stem taper functions for estimating log volume assortments. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 71, n. 6, p. 743-746, 1995.

GOLFARI, L.; CASER, R.L.; MOURA, V.P.G. **Zoneamento ecológico esquemático para florestamento no Brasil**. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66p.

GUIMARÃES, D.P. **Uso de curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma espécies florestais**. Centro de Pesquisa Agropecuária dos Cerrados, Planaltina, 1982. 24p. (Boletim de Pesquisa, 14).

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do estado do Paraná**. Londrina, 1994. 49p. (Documentos, 18).

KIRCHNER, F.F.; FIGUEIREDO FILHO, A.F.; SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S.A.; MITISHITA, E.A. O uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**, Curitiba, v. 19, n. 1, p. 116-122, 1989.

KOSAK, A; SMITH, J.H.G. Standards for evaluations taper estimating systems. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 69, n. 4, p. 438-444, Aug. 1993.

LEITE, H.C.; GUIMARÃES, D.P.; CAMPOS, J.C.C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, n. 19, n. 1, p. 65-79, 1995.

LEITE, H.G. **Conversão de troncos em multiprodutos da madeira, utilizando programação dinâmica**. Viçosa: UFV, 1994. 230p. (Tese - Doutorado em Ciência Florestal).

LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; PAULA JUNIOR, G.G. de. Emprego em um modelo de programação dinâmica para conversão de troncos em multiprodutos da madeira. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 19, n. 4, p.170-180, 1995.

LIU, C.J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**, Washington, v. 26, n. 3, p. 361-369, 1980.

MAACK, R. **Geografia física do estado do Paraná**. 2. ed. Rio de Janeiro, J. Olympo; Curitiba. Secretaria da Cultura e do Esporte do Paraná, 1981. 450p.

MCTAGUE, J.P.; BATISTA, J.L.F.; STEINER, L.H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de Eucalyptus nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, Piracicaba, v. 41/42, p. 56-63, 1989.

ROSOT, M.A.D. **Estudo comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamento de *Pinus taeda* L.** Curitiba: UFPr. Setor de Ciências Agrárias, 1989. 163p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

SCHNEIDER, P.R. Forma de tronco e sortimentos para *Pinus elliottii* Engelm., da Floresta Nacional de Passo Fundo, Rio Grande do Sul. **Acta Forestalia Brasiliensis**, Curitiba, v. 1, n. 1, p. 43-64, jun. 1986.

SCHNEIDER, P.R.; FINGER, C.A.G.; KLEIN, J.E.M.; TOTTI, J.A.; BAZZO, J.L. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.6, n. 1, p. 79-88, nov. 1996.

SCOLFORO, J.R.S. **Modelo de Prognose com simulador de desbaste para *Pinus taeda* e *Pinus elliottii***. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997. 75p.

SCOTT, A.J.; KNOTT, M. A cluster analysis method for grouping means in the analysis of variance. **Biometrics**, Washington, v. 30, p. 505-512, Sept. 1974.

TRINCADO, G.; GADOW, K.v.; TEWARI, V.P. Comparison of three stem profile equations for *Quercus robur* L. **South African Forestry Journal**, Pretoria, n. 177, p. 23-29, Nov. 1996.