



**MISLAINE DO CARMO CARDOSO**

**SIGNIFICAÇÕES GERADAS EM SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM DE  
CONCEITOS DA GEOMETRIA**

**LAVRAS - MG**

**2025**

**MISLAINE DO CARMO CARDOSO**

**SIGNIFICAÇÕES GERADAS EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE  
APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DA GEOMETRIA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas pedagógicas e formação docente, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade  
Orientador

**LAVRAS - MG  
2025**

**Ficha Catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração  
de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com  
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

do Carmo Cardoso, Mislaine.

Significações geradas em situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos da geometria / Mislaine do Carmo Cardoso. - 2025.

136 p. : il.

Orientador: José Antônio Araújo Andrade

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2025.

Bibliografia.

1. Geometria. 2. Teoria histórico-cultural. 3. Atividade orientadora de ensino. I. Araújo Andrade, José Antônio. II. Universidade Federal de Lavras. III. Título.

**MISLAINE DO CARMO CARDOSO**

**SIGNIFICAÇÕES GERADAS EM SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE  
APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DA GEOMETRIA**


**MEANINGS GENERATED IN TRIGGERING LEARNING SITUATIONS (TLS)  
IN THE FIELD OF GEOMETRY CONCEPTS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração em Práticas pedagógicas e formação docente, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 27 de março de 2025

Prof. Dr. Leonardo Lago

Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura

 Documento assinado digitalmente  
JOSE ANTONIO ARAUJO ANDRADE  
Data: 23/06/2025 10:44:08-0300  
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade

Orientador

**LAVRAS - MG  
2025**

À minha amada filha Maria Alice e ao meu  
saudoso pai, estrelas que iluminam minha  
vida.

## AGRADECIMENTOS

A caminhada que trilhei até aqui foi muito mais do que acadêmica. Foi afetiva, espiritual, profunda. Cada passo, cada página, cada madrugada de escrita carregava memórias, dores, sonhos e muitas mãos invisíveis que me sustentaram.

Primeiramente, agradeço a Deus, que me amparou quando as forças vacilaram e me fez lembrar, como na canção do padre Fábio de Melo, que *"tudo posso, naquele que me fortalece"*. Sua presença silenciosa e constante me deu coragem quando pensei em desistir.

Ao meu querido pai Carminho, que mesmo ausente fisicamente, esteve comigo a cada conquista. Sua sabedoria simples, seu amor pela estrada, sua dedicação à família foram e sempre serão parte da minha força. À minha filha Maria Alice, que partiu cedo demais, mas me ensinou mais do que palavras podem expressar.

Ao meu marido, meu porto seguro, obrigada por suportar as ausências, os silêncios, as pilhas de livros espalhados pela casa, e por nunca deixar de acreditar em mim. Aos meus filhos Davi Augusto, Ana Liz e Theo Augusto, que foram luz nos dias escuros e alegria em meio ao cansaço. Vocês são a força que impulsiona os meus dias.

Ao meu irmão Marcos, meu primeiro "aluno", meu primeiro desafio como educadora. Ensinar você foi descobrir uma paixão que jamais me deixou. Obrigada por ser parte do começo e, de certa forma, do destino.

Ao meu orientador, José Antônio Araújo Andrade, por sua dedicação, personalidade e orientações precisas, que não apenas enriqueceram esta pesquisa, mas também fortaleceram minha trajetória acadêmica. Sua confiança no meu trabalho foi essencial para que eu pudesse avançar com segurança e compromisso.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelas contribuições valiosas durante este percurso, que ampliaram minha visão e compreensão acerca da pesquisa e do ensino.

Aos colegas de pesquisa e de jornada acadêmica, pela partilha de ideias, pelas trocas de experiências e pelo apoio mútuo, que tornaram este processo mais enriquecedor e significativo.

Às minhas queridas amigas Gizelda Andrade, Helaina Vinhas e Priscila Bibiano que me estenderam a mão quando precisei, ouviram desabafos, vibraram comigo e oraram por mim. Gratidão pelo incentivo e por acreditarem em meu potencial.

Aos estudantes que participaram desta pesquisa, pois sem eles este trabalho não teria se concretizado. Suas interações, reflexões e aprendizagens foram fundamentais para a construção deste estudo.

E a ela — à menina de 1988, que passava horas brincando de escolinha com cadernos riscados e bonecas alinhadas. A você, minha criança sonhadora, eu digo: conseguimos! Cada folha rabiscada, cada aluno imaginário, cada brincadeira era profecia do que viria. Obrigada por não desistir de brincar, de sonhar e de ensinar.

Essa dissertação não é só um produto acadêmico. É um pedaço da minha história. Uma travessia feita com lágrimas, fé, amor e muita esperança. E se hoje posso dizer que cheguei até aqui, é porque nunca estive sozinha.

## RESUMO

Na presente pesquisa analisou-se as significações geradas por estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental, em situações desencadeadoras de aprendizagem do campo de conceitos da Geometria. Com base nos pressupostos teóricos do materialismo histórico-dialético de Karl Marx, na teoria histórico-cultural de Lev Vigotski, nos estudos de Alexei Leontiev, Vasily Davýdov e Pável Kopnin, desenvolveu-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, em uma turma de quarto ano de uma escola pública do interior de Minas Gerais. Os objetivos específicos são: compreender os elementos que evidenciam a formação do pensamento matemático dos estudantes (pensamento geométrico); identificar quais elementos da intervenção pedagógica corroboram para suscitar a atividade de estudos; e analisar o papel dos elementos de mediação (instrumentos e signos) mobilizados na produção das significações acerca do campo conceitual explorado no processo ensino aprendizagem. O objeto de investigação desta pesquisa foi o desenvolvimento do pensamento de estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental, a partir de significações em situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos de geometria. Essas situações buscaram compreender que significações produzidas por estudantes do ensino fundamental, em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem de conceitos de geometria, corroboram para o desenvolvimento do pensamento. A Unidade Didática desenvolvida trata-se de uma contação de história infantil, envolvendo situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que explorou o desenvolvimento lógico e histórico de conceitos estruturantes da Geometria. A partir do livro de história infantil criada pela professora-pesquisadora, “As férias no sítio do vovô Carminho”, os estudantes foram levados para uma viagem, desde os primórdios da humanidade, o que procurou demonstrar a constituição da geometria ao longo do tempo, em diferentes culturas e épocas. Os dados foram constituídos pelos registros da pesquisadora no diário de campo, do registro produzido pelos estudantes durante as SDA e pela transcrição das gravações realizadas durante os processos de significação estabelecidos. A análise dos dados foi realizada inicialmente por meio da metodologia denominada Núcleos de Significação. Posteriormente, juntou-se à análise por meio de episódios e cenas. Assim, observou-se a importância da organização das situações de modo que o conteúdo adquira significado para os estudantes, já que os processos de significação se dão pela interação. Na maioria das vezes, os estudantes expressaram o sentido que atribuíram ao conceito, ou seja, a maneira que internalizaram aquele conhecimento. Porém, por meio da interação e da mediação do professor, colegas, instrumentos ou signos, conseguiram também gerar conceitos com significados socialmente legitimados.

Palavras-chave: geometria; teoria histórico-cultural; teoria da atividade; atividade orientadora de ensino.

## ABSTRACT

This research analyzed the meanings generated by students in the fourth year of elementary school in situations that trigger learning in the field of Geometry concepts. Based on the theoretical assumptions of Karl Marx's historical-dialectical materialism, Lev Vygotsky's cultural-historical theory and the studies of Alexei Leontiev, Vasily Davýdov and Pável Kopnin, a qualitative study was carried out in a fourth grade class at a public school in the interior of Minas Gerais. The specific objectives are: to understand the elements that show the formation of the students' mathematical thinking (geometric thinking); to identify which elements of the pedagogical intervention corroborate the study activity; and to analyze the role of the elements of mediation (instruments and signs) mobilized in the production of meanings about the conceptual field explored in the teaching-learning process. The object of this research was the development of the thinking of students in the fourth year of elementary school, based on meanings in situations that trigger the learning of geometry concepts. These situations sought to understand which meanings produced by elementary school students in situations that trigger the learning of geometry concepts corroborate the development of their thinking. The Didactic Unit developed is a children's storytelling involving triggering learning situations (TLS) that explored the logical and historical development of structuring concepts in Geometry. Based on the children's story book created by the teacher-researcher, "Vacations at Grandpa Carminho's Farm", the students were taken on a journey from the dawn of humanity, which sought to demonstrate the constitution of geometry over time, in different cultures and eras. The data consisted of the researcher's records in the field diary, the records produced by the students during the SDA and the transcript of the recordings made during the processes of signification established. The data was initially analyzed using the methodology known as Nuclei of Meaning. Subsequently, analysis was added using episodes and scenes. The importance of organizing situations in such a way that the content acquires meaning for the students was observed, since the processes of meaning take place through interaction. Most of the time, the students expressed the meaning they attributed to the concept, in other words, the way they internalized that knowledge. However, through interaction and the mediation of the teacher, classmates, instruments or signs, they were also able to generate concepts with socially legitimized meanings.

Keywords: geometry; cultural-historical theory; activity theory; activity guiding teaching.

## INDICADORES DE IMPACTO

A presente pesquisa, de cunho qualitativo, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA), investigou as significações produzidas em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) do campo de conceitos da geometria. As situações desafiadoras foram elaboradas a partir de narrativas através de um livro de histórias infantil que visam engajar os estudantes de forma mais efetiva, tornando o aprendizado mais relevante e prazeroso, elementos cruciais para uma educação de qualidade e inclusiva. Ao desenvolver uma unidade didática com fundamentos pedagógicos sólidos, a pesquisa favorece a ressignificação do ensino de geometria, rompendo com práticas tradicionalmente mecânicas e descontextualizadas. A pesquisa contribui para uma educação de qualidade ao propor e analisar uma metodologia de ensino que busca aprofundar a compreensão conceitual da geometria, promovendo um aprendizado mais significativo e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Ao ser realizada em uma escola pública do interior de Minas Gerais, a pesquisa investiga estratégias pedagógicas que podem ser implementadas em contextos educacionais com recursos limitados. O sucesso da abordagem baseada em narrativas e desafios pode oferecer alternativas de baixo custo para melhorar a qualidade do ensino da matemática, contribuindo para a ressignificação do ensino de geometria. Embora a abordagem da pesquisa seja qualitativa, é possível caracterizar e, em potenciais desdobramentos, quantificar seus impactos: engajamento e interesse dos estudantes pela matemática, aumento da motivação e o prazer dos alunos no aprendizado da geometria, desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas. Além disso, tem-se um produto educacional inovador que pode ser compartilhado e adaptado em outras escolas públicas e projetos de extensão voltados à formação continuada de professores do Ensino Fundamental. A pesquisa demonstra a importância da articulação entre a universidade e a escola básica para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e contextualizadas. A valorização da escola pública e o reconhecimento dos estudantes como sujeitos ativos de sua aprendizagem são aspectos cruciais da pesquisa. Ao promover experiências significativas no ensino de matemática, a pesquisa também contribui para a formação de sujeitos mais críticos, criativos e participativos. Nesse sentido, os impactos extrapolam o espaço escolar, ao fortalecer o papel da educação como instrumento de transformação social e de acesso ao conhecimento científico e cultural historicamente produzido.

## IMPACT INDICATORS

This qualitative research, carried out in the Postgraduate Program in Science Teaching and Mathematics Education at the Federal University of Lavras (UFLA), investigated the meanings produced in Triggering Learning Situations (TLS) in the field of geometry concepts. The challenging situations were developed based on narratives in a children's storybook that aim to engage students more effectively, making learning more relevant and enjoyable, crucial elements for quality and inclusive education. By developing a didactic unit with solid pedagogical foundations, the research favors the reframing of geometry teaching, breaking with traditionally mechanical and decontextualized practices. The research contributes to quality education by proposing and analyzing a teaching methodology that seeks to deepen the conceptual understanding of geometry, promoting more meaningful learning and the development of higher-order thinking skills. By being carried out in a public school in the interior of Minas Gerais, the research investigates pedagogical strategies that can be implemented in educational contexts with limited resources. The success of the approach based on narratives and challenges can offer low-cost alternatives to improve the quality of mathematics teaching, contributing to the reframing of geometry teaching. Although the research approach is qualitative, it is possible to characterize and, in potential developments, quantify its impacts: student engagement and interest in mathematics, increased student motivation and enjoyment in learning geometry, development of critical thinking skills and problem solving. In addition, there is an innovative educational product that can be shared and adapted in other public schools and extension projects aimed at continuing training for elementary school teachers. The research demonstrates the importance of the link between the university and the elementary school in order to develop more effective and contextualized teaching practices. Valuing public schools and recognizing students as active subjects of their learning are crucial aspects of the research. By promoting meaningful experiences in math teaching, research also contributes to the formation of more critical, creative and participatory subjects. In this sense, the impacts go beyond the school space, strengthening the role of education as an instrument of social transformation and access to historically produced scientific and cultural knowledge.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	14
2.1	O papel dos instrumentos de mediação produzidos pela cultura humana.....	14
2.2	Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI) e mediação .....	15
2.3	Desenvolvimento do pensamento teórico.....	17
2.4	Sentidos pessoais, significados e significações .....	18
3	O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CAMPO DE CONCEITOS DA GEOMETRIA.....	21
3.1	Aspectos lógico-históricos da geometria desde as primeiras civilizações... ..	24
3.2	A Astronomia no desenvolvimento dos conceitos geométricos.....	26
3.3	Nexos conceituais.....	36
3.3.1	Forma.....	38
3.3.2	Medida.....	38
3.3.3	Visualização e representação: elementos indissociáveis.....	39
3.3.4	Invariância... ..	40
3.3.5	A composição e a decomposição do espaço.....	41
4	PERCURSO METODOLÓGICO... ..	42
4.1	Contexto da pesquisa e participantes.....	42
4.2	Instrumentos e procedimentos para a coleta de dados.....	43
4.3	Do conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA).....	43
4.4	Unidade Didática: As férias no sítio do vovô Carminho.....	45
4.4.1	O processo de criação das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA).....	47
4.5	Organização dos dados e procedimentos de análises... ..	49
5	UNIDADES DE ANÁLISE... ..	54
5.1	Os nexos conceituais na Unidade Didática... ..	54
5.2	Aprendizagem colaborativa.....	77
5.3	Nexos conceituais e Aprendizagem colaborativa: diálogos e significações.....	86
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	100
	REFERÊNCIAS .....	102
	ANEXOS.....	106

## 1 INTRODUÇÃO

Em determinadas ocasiões nas escolas, é notório a dificuldade acerca do ensino e aprendizagem da Matemática, às vezes, pela dificuldade do estudante, e em outros casos, pela incompreensão do professor, no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem. Conforme Sousa (2018, p. 46), “durante anos, os alunos entram e saem das aulas de Matemática com a sensação de que os conceitos matemáticos são fragmentados, não possuem história”.

Atentando-se para essa questão, a presente pesquisa tem como objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento teórico, a partir de significações geradas em situações desencadeadoras de aprendizagem do campo de conceitos da Geometria. Essa temática é relevante, pois, por muitas vezes, a Geometria fica ausente da sala de aula devido à dificuldade de alguns professores em ensiná-la ou ainda, pela difícil compreensão por parte dos estudantes. De acordo com Pavanello (1993, p. 7), no que tange ao ensino de conceitos de geometria, “muitos reservaram o final do ano letivo para a sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão”. No ensino fundamental I, os professores polivalentes, embora capacitados para lecionar diversas disciplinas, podem não ter aprofundamento específico em geometria. Essa falta de especialização pode resultar em insegurança e dificuldades no planejamento e execução de aulas dinâmicas e eficazes. Sob o mesmo ponto de vista Lorenzato afirma que,

considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (1995, p.3).

O estudo da geometria é indispensável para o pleno desenvolvimento do ser humano, já que ajuda na compreensão do mundo, desenvolve o raciocínio lógico e proporciona um melhor entendimento de outras áreas do conhecimento. Ademais, os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, uma vez que, por meio deles, o aluno desenvolve significados que lhe possibilita compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que ele está inserido (BRASIL, 2018, p. 51).

Na revisão bibliográfica realizada, entre janeiro de 2010 e setembro de 2024, foram analisadas pesquisas disponíveis nas seguintes bases de dados: Portal Periódicos Capes, com buscas utilizando os descritores teoria histórico Catálogo de Teses e-cultural e matemática; Dissertações da Capes e Google Acadêmico com os descritores geometria, histórico-cultural

e significações. No Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, foram apresentadas 35 pesquisas e após a aplicação de filtros referentes à grande área de conhecimento (multidisciplinar e ciências humanas) e área de conhecimento (Ensino de Ciências e Matemática, Educação, Ensino e Ensino-aprendizagem), foram encontradas 23 pesquisas que apresentavam relações com a perspectiva teórica histórico-cultural.

Evidencia-se a dissertação de Guimarães (2018), desenvolvida a partir da investigação realizada com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental em práticas de geometria na perspectiva lógico-histórica. Outra dissertação que chamou a atenção foi a de Pereira (2020), que trata de alunos dos anos iniciais. A dissertação de Fraga (2023) merece destaque por sua contribuição à formação docente, e principalmente, por ser inspiração para a análise dos dados desta pesquisa.

Esses estudos indicam que o ensino da geometria sob uma perspectiva lógica e histórica pode contribuir significativamente para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e promover mudanças substanciais no processo de aprendizagem. No entanto, a formação docente, frequentemente, não abrange esses conhecimentos. Nesse contexto, a relevância da presente pesquisa é justificada por diversos fatores. Através do livro de histórias fundamentado no desenvolvimento da geometria e das situações desafiadoras elaboradas em cada capítulo, os estudantes são instigados a vivenciar as necessidades que possam ter gerado os conceitos do campo de geometria. A abordagem utilizada permite que os estudantes se envolvam com conceitos geométricos de maneira natural, apoiando a apropriação do conhecimento em vez da simples memorização de regras e procedimentos. Além disso, ao se basear no desenvolvimento histórico da geometria, a pesquisa permite que os alunos compreendam os conceitos matemáticos como construções humanas, promovendo uma visão mais crítica e reflexiva sobre o conhecimento. Também enfatizamos a potencial contribuição da pesquisa para práticas pedagógicas inovadoras no ensino de matemática.

Desse modo, sob à luz da perspectiva histórico-cultural com os estudos de Vigotski, Kopnin, Leontiev e Davydov, almejou-se uma didática voltada para a aprendizagem da matemática, a partir da compreensão do movimento lógico e histórico de desenvolvimento da geometria. Nesse viés, considera-se a necessidade dos professores de Matemática em desenvolverem situações desencadeadoras de aprendizagem, visto que podem proporcionar aos alunos a possibilidade de compreender o mundo que os cerca; a partir do momento em que as abstrações forem se concebendo em conteúdo concreto para o pensamento. De acordo com Sousa (2018, p. 47),

ao considerarmos a unidade dialética apresentada no par lógico-histórico do movimento do pensamento, defendemos que esse movimento, durante toda a sua existência procura se aproximar do movimento que compõe o objeto em

estudo. Essa composição é individual e coletiva. É histórica e lógica. Construindo-se no dia-a-dia das mais diversas civilizações. Todo objeto do conhecimento humano, em seu desenvolvimento, contém, necessariamente, a unidade dialética lógica-histórica.

No decorrer do tempo, o conhecimento matemático cresceu e se transformou, trilhando uma constante evolução. Todavia, é imprescindível o questionamento: como o homem passou a pensar sobre determinado assunto? Conhecer o objeto de ensino na sua essência, pode trazer mais significado aos estudantes. Pereira (2012, p. 44) considera “uma alternativa didática promissora que o ensino da Matemática parta de sua história e das necessidades culturais que produziram suas teorias”.

Portanto, a ideia desse estudo partiu das inquietações da professora-pesquisadora que interessou-se em entender como essas estratégias metodológicas repercutem nos processos de significações dos estudantes.

## 2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

Os pressupostos teóricos-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural (THC), desenvolvida por Lev Vygotsky, tem origem epistemológica no materialismo histórico-dialético de Karl Marx. Para Dias (2019, p.154), “é dentro do materialismo histórico e da lógica dialética que se buscam os pressupostos epistemológicos para analisar a constituição do sujeito”. O materialismo histórico-dialético enfatiza que as condições materiais e econômicas da sociedade influenciam profundamente o comportamento e o desenvolvimento humano. Esta abordagem de interpretação da realidade foca na maneira como o ser humano se comporta e se modifica ao longo do tempo e da história através do movimento do pensamento. Moura (2010, p.15) diz que “ao se apropriar da cultura e de tudo que a espécie humana desenvolveu - e que está fixado nas formas de expressão cultural da sociedade - o homem se torna humano”. Assim,

compreendemos que, ao se apropriar de conhecimento científico e sistematizado, o ser humano viabiliza condições imprescindíveis para a vida em sociedade e que é por meio da educação, concebida em sua principal dimensão de transmissão cultural entre as diferentes gerações, que o indivíduo se faz humano, ou seja, se apropria da experiência humana (Mame, 2019, p. 2).

Vygotsky adotou essa perspectiva para explicar como o desenvolvimento cognitivo e psicológico é moldado pelas interações sociais e culturais. Segundo Vygotsky (1978), a consciência humana se desenvolve através de processos históricos e sociais, e não pode ser entendida isoladamente de seu contexto cultural. Então, o aprendizado estimula vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar unicamente quando a criança interage com pessoas em seu meio e quando em cooperação com seus pares. Ademais, Vigotski (2002, p.117-118) enfatiza que “uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança”.

### 2.1 O papel dos instrumentos de mediação produzidos pela cultura humana

A teoria histórico-cultural nos diz que o homem constrói uma imagem subjetiva do mundo real através da interação com a cultura em um processo mediado pelos signos e instrumentos. Em síntese, o instrumento é o meio pelo qual ele vai transformar a natureza, interagir e ser transformado pelo meio. Sobre os signos, Aguiar (2000, p. 129) afirma que estes são “entendidos como instrumentos convencionais de natureza social, são os meios de contato com o mundo exterior e também, do homem consigo mesmo e com a própria consciência”. Essa interação, entre instrumentos e signos, se dá através das atividades que realizamos ao

nos relacionarmos com o mundo, modificando-o e nesse mesmo processo modificando a nós mesmos.

Os instrumentos de mediação, produzidos historicamente pela cultura humana, desempenham um papel central no desenvolvimento das funções psicológicas superiores. De acordo com Vygotsky (2007), a mediação por instrumentos culturais é o processo por meio do qual o ser humano transforma suas capacidades cognitivas. Esses instrumentos incluem tanto artefatos materiais – como ferramentas, tecnologia e símbolos escritos – quanto signos e símbolos culturais – como a linguagem, os sistemas numéricos, a arte e as normas sociais. A mediação se dá de forma dialética, em que o sujeito, ao utilizar os instrumentos culturais, não apenas modifica o objeto da sua ação, mas também a transforma a si próprio. A linguagem, por exemplo, é considerada por Vygotsky (2007) como o principal instrumento de mediação cultural, já que possibilita a internalização de significados compartilhados socialmente, permitindo que o indivíduo organize e regule seu próprio pensamento. Ao utilizar os signos linguísticos, a criança aprende a agir intencionalmente sobre o mundo, desenvolvendo-se como ser cultural.

Outro ponto importante é o caráter histórico dos instrumentos de mediação. Esses instrumentos são produzidos ao longo da evolução das práticas sociais e, ao serem transmitidos de geração em geração, moldam a forma como os indivíduos percebem e atuam no mundo. Essa transmissão cultural é o que diferencia a espécie humana, já que as funções psicológicas superiores, mediadas por instrumentos, se desenvolvem em contextos sociais específicos e não apenas por processos biológicos (Vygotsky, 2007).

Dessa forma, a cultura se insere como o principal meio pelo qual as pessoas adquirem habilidades cognitivas complexas, e o desenvolvimento individual é indissociável do contexto social e histórico em que o sujeito está inserido. Os instrumentos de mediação, portanto, não apenas ampliam a capacidade de ação dos seres humanos, mas também estabelecem o modo como essa ação é organizada e compreendida (Vygotsky, 2007).

## **2.2 Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI)**

A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um dos conceitos mais influentes da THC. Ao explorar a perspectiva histórico-cultural de Vygotsky, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) optamos por referir-la como Zona de Desenvolvimento Iminente de acordo com algumas traduções e interpretações, devido à sua ênfase no potencial de desenvolvimento

que está na iminência de acontecer, com a ajuda de interações sociais e com a mediação dos elementos produzidos pela cultura humana. Zoia Prestes (2010), em seus estudos sobre a obra de Vygotsky e na tradução de seus textos para o português, destaca essa nuance de tradução e interpretação. Assim, argumenta que a terminologia "iminente" captura a natureza dinâmica e emergente da aprendizagem e do desenvolvimento, enfatizando que o desenvolvimento está constantemente em movimento e que a aprendizagem ocorre em um contexto de interação social. Logo, sustenta que a tradução que mais se aproxima do termo russo *blijaichego razvitia*, utilizado nas obras escritas por Vygotsky, é zona de desenvolvimento iminente, cuja característica essencial, em suas palavras, é a das “possibilidades de desenvolvimento”. Ademais, a autora defende

que a tradução que mais se aproxima do termo zona *blijaichego razvitia* é zona de desenvolvimento iminente, pois sua característica essencial é a das possibilidades de desenvolvimento, mais do que do imediatismo e da obrigatoriedade de ocorrência, pois se a criança não tiver a possibilidade de contar com a colaboração de outra pessoa em determinados períodos de sua vida, poderá não amadurecer certas funções intelectuais e, mesmo tendo essa pessoa, isso não garante, por si só, o seu amadurecimento (Prestes, 2010, p. 173).

Vygotsky (2000) definiu a ZDI como a distância entre o nível de desenvolvimento real da criança, que se reflete na sua capacidade de resolver problemas de forma independente, e o nível de desenvolvimento potencial, que pode ser alcançado com a orientação de um adulto ou em colaboração com pares mais competentes. Ou seja, é o espaço entre o que o estudante realiza de forma independente e o que ainda é potencial de aprendizagem, necessitando da ajuda de outro. Assim, destaca-se a importância da interação social e da orientação pedagógica no desenvolvimento cognitivo.

Dias (2019, p.70) enfatiza que a ZDP, se refere a pontos de desenvolvimento que o estudante ainda não alcançou, mas que está próximo a alcançar. Em outras palavras, o estudante possui uma zona de desenvolvimento atual, que se refere a todo conhecimento que ele já domina e problemas dos quais ele já consegue solucionar por conta própria. A aprendizagem de novos conhecimentos ocorrerá se estiver na iminência de ser assimilada, por meio de ajuda de alguém mais qualificado, que contribui para que o indivíduo consiga fazer sozinho o que no momento, ainda não consegue. Então, cabe ao professor reconhecer esse processo histórico de aprendizagem de seus alunos e respeitá-lo, criando situações desencadeadoras que desafia-os em suas Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI) e que possam levá-los aos processos que culminam na internalização dos significados e na apropriação da cultura.

Desse modo, os professores podem refletir e planejar as tarefas de forma que os estudantes encontrem a motivação para realizarem as ações que permitirão a satisfação da necessidade de aprender, ou seja, é preciso suscitar a atividade do sujeito. Assim, o professor lança recursos de mediação criando condições para que as ZDI se construam. Esses não são processos naturais automáticos, mas sim construídos coletivamente no processo de interação com a cultura e construção da imagem subjetiva do mundo real.

### **2.3 Desenvolvimento do Pensamento Teórico**

A Teoría Histórico-Cultural, considera o desenvolvimento do pensamento teórico como um dos principais objetivos da educação formal. Para Leontiev (1978), a escola deve proporcionar aos estudantes não apenas o acesso a informações e fatos isolados, mas também às ferramentas culturais necessárias para desenvolver um pensamento reflexivo, que permite analisar, comparar, classificar e generalizar. O processo de escolarização marca uma etapa fundamental para o desenvolvimento psíquico da criança. De acordo com Vigotski (2009, p. 243), ao se apropriar do saber sistematizado, o estudante vivencia uma nova realidade que, “leva invariavelmente ao aumento dos tipos de pensamento científico”, o que modifica completamente a relação da criança com o conhecimento, impulsionando o desenvolvimento.

Na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, a escola é o principal espaço onde se dá o contato com esses conceitos científicos - conteúdos do ensino escolar - e que são fundamentais para a formação do pensamento teórico. Na escola,

os alunos têm a oportunidade de extrapolar o pensamento empírico, ou seja, aquele que é limitado pela experiência prática e imediata, e se envolver no desenvolvimento de um pensamento mais abstrato, crítico e generalizado. Isso ocorre por meio de uma mediação intencional conduzida por professores, que organizam o ensino de modo a possibilitar mudanças qualitativas no desenvolvimento do pensamento dos estudantes, no sentido da formação do pensamento teórico e da apropriação do processo lógico e histórico que produziu a necessidade e a elaboração dos conceitos (Asbahr, 2020, p.87).

Esse processo ocorre em grande parte através da mediação do professor, que organiza o ensino para que os alunos avancem do pensamento empírico para o pensamento teórico. Segundo Rosa et. al. (2010, p.429), “a importância de o estudante ser sujeito da atividade está relacionada com a possibilidade ativa de apropriação do conhecimento científico e, com isso, a formação do pensamento teórico”. Esse tipo de pensamento permite ao indivíduo transcender a experiência prática imediata, possibilitando uma compreensão mais abstrata e generalizada do conceito. De acordo com Andrade (2024, p.13), “o conceito é tanto um ponto de partida

quanto um ponto de chegada da atividade e fator de mediação para desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, partindo -se do pensamento empírico construído acerca do objeto”. Há, portanto,

o desenvolvimento pleno do pensamento humano quando se parte do pensamento empírico para se tentar acessar o teórico. O pensamento empírico advém da experiência nas relações cotidianas e apresenta uma característica utilitária da realidade, muitas vezes embasada em uma solução provisória e improvisada de situações-problema da realidade imediata, isto é, seus pressupostos estão localizados no senso comum (Andrade, 2024, p.16).

Com a pesquisa buscou-se desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem que propiciassem o desenvolvimento do pensamento teórico. Segundo Moura (2010), essas situações podem estimular os alunos a refletirem sobre problemas e conceitos de forma crítica e sistêmica, levando-os a extrapolar a simples memorização ou aplicação de regras. Diante disso, os estudantes foram desafiados a compreender o movimento lógico-histórico dos conceitos, ou seja, a compreender não apenas sua definição, mas também o contexto social e histórico que os originou e a lógica interna que os sustenta.

A apropriação do conhecimento científico e, por conseguinte, dos conceitos historicamente construídos pela humanidade, está muito além da mera descrição dos fenômenos. Assim, a compreensão da constituição e funcionamento do objeto de estudo pode levar o sujeito a se aproximar da essência do conceito e seus nexos internos (Pereira, 2020, p. 77). De acordo com Lima Cedro (2010, p. 429), “a importância de o estudante ser sujeito da atividade está relacionada com a possibilidade ativa de apropriação do conhecimento científico e, com isso, a formação do pensamento teórico”.

## **2.4 Sentido pessoal, Significado e Significação**

Na perspectiva da teoria histórico-cultural, os conceitos de sentido pessoal, significado e significação são centrais para a compreensão de como o sujeito interage com o mundo e constrói sua consciência e sua atividade mental.

De acordo com Asbahr (2014, p. 266), o conceito de sentido aparece primeiramente na obra de Vigotski, quando o filósofo soviético estuda a relação entre o pensamento e a linguagem; depois Leontiev aprofundou essa ideia, nomeando-o como “sentido pessoal” e relacionando-o diretamente com a atividade e a consciência humana. Na teoria da atividade de Leontiev, o sentido pessoal é o que impulsiona a atividade humana, ligando os motivos do indivíduo aos objetivos de suas ações.

Segundo Leontiev (2021), o sentido é criado pela relação objetiva entre aquilo que provoca a ação no sujeito e aquilo para o qual sua ação se orienta como resultado imediato. O sentido pessoal é o que mobiliza o sujeito a agir e se apropriar dos significados socialmente estabelecidos. É a maneira como o sujeito transforma o significado geral em algo relevante para si, em seu contexto de vida. Isso explica por que diferentes pessoas podem atribuir valores distintos a uma mesma situação ou conceito, dependendo de suas relações com o mundo. Por exemplo, para uma criança, a palavra "escola" pode ter um sentido pessoal positivo ou negativo, dependendo de suas experiências e das emoções associadas à escola, embora o significado "escola" seja o mesmo para todos.

O conceito de significado na obra de Leontiev (2021) está ligado ao entendimento de que os signos, especialmente as palavras, têm um valor socialmente compartilhado. O significado é, portanto, a representação geral e abstrata de um objeto, ação ou ideia no âmbito da cultura e da sociedade. E ainda, propõe que o processo de internalização de significados sociais se dá por meio da atividade humana mediada culturalmente, sendo a linguagem um elemento fundamental. Por exemplo, a palavra "mesa" tem um significado comum a todos que falam uma determinada língua, referindo-se ao mesmo objeto. Vigotski enfatiza o caráter instável do sentido e demonstra sua relação com o significado:

[...] o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. Como se sabe, em contextos diferentes, a palavra muda facilmente de sentido. O significado, ao contrário, é um ponto imóvel e imutável que permanece estável em todas as mudanças de sentido da palavra em diferentes contextos (2000a, p.465).

Em outras palavras, o significado é uma construção social que reflete a experiência acumulada e compartilhada pela humanidade ao longo da história. Ele não depende da experiência individual, mas sim do processo social de desenvolvimento dos signos e dos símbolos. Segundo Leontiev (2021, p.160), os significados são os mais importantes “formadores” da consciência humana.

A atividade prática do indivíduo em sociedade permite a apropriação dos significados, que são transformados em significações durante as interações com o ambiente e as outras pessoas. No entanto, a apropriação de tais significados adquire uma dimensão subjetiva, formando o sentido pessoal. É nesse ponto que as necessidades, motivações e experiências do sujeito entram em jogo, transformando o significado objetivo em algo que possui relevância pessoal. O conceito de significado refere-se ao valor socialmente compartilhado de um conceito ou palavra dentro de uma cultura específica. Segundo Vygotsky (1978), o significado é um

produto das relações sociais e históricas, constituído pela interação humana e pela prática social. Esse conceito estabelece a base para a construção de conhecimento e para a mediação simbólica entre indivíduo e sociedade.

O termo significação é um desdobramento do significado, mas está mais relacionado ao processo de atribuição de valor ou importância aos signos no contexto de uma atividade prática ou simbólica. Ou seja, significação é o ato de "dar sentido" a algo dentro de uma atividade ou situação específica. Leontiev (2021) argumenta que a significação não está apenas no significado abstrato de uma palavra ou conceito, mas na forma como esse significado é utilizado em atividades humanas concretas. Portanto, a significação implica o uso prático do significado em contextos sociais e culturais específicos. Des acordo com Asbahr (2014, p.268),

[...] O sistema de significações, embora em eterna transformação, está “pronto” quando o indivíduo nasce, cabendo a este se apropriar dele. [...] a significação também se constitui como fenômeno da consciência individual, o que não significa que perca seu conteúdo objetivo, que é o conteúdo social. A forma como o indivíduo se apropria de determinadas significações, ou mesmo se apropria ou não, depende do sentido pessoal que tenha para o sujeito.

Portanto, na perspectiva histórico-cultural, o significado refere-se ao valor socialmente compartilhado de um conceito, a significação é o uso desse significado em atividades práticas e sociais, e o sentido pessoal é a tradução subjetiva e individual desse significado em função das experiências e necessidades do sujeito. Sendo assim, significado, significação e sentido pessoal interagem para formar a consciência e a atividade mental dos indivíduos dentro de seus contextos socioculturais.

### 3 O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CAMPO DE CONCEITOS DA GEOMETRIA

Ao olharmos para a História da Matemática, podemos perceber que os conceitos matemáticos foram construídos em diferentes épocas e sociedades, em função de alguma necessidade prática ou cultural, ou ainda, devido a uma curiosidade humana. Ao longo do tempo, esses conceitos se desenvolveram e foram sofrendo mudanças. Mas, como o homem passou a pensar sobre determinado assunto? Conhecer o objeto de ensino na sua essência, traz mais significados aos estudantes e professores. De acordo com Abreu (2013, p. 11),

Ao estudar a Matemática, acreditamos que um conceito só fica bem compreendido quando se entende o seu significado, aquilo que ele representa. Por isso, compreender o seu processo de construção, o seu desenvolvimento, a partir da necessidade pela qual se deu o seu surgimento – isto é, conhecer os elementos que são estruturantes dos conceitos – pode contribuir para que este faça sentido a quem está aprendendo.

Assim, todos os conceitos têm uma história, a história da sua formação. Essa história pode servir para o professor compreender o conceito em sua essência, para então ter melhores condições e repertório para organizar o ensino. Entretanto, o simples fato de se abordar a história de um conceito pode não promover aos estudantes a apropriação dos significados que permeiam esse conceito. Há que se considerar os aspectos históricos e também lógicos no processo de ensino e aprendizagem.

Conforme Kopnin (1978, p. 183-184), o histórico consiste no processo de mudança do objeto nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento, ou seja, o movimento dos fenômenos na realidade objetiva. Por sua vez, Souza (2018, p.40) salienta que “o movimento lógico-histórico pode se configurar enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática”. Dessa forma,

Considera-se que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflète os principais períodos da história do objeto (SOUZA, 2018, p.40).

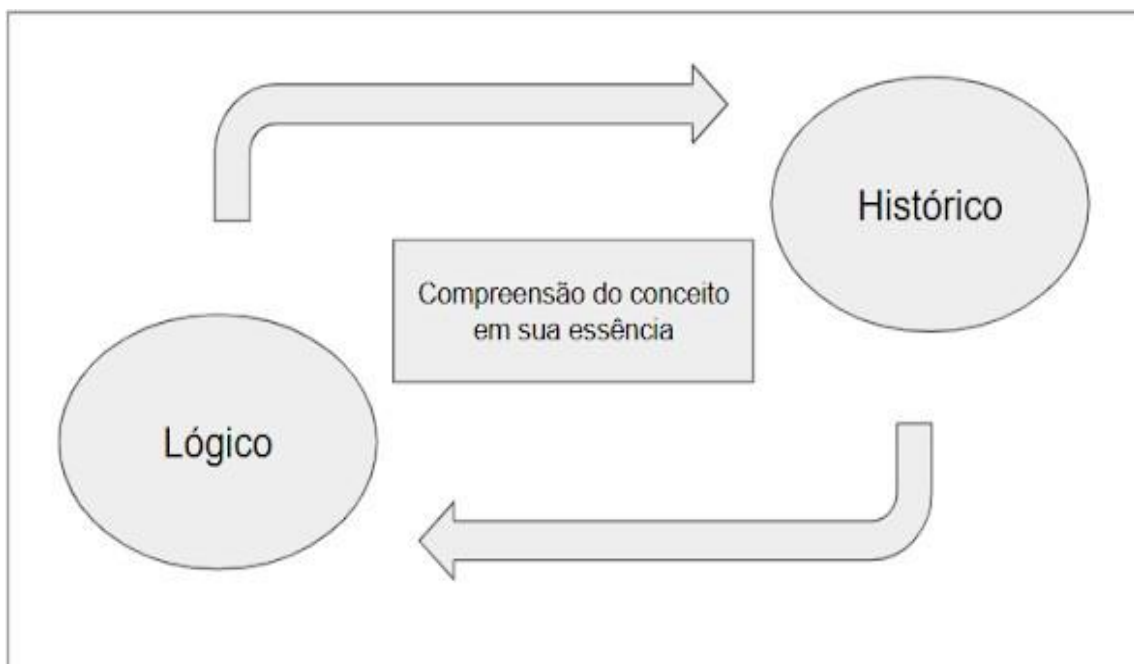
De acordo com Kopnin (1978, p.183), “o pensamento visa a reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade”. O meio pelo qual o pensamento realiza essa tarefa é o lógico, que é o reflexo do histórico em forma teórica, isto é, a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstração. Nesse sentido, Kopnin (1978) argumenta que o lógico reflète não só a história do

próprio objeto, como também a história do seu conhecimento. O autor argumenta ainda que pelo conhecimento dialético do histórico e do lógico “resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano” (Kopnin, 1978, p. 186). E ainda, é necessária a unidade entre lógico e histórico para compreensão e apropriação do conceito. O conhecimento do objeto só é possível por meio da unidade dialética que envolve os aspectos lógico e histórico do objeto de conhecimento. Sousa (2018, p.66) ressalta que,

ao propormos que o movimento lógico-histórico seja considerado perspectiva didática para o ensino de Matemática, chamamos a atenção para o fato de que é possível romper com a didática tradicional que frequenta as nossas escolas e, conseqüentemente, com uma organização do ensino de Matemática que desconsidera, que ignora a história dos conceitos matemáticos.

Além disso, vale frisar que o histórico é primário em relação ao lógico e que a lógica vai refletir os principais períodos da história. Para Kopnin (1978, p. 186), “a unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento”.

Figura 1- O movimento do pensamento.



Fonte: Sistematização da autora.

Nesse sentido, Cunha (2018, p.14) ressalta que “o conhecimento da história do conceito é de extrema importância na busca da essência como produção humana e compreensão da

interação do sujeito com o seu meio”. Portanto, o sujeito pode apropriar-se dos conceitos a partir de seus aspectos lógicos e históricos, em atividade.

A atividade, nesta perspectiva histórico-cultural, é entendida como o movimento interno de apropriação do conhecimento - um movimento do sujeito. Assim, é necessário o desenvolvimento de situações em que o sujeito vai se mobilizar para se apropriar dos conceitos. De acordo com Davydov (1988a), o desenvolvimento da atividade prática social da pessoa se fundamenta no desenvolvimento histórico do pensamento. Assim,

é importante enfatizar que o conceito de atividade é introduzido na ciência contemporânea pela lógica dialética, que examina, a partir de um determinado ponto de vista, a estrutura universal e os esquemas universais da atividade e, o mais importante, o desenvolvimento histórico desta, nos processos de reflexão e transformação pelo homem do mundo natural e de si próprio (Davydov, 1988a, p. 23).

Desse modo, os conceitos são construídos pela humanidade ao longo da história, de acordo com suas necessidades. Os conceitos matemáticos também estão em constante construção, pois a Matemática é uma ciência viva, “com suas forças e fraquezas e subordinada às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação” (Caraça, 2010, p. XIII).

Assim, como outras áreas de conhecimento da Matemática, a Geometria está presente em nosso dia a dia, e em cada forma do meio ambiente, como um todo, pode-se encontrar formas geométricas. A todo instante estamos utilizando conhecimentos geométricos em nossas atividades. Desse modo, o estudo da geometria é fundamental para o pleno desenvolvimento do ser humano, pois ajuda na compreensão do mundo, desenvolve o raciocínio lógico e proporciona um melhor entendimento de outras áreas do conhecimento.

Nessa ótica, o estudo dos conceitos geométricos, a partir da compreensão de seus aspectos lógico-históricos, mostra-se como fundamental para o desenvolvimento do pensamento teórico-matemático dos estudantes. Por isso, a partir da perspectiva histórico-cultural, pode-se compreender as significações geradas pelos estudantes, as mediações necessárias e o processo de apropriação dos conceitos. Portanto,

a compreensão do lógico-histórico do objeto da atividade potencializa a mediação pedagógica que propicia o desencadeamento dos processos de significação que, por sua vez, podem suscitar a atividade de estudo e geram as ZDI; e, esses elementos, por sua vez, possibilitam a aprendizagem que leva ao desenvolvimento do pensamento. O desenvolvimento do pensamento está compreendido no movimento lógico-histórico estabelecido na constituição dos conceitos (Andrade, et. al, p.16).

Desse modo,

O encaminhamento teórico-metodológico do ensino de Matemática deve respeitar o aspecto lógico-histórico do conhecimento matemático que contempla, de forma articulada, o lado histórico do conceito, bem como a sua essência, o lógico. Portanto, trabalhar com a unidade lógico-histórica no ensino de Matemática constitui um modo de desenvolver os conhecimentos matemáticos considerando o seu processo de produção, ou seja, eles são entendidos como produto da atividade humana diante das necessidades objetivas enfrentadas pelos homens ( Rosa et. al. 2010, p.428).

Abordaremos no próximo tópico alguns fatos da história da humanidade que possam ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

### **3.1 Aspectos lógico-históricos da geometria desde as primeiras civilizações**

As manifestações matemáticas datam desde os tempos mais primitivos e por isso a importância de termos certo conhecimento sobre possíveis ações desenvolvidas pelo ser humano que contribuíram para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Ao construir a sua história, de acordo com a sua necessidade, o homem foi aperfeiçoando suas noções matemáticas e elaborando conceitos geométricos que foram fundamentais para o desenvolvimento da humanidade.

Lanner de Moura et. al. (S/D), fundamentados na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural evidenciam que a geometria é tida como uma das áreas mais antigas da Matemática e, por isso, fica dificultoso determinar seu início, pois existem indícios da geometria antes mesmo do surgimento da escrita. Segundo Gerdes (2012) alguns estudiosos associam o início da geometria aos gregos, outros aos egípcios, entre outros povos. Entretanto, um aspecto fundamental a se pensar é que a geometria pode ter tido sua origem a partir de experimentações; a partir das necessidades dos seres humanos na produção de instrumentos que cada vez mais, possuíam formas regulares. As noções geométricas deram ao homem condições de se proteger, se abrigar, caçar, pescar e lutar. Segundo Gerdes (2014, p.21), a geometria se desenvolveu nas primeiras sociedades humanas de caçadores e coletores. Em uma análise detalhada, o autor afirma que “o nascimento da geometria está relacionado com a observação activa da natureza”. O que se explica,

Quando um caçador quer obter comida, tem de saber onde se encontram os animais. Então tem que observar e obter certos conhecimentos empíricos do lugar onde há mais possibilidade de encontrar um certo tipo de animais. Necessita também de explicar aos outros elementos do seu grupo onde encontrar animais. Por exemplo, quando encontra animais numa planície, tem que saber como explicar isto aos outros elementos do grupo social. Uma coisa que pode fazer, por exemplo, quando os outros não conhecem ainda esta planície, é compará-la com uma lagoa quando não há vento, ou seja, quando

nela melhor se pode pescar (GERDES, 2014, p. 24).

Gerdes (2014, p.22), apresenta uma situação que ilustra como a observação da natureza contribuiu para o surgimento da geometria e está relacionada com a busca por alimento. Exemplificando, um caçador, ao encontrar uma planície onde se encontrava um grupo de animais, deveria reportar ao restante do grupo como chegar lá e poder capturá-los. Para isso, deveria observar e obter alguns conhecimentos empíricos de tal lugar. Até então, eles não tinham em mente o significado da palavra planície. Hipoteticamente, esse caçador poderia reportar ao grupo comparando essa planície a uma lagoa quando não há vento. O que quer dizer: “vi estes animais numa região que parece uma lagoa quando não há vento, que parece uma lagoa quando se pode pescar”. Assim, através desta comparação e de outras deste tipo, poderiam surgir aos poucos, a ideia de plano.

Os seres humanos aprenderam que certas formas são melhores para atender a determinadas necessidades a partir da relação com o meio em que viviam. Assim, de acordo com Gerdes (2014, p.22), ao cortar a carne dos animais, os caçadores perceberam que ferramentas pontiagudas e afiadas poderiam facilitar o seu trabalho. Desse processo de fabricação e aperfeiçoamento de objetos, “o Homem aprendeu uma coisa muito importante, aprendeu que forma e matéria são coisas distintas, aprendeu que podemos dar forma a um certo objecto. Um animal não conhece a diferença entre forma e matéria” (Gerdes, 2014, p. 22) .

No próprio processo de trabalho, o ser humano descobriu que é possível dar forma à matéria e como reflexo disso, no seu pensamento desenvolveram-se as ideias de matéria e forma, e com isso foi possível analisar melhor as formas. Ao fabricar o arco e a flecha, a corda para o arco, cestos, panelas de barro entre outros objetos, segundo o autor “o homem sente que pode dar forma à natureza, quer dizer, pode dar forma à matéria, pode transformar a natureza. Ao mesmo tempo obtém também as primeiras ideias geométricas” (Gerdes, 2014, p. 23). Para retratar isso, Gerdes (2014, p.23) argumenta que a partir da corda para o arco pode surgir a ideia de linha reta, um fio ou até mesmo uma árvore muito fina pode dar essa mesma ideia. Ou então, olhando para as bordas de um cesto ou o formato da lua cheia poder-se-ia obter uma primeira noção de circunferência. Desse modo, segundo Gerdes (2014) “na base da comparação, a Humanidade inventou palavras para indicar situações concretas, inventou os seus conceitos geométricos” (p.23).

A história da geometria é marcada por uma constante evolução, desde suas origens práticas até a sua formalização como uma ciência dedutiva. No próximo capítulo, traçaremos um percurso histórico que nos permitirá compreender como as observações astronômicas

moldaram o desenvolvimento da geometria.

### **3.2 A astronomia no desenvolvimento dos conceitos geométricos**

É bem provável que as contribuições advindas da astronomia antiga sejam anteriores às contribuições advindas da necessidade de medir a terra. Da medição da Terra (geo = terra, metrein = medição) originou a palavra Geometria que é utilizada desde os povos antigos. Assim, a geometria começou a ser utilizada para outras atividades da agricultura como conservação e movimento dos astros que determinam os momentos ideais para cultivo de certos alimentos e também para as construções das primeiras moradias nos primórdios da humanidade.

Durante o período Paleolítico, os seres humanos eram predominantemente caçadores, pescadores e coletores, utilizando instrumentos rudimentares. Esse período, conhecido como "Idade da Pedra Lascada", caracteriza-se pela fabricação de objetos por meio da lascagem de pedras (Clottes, 2005). Os grupos humanos eram nômades, deslocando-se constantemente em busca de melhores condições de sobrevivência, praticando a caça, a pesca e a coleta de frutos para sua subsistência.

No Neolítico, ocorreu uma significativa mudança nas relações entre os seres humanos e o ambiente natural, marcada pelo surgimento da agricultura. Este período, conhecido como "Idade da Pedra Polida", representa uma transição fundamental na história humana, onde comunidades começaram a estabelecer assentamentos permanentes e cultivar plantas. A prática agrícola permitiu aos grupos humanos tornarem-se produtores de alimentos, levando ao desenvolvimento de técnicas avançadas de cultivo e domesticação de animais. As atividades dos homens primitivos estavam ligadas com a sobrevivência. Isso inclui tanto a busca por alimentos e água, quanto por abrigos seguros para que pudessem se proteger.

Quando os homens começaram a produzir seus alimentos surgiram novas questões, como por exemplo, qual a melhor época para o plantio e para a colheita. O agricultor-criador tinha a necessidade de alterar o meio ambiente para adequá-lo às suas necessidades. Ao se trabalhar com a criação de animais e com a agricultura, exigia-se mais habilidades do que uma pessoa que necessitava somente coletar frutos ou caçar pequenos animais (Abreu, 2013, p.24). Corroborando com o que enfatiza Almeida (2009, p. 116),

A criação envolve captura de espécies, seleção, domesticação, construção de cercados, controle de doenças, alimentação, seleção de matrizes, partos. Enquanto que o modo de vida do caçador-coletor requer somente um mínimo de conhecimento de matemática, o oposto, o modo de vida do agricultor, com seu alto grau de alteração do meio-ambiente e divisão de trabalho entre especialistas, acarreta uma necessária sofisticação de seu conhecimento de

matemática.

De acordo com Hogben (1970, p. 43) o problema da contagem de grandes quantidades, que culminou com a origem do número, só se fez sentir a partir do momento em que os homens começaram a cuidar de suas boiadas e rebanhos. O pastor e o boiadeiro precisavam saber contar o número de seus animais, para se certificar de que nenhum se extraviou e antes mesmo do homem residir em cidades, ele já havia descoberto a maneira de contá-los em grupos. Hogben (1970, p. 44) nos afirma que não dispomos de elementos para poder dizer que a utilização dos números na contagem de animais antecedeu, ou não, a alguma outra aplicação que a humanidade poderia ter lhes dado, tão logo emergiu do estado primitivo em que se limitava a coletar e a caçar. E ainda, para o autor, “foi ao aprendermos a semear vegetais e a criar animais, que só se reproduzem determinadas épocas do ano, que sentimos a necessidade de fazer um registro das estações” (p. 44).

Uma das principais observações feitas pelo homem foi a de que o sol ou a claridade do dia produzem uma sombra em cima dos diversos objetos, árvores ou animais. O estudo da sombra ao longo dos dias do ano mostra variações na sua posição e no seu tamanho e esse conhecimento levou ao surgimento dos instrumentos mais antigos que nós temos na astronomia, que é o gnômon vertical. O Gnômon é uma simples vareta fincada verticalmente/perpendicularmente no solo plano, a qual é iluminado pela luz solar que permite observar a sua sombra. Sobre o gnômon, Serres (1989, p. 78) diz que os físicos gregos sabiam reconhecer nas projeções dessas sombras, alguns acontecimentos do céu e também, que a luz vinda do céu escreve sobre a terra ou sobre uma superfície plana, sobre as formas e lugares reais do universo, por intermédio da ponta desta haste, trata-se então de um mostrador do modelo cosmológico da época.

O aperfeiçoamento desse marcador levou à criação do que podemos chamar de relógio de sol. A luz solar é projetada nessa vareta que está fixada em uma posição vertical, e a observação da sombra, que é projetada nessa vareta, à luz do dia, mostra que ao amanhecer, a sombra será bem mais longa. Ao meio-dia, estará no seu tamanho mínimo e ao entardecer, ela voltará a se alongar novamente. Sobre esse movimento das sombras, conclui-se

O dia em que a sombra é mais curta, ao meio dia, é o solstício de verão, e o dia em que a sombra, ao meio dia, é a mais longa, é o solstício de inverno. A partir disso, os homens podiam determinar o ano, como o número de dias transcorridos entre dois solstícios de verão consecutivos (Abreu, 2013, p. 2

Com esses instrumentos primitivos os povos antigos passaram a estudar e interpretar os movimentos aparentes do Sol, então eles percebiam e puderam inferir que esse movimento não

acontece sempre na mesma trajetória, mas que a órbita se modifica ao longo do ano. Segundo Hogben (1970, p. 44) o homem primitivo observou que a lua nasce e se põe um pouco mais tarde a cada noite, entre duas luas cheias, e começou a agrupar os dias em luas, ou meses de 30 dias. Observou-se naturalmente também, que as constelações variam com as estações, e que cada noite, nascem e se põem um pouco mais cedo que na anterior. Quase todos os povos primitivos sabiam reconhecer as estações, observando quais as primeiras constelações que se viam nascer logo após o pôr do sol, e também contar o número de luas transcorridas entre as estações secas e chuvosas. Logo,

que se estabeleceu a vida citadina no Vale do Nilo, o homem determinou o número de dias que compunham um ano, pelo nascimento helíaco da estrela Sírius. Mas, observar o nascer de determinada estrela ou constelação, implica saber em que ponto do horizonte ela deve aparecer, e tudo parece indicar que o homem neolítico construía monumentos rudimentares destinados a fixar a direção de certos fenômenos celestes, muito antes de construir cidades, que tenham deixado restos permanentes (HOGBEN, 1970, p. 55).

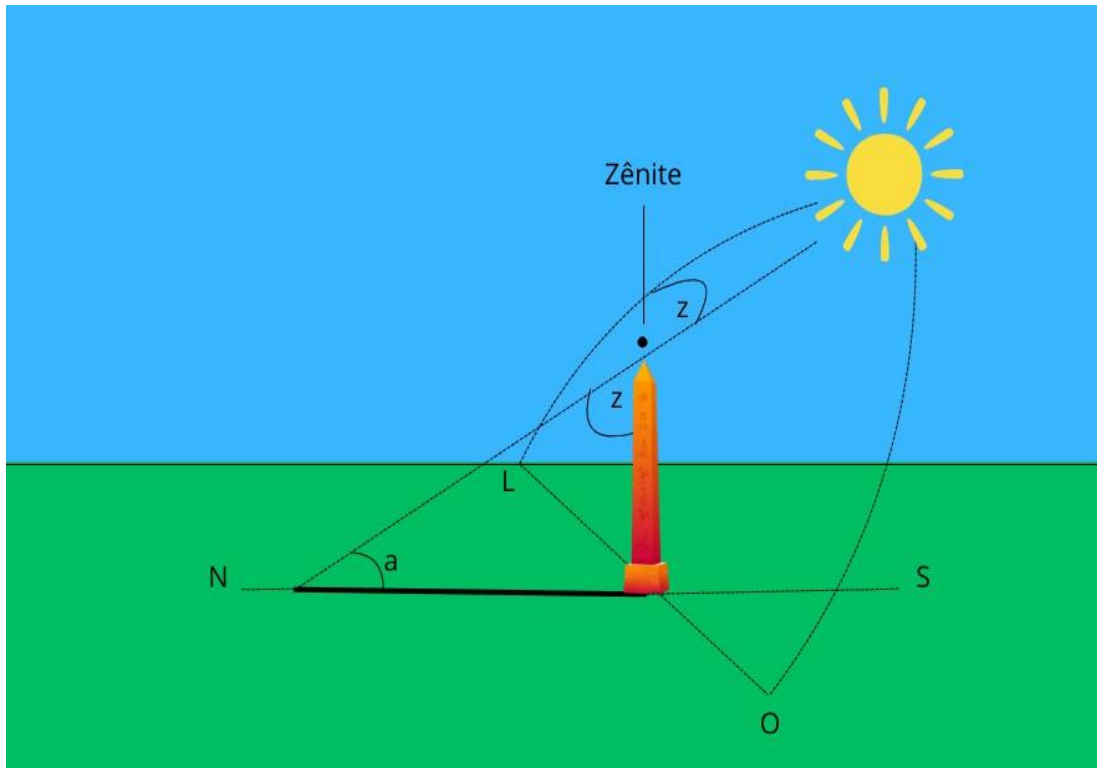
Através da observação da sombra do sol em cada estação, o ser humano aprendeu marcar o tempo, a definir o calendário. Hogben (1970, p.54) afirma que “a necessidade de medições exatas surgiu, naturalmente, da prática de registrar o tempo, pré-requisito essencial da vida metropolitana.” E também, que a civilização egípcia antes do ano 4000 a. C., já havia determinado em 365 dias a duração do ano, observando a quantidade de dias entre as duas aparições sucessivas da estrela Sírius. Hogben (1952) apresentou um outro modo de medir o tempo que consistiu na observação da sombra solar. Ao meio-dia, a sombra solar apresenta o seu comprimento mais curto e sempre aponta na mesma direção. Essa direção divide o horizonte por uma linha, a linha do meridiano, que vai do Norte ao Sul da Terra.

Em certas estações do ano, o sol nasce e se põe mais próximo do Norte e do Sul do horizonte, e nesses casos é onde a sombra do sol ao meio-dia é respectivamente mais curta e mais longa. O dia em que a sombra é mais curta, ao meio-dia, é o solstício de verão, e o dia em que a sombra ao meio-dia, é a mais longa, é o solstício de inverno. A partir disso, os homens podiam determinar o ano, como o número de dias transcorridos entre dois solstícios de verão consecutivos. Os equinócios são os dias em que dia e noite têm a mesma duração, e são os dias que marcam o início da primavera e o outono. Nos equinócios o sol nasce exatamente a Leste e se põe exatamente a Oeste e segundo Hogben (1952), esses dias davam motivos para celebrações especiais dos povos antigos. O homem aprendeu a marcar o tempo, definir o calendário, através da observação da sombra do sol em cada estação.

Na figura abaixo temos indicado o meio dia nos equinócios em uma latitude qualquer da Terra, a partir da sombra projetada pelo obelisco ou gnômon. O zênite é um termo técnico

utilizado em astronomia que nomeia o ponto imaginário interceptado por um eixo vertical, também imaginário, traçado a partir da cabeça de um observador.

Figura 2 - Meio-dia em um equinócio



Fonte: Hogben (1970, p.45)

De acordo com Hogben (1970, p.45), o ângulo  $a$  é a altura do sol e é formada pelas linhas que os raios do sol determinam com o horizonte. O ângulo  $z$ , formado pelo fio de prumo (ou a vertical) e os raios solares, é chamado distância zenital do sol.

Registrar o tempo através de observações astronômicas foi algo fundamental para o desenvolvimento dos povos antigos. Segundo Hogben (1970, p.54), a realização dessas observações é o que culminou com a necessidade das medições exatas, “pré-requisito essencial da vida metropolitana”. E ainda, é bem provável que muito antes de medir os comprimentos, os seres humanos aprenderam a medir ângulos.

Os egípcios quando se fixaram às margens do rio Nilo determinaram a duração do ano através de duas aparições sucessivas da estrela Sírius. Mas, para poder observar o nascimento da estrela era necessário saber em que ponto do horizonte ela surgiria e assim, “tudo parece indicar que o homem neolítico construía monumentos rudimentares destinados a fixar a direção de certos fenômenos celestes, muito antes de construir cidades, que tenham deixado restos permanentes” (Hogben, 1970, p.55).

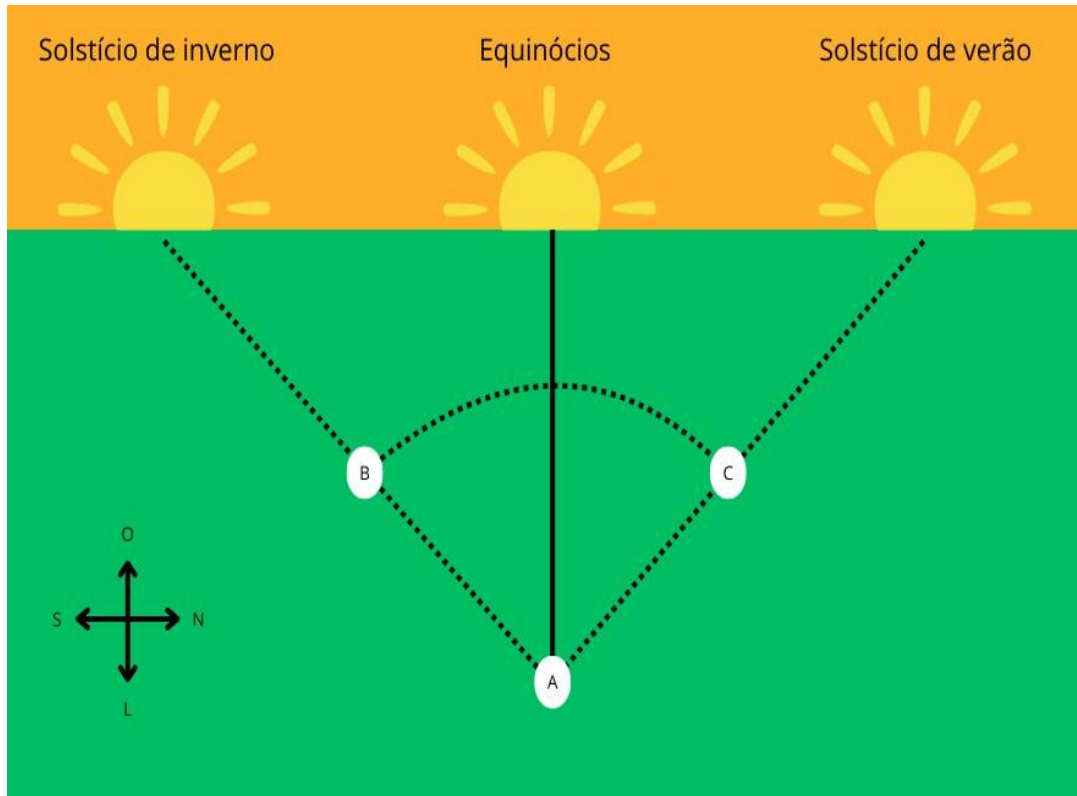
Hogben (1970) nos diz que para reconhecer a direção em que se deverá avistar um objeto no horizonte, deve observá-lo de uma determinada posição com referência a alguma direção fixa. Assim, é bem provável que antes do início do grande calendário da civilização, o homem tenha elegido duas linhas fundamentais de referência, “o primeiro meridiano que liga os pontos norte e sul do horizonte e outra linha perpendicular a ele, que liga os pontos leste e oeste” (p.55). Isso quer dizer que estaria determinando as linhas que apontam na direção dos quatro pontos cardeais. Nesse sentido, Hogben (1970, p.55) destaca que “a descoberta destas duas referências foi o primeiro problema matemático de experiência social da humanidade”.

Hogben (1970) nos traz que no tempo das primeiras realizações culturais de que se tem notícia, os sacerdotes sabiam muito bem e com grande precisão, a direção das estrelas ao alcançarem a maior altura sobre o horizonte, isto é, ao cortarem o meridiano. Assim, ao cortar o meridiano, os raios da estrela Sírius ficavam perpendiculares à face Sul da Grande Pirâmide, e penetravam na câmara real por meio de um canal de ventilação indo até o lugar onde estava o finado faraó, iluminando a sua cabeça. Ademais, o autor afirma que “a precisão espantosa desses prodígios de construção eram frutos de séculos e séculos de observações anotadas e os próprios métodos modernos, de se fixar a direção de um objeto, conservam vestígios da realidade física que originou a medição dos ângulos” (p. 58). Trazemos aqui as contribuições de Karlson (1967, p. 84),

Os templos e as pirâmides dos egípcios são criações geométricas do mais alto rigor e severidade, sua construção estando condicionada a elevados conhecimentos matemáticos e astronômicos estavam orientadas em rigorosa conformidade com os pontos cardeais, à maneira de quase todos os monumentos comemorativos de épocas remotas (Karlson, 1961, p. 84).

Hogben (1952) exemplifica uma aplicação que os povos antigos deram aos ângulos consistindo na orientação das suas construções. O monumento de Stonehenge, construído na Inglaterra, revela a posição em que o sol nascia e se punha nos dias do solstício. Por um alinhamento de duas colunas de alturas diferentes essa posição era fixada.

Figura 3 - Determinação do equinócio pelos solstícios



Fonte: Hogben (1970, p.58)

Na Figura 2, A e B representam duas colunas alinhadas com o pôr do sol no solstício de inverno. A coluna representada por C está alinhada com A, indicando a posição do sol poente no solstício de verão e, temos que C e B estão na mesma distância de A. A posição do sol poente equinocial, que é o meio caminho entre os dois extremos (sol poente no solstício de verão e no solstício de inverno) poderia desse modo, ser encontrada a partir do traçado da bissetriz do ângulo  $B\hat{A}C$ . Hogben (1970, p. 58) ainda nos mostra que, possivelmente, o homem fixou o equinócio observando o nascer e o pôr do sol nos solstícios.

Como já foi dito anteriormente, a observação do movimento dos astros no céu permitiu a determinação da duração do ano. Para os babilônios, o ano tinha 360 dias, e houve um acréscimo de cinco dias aos doze meses egípcios, sendo cada um com 30 dias. Segundo Hogben (1970), são dias santificados, indicando que as primeiras medições dos egípcios para o ano, também foram de 360 dias. Desse modo, a trajetória circular aparente do sol na eclíptica, fora estimada em 360 etapas, cada uma delas correspondendo a um dia e uma noite. “Não resta dúvida de que, dessas trezentas e sessenta divisões naturais do passeio do sol pelo arco descrito em sua trajetória circular, completa, se originou o grau” (p. 59).

Por muito tempo, o ser humano utilizou unidades de medidas grosseiras na maioria das

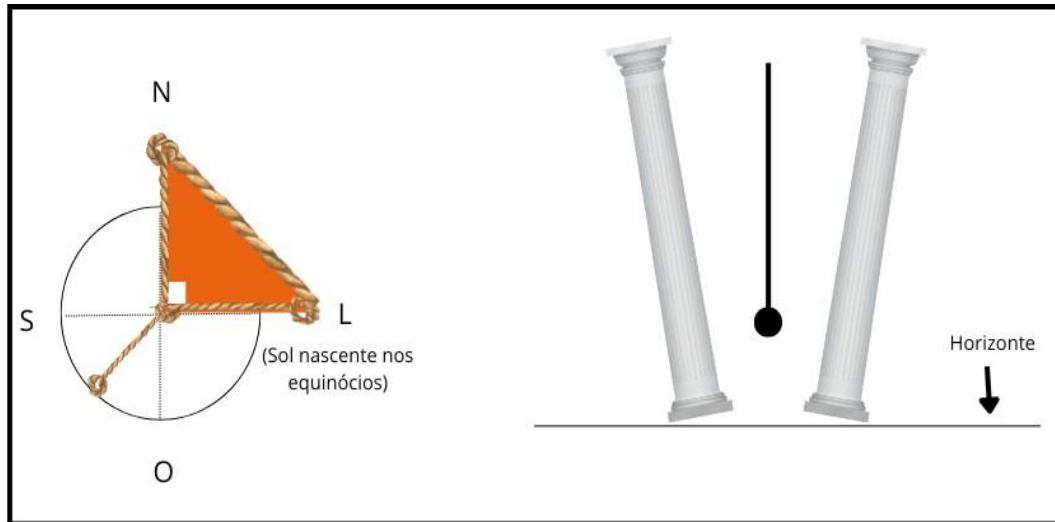
necessidades práticas. De acordo com Hogben (1970, p. 62) “os povos semitas usavam o cúbito, distância que ia da ponta do dedo médio ao cotovelo, do mesmo modo que os lavradores ainda usam as pernas para medir os campos, em metro”. Porém, a construção de templos exigia grande precisão e os povos antigos foram buscá-la na arte de medir a sombra solar. Calculavam as alturas em função do comprimento da sombra e o ângulo que ela fazia com o horizonte, mas a realização desse processo exigia que tivessem certos conhecimentos de algumas relações entre os lados dos triângulos. As primeiras descobertas matemáticas surgiram devido a essa classe de problemas e, desde a antiguidade, os babilônios já sabiam traçar ângulos de  $60^\circ$  inscrevendo um hexágono regular em uma circunferência. E com base em documentos encontrados, os povos antigos conheciam um método muito simples de se traçar o ângulo reto, baseando-se no fato de todo triângulo de lados de 3, 4 e 5 unidades de comprimento ser necessariamente retângulo.

Além disso, Hogben (1970, p. 63) afirma que há cinco ou seis mil anos os egípcios e Babilônios já haviam descoberto o que conhecemos hoje como teorema de Pitágoras. O método, pelo qual os arquitetos sacerdotais egípcios traçavam o ângulo reto, consistia em emendar segmentos de corda de comprimentos proporcionais a 3, 4 e 5. Era necessário somente dobrar a corda emendada pelos nós para se obter um triângulo retângulo. Com o avanço da arquitetura, o ângulo reto formado pelo nível das águas e o fio de prumo, foi se tornando cada vez mais importante como medida angular. O ângulo urbano dos construtores era expresso como uma fração do ângulo reto e não dado em graus. Quando os templos foram dispostos em relação aos pontos cardeais,

verificou-se que o ângulo do trimestre ( $\frac{1}{4}$  de  $360^\circ = 90^\circ$ ) e o ângulo do esquadro eram iguais. O FIO DE PRUMO e o NÍVEL D'ÁGUA deram-nos a definição do ângulo reto como unidade de medida angular. A coluna do Templo é vertical quando se inclina igualmente sobre a linha do horizonte, de cada lado de um fio de prumo. O ângulo reto é também aquele que o fio de prumo faz com o horizonte (HOGBEN, 1952, p. 68).

Com os progressos da arquitetura, o ângulo de  $90^\circ$ , formado pelo fio de prumo e pelo nível das águas, foi se tornando cada vez mais importante, como medida angular. O ângulo urbano dos construtores era expresso como “tal fração do ângulo reto, em vez de tantos graus”.

Figura 4 - O ângulo urbano dos construtores.



Fonte: Hogben, 1970

A partir dessa ideia refletimos sobre o conceito de paralelismo. Segundo Eves (1994, p.20) existem “indícios de que o desenvolvimento lógico da teoria das paralelas causou problemas consideráveis aos gregos antigos”. O autor nos traz que Euclides enfrentou essas dificuldades por definir como paralelas “duas retas que são coplanares e não se encontram, por mais que sejam prolongadas nas duas direções (p.20)”. Para Hogben (1970, p. 134), essa definição,

Depois de conduzir-nos ao sétimo céu, abandona-nos, como Platão, no espaço. Porque a verdade é que não conhecemos nenhuma superfície tão plana que nos permita prolongar indefinidamente duas linhas, conservando-as retas. Nossos pedaços são feitos em pedaços tão reduzidos da terra que, em comparação com o restante, nos parecem realmente planos.

Assim, Hogben (1970) observa que muito mais lógico seria averiguar como se pode reconhecer quando duas linhas são paralelas. E uma das maneiras que se poderia ser feito, seria “fixar que duas vigas são paralelas quando estão igualmente inclinadas sobre uma terceira em que ambas se apoia, ou, em linguagem técnica, quantos os ângulos correspondentes são equivalentes” (p.124). Poderíamos utilizar essa situação nas colunas do templo citadas anteriormente. As duas colunas são paralelas, pois são verticais ao plano do horizonte, ou seja, estão inclinadas sob o mesmo ângulo, o ângulo reto.

De acordo com Hogben (1970) quando a construção de templos tornou-se em verdadeira compulsão, “os sacerdotes abandonaram sua maior realização cultural, a medição do ângulo, a uma classe artesã, de escravos e libertos” (p. 66). Essa classe de escravos deixaram como vestígios dos seus conhecimentos, apenas a perfeição de suas obras. Assim, de acordo com o autor, a única razão de ser atribuído aos gregos o título de primeiros matemáticos, deve-se ao

fato de os egípcios não terem deixado literatura esclarecedora das façanhas que realizaram com as suas medições.

Os raros registros deixados pelos egípcios são alguns papiros como o de Rhind escrito pelo escriba Ahmes. Hogben (1970) diz que tão escassa literatura dos egípcios deve-se ao motivo de que a “sua classe letrada não tinha a menor disposição para irradiar seus segredos sacerdotais, e a classe artífice, de mestres de obras, engenheiros, arquitetos e navegantes, por não saberem escrever, transmitiam seus conhecimento de forma oral” (p. 66).

Durante o período de construção de templos pelo Egito, outros fatos que contribuíram para o desenvolvimento da Geometria estão relacionados com a agricultura. Segundo Hogben (1970), a exploração dos agricultores pela mesma casta dirigente que ordenava a construção dos templos e túmulos extraordinários, culminou em um sistema de taxação da terra no Egito. Encontramos na obra de Caraça (2011), um relato a esse respeito, do historiador grego Heródoto, que viveu no século V antes de Cristo, em que diz:

disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e rectangular de terra, com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber o quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois foi passada aos gregos (p. 32).

Seguindo esse pensamento, para que o faraó pudesse cobrar os devidos impostos sobre as terras dos agricultores, necessitava de saber com que quantidade de terras estava lidando. Como as águas do rio consumiam partes dessas terras nas cheias, o que derrubava os marcos fixados no ano anterior, era preciso que se medisse o que foi tomado pelas águas. Em algumas ocasiões, as águas não consumiam toda a região de cultivo e alguns lados ficavam preservados, então eles tinham que reconstruir os limites, a partir de informações parciais. Porém, quando toda a propriedade era tomada, se tratava de refazer os marcos de modo que se conservasse nas propriedades a mesma quantidade de terra de antes, poderiam assim terem surgido os primeiros conceitos de cálculos sobre áreas (BARKER, 1976).

Essa necessidade dos egípcios de realizar tais medições, segundo Barker (1976), possibilitou que eles se tornassem hábeis delimitadores de terras e devem ter descoberto e utilizado inúmeros princípios úteis relativos às características de linhas, ângulos e figuras – como, por exemplo, o de que a soma dos três ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos, e o de que a área de um paralelogramo é igual à do retângulo que tenha a mesma base a mesma altura (p. 27).

Essas disputas sobre impostos e direitos de propriedades deram origem a uma classe profissional de agrimensores, mas, além da agrimensura, Hogben (1970) diz que os egípcios dedicavam grande atenção aos planos de irrigação, principalmente os baseados nas profecias sobre as enchentes do rio Nilo. A partir disso a agronomia egípcia teria acrescentado à medição de ângulos, a medição de superfícies, mas não se sabe ao certo, o motivo dos homens terem escolhido o quadrado como unidade de área. Hogben (1970, p. 67) aponta que uma provável razão para isso, é de quando se começou a pavimentar assoalhos utilizando ladrilhos quadrados.

Questionar sobre quanto espaço plano contém uma muralha, de acordo com Hogben (1970, p. 68), equivale a questionar quantos ladrilhos quadrados de um tamanho padrão são necessários para calçar esse espaço e que a espessura dos ladrilhos não tem a menor importância nesse caso. Trazemos o que diz Gerdes (2014) ao relatar que os seres humanos ao iniciarem as construções das casas precisaram descobrir qual seria a melhor forma para os tijolos. Com isso, evitaria que a construção desmoronasse e ainda, houvesse a entrada de ventos e águas de chuvas. Assim, se quisessem saber quantos tijolos seriam necessários para construir uma casa,

descobriu-se, no próprio processo de trabalho, que para saber o número de tijolos necessários não é preciso imaginá-los naquela posição. Podemos imaginar que os tijolos são postos do seguinte modo para saber o número de tijolos necessários para uma parede, embora na realidade, não se construa uma parede assim porque cairia facilmente. Podemos contar quantos tijolos são necessários para uma fila e repetindo isso para as filas seguintes, obtém-se o mesmo número. Aplicando a operação de multiplicação que já tinha sido descoberta, obtém-se que o número total de tijolos para uma parede é igual ao número de tijolos numa fila vezes o número de filas. Assim foi descoberta a primeira noção de área e a forma de a calcular. Descobriu-se essa noção na construção de cidades, nas tentativas de determinar o número de tijolos necessários para uma parede, no processo de tentar planificar a construção de casas. Uma vez descoberta esta ideia de área dum rectângulo, esta podia ser levada para o campo (Gerdes, 2014, p.28-29).

Para Hogben (1970, p.68), as medições que realizamos para saber quantos tijolos serão necessários para pavimentar uma superfície, para construir a base de um muro ou parede e preencher um certo espaço, estarão relacionadas entre si. Entretanto, é necessário que sejam utilizados os mesmos tijolos, ou seja, estipular uma unidade de medida padrão.

Com relação ao volume de determinado objeto, ou seja, o quanto é necessário para preenchê-lo, Hogben (1970, p.69) atribui aos Sumerianos o fato de serem os primeiros a utilizar os cubos com lados de comprimento padrão, como unidade de medida para o volume. Esses povos desenvolveram sua civilização na região sul da Mesopotâmia, entre os rios Tigre e Eufrates e habitaram esta região, conhecida como Suméria, entre os anos 4000 e 1950 a.C. O fato de serem os primeiros a utilizar os cubos uma medida padrão de volume teria ocorrido em

função da expansão das suas rotas comerciais. Tornou-se uma necessidade social estabelecer um padrão comum que se pudessem comparar vasilhas de várias capacidades, uma vez que os diferentes povos através dos seus costumes impunham formas e dimensões variáveis aos seus vasilhames.

De acordo com Hogben (1970), os povos sumerianos eram comerciantes desde a mais remota antiguidade. Foram os fundadores de Tiro, um dos maiores portos comerciais da antiguidade e desde 1500 a. C. seus barcos já navegavam rumo ao norte, para comercializar com as comunidades megalíticas da Bretanha, do Coranwall e Devon. Quando navegaram para o Sul e ultrapassaram o Equador, ruuiu a economia sacerdotal das velhas civilizações, pois a medição das estrelas passou a incorporar a ciência marítima. Desse modo, segundo Hogben (1970), as civilizações da Mesopotâmia e Ásia menor precederam a do Egito na criação de um sistema de pesos e medidas.

Podemos perceber com esses fatos, que a partir das necessidades dos seres humanos em registrar as estações para poder lidar com o cultivo da terra e a criação de animais, as observações astronômicas, possibilitaram muitos avanços na construção de conceitos geométricos, como ângulos, paralelismo, perpendicularidade, comprimento, área e volume, como mostramos ao longo do texto.

### **3.3 Nexos conceituais**

A partir de fatos demonstrados no capítulo 3, podemos refletir sobre alguns aspectos que foram fundamentais para o desenvolvimento da geometria. Neste capítulo, abordaremos com base nas nossas investigações a partir da perspectiva lógico-histórica, o que constituem-se e quais são os nexos conceituais da geometria.

De acordo com Sousa (2004, p.65), entende-se por nexos conceituais os elos que se estabelecem entre os modos de pensar um conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito. Esses elos mobilizam o movimento do pensamento, contendo a lógica, a história, as abstrações e as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento. Cunha (2008) define nexos conceituais como "unidades dialéticas formadas por pares que, embora tenham diferentes significados, interdependem e implicam um no outro". Ademais, trazemos as contribuições de Araújo et. al (2023, p.13-14),

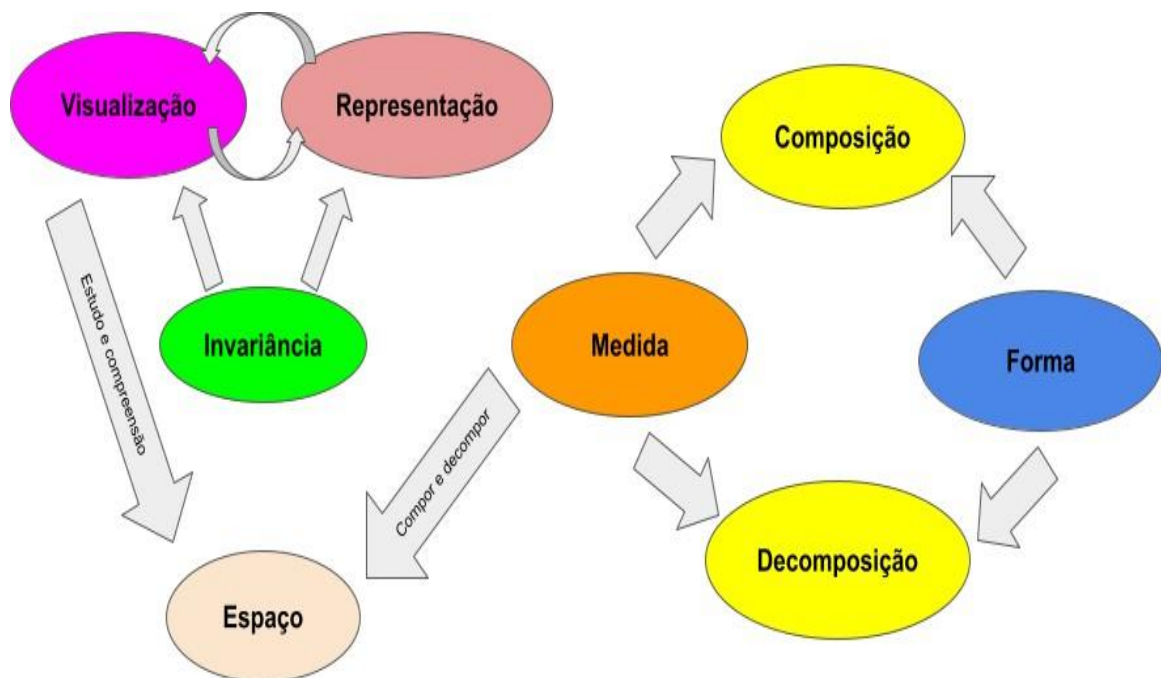
Os nexos conceituais se constituem em um conjunto de conceitos cuja síntese é o conceito em estudo. Neles observa-se os aspectos mais internos do conceito, é a sustentação fundamentadora dos conceitos que foram se

desenvolvendo em um trajeto histórico e sob um desencadeamento lógico até chegar a uma definição formal.

Conforme definido por Kopnin (1978) e Davydov (1982), refere-se aos nexos internos, como nexos conceituais ou nexos internos do conceito. Os nexos externos limitam-se aos elementos perceptíveis do conceito, enquanto os internos constituem o aspecto lógico-histórico do conceito. Sousa (2004, p.65) enfatiza que “os nexos internos do conceito mobilizam mais o movimento do aprendente do que os nexos externos”. Os nexos externos da geometria estão relacionados à sua representação formal e aos elementos perceptíveis, como figuras, formas e símbolos matemáticos. Esses aspectos tangíveis e visuais da geometria são fundamentais para sua aprendizagem e aplicação prática. Os nexos externos são formalizados pela linguagem, exemplificando-se na classificação dos ângulos em retos, agudos e obtusos.

Destacamos que, ao apresentar os nexos conceituais da geometria, baseados no que pesquisamos, não significa que sejam exclusivos da geometria, mas que, para o seu desenvolvimento, mostraram-se fundamentais.

Figura 5 - Esquema representativo dos nexos conceituais



Fonte: Sistematização da autora

### 3.3.1 Forma

De acordo com Abreu (2013, p. 51) nos primórdios da humanidade, o homem começou a observar certas regularidades na natureza. Ele percebeu que seus instrumentos de caça e coleta de alimentos seriam mais eficazes se tivessem formas específicas. Por exemplo, uma pedra com uma borda mais afiada seria mais eficiente para cortar a carne dos animais. Da mesma forma, o formato da ponta de uma lança influenciava sua capacidade de perfurar a pele dos animais, e o modo como um arco e flecha eram fabricados determinava sua utilidade na caça. Além disso, a forma de um cesto que facilitasse o transporte de frutos exemplifica como o ser humano utilizou a noção de forma para aprimorar seus utensílios. Assim, o homem começou a diferenciar forma e matéria, compreendendo que podia moldar a matéria e otimizar as formas para melhorar sua funcionalidade.

Mas, a importância da ideia de forma não se restringe a isso. Pensemos agora, nas sociedades de agricultores e criadores. Ao se estabelecer em certo lugar, o ser humano precisa estruturar o local onde pretende residir. Vamos nos reportar a um exemplo mostrado por Gerdes (1981), sobre as moradias primitivas das sociedades do Egito e Babilônia. Esses povos em um primeiro momento começaram a utilizar formas mais irregulares para os blocos de pedra ou tijolos de barro nas suas construções. Eles perceberam, no entanto, que essas formas mais irregulares dificultavam a construção e deixavam espaços entre si, onde a ação do tempo, como vento e chuva interferiam em seu espaço interno. Num momento posterior, no processo de trabalho dessas construções, os homens começaram a perceber que mudando a forma desses tijolos, poderiam obter formas mais regulares, que pudessem sanar tais problemas.

Desse modo, podemos então, a partir da ideia de forma, analisar se algo arredondado, retangular, pontudo, reto ou curvo é adequado para atender a certa necessidade. Ter a percepção de forma é algo que se mostra, então, fundamental para a Geometria e, desse modo, podemos classificá-la como nexos conceitual.

### 3.3.2 Medida

Desde os tempos antigos, a geometria foi utilizada para resolver problemas concretos, como a medição de terras no Egito e a construção de edifícios na Grécia Antiga (Hogben, 1987). A necessidade de cultivar a terra e criar animais impulsionou os seres humanos a desenvolverem conceitos matemáticos à medida que surgiam novas necessidades. A prática de medir superfícies foi crucial para a sobrevivência das sociedades. Por exemplo, ao calcular

a quantidade de alimentos necessária para sustentar uma família ou comunidade, era essencial medir o potencial produtivo da terra. Isso envolvia não apenas medir comprimentos e distâncias, mas também calcular áreas para distribuir as terras entre os agricultores. (Eves, 1990).

Segundo Abreu (2013, p. 54) as propriedades geométricas, como a relação entre o perímetro e o raio de uma circunferência, ou a relação entre o perímetro da base e a altura da Grande Pirâmide, que se correlacionam com o valor de  $2\pi$ , só foram descobertas devido ao esforço humano em medir e quantificar. Essas descobertas foram possíveis graças ao desenvolvimento da medição, que permitiu o avanço das civilizações em diversas áreas, desde a agricultura e criação de animais até a arquitetura e o comércio.

Hogben (1958, p. 124-125), traz exemplos sobre as criações dos seres humanos a partir das suas necessidades. Sobre o ato de medir, destaca que:

Os primeiros homens que procuraram medir áreas não estavam interessados em explorar o subsolo; sim em saber quantos grãos poderiam semear em seus campos, quantos poderia colher, ou quantas ovelhas e reses pôr a pastar. Foi apenas quando tiveram de construir cercas para proteger seus rebanhos, vinhas e templos – onde propiciavam os deuses, senhores da chuva, das estações, do sol – que depararam com um novo problema.

De acordo com Silva (2010), por muito tempo na história, os seres humanos utilizaram o próprio corpo como unidade de medida. Inicialmente, era algo bem prático por serem padrões do próprio corpo, como pés, braços, polegares, dentre tantas outras partes. Contudo, com o passar do tempo, as primeiras civilizações foram observando que esta forma de medir não fornecia medidas precisas, pois havia humanos de diversas estruturas físicas como altos, baixos, magros, gordos, dentre outras características. Assim, houve a necessidade de buscar um sistema mais preciso e padronizado (SILVA, 2010).

### **3.3.3 Visualização e representação: elementos indissociáveis**

As representações visuais e diagramas são ferramentas essenciais que permitem a comunicação e a formalização dos conceitos geométricos. A visualização se constitui como uma base para a construção do pensamento geométrico. Fainguelernt (1999) define a visualização como sendo a habilidade de representar, transformar, descobrir, perceber, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais. Segundo Santos (2009) partindo desse princípio, visualizar não é somente utilizar um sentido para ver, ou seja, a mera utilização de um ato sensorial. Nesse sentido, relaciona-se com a capacidade de analisar e perceber o mundo real e memorizar características de objetos vistos. Faz-se então, uma referência ao

contato visual físico e também, ao contato imaginário do espaço. De acordo com Barbosa (2011, p.5), a visualização e a representação são elementos indissociáveis, ou seja, uma depende da outra para a construção do conhecimento geométrico.

Podemos pensar na visualização como um processo mental que permite a criação de imagens e a manipulação de objetos na mente. E a representação, seja por meio de desenhos, modelos ou linguagem simbólica, exterioriza a visualização e permite a comunicação e a reflexão sobre os conceitos geométricos. Esses nexos podem se manifestar na aprendizagem de diferentes conceitos geométricos, como por exemplo, nas formas geométricas, relações espaciais ou transformações geométricas.

### 3.3.4 Invariância

O nexos conceitual de invariância é fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois ajuda os alunos a reconhecerem padrões e regularidades que se mantêm constantes em diferentes contextos. Temos em González (2011, p.731) de que se rotacionarmos um triângulo isósceles pelo seu eixo de simetria, obtemos um triângulo com os mesmos valores para ângulos, lados e áreas. Isso quer dizer que teremos a mesma medida dos ângulos e de áreas, ou seja, as medidas permanecerão invariantes por simetria. Em uma outra situação, ao subdividir um retângulo em dois triângulos, a soma das áreas dos triângulos será invariavelmente igual à área original do retângulo. Além disso, em uma transformação de translação, a área de uma figura não muda, demonstrando a invariância da área em tais transformações. González, 2011, p.730-731 diz que

na Geometria euclidiana, que reinou absoluta durante dois mil anos, a forma e a área de uma figura são invariantes por translações e rotações: trasladando e rotacionando uma figura no plano euclidiano, o resultado será sempre uma figura da mesma forma e da mesma área. Se um triângulo tem um ângulo reto, podemos trasladá-lo a qualquer parte do plano e rotacioná-lo de qualquer maneira que continuará tendo um ângulo reto.

Ao compreender a invariância, os estudantes conseguem relacionar diferentes conceitos geométricos e aplicar essas relações em diversas situações, como na solução de problemas de congruência e semelhança, na análise de simetrias e na compreensão de propriedades geométricas mais complexas.

### 3.3.5 A composição e a decomposição do espaço

Segundo Santos (2015, p. 118), atualmente realizamos cálculos de áreas utilizando fórmulas, que representam o conhecimento formal da geometria. A humanidade precisou usar de outros métodos como a decomposição e recomposição de figuras, antes de chegar ao estágio de rigor das fórmulas. O processo da decomposição e recomposição de figuras é lógico-histórico e pode contribuir na compreensão das fórmulas que hoje conhecemos. O que se confirma com o que diz Gaspar (2003, p. 58 e 67)

Na geometria egípcia encontramos problemas de medidas sobre volumes e áreas das figuras planas e dos sólidos mais familiares que, na sua maioria, foram trabalhados pelos egípcios. Eles calculavam áreas de retângulos, triângulos e trapézios isósceles, provavelmente pelo método de decomposição e recomposição de figuras.

Corroborando com Santos (2015) e Gaspar (2003), Lanner de Moura et. al. (S/D, p. 20) a partir de várias perspectivas históricas relacionadas à geometria, afirmam que sua constituição se deu a partir da decomposição do espaço, ou seja, “partindo das três dimensões, passando pelas duas até criar a primeira dimensão para, ao retornar, compor sucessivamente as três dimensões a partir dos seus elementos mais simples”. Assim, Lanner de Moura et. al. (S/D, p.20) trazem os nexos conceituais de decomposição e composição, ao invés de recomposição, citado por Santos (2015). Esse movimento da história deve ser considerado quando se assume uma perspectiva lógico-histórica na abordagem de conceitos em sala de aula.

## 4 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo, são apresentados os caminhos metodológicos da pesquisa: a abordagem, o contexto, os instrumentos de coleta de dados e as possibilidades de análise dos dados obtidos. A metodologia está voltada para a questão central da pesquisa, a saber: quais sentidos e significados os estudantes expressam, em suas atividades, em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), sobre geometria?

O percurso metodológico da pesquisa é fundamentado no materialismo histórico-dialético e nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural (THC). A partir das diversas expressões humanas como a fala e a escrita, busca-se compreender as relações que constituem esses sujeitos, inseridos em um contexto específico, mas que mantêm sua individualidade e historicidade. Assim, pretende-se refletir sobre a realidade material – histórica e cultural – por meio da realidade observada, isto é, pelo material empírico.

### 4.1 Contexto da pesquisa e participantes

A proposta dessa pesquisa partiu dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, com ênfase nos conceitos de atividade de ensino e mediação. Propôs-se o desenvolvimento de um estudo de caso, de abordagem qualitativa, em uma escola pública do município de Varginha, sul de Minas Gerais, local em que a pesquisadora exerce seu trabalho como docente de Matemática, Língua Portuguesa e Artes, no 4º ano do Ensino Fundamental.

A partir do estudo de conceitos de Geometria, na perspectiva histórico-cultural, pretende-se investigar o desenvolvimento do pensamento teórico a partir de significações em situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos de Geometria.

Fez-se uma análise lógico-histórica dos conceitos matemáticos que culminou no desenvolvimento de situações desencadeadoras de aprendizagem que propiciaram aos estudantes a compreensão de conceitos em seu movimento lógico-histórico, isto é, ir além da lógica formal e apropriar-se dos conceitos a partir das necessidades humanas que os originaram.

Para tanto, elaborou-se uma unidade didática que contemplou os conceitos básicos da Geometria, em situações desencadeadoras de aprendizagem. Essas situações buscaram compreender a formação do pensamento teórico-matemático dos estudantes, estimular o desenvolvimento das competências cognitivas mediante a formação de conceitos e o

desenvolvimento do pensamento teórico e analisar a atuação do professor como mediador do processo ensino-aprendizagem.

#### **4.2 Instrumentos e procedimentos para a coleta de dados**

A coleta de dados se deu por meio de registros audiovisuais, fotografias, produções escritas, diário de bordo dos estudantes e diário de campo da professora-pesquisadora. Ao registrar suas percepções sobre as aulas no diário de campo, a pesquisadora busca capturar os acontecimentos de maneira detalhada e reflexiva, garantindo a integridade das observações. Este diário de campo é composto por um “[...] registro detalhado das observações, escutas, experiências e reflexões que o pesquisador realiza ao longo da coleta, servindo como um recurso valioso para a análise qualitativa dos dados” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150).

As gravações em áudio de cada grupo possibilitaram a captação dos significados e sentidos expressos pelos alunos em suas atividades, uma vez que seria inviável captar com clareza o som de toda a turma utilizando apenas filmagens. Além disso, a pesquisadora não conseguiria acompanhar todas as discussões grupais simultaneamente. Importante ressaltar que mesmo não conseguindo registrar detalhadamente suas interpretações, os estudantes verbalizaram com mais clareza e espontaneidade nas trocas entre os pares. Todas as gravações em áudio e vídeo foram transcritas pela pesquisadora.

Esse conjunto de ferramentas, como o diário de campo, gravações em áudio e suas transcrições, gravações em vídeo e suas transcrições, fotografias, diário de bordo e produções escritas dos alunos, constitui a documentação da pesquisa. Esses instrumentos se complementam e contribuem para reduzir a possibilidade de omissões e inconsistências nas informações coletadas.

#### **4.3 Do conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) às Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA)**

A principal fonte de dados dessa pesquisa foi constituída pelos áudios, registros escritos, fotos e diários de campo dos estudantes e da professora-pesquisadora por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA). Essas situações foram elaboradas com o intuito de mobilizar os nexos dos conceitos de geometria, suscitando as atividades dos sujeitos da pesquisa.

A abordagem adotada buscou incorporar os elementos teóricos da Teoria da Atividade. Segundo Leontiev (1983), elementos estruturais como a necessidade, o motivo e a ação são fundamentais na teoria da atividade, sendo a necessidade o elemento desencadeador que motiva o sujeito a estabelecer objetivos e realizar ações para atendê-la. Como também, a pesquisa traz as potencialidades da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como uma abordagem da atividade de ensino e aprendizagem que, “sustentada pelos pressupostos da teoria-histórico cultural, se apresenta como uma possibilidade para realizar a atividade educativa, tendo por base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento” (Moura, 2010, p.83). Assim, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) é definida como aquela que,

mantém a estrutura da atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (Moura et al, 2010, p.96).

Nessa pesquisa, a atividade orientadora de ensino foi utilizada com a intenção de propiciar aos estudantes reflexões sobre os conceitos de geometria. As SDA propostas consideram o desenvolvimento histórico do conceito, os nexos que o constituem, e a vivência dos sujeitos da pesquisa, articulada a um processo reflexivo e explicativo. Ademais, (Moura et. al, 2019) enfatiza que é preciso propiciar aos estudantes, na apropriação de conceitos teóricos, “a vivência de situações que os mobilizem em conformidade com os processos históricos humanos de produção de conhecimento”. Assim,

Tal como no desenvolvimento histórico e social, a situação desencadeadora da aprendizagem visa colocar a criança em tensão criativa, à semelhança daqueles que a vivenciaram, ao resolver seus problemas autênticos, gerados pelas necessidades de ordem prática ou subjetiva. Essas situações desencadeadoras de aprendizagem podem proporcionar um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo (Moura et. al, 2019, p.422).

Portanto, nessa pesquisa, a organização do ensino em SDA reflete a construção histórica do conceito e os momentos de sua formação, auxiliando o aprendiz no desenvolvimento do pensamento teórico, por meio de uma história virtual do conceito. De acordo com Moura et al (2019, p.423) a história virtual do conceito se apresenta como SDA, proposta aos estudantes como “um problema a ser resolvido coletivamente, cujas formas de solução e resultados requerem a participação ativa dos sujeitos envolvidos na atividade, tanto o professor como o estudante”.

Pensar teoricamente envolve uma organização conceitual que transcende a mera observação empírica dos objetos, englobando a reflexão sobre os nexos conceituais da geometria, explicitados no Capítulo 4, tais como espaço, forma, composição, decomposição, visualização, representação, invariância e medida.

#### 4.4 Unidade Didática: As férias no sítio do vovô Carminho

Embora o foco da pesquisa fosse o desenvolvimento do pensamento matemático a partir das significações produzidas pelos estudantes em atividade, a professora-pesquisadora considerou relevante estimular práticas de leitura e escrita em todos os momentos da UD. Esse contexto, vivenciado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que o mesmo professor ministra as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática e Artes, favoreceu uma abordagem interdisciplinar e flexível das aulas.

Para elaboração da UD, bem como das SDA, a professora baseou-se no interesse dos estudantes pela vida no campo, bem como no entusiasmo por desafios, histórias e tarefas em equipes. A história do livro elaborado pela professora-pesquisadora relata que três irmãos passam as férias no sítio do avô e vivenciam experiências onde estudam conceitos matemáticos. O livro e as SDA podem ser apreciados em sua íntegra na seção “Anexos”. O contexto e os objetivos da UD são explicitados no quadro 1.

Quadro 1 - Contexto e objetivos

Unidade didática: O sítio do vovô Carminho	
Disciplinas: Matemática, Língua Portuguesa e Artes	
Turma: 4º ano	Tempo previsto: 24 aulas de 50 minutos
<b>Contexto:</b> Um avô que gosta de contar histórias e seus três netos curiosos, que amam aventuras, vivenciam momentos emocionantes em uma grande viagem pelo tempo. A cada capítulo do livro, surgem situações nas quais precisarão mobilizar nexos conceituais da geometria.	
<b>Objetivo geral:</b> Desenvolver o pensamento teórico dos estudantes, de forma dialogada e interativa, levando o aluno a ser sujeito ativo no processo de aprendizagem.	
<b>Objetivos da Unidade Didática:</b> Mobilizar os nexos conceituais da geometria: forma, espaço, visualização, representação, invariância, medida, composição e decomposição. Desencadear a aprendizagem dos conceitos de geometria. Compreender, valorizar e exercitar o uso da escrita com diferentes funções e em diferentes gêneros.	

Fonte: Sistematização da autora

No movimento de elaboração da UD, a professora-pesquisadora utilizou como personagens para o livro, seus pais e filhos. Assim, atribuiu características bem reais a cada personagem, e com o estudo do movimento lógico e histórico da geometria, criou-se os diálogos e desafios propostos pelo Vovô Carminho. Então, possibilitou aos estudantes que se sentissem participantes da história, e não somente leitores ou ouvintes.

A priori, a professora-pesquisadora fez um levantamento bibliográfico do movimento lógico e histórico da geometria para somente depois, escrever as histórias contadas pelo avô a seus netos, evitando inconsistência de fatos históricos. A cada capítulo do livro, era proposta uma SDA e os estudantes se deparavam com situações nas quais precisavam mobilizar nexos conceituais da geometria. Em momentos colaborativos, foram instigados a resolver os problemas propostos pelo vovô Carminho. No quadro 2, observam-se os nexos conceituais mobilizados em cada SDA.

Quadro 2 - Nexos conceituais das SDA

SDA	Nexos	SDA	Nexos
1		5	Medida
2	Espaço e forma	6	Medida
3	Espaço, forma, visualização e representação	7	Medida
4	Composição e decomposição	8	

Fonte: Sistematização da autora

As SDA1 e 8 constituíam-se em momentos de contextualização, nos quais se buscou o envolvimento dos estudantes na UD, ou seja, almeja-se suscitar a atividade dos sujeitos. Desse modo, ainda que essas SDA não sejam abordadas de forma direta na análise dos nexos conceituais mobilizados, constituem-se em importante fonte de dados para a verificação da atividade de estudo dos sujeitos.

As histórias e desafios do vovô Carminho apresentaram aos estudantes situações nas quais, por meio de ações e operações, deveriam apropriar-se dos nexos conceituais da geometria, em um movimento do abstrato ao concreto, do geral ao particular. O contexto da história fez com que os estudantes se envolvessem na construção de soluções para os desafios que se tornaram necessidades reais para a turma.

No próximo tópico será detalhado o processo de construção da história: As férias no sítio do Vovô Carminho e das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

#### 4.4.1 O processo de criação das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA)

O estudo para elaboração da Unidade Didática foi norteada pela pergunta “Para que ensinar?” como uma orientação para o objetivo na produção da atividade de ensino, como sugere Moura (2023, p.25). A intencionalidade foi de criar um ambiente que propiciasse às crianças viverem, de forma ativa e reflexiva, os processos que historicamente levaram à construção dos conceitos geométricos. A cada SDA, os estudantes são desafiados a resolver problemas reais propostos pelo personagem do Vovô Carminho, análogos ou correlatos às necessidades humanas ao longo da história. Segundo Moura et al (2010, p. 223), uma SDA,

deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico - histórico.

As SDA foram cuidadosamente elaboradas para promover a interação entre os sujeitos da pesquisa, estudantes e professora, permitindo que compartilhassem diferentes estratégias e perspectivas, o que é de suma importância para o desenvolvimento humano. Pensou-se assim, na busca coletiva para apropriação do conhecimento.

Explorar o aspecto lógico-histórico nos permitiu adotar uma abordagem que vai além da simples análise histórica de um conceito, direcionando o foco também para o desenvolvimento das ideias associadas a ele. Assim, trabalhar o movimento lógico-histórico em sala de aula não significa apenas trazer a história ou transformar a aula em uma narrativa histórica, mas sim identificar, na história dos conceitos, os processos de construção do pensamento desenvolvidos por diferentes grupos sociais e culturais, e integrá-los ao ensino.

Ao final de cada capítulo da história, um desafio é proposto aos três netos do vovô Carminho, fazendo com que busquem soluções colaborativas e a mobilização dos nexos internos dos conceitos. Dessa forma, na elaboração das (SDA) priorizou-se os nexos internos dos conceitos, com exceções das SDA 1 e 8.

A SDA 1 não teve a intenção de mobilizar nexos conceituais, mas de instigar a curiosidade dos estudantes sobre o que irão estudar, conectando-se emocionalmente com a aula. Os estudantes foram apresentados à história fictícia de "As férias no sítio do Vovô Carminho", em que o vovô propõe aos netos desafios, onde vivenciam as necessidades que originaram os conceitos geométricos. Essa SDA serviu como um gancho para introduzir o assunto, despertando o interesse e a motivação dos alunos. A partir dessa situação, eles são convidados a imaginar e prever os temas que serão abordados ao longo da unidade didática.

A SDA 2 foi elaborada a fim de mobilizar os nexos de espaço e forma. Para isso, seria necessário levar os estudantes a vivenciarem como os seres humanos descobriram as formas. Assim, a intencionalidade seria eles perceberem que algumas formas eram melhores que outras para atender certas necessidades.

Na SDA 3 denominada “Explorando o espaço ao nosso redor”, a intenção foi de mobilizar os nexos conceituais de forma, espaço, visualização e representação. A sugestão é de um passeio exploratório ao redor da escola, aguçando o sentido da visão e incentivando a observação das construções humanas e das formas pela natureza. A inspiração para o planejamento dessa SDA surgiu a partir de uma proposta de Lanner de Moura et. al. (S/D). Assim, segundo Lanner de Moura et. al. (S/D) “o movimento da natureza (em sua beleza, transformação, particularidades, etc) produz impactos em nossos sentidos, em especial, na visão; com esse movimento é possível a criação das primeiras ideias geométricas”.

Na SDA 4, nomeada de “As embalagens da vovó Preta”, pretendeu-se mobilizar os nexos conceituais de invariância, composição e decomposição, através do desafio de criar embalagens para as quitandas da vovó. Inicialmente, o planejamento da professora-pesquisadora não contemplava a realização de um piquenique, o que foi proposto pelos estudantes no desenrolar da SDA. Assim, com a flexibilidade já prevista pela docente, fez-se esse momento de socialização e diversão antes da confecção das embalagens.

A SDA 5 é chamada de “Observando o céu” e foi pensada de uma maneira para mobilizar onexo conceitual de medida, abordando o conceito de ângulo. Através da observação do céu, os seres humanos que se tornaram agricultores conseguiam prever por exemplo, qual a melhor época para o plantio de certos alimentos. Então, na história o Vovô Carminho propõe aos netos que observem o céu do sítio durante a noite. Assim, os estudantes foram instigados a se colocarem na posição desses primeiros seres humanos.

A SDA 6 “A divisão dos canteiros”, também foi organizada para a mobilização do nexo de medida, a fim de que os estudantes fossem instigados a descobrir a necessidade de uma medida padrão. As equipes seriam desafiadas a fazer a divisão das terras para plantio de uma forma justa e precisa. Assim, como as civilizações antigas, vivenciaram, chegaram a acordos sobre medidas e sua padronização.

A SDA 7, intitulada de “A área dos canteiros”, foi elaborada para fechar o desenvolvimento do nexo conceitual de medida. Com a definição de uma unidade de medida padrão para medir a área dos canteiros, as equipes precisam descobrir qual será a capacidade de produção das suas terras.

A SDA 8 foi planejada para que os estudantes pudessem registrar como se apropriaram

dos conceitos que foram constituídos a partir da própria necessidade humana, o que foi vivenciado por eles. Assim, como diz Moura, et. al. (2010, p.66) eles conseguem assimilar que são “herdeiros do conhecimento desenvolvido pelas gerações precedentes”. Então, a produção de um registro para futuras gerações, como proposto, não apenas reforça os conceitos apropriados, mas também incentiva a continuidade do processo de aprendizagem e a valorização do conhecimento histórico.

Essas SDA foram elaboradas para possibilitar não somente a internalização dos conceitos, mas também a percepção de sua relevância prática e histórica, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento. Ademais, ao envolver os estudantes em situações que replicam, de certa forma, as necessidades e desafios enfrentados pelos primeiros seres humanos, eles podem compreender a lógica por trás da evolução dos conceitos geométricos.

#### **4.5 Organização dos dados e procedimentos de análise**

Para a análise dos dados foi utilizada inicialmente a proposta metodológica através dos núcleos de significação, que é um método sustentado pela teoria histórico-cultural. Essa abordagem significa que os procedimentos de análise de material qualitativo, visa apreender os sentidos que constituem o conteúdo do discurso dos sujeitos informantes. O sentido vem carregado de uma significação humana que acontece através do outro. A linguagem é toda composta de símbolos e é através dela que o pensamento toma forma. Conforme Junqueira (2015, p.63),

A palavra com significado é o mais importante material de análise e interpretação utilizado pelo pesquisador para apreender as significações constituídas pelo sujeito frente à realidade. De certo modo porque a palavra não se revela por si só.

De acordo com Aguiar (2013, p. 228), o método consiste fundamentalmente em instrumentalizar o pesquisador, com base nos fundamentos epistemológicos da perspectiva sócio-histórica, para o processo de apreensão das significações constituídas pelo sujeito frente à realidade com a qual se relaciona. Ademais, consiste em um meio de observação de falas, que busca as percepções, concepções, ideias dos participantes da pesquisa. Cabe ao pesquisador explorar esses aspectos para que tenha resultados ao longo da pesquisa.

Com o material gravado e transcrito, foram realizadas leituras “flutuantes”, com o objetivo de familiarizar as ideias e destacar e organizar os pré-indicadores para a construção dos futuros núcleos. Assim, de acordo com Aguiar, 2012, p.230 “irão emergindo temas os mais

diversos, caracterizados por maior frequência (pela sua repetição ou reiteração), pela importância enfatizada nas falas dos informantes, pela carga emocional presente, pelas ambivalências ou contradições, pelas insinuações não concretizadas, etc.” Após a leitura mais aprofundada e reflexiva, foram surgindo os pré-indicadores que foram filtrados de acordo com a sua importância para a compreensão do objetivo da investigação.

Em um movimento dialético de contradições e articulações, destacam-se os seguintes indicadores: interação entre pares, sentidos e significados, mediação, estudantes em atividade, pensamento crítico e reflexivo.

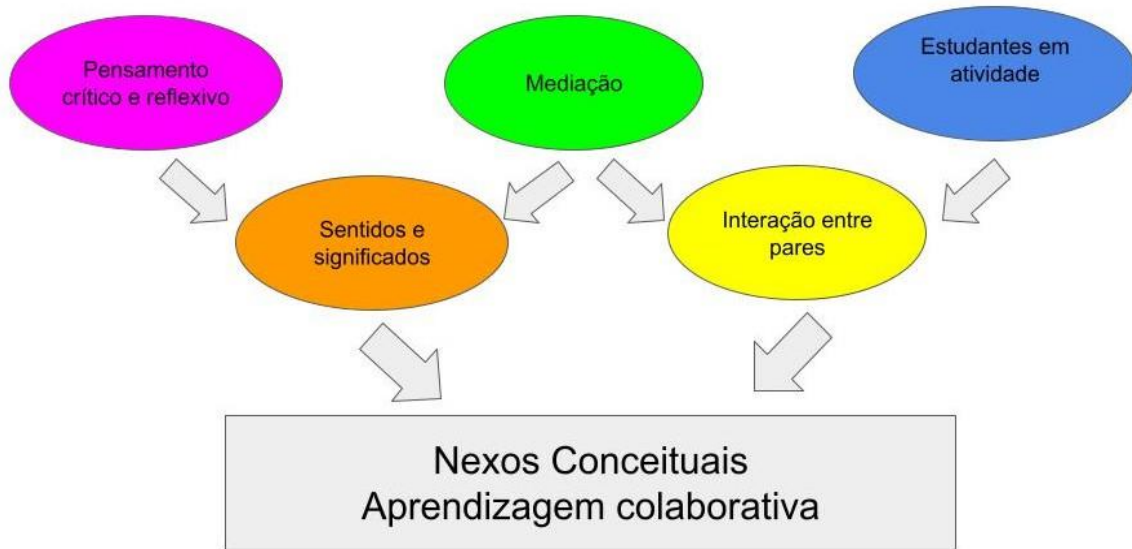
Figura 6 - Pré-indicadores e Indicadores

Pré-indicadores				
História matemática da	Organização de estratégias	Raciocínio equivocado	Mobilização de conhecimentos	Exposição do raciocínio
Uso do corpo como unidade de medida	Contextualização	Conhecimentos prévios	Formação de equipes	Necessidade de unidade de medida padrão
Precisão no uso de termos geométricos	Engajamento na resolução de tarefas	Uso de analogias e inspiração em exemplos históricos	Estímulo à reflexão através de perguntas	Erro conceitual
Curiosidade e interesse	Construção coletiva de conhecimento	Evolução do pensamento geométrico através das práticas	Discussão e negociação de ideias entre pares	Experiências concretas
Cooperação entre os pares	Estratégias de medição	Uso de ferramentas e técnicas de representação	Introdução e reforço de conceitos geométricos	Questionamentos e reflexões críticas sobre os métodos utilizados
Manipulação de materiais	Autoavaliação	Uso de analogias e exemplos práticos	Discussão e argumentação	Estímulo a auto-expressão
Construção de significados	Inovação na resolução de problemas	Internalização dos conceitos	Contribuições coletivas para as tarefas	Compreensão da necessidade de inovação
Indicadores				
Interação entre pares	Sentidos e significados	Mediação	Estudantes em atividade	Pensamento crítico e reflexivo

Fonte: Dados da pesquisa

A partir da aglutinação dos pré-indicadores, seja pela similaridade, pela complementaridade ou pela contraposição em relação às ideias, caminhou-se em direção aos possíveis núcleos de significação. Então, os núcleos foram formados a partir da articulação dos indicadores e dos conteúdos semelhantes, complementares ou contraditórios. Pereira (2023, p.79) nos diz que “os indicadores contêm falas e expressões escritas que, articuladas pela recorrência ou contradição, apresentam robustez para compor os núcleos de significação”.

Figura 7 - Constituição dos núcleos de significação



Fonte: Sistematização da autora

A construção dos núcleos de significação, conforme proposto por Aguiar e Ozella (2006), permite agrupar os sentidos expressos pelos sujeitos em torno de temáticas centrais, fornecendo uma estrutura para a análise da constituição subjetiva. No entanto, após a qualificação foi sugerido por um membro da banca a análise através de episódios e cenas. Assim, ao buscar referências sobre esse método, a professora-pesquisadora encontrou a tese de Fraga (2023) a qual utilizou como inspiração para a organização dos dados. Assim, os núcleos foram transformados em Unidades de Análise.

A análise qualitativa dos dados em pesquisas fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural demanda uma abordagem que permita a apreensão dos sentidos e significados atribuídos pelos sujeitos nas interações sociais. Nesse contexto, a metodologia defendida por Moura (2004) oferece um arcabouço teórico e metodológico que orienta a interpretação dos dados por meio da organização dos dados em episódios e cenas.

Segundo Moura (2004), o desdobramento das Unidades de Análise em episódios e cenas possibilita a reconstrução dos momentos significativos da atividade, destacando os aspectos situacionais e discursivos que emergem no processo investigativo. Essa organização metodológica favorece uma compreensão mais aprofundada das contradições, tensões e transformações presentes no desenvolvimento da ação dos sujeitos, em consonância com a perspectiva histórico-cultural de Vygotsky (2009), que enfatiza a mediação simbólica e a construção social do conhecimento.

A organização dos dados em episódios e cenas permite a reconstrução dos momentos

significativos da pesquisa. Dessa forma, evita-se uma fragmentação que poderia distanciar os significados dos sujeitos de suas condições históricas e sociais. Portanto, a transformação dos núcleos de significação em Unidades de Análise, compostos por episódios e cenas, fundamenta-se na necessidade de compreender a constituição dos sentidos e significados. Acreditamos que essa escolha metodológica, embasada nos estudos de Moura (2004), permite uma análise detalhada e contextualizada dos dados, garantindo maior coerência com os pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural.

Quadro 3- Estruturação da análise dos dados

Close	Cada frase falada, escrita ou narrada; cada gesto ou expressão facial; cada registro por desenho ou esquema; cada parte de um texto;
Plano	Conjunto de closes, ou seja, sucessão contínua de falas, ações, narrações, desenhos, expressões faciais. Excluindo falas desconexas e vícios de linguagem;
Cena	Conjunto de planos que acontecem em um mesmo lugar e mesmo momento, obedecendo à ordem cronológica;
Episódio	Conjunto de cenas que expõem uma temática;
Unidade de Análise	Conjunto de episódios que possuem em comum o movimento do objeto investigado.

Fonte: Fraga (2023, p. 119)

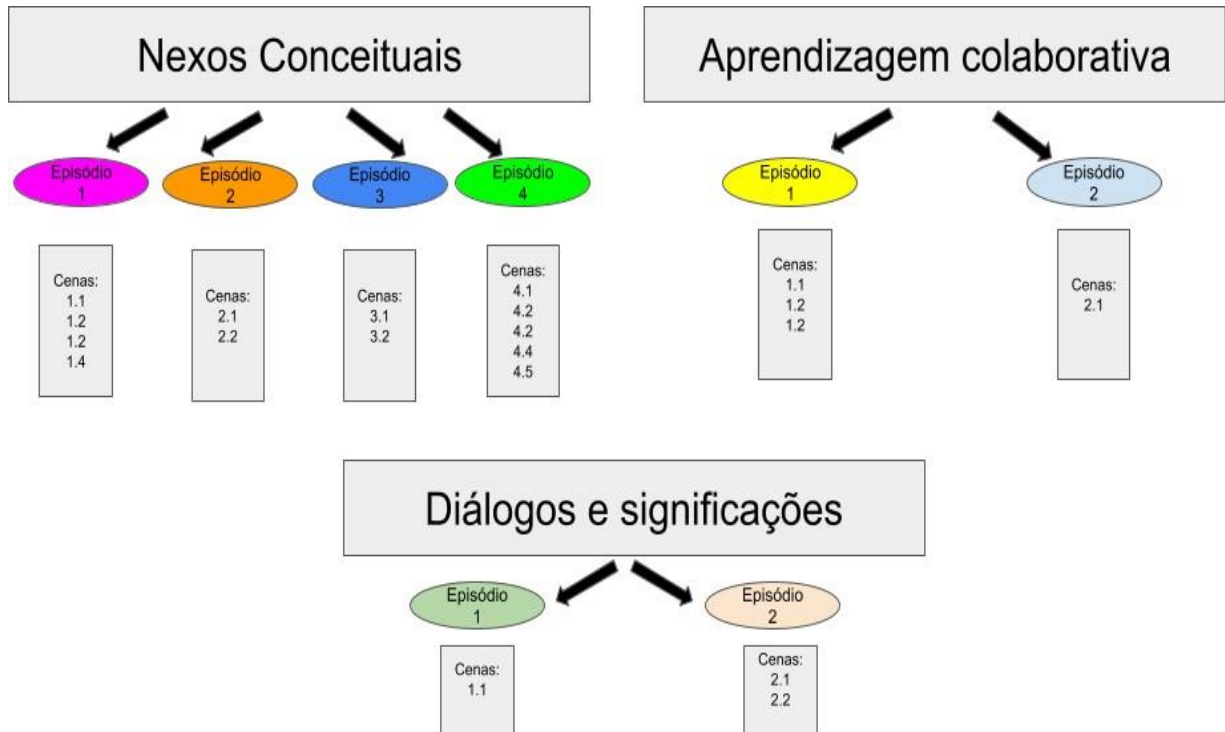
Os indicadores foram agrupados e formaram dois núcleos de significação. Com a transição para episódios e cenas, os núcleos constituíram as Unidades de Análise. Cada episódio é composto de cenas que são organizadas aleatoriamente pela professora-pesquisadora, já que não precisam obedecer a uma ordem cronológica. Para determinação da cena, existem os fatores espaço e tempo; a troca de espaço ou de data determinará uma nova cena. Por fim, temos o close que é a menor unidade de nossa estrutura, que compõe a cena (Fraga, 2023, p. 120).

A primeira Unidade de Análise se refere aos nexos conceituais nas SDA, ou seja, analisa os sentidos e significados explicitados pelos estudantes, em atividade de estudo. A segunda Unidade de Análise trata da interação entre os pares, ou seja, da aprendizagem colaborativa.

As unidades de análise foram compostas de episódios formados por cenas resultantes do desenvolvimento da Unidade Didática. As cenas são compostas por closes que estão numerados com o intuito de facilitar a leitura e a análise. A numeração segue uma sequência separada por pontos “.”, de tal modo que o episódio é indicado pelo primeiro número, a cena pelo segundo e o close pelo terceiro, este obedecendo sua ordem na cena. Assim, o close

1.2.2 refere-se ao episódio 1, cena 2, e 2º close que compõe a cena. Essa organização foi inspirada na tese de Fraga (2023). Dessa forma passa-se a análise dos documentos produzidos na pesquisa.

Figura 8 - Esquema representativo da análise dos dados



Fonte: Sistematização da autora

O embasamento teórico da pesquisa permite uma reflexão da realidade a partir do empírico por meio das elaborações do pensamento até que se chegue ao concreto, isso quer dizer a compreensão da essência do objeto.

## 5 UNIDADES DE ANÁLISE

A primeira Unidade de Análise visa a explicitar, por meio das SDA, como os participantes da investigação percebem os nexos conceituais da geometria, a partir da compreensão do movimento de construção histórica e lógica desses conceitos. Ressalta-se que na resolução dos desafios propostos nem todos os estudantes conseguiram elaborar o significado matemático esperado, mas elaboraram hipóteses. Para Kopnin (1978, p. 247), a construção, fundamentação e demonstração de hipóteses apresenta-se como caminho essencial para o desenvolvimento do conhecimento: “[...] a hipótese faz o nosso conhecimento avançar porque permite construir um sistema de conhecimento que leva a novos resultados”.

Nas Unidades de Análise, priorizamos as expressões dos estudantes, ou seja, os sentidos e significados explicitados durante o desenvolvimento das SDA. Através de conceitos com significados socialmente legitimados e expressão dos sentidos pessoais, os processos de significação deram-se por meio da interação entre os estudantes e mobilização dos nexos.

### 5.1 Os nexos conceituais na Unidade Didática

Como já foi dito no capítulo 4, os nexos conceituais estão interligados, ou seja, relacionam-se entre si. Em alguns momentos das SDA, dois ou mais nexos estavam presentes, mas nem todos foram destacados no desenvolvimento de determinada situação.

#### **Episódio1: Nexo conceitual Forma**

##### **Cena 1.1: O bueiro visto por um olhar geométrico**

Após a contação de história do Capítulo 2 do livro “As férias no sítio do Vovô Carminho”, a professora conduziu os estudantes para um passeio pelo quarteirão da escola. A proposta era vivenciar o que o vovô propôs aos netos : *“Imaginem que hoje é a primeira vez que vocês estão aqui no sítio. Na folha vocês podem ir anotando ou até desenhando o que observarem de interessante. Reparem também nas construções que foram interferência do ser humano e aquelas construídas pela natureza”*. Nesse cenário, a professora instiga os estudantes a olharem para o espaço ao redor e identificarem elementos geométricos construídos pelo ser humano e elementos da natureza.

A Cena 1.1 traz um momento da SDA 3, onde os estudantes produzem sentidos pessoais sobre as formas geométricas.

Quadro 4 – Excerto da SDA 3

Nº	Autor	Close
1.1.1	Professora	O que vocês observaram aqui agora?
1.1.2	Aluno 8	O bueiro.
1.1.3	Professora	E o que tem no bueiro que vocês acharam diferente?
1.1.4	Aluno 6	Sujeira e mato.
1.1.5	Professora	Tirando a sujeira e o mato que estamos vendo, o que mais pode ser observado?
1.1.6	Aluno 8	Um cilindro.
1.1.7	Professora	Um cilindro? As grades são um cilindro?
1.1.8	Aluno 8	É!
1.1.9	Professora	Parabéns pela observação, Miguel. No bueiro as grades são cilindros e de que jeito estão dispostas?
1.1.10	Estudante 8	Elas estão na vertical e na horizontal.
1.1.11	Professora	E você sabe que tipo de retas elas são?
1.1.12	Aluno 8	Hã?
1.1.13	Professora	Lembra do canteiro? O que elas estão parecendo? Pensem um pouco.
1.1.14	Aluno 8	São paralelas.
1.1.15	Professora	Isso mesmo, parabéns!

Fonte: Dados da pesquisa

O bueiro, que inicialmente foi notado pela sujeira e o mato, passa a ser detalhado sob um ponto de vista geométrico. No close 1.1.6 o estudante 8 identifica a figura de um cilindro, o que demonstra seu conhecimento em nomear figuras tridimensionais. A professora faz questionamentos conduzindo o estudante à reflexão sobre a disposição das grades (1.1.9), e ele, então, percebe as retas paralelas (1.1.14).

Figura 9 - Estudantes analisando o bueiro



Fonte: Dados da pesquisa

Essa cena representa uma observação do mundo real que favoreceu a assimilação de conceitos abstratos. O simples ato de observar um bueiro transformou-se em uma oportunidade de suscitar a atividade dos estudantes. O Aluno 8 formulou hipóteses e ajustou seu julgamento à medida que foi questionado. A professora atuou mediando e conduzindo o diálogo de modo a permitir que o aluno construísse os significados de maneira ativa. O nexó conceitual forma pode ser vivenciado de maneira dinâmica e conectada com o cotidiano .

### **Cena 1.2: As linhas que não se encontram**

No momento 4 da SDA 3, a professora conduziu os estudantes a elaborarem critérios para a classificação das formas geométricas, após observarem as fotos que foram tiradas no momento 3.

A Cena 1.2 destaca a construção da definição de paralelismo a partir da observação e do diálogo.

Quadro 5 – Excerto da SDA 3

Nº	Autor	Close
1.2.1	Professora	Que formas vocês observaram nas fotos?
1.2.2	Aluno 6	Retângulos, circulares, paralelas...
1.2.3	Professora	O que seriam paralelas?
1.2.4	Aluno 6	São retas que ficam uma de frente para outra. Tipo, essa parede de frente pra essa (Mostra as paredes da sala).
1.2.5	Aluno 7	São duas linhas que não se encontram.
1.2.6	Professora	Então, elas não se encontram?
1.2.7	Aluno 6	É igual ao telhado da quadra que não se encontra com o chão.

Fonte: Dados da pesquisa

A professora questiona sobre as formas geométricas observadas nas fotos que foram tiradas pelos estudantes na SDA 3, momento 3. O Aluno 6 responde sobre as formas observadas e ao ser questionado novamente (close 1.2.3), traz uma explicação inicial relacionando as paredes da sala com retas paralelas (close 1.2.4). O Aluno 7 complementa com uma definição matemática mais usual: “São duas linhas que não se encontram”(close 1.2.5). O Aluno 6 reforça a compreensão trazendo um exemplo do cotidiano relacionando o telhado da quadra e o chão , mostrando que visualiza o conceito em diferentes contextos (close 1.2.7).

Nota-se que a professora não fornece respostas prontas, mas faz perguntas que levam os alunos a refletirem e formularem suas próprias explicações. Eles usam tanto definições verbais quanto exemplos concretos para explicar o conceito de paralelismo. Ao citar as paredes e o telhado, relacionam a matemática ao espaço que frequentam e demonstram uma visão tridimensional das formas. Os alunos identificaram retas paralelas observando objetos do dia a dia, mas trazemos aqui o conceito de paralelismo já mencionado no Capítulo 3. Neves (1994, p.20) cita que Euclides definiu retas paralelas como retas que não se encontram por mais que sejam prolongadas. Hogben (1970, p.134) contradiz Euclides ao afirmar que não teríamos superfícies tão planas que permitiria prolongar infinitamente duas retas. Assim, seria mais lógico verificar quando duas retas são paralelas quando se apoiam em uma terceira, formando ângulos correspondentes equivalentes. Diante disso, a professora considerou irrelevante enfatizar essa definição já que os estudantes demonstraram se apropriar do conceito.

### **Cena 1.3: Diferenciando quadrados e retângulos**

As equipes registraram em fotos e desenhos as formas que visualizaram ao redor da escola. No momento 4 da SDA 3, a professora fez a impressão das imagens e pediu que cada

equipe elaborasse critérios para a classificação das formas geométricas encontradas.

Na cena 1.3, observa-se uma organização e classificação das formas geométricas pela equipe verde, evidenciando o processo de comparação entre quadrados e retângulos. O diálogo revela avanços na apropriação de conceitos geométricos e também a necessidade de mediação para aprofundar a compreensão sobre as propriedades das figuras.

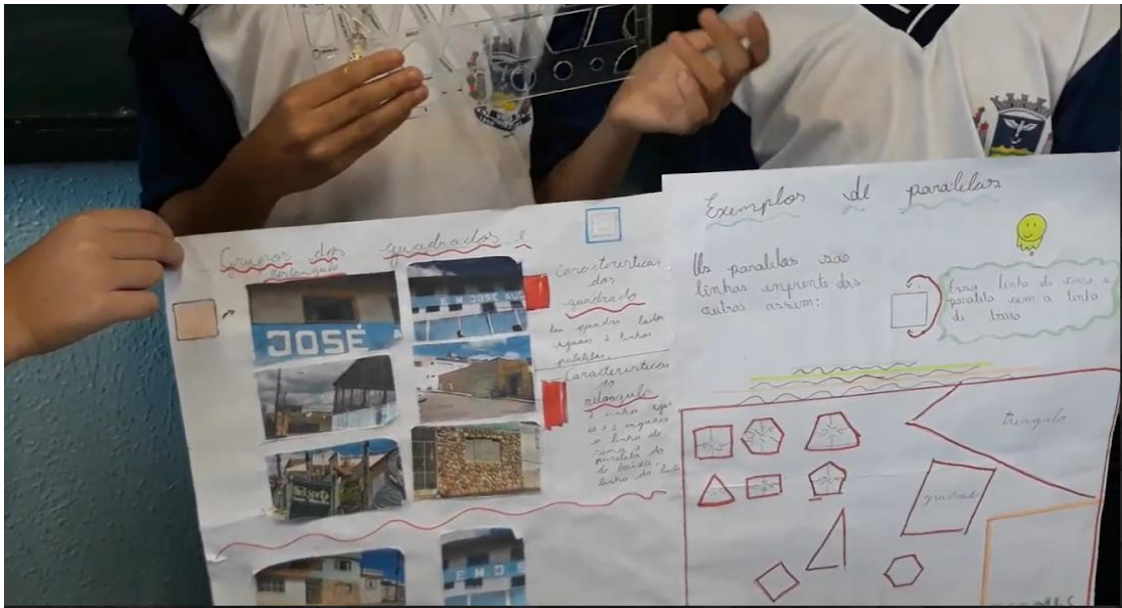
Quadro 6 – Excerto da SDA 3

Nº	Autor	Close
1.3.1	Professora	Que formas vocês observaram nas fotos?
1.3.2	Aluno 2	Vamos escrever e colocar a forma embaixo.
1.3.3	Aluna 3	Aqui vai ser quadrado.
1.3.4	Professora	Como vocês observaram a diferença entre o quadrado e o retângulo?
1.3.5	Aluna 3	O quadrado é menor que o retângulo.
1.3.6	Aluna 2	Não, o retângulo tem dois lados iguais e dois diferentes. Os lados são menores e os de cima são maiores. O quadrado tem todas as mesmas linhas.
1.3.7	Professora	Quais grupos vocês fizeram então?
1.3.8	Aluna 1	Os dos quadrados e retângulos.

Fonte: Dados da pesquisa

A sugestão da Aluna 2, no close 1.3.2) de registrar os nomes e associá-los às formas reflete a necessidade de sistematização, o que contribui para a consolidação dos conceitos. No entanto, a fala da aluna 3 dizendo que o quadrado é menor que o retângulo sugere uma dificuldade comum no desenvolvimento do pensamento geométrico inicial: a tendência de associar o conceito de figura às suas representações usuais no ambiente (close 1.3.3). A professora intervém com uma pergunta aberta, incentivando a observação das características das formas (close 1.3.4). Nesse momento, a Aluna 2 apresenta uma descrição mais precisa, destacando a relação entre os lados do retângulo e do quadrado, no close 1.3.6) Essa fala revela a apropriação de um traçado geométrico mais estruturado, que vai além da percepção visual imediata.

Figura 10 - Equipe verde socializando a classificação das figuras geométricas



Fonte: Dados da pesquisa

A professora então questionou a organização dos grupos, permitindo que os alunos refletissem sobre a quantidade e classificação das formas. O diálogo também sinaliza o desenvolvimento do nexos de representação, na medida em que os estudantes sugerem registros escritos e visuais para organizar o conhecimento.

A mediação da professora foi essencial para direcionar a análise das figuras para além da observação imediata, levando os alunos a identificar critérios formais na diferenciação entre quadrados e retângulos.

#### **Cena 1.4: A classificação das figuras geométricas de acordo com suas características**

Os estudantes analisam as fotos tiradas e fazem a classificação das figuras geométricas encontradas.

Na Cena 1.4 os estudantes da equipe amarela constroem relações entre as formas geométricas e seus significados a partir de suas vivências e referências do cotidiano. A cena do momento 4 da SDA 3 possui sentimentos pessoais atribuídos pelos alunos e os significados que emergem no diálogo com a professora.

Quadro 7 – Excerto da SDA 3

Nº	Autor	Close
1.4.1	Professora	Vocês já separaram os grupos?
1.4.2	Aluna 16	Aqui o quadrado não pode ser do grupo do retângulo porque ele não se parece com o quadrado.
1.4.3	Professora	Então o retângulo não se parece com o quadrado? Qual é a diferença?
1.4.4	Aluno 15	É mais largo e tem lados que não são iguais.
1.4.5	Professora	Ah, entendi. E aqui?
1.4.6	Aluna 16	A casa pode ser do grupo do quadrado porque a casa é um quadrado, como os prédios, que são quadrados amontoados. O círculo não pode ser do grupo do triângulo.
1.4.7	Professora	Por que o círculo não pode ser do grupo do triângulo?
1.4.8	Aluno 15	Porque ele é arredondado.
1.4.9	Professora	E o triângulo é o quê?
1.4.10	Aluna 16	Ele não é circular, ele tem linhas. Ele é pontudo. O sol pode ser grupo do círculo porque ele é uma bola. O retângulo não pode ser grupo do triângulo porque o triângulo tem menos lados que o retângulo.
1.4.11	Professora	O retângulo pode ser do grupo da mesa?
1.4.12	Aluno 15	Sim.
1.4.13	Aluna 16	E também de uma cozinha. Parece um forno.

Fonte: Dados da pesquisa

Nos closes 1.4.6 e 1.4.10 a Aluna 16 utiliza elementos do dia a dia para categorizar as formas geométricas. Quando a Aluna 16 associa prédios a "quadrados amontoados" e os retângulos a uma cozinha ou forno, ela demonstra que sua compreensão das formas vem de observações do ambiente. No close 1.4.4 e 1.4.8 o Aluno 15, por sua vez, diferencia as formas com base em suas características perceptíveis, como "lados iguais" ou "ser mais largo". Isso indica que ele construiu significados a partir da comparação visual entre os elementos. Consideramos que os sentidos pessoais influenciam a forma como as crianças classificam e compreendem conceitos matemáticos.

A professora age como mediadora, questionando e incentivando os alunos a explicarem suas classificações. Seu papel é essencial para que os alunos verbalizem seus raciocínios e

percebiam as relações entre os conceitos matemáticos e suas próprias referências. No close 1.4.7 a professora instigou os alunos a explicitar suas percepções sobre a forma, levando o Aluno 15 a definir o círculo como “arredondado” e a Aluna 16, no close 1.4.10, a destacar a presença de “linhas e pontas” no triângulo. Os alunos não apenas identificam as formas geométricas, mas também atribuem significados a elas. Nos closes 1.4.6 e 1.4.13 para a Aluna 16, uma casa é um quadrado e um forno é um retângulo. Essas representações mostram como os estudantes relacionaram conceitos matemáticos a objetos familiares. O sol sendo categorizado como um círculo reforça a ideia de que as crianças constroem significados a partir de imagens icônicas e sentidos pessoais já consolidados. Fica evidente que os estudantes ainda não conseguem, até esse momento, diferenciar formas planas e espaciais.

A interação entre os alunos e a professora evidencia a importância da linguagem na construção dos significados, pois permite que as crianças relacionem suas vivências com conceitos matemáticos de forma ativa e contextualizada.

## **Episódio 2: Nexos: Composição e Decomposição e visualização e representação**

### **Cena 2.1: Planificação e “desplanificação” das embalagens**

Os alunos trabalham com a confecção de embalagens para as quitandas da Vovó Preta, após realizarem um piquenique no parquinho da escola. As estratégias elaboradas pelos estudantes da equipe vermelha revelam diferentes formas de pensar sobre o conceito de planejamento e estrutura tridimensional.

Quadro 8 - SDA

<b>Nº</b>	<b>Autor</b>	<b>Close</b>
2.1.1	Professora	Como vocês montaram as embalagens? Quais foram as estratégias?
2.1.2	Aluno 7	Eu peguei a caixa de bombom, mas não percebi que não daria no papel. Aí só fiz essas partes aqui. Percebi que ia ficar pequena e fiz um cubinho.
2.1.3	Professora	Você fez por partes? Por cada face?
2.1.4	Aluno 7	As duas partes são da caixa de bombom, aí fui cortando e montando.
2.1.5	Professora	E você, Estela?
2.1.6	Aluna 9	Eu abri a caixa, peguei uma folha e fui contornando.

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 9 - SDA

Nº	Autor	Close
2.1.7	Professora	Então, a estratégia que você usou foi abrir a caixinha? Quando a gente abre e tem a figura aberta chama como?
2.1.8	Aluno 8	Planificação
2.1.9	Professora	Então, você achou que planificar a figura ficou mais fácil?
2.1.10	Aluna 9	Sim.
2.1.11	Professora	E quem mais tem estratégias diferentes? O que você fez Miguel?
2.1.12	Aluno 8	Peguei a lata de batatas e fui moldando no papel e depois, cobri o papel com papelão.
2.1.13	Professora	E o que você percebeu a hora que abriu o cilindro? Que figura encontrou? A lateral é uma figura?
2.1.14	Aluno 8	Quando “se planifica” o cilindro ele vira um retângulo.
2.1.15	Professora	Então, se a gente fechar um retângulo...
2.1.16	Aluno 8	Ele vira um cilindro.

Fonte: Dados da pesquisa

No close 2.1.2, o Aluno 7 inicia sua atividade buscando uma caixa de bombom, mas percebe que não conseguirá reproduzi-la com o papel disponível. Isso o leva a modificar sua abordagem, decompondo a embalagem em partes menores. Ele trabalha com a liquidação da caixa, antecipadamente a faces individuais e, posteriormente, compondo um cubo. Esse processo ilustra a relação entre sólidos geométricos e suas planificações. A estratégia utilizada onde ele desmonta e reconstitui a figura utiliza uma abordagem intuitiva, que demonstra a apropriação do nexo de decomposição e composição.

Já no close 2.1.6 a Aluna 9, por outro lado, utiliza um método diferente. Em vez de decompor a caixa em partes menores, ela abre completamente e traz seu contorno sobre uma folha. Aqui, há um entendimento do planejamento como um processo de obtenção da forma bidimensional de um sólido tridimensional. Ela utiliza uma compreensão de construção integral, onde obtém a forma planejada diretamente antes de dobrar e montar.

Figura 11 - Aluna 9 confeccionando a embalagem



Fonte: Dados da pesquisa

O processo investigativo dos alunos é um exemplo de como a atividade orientadora de ensino pode ser estruturada para promover a conceitualização concreta de forma significativa. A análise das falas mostra que os alunos lidam com composição e decomposição de figuras geométricas de formas distintas. Enquanto o Aluno 7 utiliza a divisão em partes para continuidade, a Aluna 9 aplica a técnica de planejamento. Consideramos ambas as estratégias válidas, pois mostram diferentes níveis de compreensão dos sólidos geométricos.

A mediação da professora, ao perguntar sobre o nome do processo de abertura da embalagem, leva os alunos à conceitualização da planificação, consolidando a relação entre sólidos e suas representações planas (close 2.1.7). Esse diálogo evidencia um processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, no qual os alunos não apenas identificam formas, mas também compreendem como um sólido pode ser decomposto em faces planas e recomposto na forma tridimensional.

O Aluno 8, ao moldar o papel sobre a lata de batatas e depois cobri-la com papelão, realiza um processo de visualização e representação, nexos essenciais para a construção de imagens mentais sobre as propriedades das formas geométricas. A professora potencializa essa construção ao perguntar o que acontece ao abrir o cilindro, promovendo uma relação direta entre o sólido e sua representação bidimensional. A resposta do aluno — "Quando 'desplanifica' o cilindro ele vira um retângulo" — demonstra um avanço na capacidade de visualizar transformações geométricas e entender como uma superfície curva pode ser

representada em um plano (close 2.1.12 a 2.1.16).

O uso de diferentes estratégias pelos alunos demonstra que cada um está se apropriando do conceito de maneiras distintas, reforçando a importância da experimentação concreta e da verbalização para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A interação evidencia a construção dos nexos conceituais da decomposição e composição de sólidos, da planificação e da relação entre o tridimensional e o bidimensional. A mediação da professora contribui para que os alunos avancem no conhecimento empírico para a compreensão conceitual, favorecendo o desenvolvimento de habilidades de visualização espacial e representação geométrica.

### **Cena 2.2: A esfera é um círculo?**

A equipe azul socializa como fez a classificação das formas registradas nas fotos tiradas no momento 3 da SDA 3.

Na Cena 2.2 os alunos relacionam figuras tridimensionais e suas representações bidimensionais, explorando o nexo de composição e decomposição. A professora incentiva-os a pensarem e prestarem atenção, utilizando questionamentos para provocar reflexões.

Quadro 10 – Excerto da SDA 3

<b>Nº</b>	<b>Autor</b>	<b>Close</b>
2.2.1	Professora	Qual foi a estratégia que vocês usaram?
2.2.2	Aluna 12	A gente pegou a tampa e contornou pra fazer o círculo.
2.2.3	Professora	Quando vocês contornaram, que figura virou?
2.2.4	Aluna 13	Um círculo?
2.2.5	Aluno 14	Esfera?
2.2.6	Professora	A esfera é um círculo?
2.2.7	Aluno 10	A esfera não é plana.
2.2.8	Aluna 12	Ela é redonda.
2.2.9	Professora	Antes dela fechar, qual figura era? Era um cilindro e vocês abriram. Virou qual figura?
2.2.10	Aluna 11	Um círculo?
2.2.11	Professora	Pensem e prestem atenção. (mostra a figura planificada)
2.2.12	Aluno 10	Retângulo

Fonte: Dados da pesquisa

Em um primeiro momento, identificam formas básicas, mas ainda confundem sólidos

com figuras planas. Depois, a professora direcionando a observação, apresenta a planificação para que façam associações corretas.

Nos closes 2.2.2 e 2.2.4 a Aluna 12 e a Aluna 13 inicialmente identificam a forma da base da tampa como um círculo, o que demonstra uma primeira associação com a geometria plana. O aluno 14 menciona a esfera, no close 2.2.5, mostrando uma confusão comum entre formas tridimensionais e bidimensionais. No close 2.2.7 o Aluno 10 faz uma inferência importante ao destacar que a esfera não é plana, o que reforça a necessidade dos alunos a diferenciar uma figura plana (círculo) de um sólido geométrico (esfera). No close 2.2.9 a professora questiona-os a fim de instigá-los a se apropriarem do nexos de decomposição e composição de figuras. A Aluna 11 demonstra ainda não compreender a planificação do cilindro e as características do círculo e do cilindro. A professora então, no close 2.2.11, mostra a figura planificada, ajudando-os a visualizar a transformação do sólido em uma figura plana. No close 2.2.12 o Aluno 10 percebe que, ao planejar um cilindro, surge um retângulo. O cilindro, quando planificado, gera duas bases circulares e um retângulo correspondente à sua superfície lateral. Essa relação entre sólidos e figuras planas é fundamental para a compreensão da geometria espacial.

Figura 12 - Aluno 10 constrói cilindros a partir de retângulos e círculos



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A mediação dialógica e investigativa da professora permitiu que os alunos descobrissem conceitos geométricos por meio da exploração e da argumentação, promovendo um aprendizado mais significativo. Os alunos avançam na apropriação do nexos de decomposição e composição por meio da experimentação e da mediação docente. A partir da planificação do cilindro, eles identificaram corretamente suas partes e começaram a compreender a estrutura das formas tridimensionais.

### Episódio 3: Nexo conceitual Invariância

#### Cena 3.1: O quadrado que virou um losango.

Os estudantes viram uma placa de trânsito no formato de um losango e isso gerou uma discussão sobre a forma. A professora apresenta aos alunos uma transformação geométrica ao rotacionar um quadrado. Os closes revelam como os estudantes percebem a mudança na posição da figura e refletem sobre suas propriedades fundamentais.

Quadro 11 – Excerto da SDA

Nº	Autor	Close
3.1.1	Professora	Nós temos um quadrado e eu faço isso daqui (rotaciono) ...
3.1.2	Aluno 8	Você girou e virou um losango.
3.1.3	Professora	Mas esse losango é também um quadrado?
3.1.4	Todos	Sim!
3.1.5	Aluno 8	Ele pode mudar e virar um quadrado de novo.
3.1.6	Aluna 1	Ele girou, mas não mudou as características.

Fonte: Dados da pesquisa

Inicialmente, ao observar a mudança de posição, os estudantes descrevem o quadrado como um "losango", o que indica uma associação com a nova orientação da figura no espaço (close 3.1.2). No entanto, ao serem questionados sobre a identidade geométrica da forma, todos concordam que continua sendo um quadrado (3.1.4).

Além disso, o close 3.1.5 sugere um processo de apresentação conceitual, no qual o estudante inicialmente percebe a transformação como uma mudança de forma, mas logo reconhece a permanência das propriedades fundamentais da figura. O close 3.1.6 é especialmente significativo, pois expressa a ideia central do nexos de invariância. Essa compreensão demonstra que os alunos estão diferenciando aspectos variáveis e invariáveis da figura. Embora a rotação altere a posição do quadrado no plano, suas propriedades – como lados congruentes e ângulos retos – permanecem inalteradas. Esse momento evidencia a apropriação do conceito de invariância, que é essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Dessa forma, a interação entre professores e alunos ilustra um avanço na compreensão das propriedades geométricas, permitindo que os estudantes identifiquem que certas características permanecem constantes, mesmo quando há transformações.

### Cena 3.2: O giro

Cenário: No momento 4 da SDA 5 a professora faz questionamentos a fim de verificar o aprendizado dos estudantes.

Quadro 12 – Excerto da SDA 5

Nº	Autor	Close
3.2.1	Professora	Quando falamos em movimento de rotação da terra, a terra está girando. Assim, podemos pensar em ângulos como um movimento de?
3.2.2	Aluno 8	Ele rotaciona, ele gira.
3.2.3	Professora	Se eu estou nessa posição e giro assim. Eu dei um giro de quantos graus? (Professora roda em um giro de 180°)
3.2.4	Aluno 8	Trezentos e sessenta graus?
3.2.5	Professora	Vamos lá! Olhem esse giro ( Dá uma volta inteira) é de quantos graus?
3.2.6	Aluno 8	Deu uma volta inteira de 360°. Então, meia volta é 180°.
3.2.7	Professora	Isso!!!

Fonte: Dados da pesquisa

A professora inicia uma discussão contextualizando o movimento de rotação da Terra. O aluno 8, no close 3.2.2, compreende intuitivamente o conceito de rotação, estabelecendo a relação entre o movimento da Terra e a ideia de giro. A professora, então, exemplifica o movimento rotacional girando 180° e questiona (close 3.2.3). A resposta do Aluno 8 no close 3.2.4, demonstra um processo de construção do conceito já que tem a ideia de um giro completo, mas ainda não distingue claramente a medida de uma rotação parcial. Para corrigir e reforçar o conceito, a professora executa um giro completo e questiona novamente (close 3.2.5). Dessa vez, o Aluno 8 compreende e afirma corretamente (close 3.2.6). Aqui, observa-se a construção progressiva do nexos de medida de ângulos e a invariância da rotação: um giro completo sempre será de 360°, independentemente de como ou onde é realizado. Assim como a meia volta sempre será 180°, independentemente da aplicação. Ou seja, o conceito de ângulo não muda, independentemente do contexto. Nessa cena, a elaboração de significados ocorre de forma interativa, respeitando o processo de aprendizagem do estudante, que inicialmente confunde a medida, mas consegue acertar seu entendimento ao longo do diálogo.

### Episódio 4: Nexos conceitual Medida

### Cena 4.1: A descoberta de que os pés são diferentes

O cenário da próxima cena se desenrola baseado no desafio proposto pelo Vovô Carminho ao pedir que os netos dividissem os canteiros em partes iguais. Então a professora conduziu os estudantes até uma parte externa da escola que possuía um pedaço de terra. Nesta cena, o Aluno 4 questiona a estratégia de medição da Aluna 1 ao perceber que os passos dela podem ser diferentes das outras pessoas. Esse questionamento leva a reflexões importantes sobre a necessidade de uma unidade de medida padronizada.

Quadro 12 – Excerto da SDA 6

Nº	Autor	Close
4.1.1	Aluna 1	( Está medindo o canteiro com o pé).
4.1.2	Aluno 4	Mas, Aluna 1, os seus passos são diferentes dos meus e das das outras pessoas. Como nós vamos saber o tamanho exato?

Fonte: Dados da pesquisa

Ao ver a Aluna 1 medindo com o pé, o Aluno 4 percebe uma inconsistência: os passos de variação de pessoa para pessoa (close 4.1.2). Esse momento é fundamental para que os alunos compreendam que, ao usar partes do corpo como referência de medida, os resultados podem ser discrepantes. A fala do Aluno 4 sugere que ele já intui a necessidade de um padrão.

Figura 13 - Aluna 1 fazendo a medição do canteiro com o pé



Fonte: Dados da pesquisa

Esse momento demonstra uma evolução no desenvolvimento do pensamento matemático, pois mostra que os alunos estão construindo a noção de nexos conceituais de medida, essencial na geometria e na matemática em geral. No passado, os egípcios utilizaram o cúbito, baseado no comprimento do antebraço do faraó. Os romanos usavam o pé como unidade de medida, mas como cada pessoa tinha pés de tamanhos diferentes, isso gerava inconsistências.

Para resolver isso, foram criadas unidades padronizadas, como o metro no Sistema Internacional de Unidades (SI). A cena representa um momento crucial no processo de aprendizagem, onde os alunos, a partir de uma necessidade prática, têm como base construir conceitos matemáticos fundamentais sobre medição e padronização.

#### **Cena 4.2: Precisamos de uma medida padrão para ficar tudo do mesmo tamanho**

Temos na Cena 4.2 um cenário onde a professora questiona os estudantes sobre as estratégias utilizadas por eles para a divisão dos canteiros. Na SDA 6, os estudantes expressaram sentidos pessoais para estabelecer um padrão, que seria uma unidade de medida não-convencional e, ao fazerem referência à história da Matemática, cogitaram o uso do pé de uma aluna como unidade de medida, que seria padronizada. Na cena, os estudantes discutem sobre a necessidade de uma medida padrão, explorando conceitos fundamentais de mensuração e sua relação com a história da matemática. A conversa revela um processo de construção do conhecimento, no qual os alunos percebem os problemas de usar medidas não padronizadas e fazer conexões com civilizações antigas.

Quadro 13 – Excerto da SDA 6

Nº	Autor	Close
4.2.1	Professora	A equipe verde vai contar pra gente como fizeram a divisão dos canteiros e quais foram as descobertas.
4.2.2	Aluna 1	As primeiras ideias iniciais que nós tivemos foi usar o barbante, mas não deu certo. Depois disso, a aluna 2 decidiu medir com o pé dela todos os canteiros que deu 110 passos e dividimos por 4 que deu 27,5.
4.2.3	Aluna 2	Por isso precisamos de uma medida padrão para ficar tudo do mesmo tamanho.
4.2.4	Aluna 3	Padrão é aquilo que é a mesma coisa em todas as cidades.
4.2.5	Aluna 2	Os pés têm tamanhos diferentes, então cada hora que um medisse iria achar um tamanho. O Aluno 4 disse que os pés têm tamanhos diferentes e por isso só podia usar um pé.
4.2.6	Aluna 3	Eu acho que os seres humanos utilizavam essas ideias para demarcar seus terrenos, mas eram maiores.
4.2.7	Professora	Lá no Egito, quando os esticadores de corda faziam medições, eles utilizavam uma medida?
4.2.8	Aluna 1	Padrão!
4.2.9	Professora	Por quê?
4.2.10	Aluna 2	Porque senão cada um mediria de um jeito e uns teriam mais terras que os outros.
4.2.11	Aluna 3	Porque senão daria errado.

Fonte: Dados da pesquisa

A equipe tentou medir com barbantes, mas descobriu que não era eficaz. A Aluna 2 decidiu medir com o próprio pé e encontrou um total de 110 passos, e depois, por 4 para obter 27,5 passos por canteiro. A equipe compreendeu intuitivamente que era necessário dividir a extensão total pela quantidade de canteiros necessários.

A aluna 3 associou ao conceito de padrão, definindo-o como algo que deve ser igual em todas as cidades (close 4.2.4). A aluna 2 propôs a limitação dessa estratégia: os pés têm tamanhos diferentes, o que geraria planejamentos inconsistentes (close 4.2.5). Essa troca demonstra que os alunos compreendem empiricamente a importância da padronização, percebendo que medidas não ocasionais podem gerar erros e desigualdades. O conceito de medida padrão foi formado a partir da experiência prática e das discussões, levando-os a perceberem que a padronização é essencial para garantir resultados precisos. No close 4.2.7 a professora amplia o debate relacionando a discussão com a história da medição no Egito Antigo, mencionando os "esticadores de corda". A aluna 2 faz uma analogia com a necessidade de uma medida padrão para distribuir terras no Egito, percebendo que a falta de padronização poderia gerar desigualdades (close 4.2.10) .

A conexão com a história da matemática fortalece o conceito de padronização e permite que os alunos compreendam a evolução das unidades de medida, desde sistemas informais (como pés e cordas) até sistemas padronizados. O uso do pé e do barbante para medir representou uma maneira informal dos estudantes mensurarem a medida do terreno, para assim, tentarem realizar uma divisão justa. Eles identificaram que uma medição não padronizada poderia causar erros. Então, entenderam a necessidade de criar um sistema padrão de medidas.

A cena mostra um momento significativo de aprendizagem, no qual os alunos constroem o conceito de medida padrão por meio da experimentação e da mediação da professora. Eles perceberam que a padronização das medidas é essencial para garantir precisão, equidade e organização – um importante conhecimento para se apropriarem do nexos de medida.

### **Cena 4.3: “Tinha que ter uma unidade de medida para dar certo”**

A professora faz um questionamento sobre a descoberta dos estudantes de que precisariam utilizar uma unidade de medida para realizar a medição dos terrenos e depois, a divisão. A Cena 4.3 evidencia mais um momento importante no desenvolvimento do nexos de medida, explorando como os alunos constroem significados a partir de experiências concretas. O Problema Inicial gira em torno da diferença do tamanho dos pés, já que na Cena 4.1 o Aluno 4 percebe que o tamanho dos pés da Aluna 1 é diferente do dos outros .

Quadro 14 – Excerto da SDA 6

Nº	Autor	Close
4.3.1	Professora	Quando vocês perceberam, pela fala do aluno 4, que os passos da aluna 1 são diferentes do dele, como iriam saber o tamanho exato?
4.3.2	Aluno 8	Tinha que uma pessoa só medir, pois os pés são de tamanhos diferentes.
4.3.3	Professora	Por que precisa de uma medida do mesmo tamanho?
4.3.4	Aluno 10	Tinha que ter uma unidade de medida para dar certo.
4.3.5	Aluna 3	Usar algo diferente não daria certo, por isso tem que ser igual.
4.3.6	Professora	Os seres humanos utilizavam partes do corpo para medir e vocês utilizaram os pés. Teve um propósito?
4.3.7	Aluno 8	Eu achei que o pé seria mais fácil do que usar a mão, por exemplo.

Fonte: Dados da pesquisa

No close 4.3.1 verifica-se o processo de mediação da professora ao instigá-los a pensarem sobre as limitações de utilização dos próprios pés como unidade de medida. No close 4.3.2 o Aluno 8 reconhece que a diferença no tamanho dos pés compromete a precisão da medição. A professora incentiva os estudantes a aprofundarem a análise ao perguntar por que a unidade de medida precisa ser a mesma (close 4.3.3). O Aluno 10 (close 4.3.4) faz uma generalização ao afirmar que é necessário ter uma unidade de medida, demonstrando um pensamento mais sistematizado. Esse momento representa um avanço no desenvolvimento do pensamento teórico, pois o aluno começa a compreender que a medida deve ser baseada em um padrão não em variáveis individuais. A Aluna 3 (close 4.3.5) complementa essa ideia ao afirmar que "usar algo diferente não daria certo". Essa afirmação reforça a percepção da necessidade de padronização, demonstrando que os estudantes estão transitando de uma visão empírica para uma concepção mais abstrata do conceito de medida.

A professora introduz um elemento histórico ao mencionar que os seres humanos usavam partes do corpo para medir (close 4.3.6). Esse movimento é fundamental dentro da Teoria Histórico-Cultural, pois mostra que os conceitos matemáticos não surgem isoladamente, mas são produtos da atividade humana ao longo da história. O Aluno 8 (close 4.3.7) demonstra compreensão ao relacionar a escolha da unidade de medida com praticidade, o que sugere um avanço no entendimento dos instrumentos utilizados.

A cena 4.3 revela uma progressão no raciocínio dos alunos, partindo de uma percepção intuitiva da medida para uma compreensão mais sistemática e fundamentada. A professora atua

como mediadora, utilizando questionamentos estratégicos para promover reflexão, confronto de ideias e construção coletiva do conhecimento. A aprendizagem ocorre no contexto da atividade prática, mas é impulsionada por interações sociais e mediações culturais, fundamentais na construção dos conceitos geométricos.

#### **Cena 4.4: Comparando os canteiros**

Após o momento 2 da SDA 7, os estudantes foram instigados a descobrir estratégias para calcular a área de cada canteiro. A cena 4.4 mostra um processo investigativo significativo, onde os alunos partem de uma necessidade real, experimentam diferentes abordagens e se baseiam em construir conceitos matemáticos fundamentais. Nesta cena, a professora conduz uma discussão sobre a medição de áreas e perímetros, explorando o nexo de medida.

Quadro 15 – Excerto da SDA 7

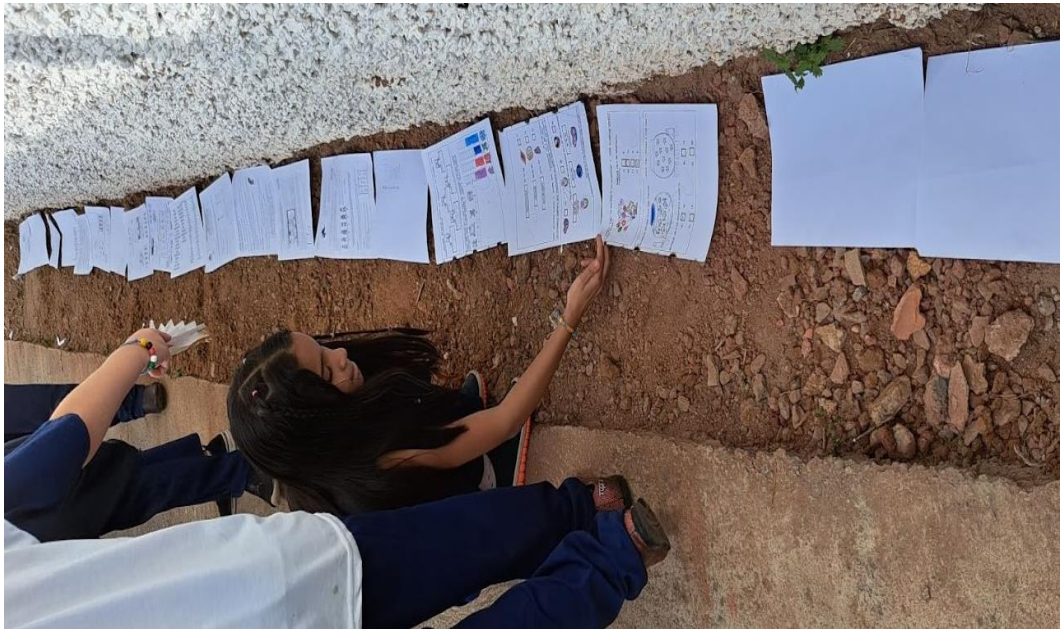
Nº	Autor	Close
4.4.1	Professora	Para calcular o perímetro, o contorno dos canteiros, vocês pensaram em usar o quê?
4.4.2	Todos	Fita métrica
4.4.3	Professora	Mas o vovô pediu que seus netos calculassem o espaço ocupado pelo terreno, ou seja, o lado de dentro. E aí vocês foram pensando e chegaram a conclusão que seria melhor utilizar o quê?
4.4.4	Aluno 8	Folhas de sulfite.
4.4.5	Professora	O mesmo tamanho de folhas para cada equipe ou de tamanhos diferentes?
4.4.6	Aluno 8	A mesma folha, pois precisa ter uma medida padrão.
4.4.7	Professora	Na equipe verde o terreno coube 40 folhas, da vermelha 66 folhas, da azul 80 folhas e da amarela 96 folhas. Qual terreno coube mais folhas?
4.4.8	Todos	Amarela.
4.4.9	Professora	Se olharmos o comprimento de cada canteiro, as medidas são parecidas? O tamanho do terreno?

Fonte: Dados da pesquisa

A cena evidencia a necessidade de usar unidades padronizadas, a relação entre comprimento e largura e a importância de considerar ambas para calcular corretamente o espaço

ocupado. No close 4.4.1 a professora inicia uma conversa questionando como os alunos calculariam o perímetro, levando-os a refletir sobre a diferença entre medir o contorno e medir o espaço interno. Todos responderam que usariam fita métrica, o que na prática, seria mais viável para realizar tal medição. A professora faz uma inferência retomando o desafio proposto pelo Vovô Carminho, conduzindo à ideia de área (close 4.4.3). Esse questionamento gera uma mudança na abordagem dos alunos, levando o Aluno 8 a intuir que utilizar folhas de sulfite seria a melhor opção (close 4.4.4). Aqui, evidencia-se a compreensão de que a medida do interior de um espaço requer uma abordagem diferente da medida do contorno .

Figura 14 - Estudantes fazem a medição do terreno com folhas de sulfite



Fonte: Dados da pesquisa

A professora reforça a necessidade de uma unidade padrão de medida , questionando se foram usadas folhas de tamanhos diferentes ou iguais. O estudante 8 responde corretamente: "A mesma folha, pois precisa ter uma medida padrão." Esse momento do diálogo ressalta um aspecto fundamental do nexos conceitual de medida: a necessidade de uma unidade fixa para que as comparações sejam válidas. A professora então apresenta os resultados das medições feitas pelas equipes (close 4.4.7).

No close 4.4.7 o questionamento da professora leva-os a identificar que o terreno amarelo tem maior área. Isso reforça a compreensão de que quanto maior a quantidade de folhas para cobrir um espaço, maior é sua área. No entanto, a professora dirigiu a análise para além do número de folhas, questionando sobre o comprimento e largura dos terrenos (close 4.4.9).

Quadro 16 – Excerto da SDA 7

Nº	Autor	Close
4.4.10	Todos	Não são.
4.4.11	Professora	Mas todos estão na casa dos 600 cm?
4.4.12	Todos.	Ah, sim!
4.4.13	Professora	E na largura? Estão parecidos? Qual o terreno mais estreito?
4.4.14	Todos	Verde.
4.4.15	Professora	Quando vocês dividiram o terreno observaram somente o comprimento e não observaram bem a largura.
4.4.16	Aluna 11	Quando vocês dividiram o terreno observaram somente o comprimento e não observaram bem a largura.
4.4.17	Professora	Então, na hora que mediram o espaço, todos teriam a mesma quantidade de terra?
4.4.18	Todos	Não!

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos percebem que as dimensões não são idênticas, mas que o comprimento está dentro da mesma ordem de grandeza - 600 cm - o que sugere que as diferenças nas áreas estão mais relacionadas à largura. No close 4.4.13 o questionamento da professora reforça esse raciocínio. Os alunos identificaram corretamente que o terreno verde é o mais estreito (close 4.4.14). Esse close da cena 4.4 evidencia a relação entre as dimensões da área e a necessidade de considerar tanto comprimento quanto largura para comparar corretamente os espaços ocupados.

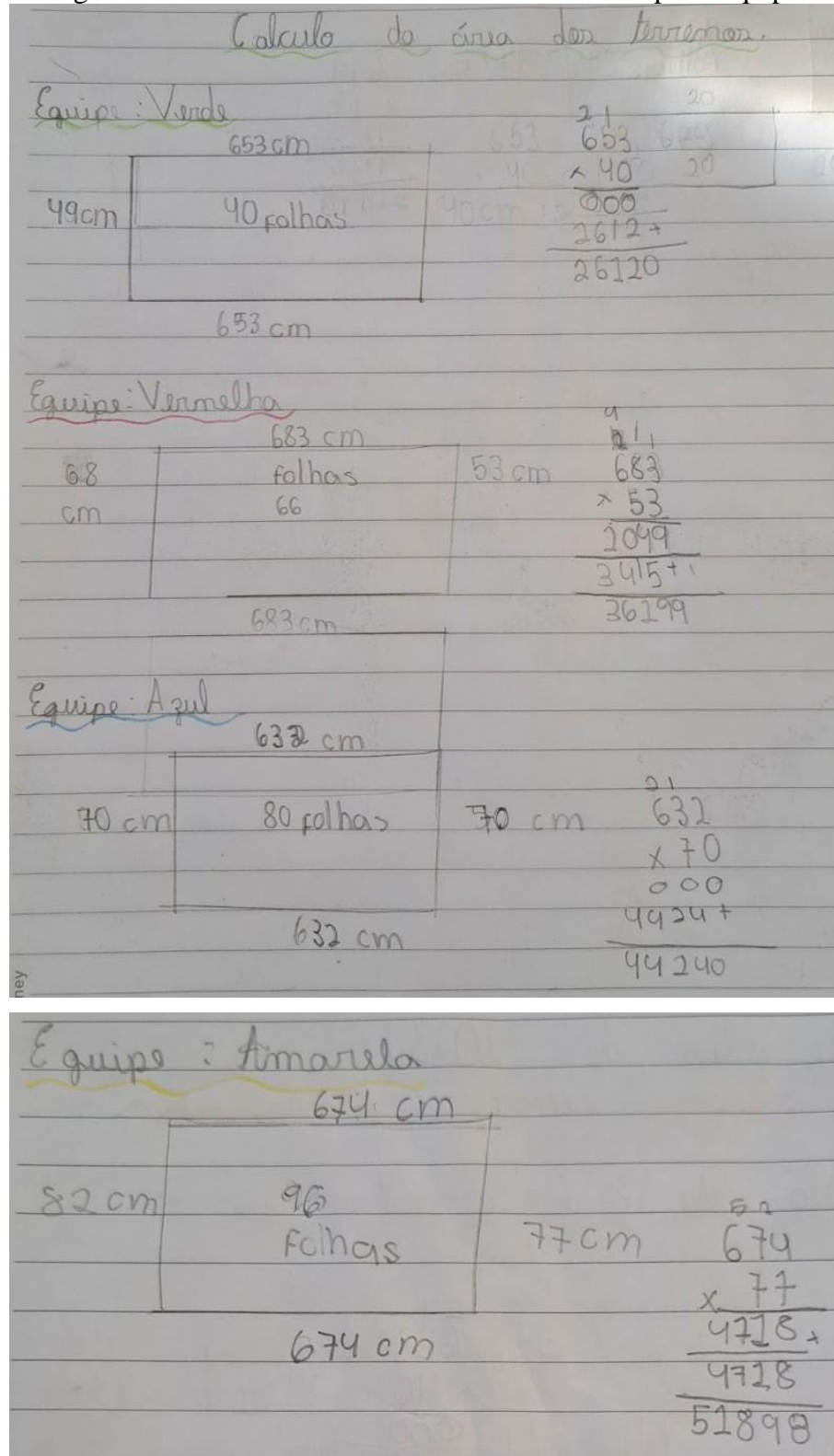
A professora então chama a atenção para um erro na análise inicial dos alunos (close 4.4.15) e esse questionamento leva a Aluna 11 a perceber que os terrenos variam de largura, o que impacta na área total (4.4.16). Por fim, a professora provoca uma reflexão final ao questionar se todos os terrenos tinham a mesma quantidade de terra (close 4.4.17). Os alunos percebem que não, reforçando a ideia de que a área total depende tanto do comprimento quanto da largura.

Os alunos compreenderam que é necessário usar folhas do mesmo tamanho, ou seja, utilizar uma medida padrão para compararem a área dos terrenos. Inicialmente, mediram o perímetro dos terrenos com a fita métrica, mas precisaram de outra estratégia para medir a área, o que demonstra que diferenciam o conceito de perímetro e o de área. A quantidade de folhas utilizadas por cada equipe demonstrou que terrenos de mesmo comprimento podem ter áreas diferentes devido à variação da largura.

Destaca-se na cena 4.4 a mediação da professora que instigou-os a perceberem que uma

área não se define apenas por uma dimensão (comprimento), mas pela relação entre comprimento e largura .

Figura 15 - Cálculo das áreas do terreno realizados pelas equipes



Fonte: Dados da pesquisa

### Cena 4.5: Identificando ângulos dentro da sala de aula

No momento 4 da SDA 5, a professora conduz os estudantes a observarem os ângulos dispostos na sala de aula. Na Cena 4.5, o diálogo destaca o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio da observação e comparação de ângulos em diversas formas.

Quadro 17 – Excerto da SDA 5

Nº	Autor	Close
4.5.1	Professora	Eu vi que o Aluno 8 já identificou ângulos aqui. Mostre para os seus colegas o que você fez!
4.5.2	Aluno 8	Eu achei o do armário que a tia falou e do interruptor, que é o mesmo do armário.
4.5.3	Professora	E que ângulo é esse do armário?
4.5.4	Aluno 8	É o reto. Eu também achei o da janela, do quadro, do interruptor e da porta.
4.5.5	Professora	Você quer dizer que viu todos esses iguais? E aqui no relógio, como você identificou?
4.5.6	Aluno 8	Eu fui vendo que o ponteiro foi mudando e eu fui vendo aqui e aqui... (Mostrou com as mãos)
4.5.7	Professora	Você olhou o relógio da sala e viu os ponteiros?
4.5.8	Aluno 8	Sim!

Fonte: Dados da pesquisa

No close 4.5.1 a professora inicia a conversa acompanhando a iniciativa do aluno 8 na exploração do tema. Esse convite incentiva a verbalização do raciocínio e a socialização das descobertas, promovendo a aprendizagem colaborativa. O Aluno 8 responde apontando diferentes elementos do ambiente (close 4.5.2). Aqui, ele demonstra que começou a estabelecer relações entre diferentes objetos, percebendo que possuem a mesma estrutura angular.

Seguindo para o close 4.5.3, a professora busca aprofundar a compreensão ao questionar o Aluno 8 sobre a classificação do ângulo. A resposta indica que o aluno consegue identificar e classificar o ângulo corretamente, o que evidencia a construção do conceito de ângulo reto ( $90^\circ$ ) e sua aplicabilidade na identificação de formas no espaço (close 4.5.4). Em seguida, o aluno 8 amplia sua observação para outros objetos no ambiente. Isso demonstra uma generalização do conceito à medida que ele percebe que diversas estruturas ao seu redor se unem nesse mesmo tipo de ângulo.

A professora então desafia o Aluno 8 a pensar sobre a formação dos ângulos em um contexto dinâmico, nos ponteiros do relógio (close 4.5.5). Ele responde explicando seu processo de raciocínio no close 4.5.6. Esse trecho é significativo porque demonstra que o aluno não apenas compreende os ângulos estáticos, mas também vê a formação de ângulos por meio do movimento dos ponteiros do relógio. Isso indica um avanço no desenvolvimento do pensamento, pois os alunos geralmente iniciam sua aprendizagem de ângulos com figuras fixas e, progressivamente, compreendem que ângulos podem ser formados por rotação. Esses closes evidenciam o uso de referências visuais para a construção da noção de ângulo, mostrando que os estudantes podem aprender por meio da experimentação e observação direta.

A cena ilustra o nexos de medida, pois o aluno reconhece-os como elementos mensuráveis do espaço, identificando-os em objetos do cotidiano. Classifica e compara ângulos, como no caso do ângulo reto presente no armário, interruptor e outros elementos. Percebe ângulos formados por movimento, como no caso do relógio, conectando a medida angular com os giros. Utiliza representações visuais e gestuais para expressar sua compreensão, o que é essencial no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Na apropriação e mobilização desses nexos, a análise sugere que os estudantes demonstraram o movimento do pensamento, do empírico ao teórico, no sentido da apropriação dos conceitos de geometria.

## **5.2 Aprendizagem colaborativa**

A aprendizagem colaborativa se caracteriza pelo compartilhamento de ideias, construção conjunta do conhecimento e pela mediação entre pares e pelo professor. Os alunos constroem o conhecimento coletivamente, levantam hipóteses, testam ideias e refinam seus entendimentos a partir das contribuições dos colegas. A professora desempenha um papel essencial na mediação, incentivando reflexões e direcionando as discussões para que os conceitos emergentes sejam elaborados de maneira significativa. Desse modo,

na atividade pedagógica, torna-se relevante ampliar as possibilidades de interação das crianças entre si e com adultos, pois, como sabemos, mediante as interlocuções e o compartilhamento de pontos de vista, a criança vivencia as experiências humanas e desenvolve as habilidades necessárias para o seu pleno desenvolvimento (Moura, 2023, p.22).

Leontiev (2021) enfatizava que as ações humanas são impulsionadas por necessidades e objetivos, e que a consciência se desenvolve a partir da interação do indivíduo com o mundo. Lago (2013, p.37) enfatiza que a linguagem e as interações discursivas entre os sujeitos ao redor

da criança promovem o desenvolvimento conceitual, pois é o espaço onde a criança se apropria das formas histórico-culturais de ser no mundo.

Dessa forma, os diálogos selecionados podem ser utilizados como evidências da construção de significados dentro do núcleo de aprendizagem colaborativa.

### **Episódio 1: As hipóteses se complementam**

#### **Cena 1.1: É uma boca ou batom?**

No momento 2 da SDA 2 os estudantes foram conduzidos a criarem um cenário de como seria a vida dos primeiros seres humanos. Temos uma pequena cena (1.1) protagonizada pela equipe amarela que pode ser analisada dentro de um contexto pedagógico, histórico e linguístico, evidenciando como as crianças constroem conhecimento e interagem com o mundo ao seu redor.

Quadro 18 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.1	Aluna 16	Me dá um pedacinho dessa massinha pra fazer um batom.
1.1.2	Aluno 15	Mas naquela época não existia batom!
1.1.3	Aluna 16	Eu quis dizer a boca.

Fonte: Dados da pesquisa

A fala da aluna 16 (close 1.1.1) reflete a forma como as crianças utilizam objetos simbólicos para representar elementos do mundo real. Ela queria modelar uma "boca", mas usou o termo "batom", o que levou o aluno 15 a corroborar sua fala com um argumento histórico (close 1.1.2). Esse momento da cena demonstra como as crianças constroem seu conhecimento histórico e científico a partir de seus sentidos pessoais internalizando a ideia de que os objetos e figurinos variam de acordo com o tempo.

A confusão entre "batom" e "boca" mostra um processo natural no desenvolvimento da linguagem, no qual as crianças utilizam palavras conhecidas para descrever novas ideias. O aluno 15 age como um mediador ao confrontar a fala da Aluna 16, trazendo que já internalizou a ideia de que os objetos e figurinos variam de acordo com o contexto histórico.

A brincadeira com a massinha representa um processo de aprendizagem por meio da experimentação. A necessidade de nomear o que está criando com a massinha evidencia a importância da linguagem na mediação do pensamento e da ação.

### Cena 1.2: É uma caixa d'água ou um reservatório?

A próxima cena (1.2) analisada se passa em um cenário do lado de fora da escola em um contexto onde os estudantes realizam o desafio proposto pelo Vovô Carminho aos netos. Os alunos são instigados a observar o ambiente ao redor, identificando elementos geométricos presentes na paisagem e diferenciando objetos construídos pelo ser humano de elementos naturais.

Esse momento da SDA 3 evidencia um processo de aprendizagem colaborativa, no qual os estudantes constroem conhecimento coletivamente a partir das interações mediadas pela professora.

Quadro 19 – Excerto da SDA 3

Nº	Autor	Close
1.2.1	Professora	O que vocês estão observando por aqui?
1.2.2	Aluno 6	Uma janela quadrada e outra circular.
1.2.3	Professora	Mas vocês não estão observando nada além das formas geométricas?
1.2.4	Aluna 17	Estou vendo coisas que os homens criaram...
1.2.5	Professora	Mas tem algo da natureza ainda?
1.2.6	Aluno 14	Tem mato.
1.2.7	Aluna 11	Eu vi coisas geométricas.
1.2.8	Aluno 15	Eu estou desenhando uma caixa d'água, mas ela tem um formato diferente das outras.
1.2.9	Aluno 6	Aquilo é um reservatório de água quente.

Fonte: Dados da pesquisa

No close 1.2.1, a pergunta inicial da professora é aberta e permite que os alunos direcionem suas percepções livremente. O estudante 6 conseguiu responder com a identificação de uma janela quadrada e outra circular, demonstrando um primeiro nível de visualização e reconhecimento das formas geométricas no ambiente. Esse reconhecimento é um passo importante na construção do pensamento geométrico, pois evidencia a capacidade de abstrair formas geométricas de objetos reais. Além disso, ele já distingue figuras bidimensionais (a janela como um quadrado e um círculo), o que demonstra um avanço na percepção das propriedades dessas formas.

Inicialmente, os alunos identificam formas geométricas no ambiente, demonstrando um

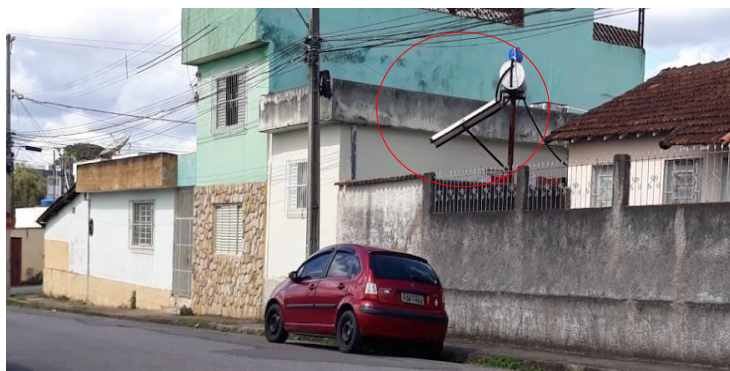
olhar atento às propriedades visuais dos objetos. No entanto, a mediação da professora amplia a discussão ao incentivar que observem para além das formas, promovendo um deslocamento do foco inicial e possibilitando novas conexões conceituais. Esse questionamento impulsiona os estudantes a reformular suas respostas e a construir significados mais amplos, relacionando elementos naturais e artificiais.

Além disso, observa-se que as respostas dos alunos não são isoladas, mas sim complementares à medida que um amplia a percepção do outro. O Aluno 6 menciona as formas geométricas (close 1.2.2). A professora amplia a reflexão ao questionar se há algo além das formas geométricas (close 1.2.3). Essa intervenção incentiva os alunos a irem além da identificação e passem a analisar a relação entre os objetos e sua origem (natural ou construída). A estudante 17 responde que está vendo coisas que os homens construíram, demonstrando que compreende a intervenção humana no ambiente (close 1.2.4). No entanto, a professora insiste: “Mas tem algo da natureza ainda?”, levando os alunos a buscar elementos não artificiais. No close 1.2.6 o aluno 14 responde identificando a presença do mato, o que mostra que ele compreende a diferença entre elementos naturais e construídos.

A aluna 11 reafirma a presença de formas geométricas, reforçando que essa categorização se tornou um estrato central para a análise do ambiente (close 1.2.7).

Outro ponto relevante é a variedade de interpretações e contribuições individuais. Enquanto um aluno identifica um objeto como "caixa d'água de formato diferente", outro o reconhece como um "reservatório de água quente", demonstrando que cada estudante mobiliza sentidos pessoais para compreender o mesmo elemento (close 1.2.8 e 1.2.9). Essa diversidade de percepções enriquece a aprendizagem, promovendo a troca de saberes e a construção coletiva do conhecimento. Esses closes das cenas demonstram que os alunos começam a perceber que as formas geométricas não existem isoladamente, mas estruturam os objetos do cotidiano.

Figura 16 - Foto do reservatório de água quente registrada pelos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

A cena evidencia um avanço na construção do pensamento geométrico dos alunos, passando pela identificação de formas isoladas para uma análise mais ampla das relações entre geometria e mundo real. Dessa forma, analisamos que representa um exemplo significativo de aprendizagem colaborativa, pois evidencia a construção de conceitos em um ambiente de diálogo e interação, onde a mediação da professora potencializa a exploração coletiva e a valorização dos sentidos pessoais.

### **Cena 1.3: A Terra gira em círculos**

Após o momento 2 da SDA 5 a professora conduz uma reflexão sobre os movimentos da Terra. A cena ilustra uma construção coletiva do conhecimento, em que a professora guia os alunos na compreensão do movimento da Terra ao redor do Sol.

*Plano I - A Terra gira feito um ovo?*

Quadro 20 – Excerto da SDA 5

Nº	Autor	Close
1.3.1	Professora	A Terra gira sempre do mesmo jeito ao redor do Sol?
1.3.2	Aluno 8	Não!
1.3.3	Professora	Então, o que acontece?
1.3.4	Aluna 17	Ela gira cada vez maior.
1.3.5	Professora	Como é esse giro ao redor do Sol?
1.3.6	Vários	Os alunos mostram com os dedos giros de forma aleatória.
1.3.7	Professor	Os alunos mostram com os dedos giros de forma aleatória.
1.3.8	Vários	Os alunos confirmam, mas não conseguem encontrar uma palavra para definir a maneira que a Terra gira ao redor do sol
1.3.9	Professora	Vocês querem dizer então que a Terra realiza um movimento elíptico ao redor do Sol.
1.3.10	Aluno 7	Não lembrava dessa palavra
1.3.11	Aluno 22	Eu achava que a Terra girava em círculos!
1.3.12	Aluna 17	Então, tipo assim, a Terra gira meio que parecendo um ovo?

Fonte: Dados da pesquisa

No close 1.3.1, a professora inicia com uma pergunta aberta, incentivando os alunos a expressarem suas concepções prévias. O diálogo se desenvolve permitindo que os alunos construam conhecimento juntos, a partir da troca de ideias. Os estudantes demonstram tentativas de explicação, mesmo sem domínio total do conceito. Isso fica evidente quando a Aluna 17

(close 1.3.4) afirma que o giro da Terra é ‘cada vez maior’, e os alunos usam gestos para expressar suas ideias (close 1.3.6).

Os alunos percebem que não conseguem nomear a trajetória real da Terra e tentam encontrar explicações baseadas em suas intuições. No close 1.3.7 a professora não corrige imediatamente, mas reformula a questão para ajudá-los a avançar no raciocínio. Isso leva à descoberta coletiva do conceito de órbita elíptica, quando a professora introduz o termo "movimento elíptico", no close 1.3.9, e o aluno 7 diz não se lembrar da palavra (close 1.3.10). Inferimos que esse momento demonstrou uma resolução coletiva de um conflito conceitual.

No close 1.3.11, o Aluno 22 expressa um modelo mental incorreto, mas a interação permite que ele seja confrontado com uma nova ideia e reformule seu pensamento. A Aluna 17 faz uma analogia intuitiva dizendo que a Terra gira parecendo um ovo, o que demonstra apropriação e reelaboração coletiva do conhecimento (close 1.3.12). Esse processo exemplifica a aprendizagem colaborativa, pois os alunos não recebem a informação de forma passiva, mas sim a constroem ativamente por meio da interação. O que corrobora com o que diz Lago (2013, p.37) sobre as crianças elaborarem “os sentidos das palavras pautadas no significado em que elas são usadas no processo de comunicação com os adultos”.

Essa cena demonstra a participação ativa dos alunos, que expressam seus sentidos pessoais e constroem significados juntos. A interação mediada pela professora, que conduz o diálogo sem impor respostas diretas, mas ajudando os alunos a chegarem à compreensão foi essencial. Essa cena ilustra como o conhecimento científico pode ser construído de forma compartilhada, com os alunos partindo de suas intuições, confrontando concepções errôneas e ajustando suas compreensões por meio da interação.

#### *Plano II: “Por conta do giramento da Terra?”*

Esse plano dá continuidade à construção coletiva do conhecimento iniciada na discussão anterior sobre o movimento da Terra ao redor do Sol. Aqui, a professora utiliza uma abordagem interativa para levar os alunos à compreensão da relação entre o movimento da Terra e a variação da posição do nascer do Sol.

Quadro 21 – Excerto da SDA 5

Nº	Autor	Close
1.3.13	Professora	O sol nasce de que lado mesmo?
1.3.14	Aluna 20	Leste.
1.3.15	Professora	(Mostra com os braços um local de referência simbolizando o lado que nasce o sol). Se o sol nasce ao leste e a terra é inclinada, e se nem sempre ela vai seguindo a mesma trajetória, quer dizer que o leste será sempre o mesmo ponto?
1.3.16	Vários	Não!
1.3.17	Professora	Então, o que pode acontecer?
1.3.18	Aluno 14	Pode mudar.
1.3.19	Professora	Então quer dizer que mesmo o sol nascendo ao leste isso não quer dizer que ele vai nascer sempre no mesmo ponto?
1.3.20	Vários	Isso!
1.3.21	Professora	Então vocês compreenderam por que tem essa variação? Qual seria a explicação?
1.3.22	Aluna 19	Por conta do “giramento” da Terra?

Fonte: Dados da pesquisa

Desde o início da cena, a professora estimula a reflexão ao invés de fornecer respostas prontas. Isso é perceptível no close 1.3.15. A pergunta leva os alunos a questionarem suas concepções anteriores e a reformularem suas ideias com base na discussão. Os alunos não apenas respondem, mas ajustam seus pensamentos ao longo da conversa. No close 1.3.18, o Aluno 14 percebe que pode haver variação, o que é reafirmado pelo grupo. A professora valida essa construção ao perguntar o porquê disso acontecer, mantendo a participação ativa dos estudantes (close 1.3.19). A professora reformula a explicação imprecisa da Aluna 19 (close 1.3.22), solicitando maior clareza (close 1.3.23).

Quadro 22 – Excerto da SDA 5

Nº	Autor	Close
1.3.23	Professora	O que seria esse giramento?
1.3.24	Aluno 6	Por conta da rotação da Terra!
1.3.25	Aluno 24	E por conta da translação também!
1.3.26	Aluna 23	A Terra é inclinada e gira de maneira diferente, então eu acho que é por isso que não tem como estar sempre no mesmo lugar.
1.3.27	Aluna 1	E como a Terra gira de maneira diferente, tem país que é dia e tem país que é noite. Então, tem lugar que tem horários diferentes.
1.3.28	Aluno 8	Tem o fuso horário, Aluna 1.

Fonte: Dados da pesquisa

O Aluno 6 compreende a necessidade de precisão conceitual e substitui o termo por "rotação da Terra", enquanto a Aluna 24 amplia o conceito ao incluir a translação (closes 1.3.24 e 1.3.25). No close 1.3.26, a Aluna 23 sintetiza a ideia, mostrando que os alunos estão fazendo conexões entre a inclinação da Terra, seus movimentos e a variação do nascer do Sol.

A aprendizagem colaborativa também se manifesta quando os alunos explicitam seus sentidos pessoais uns para os outros, fazendo conexões interdisciplinares: A Aluna 1 relaciona a variação do nascer do Sol com os fusos horários, mostrando que compreendeu que o movimento da Terra afeta diferentes regiões de forma distinta (close 1.3.27). O Aluno 8 complementa a explicação ao nomear o conceito corretamente ("Tem o fuso horário, Aluna 1."), o que reforça a cooperação na construção do conhecimento (close 1.3.28).

Essa interação evidencia o papel do diálogo na aprendizagem colaborativa, pois os alunos construíram significados a partir das contribuições dos colegas. Foram além da pergunta inicial, ampliando a discussão para conceitos como fuso horário e diferenças de tempo entre os países. Os alunos participaram ativamente da construção do conhecimento, reformulando e refinando suas explicações. Os alunos construíram conhecimento juntos, complementando as respostas dos colegas e ampliando a discussão para outros conceitos relacionados. Essa análise mostra como a aprendizagem colaborativa permite que os alunos avancem de explicações intuitivas para compreensões mais científicas, por meio da interação e do diálogo.

## **Episódio 2: Os registros do diário de campo**

### **Cena 2.1: Não foi planejado, mas foi algo desejado!**

Trazemos aqui um excerto do diário de campo da professora-pesquisadora sobre o momento que os estudantes sugerem a realização de um piquenique, após a contação de história do Capítulo 4.

A cena evidencia a importância da aprendizagem contextualizada e significativa, além da importância da flexibilidade no planejamento pedagógico. A ideia de um piquenique surgiu espontaneamente a partir da atividade proposta, confeccionar embalagens para as quitandas da Vovó Preta. Esse momento sugere que os alunos estão engajados e conectando o conteúdo com suas experiências pessoais, tornando o aprendizado mais relevante.

Quadro 23 - Excerto do diário de campo da professora-pesquisadora

Após a narração do capítulo, a professora conduziu a turma a refletir sobre como fariam as embalagens. O estudante 10 deu a ideia de realizarem um piquenique com as quitandas da vovó Preta. Assim, eles teriam as embalagens para fazerem moldes e poderiam criar outras embalagens. Todos amaram a ideia e já foram falando o que iriam trazer. Mesmo sem ter planejado algo assim, a professora organizou o piquenique para o outro dia, demonstrando que valoriza a participação de todos.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 17 - Piquenique realizado antes da confecção das embalagens



Fonte: Dados da pesquisa

Ao pensar em embalagens para as quitandas da vovó Preta, os estudantes vivenciaram a necessidade real de embalar alimentos. A sugestão partiu dos alunos, e a professora valorizou a iniciativa. Os estudantes foram se organizando de maneira coletiva para o piquenique. A professora, mesmo sem ter planejado inicialmente, adaptou a atividade para acolher a ideia e o entusiasmo dos alunos. Esse tipo de postura pedagógica permite que o aprendizado ocorra de forma natural e envolvente. A flexibilidade no planejamento permitiu que a professora-pesquisadora organizasse o momento para o piquenique. De acordo com Sforini (2003, p.7),

[...] há indicadores relevantes que orientam a tomada de decisões no ensino, mas não há modelos. Na organização da atividade educativa é fundamental ter clareza quanto à sua intencionalidade e aos instrumentos adequados ao alcance dos objetivos, mas garantindo flexibilidade suficiente para permitir mudanças de rumos conforme as necessidades surgidas na interação entre alunos e professores e o novo objeto de aprendizagem.

Davidov (1988, p. 11) defende o ensino que impulse o desenvolvimento. Para o autor, é preciso considerar “[...] o papel desenvolvimental do ensino e da educação no processo de formação da personalidade da criança” e que se busque meios para “[...] uma influência substantiva tanto no desenvolvimento mental geral das crianças quanto no desenvolvimento de

suas capacidades especiais”. Nesse contexto, essa cena ilustra como o aprendizado pode ser enriquecido quando o ensino é flexível, significativo e contextualizado. A experiência do piquenique não apenas consolida os conceitos geométricos das embalagens, mas também proporciona uma vivência social e afetiva importante para os alunos.

### **5.3 Nexos Conceituais e Aprendizagem Colaborativa: Diálogos e significações**

Neste capítulo, analisaremos as cenas que compreendem as duas Unidades de Análise simultaneamente, buscando identificar como a aprendizagem colaborativa e a construção de nexos conceituais se articulam e se influenciam mutuamente. Já exploramos nas seções anteriores, individualmente, cada uma dessas Unidades de Análise. No entanto, é na confluência desses dois elementos que se manifesta a potencialidade de suscitar a atividade dos sujeitos, onde a troca de ideias e a colaboração se tornam ferramentas essenciais para a construção do conhecimento.

A aprendizagem colaborativa, como já discutido, proporciona um ambiente propício para a negociação de significados, a resolução conjunta de problemas e a construção coletiva do conhecimento. De acordo com Lago, et.al. (2023, p.152) “é pela atividade social que os seres humanos têm a possibilidade de desenvolver formas complexas de pensamento conceitual, cuja forma não é natural ou inata, mas formada sócio historicamente”. Paralelamente, a apropriação de nexos conceituais do campo da geometria é fundamental para o desenvolvimento do pensamento teórico. Ao analisarmos as cenas sob essa perspectiva, esperamos lançar luz sobre os processos de significação que ocorrem na sala de aula, revelando como a colaboração e a construção de nexos conceituais se tornam ferramentas poderosas para a construção do conhecimento geométrico.

O conteúdo da consciência social é o sistema de significações, que é fixado na forma de linguagem. Leontiev (2021) define da seguinte forma o conceito de significação social:

A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vector sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e das práticas sociais da humanidade. [...] A significação pertence, portanto, antes de mais, ao mundo dos fenômenos objectivamente históricos (p. 94).

A significação é, então, a mediação entre o significado - social e compartilhado e o sentido pessoal - subjetivo e individual. Por outro lado, a significação vai além do significado abstrato, referindo-se ao uso prático e situado dos significados na vida cotidiana e nas atividades

sociais. Como argumentado por Leontiev (2021), a significação ocorre através da incorporação dos significados sociais em atividades concretas, onde os indivíduos atribuem significados específicos a objetos, ações ou eventos, de acordo com as demandas e contextos em que estão inseridos.

### **Episódio 1: Como evoluiu a humanidade?**

#### **Cena 1.1: Os homens evoluíram de acordo com suas necessidades**

No momento 2 da SDA 2, após a contação de história do Capítulo 1 os estudantes construíram maquetes com suas percepções sobre a vida dos seres humanos na pré-história. Na contação de histórias, o Vovô Carminho fez um questionamento aos seus netos ao final do capítulo 1: “Como será que foi essa passagem de caçadores a agricultores? Como os seres humanos foram evoluindo?”. Então, os estudantes foram instigados a vivenciarem como ocorreu essa passagem de tempo através da construção de maquetes.

A cena 1.1 apresenta uma discussão sobre a transição da humanidade da caça para a agricultura e a descoberta das formas, enfatizando o desenvolvimento das habilidades humanas, conforme suas necessidades. Os closes destacam como os alunos constroem significados a partir da mediação e da problematização feita pela professora.

#### *Plano I - Equipe Vermelha explicita suas ideias sobre a evolução humana*

Quadro 24 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.1	Professora	Olha a pergunta que o vovô fez: Como será que foi essa passagem de homens caçadores para agricultores? Como será que os homens foram evoluindo? O que vocês acham?
1.1.2	Aluno 6	Os homens foram evoluindo até chegar no ponto de hoje em dia.
1.1.3	Professora	Isso! Mas por quê?
1.1.4	Aluno 7	A necessidade.

Fonte: Dados da pesquisa

A pergunta inicial da docente (1.1.1) resgata uma questão feita pelo “vovô”, estratégia que sugere a valorização da oralidade e da transmissão de saberes entre gerações, promovendo uma conexão entre o conhecimento histórico e o cotidiano dos alunos. Além disso, ao propor um questionamento aberto, a professora estimula a formulação de hipóteses e a troca de ideias,

características fundamentais da aprendizagem colaborativa.

A resposta do aluno 6 (close 1.1.2), ao afirmar que os “homens foram evoluindo até chegar no ponto de hoje em dia”, indica um primeiro nível de elaboração, baseado em suas percepções. No close 1.1.3 a professora questiona a resposta do Aluno 6 incentivando a pensar em como essa evolução aconteceu e não apenas no fato de que ela ocorreu. Isso promove uma reflexão mais aprofundada sobre os processos históricos. Esse movimento dialógico conduz à fala do aluno 7 (1.1.4), que introduz a ideia de necessidade como fator impulsionador da evolução humana. Percebe-se a compreensão de que o ser humano sempre buscou formas de facilitar sua sobrevivência, adaptando-se ao ambiente e desenvolvendo novas estratégias, ao longo do tempo, de acordo com suas necessidades.

*Plano II - Naquela época existia vulcão!*

O Plano II é uma continuidade da Cena 1.1 onde os alunos expressaram suas percepções sobre a vida dos homens primitivos, atribuindo significados à sua compreensão histórica. A análise foi feita observando como suas falas refletem tanto influências culturais quanto a construção de conhecimento a partir de interações entre os pares.

Quadro 25 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.5	Professora	A próxima equipe agora vai socializar com a turma o que discutiram sobre como os primeiros seres humanos viviam.
1.1.6	Aluna 11	A gente teve ideia de fazer um vulcão porque nós pensamos que naquela época existia vulcão.
1.1.7	Aluno 10	Eu me inspirei em Pompeia. Eu pensei, naquela época também existia um vulcão.

Fonte: Dados da pesquisa

A Aluna 11, no close 1.1.6, associa a existência dos vulcões à época dos homens das cavernas. Sua fala sugere que ela entende a relação entre características naturais e períodos históricos, mas não, necessariamente, faz uma distinção clara entre diferentes eras geológicas e a ocupação humana. Isso indica um processo de construção de conhecimento, onde diferentes elementos do passado podem se sobrepor. No close 1.1.7, o Aluno 10, ao mencionar Pompeia, demonstra que relaciona a história da humanidade a eventos catastróficos. Isso sugere que ele já teve contato com a narrativa da destruição da cidade pela soberania do Vesúvio, seja na escola, em livros ou até mesmo na cultura popular.

Inferimos que na relação feita pelo Aluno 10 entre os homens das cavernas e Pompéia,

as crianças estabelecem conexões a partir de associações espontâneas, mesmo que elas não sejam historicamente precisas. Essas conexões indicam que as crianças não aprendem a história apenas de maneira linear, mas sim por meio de interações com diversos conhecimentos e contextos.

As falas dos Alunos 10 e 11 demonstram que as crianças constroem significados a partir de referências culturais diversas e que, mesmo quando suas associações não são historicamente precisas, elas revelam um esforço de compreensão. Dessa forma, o diálogo evidencia um processo de mediação do conhecimento, no qual a professora utiliza perguntas estratégicas para estimular a construção coletiva do saber.

*Plano III - Qual o melhor formato?*

Quadro 26 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.8	Professora	O que aconteceu com esses seres humanos?
1.1.9	Aluno 10	Ele teve a necessidade de pegar uma pedra e arrastar a pedra em outra pedra até ficar um formato meio de cone ponto. Aí ele teve a necessidade de usar o cipó e pegar uma madeira ou um galho, colocar a pedra em cima do galho e amarrar o cipó na pedra.
1.1.10	Professora	E virou o quê?
1.1.11	Aluno 10	Virou uma lança.
1.1.12	Professora	Hum, que interessante! Mas por que será que ele precisou fazer essa lança?
1.1.13	Vários	Para matar os bichos.
1.1.14	Professora	Mas eles não podiam caçar com madeiras?
1.1.15	Aluna 12	A madeira pode quebrar e não vai furar o animal.
1.1.16	Professora	Então qual foi a maior descoberta do homem nesse caso?
1.1.17	Aluno 8	A lança.
1.1.18	Professora	Então tinha como ele fazer redonda?
1.1.19	Vários	Não.
1.1.20	Aluna 11	Tinha.
1.1.21	Professora	Tinha como fazer redonda, mas qual seria melhor para caçar?
1.1.22	Aluno 8	Em formato de cone!
1.1.23	Professora	Então, olhem que interessante, os seres humanos foram descobrindo que algumas formas são melhores que outras. Certo?
1.1.24	Aluno 8	Cada forma serve pra uma coisa, tipo, a esfera serve pra uma coisa, o cone serve pra outra coisa.
1.1.25	Aluno 10	Ele também teve a necessidade de pegar um cipó, um arco e amarrar o cipó num galho e fazer um arco.
1.1.26	Professora	Muito bem! Interessante as teorias de vocês.

Fonte: Dados da pesquisa

No plano III da cena 1.1, os alunos constroem coletivamente significados sobre a descoberta e uso das formas geométricas na evolução dos instrumentos humanos. A discussão evidencia processos de aprendizagem colaborativa e a mobilização do nexos forma. A aprendizagem colaborativa está presente na troca de ideias entre os alunos e na mediação da professora, que conduz a discussão por meio de questionamentos. O diálogo não se baseia apenas na transmissão de informações, mas na construção coletiva do conhecimento, onde os estudantes vão ampliando e refinando suas hipóteses.

Nos closes 1.1.9 e 1.3.4, o Aluno 10 detalha sua percepção sobre o processo de transformação da pedra até que ela atinja um formato funcional e combinada com outros elementos, se transforma em uma lança. Sua fala demonstra que ele compreende a relação entre a modificação do objeto e a sua utilidade. A Professora amplia essa reflexão ao questionar a necessidade de se criar uma lança e a resposta dos estudantes sugere uma noção de que os seres humanos daquele tempo precisavam caçar para se alimentarem (closes 1.1.12 e 1.1.13). Então, a professora incita-os a refletir sobre o tipo de material a ser utilizado e a Aluna 12 traz uma justificativa sobre a escolha, mostrando uma percepção sobre resistência e eficácia dos materiais utilizados (closes 1.1.14 e 1.1.15). O Aluno 8 reforça essa relação à consideração de que o lançamento foi uma grande descoberta, pois permitiu uma melhoria na prática da caça (close 1.1.17).

No close 1.1.18, a professora questiona se determinado objeto poderia ser feito de forma redonda. A maioria dos alunos responde negativamente, indicando um consenso inicial. No entanto, a aluna 11 apresenta uma perspectiva diferente ao afirmar que "Tinha"(close 1.1.20). Essa divergência introduz uma oportunidade de reflexão e ampliação do debate.

A professora, não quis descartar a resposta da aluna 11, mas sim questionar qual formato seria melhor para caçar, promovendo uma discussão mais profunda sobre a funcionalidade das formas (close 1.1.21). O aluno 8 responde que o cone seria mais adequado, demonstrando estar se apropriando do nexos forma. Em seguida, a professora sistematiza o aprendizado ao afirmar que os seres humanos descobriram que algumas formas são mais eficientes do que outras para determinadas finalidades (close 1.1.23).

O aluno 8 complementa essa ideia ao afirmar que “cada forma serve para uma coisa”, evidenciando uma compreensão do nexos forma (close 1.1.24). Essa reflexão indica que os alunos estão internalizando o conhecimento e conectando-o com diferentes contextos.

Por fim, no close 1.1.25, o aluno 10 traz um exemplo prático ao mencionar a utilização de um cipó para criar um arco, evidenciando a relação entre necessidade e invenção, um elemento importante da evolução. A professora encerra a discussão com um elogio, reforçando

positivamente a participação dos alunos (close 1.1.26).

Dessa forma, esse plano ilustrou como a mediação pedagógica pode favorecer a construção coletiva do conhecimento, incentivando o pensamento crítico e a reflexão sobre conceitos matemáticos em contextos concretos.

*Plano IV - O homem era muito esperto!*

Quadro 27 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.10	Professora	Agora, essa equipe vai socializar com a gente o que fizeram. O que vocês discutiram?
1.1.11	Aluno 6	Achamos que antes das árvores existirem eles usavam plantas para se alimentarem.
1.1.12	Professora	Mas e antes das plantas? Será que eles começaram a comer plantas logo de cara?
1.1.13	Aluno 6	Tinha uns peixes, tinha ursos, dinossauros...
1.1.14	Professora	Dinossauros?
1.1.15	Aluno 8	Tá louco, Estudante 6? ( Muitos risos)
1.1.16	Professora	Não sei, e o que a equipe acha?
1.1.17	Aluno 8	Aí eles caçavam com as lanças.
1.1.18	Professora	E essas lanças eram feitas com o quê?
1.1.19	Aluno 6	Pedra e madeira
1.1.20	Professora	Pedra e madeira é o que eles tinham pra usar? Eles mexiam em mais materiais? O que vocês acham?
1.1.21	Aluno 8	Madeira.
1.1.22	Aluno 6	Terra.
1.1.23	Professora	Mas como eles sabiam fazer as lanças?
1.1.24	Aluno 6	De pedras
1.1.25	Professora	E o formato?
1.1.26	Aluno 8	Eles pegavam uma pedra que era boa e colocavam.
1.1.27	Professora	Mas, e como faziam o formato da lança?
1.1.28	Aluno 8	Seria um graveto e uma pedra.
1.1.29	Professora	E porque será que o homem colocou a lança como pontuda?
1.1.30	Aluno 6	Para ser mais fácil caçar os animais e ter mais refeição.
1.1.31	Professora	Então, essa forma de ponta era mais fácil?
1.1.32	Todos	Sim.
1.1.33	Professora	E se fosse redonda?
1.1.34	Aluno 8	Não teria como caçar

Fonte: Dados da pesquisa

No close 1.1.27, a professora inicia a discussão pedindo que a equipe vermelha compartilhe suas ideias. O Aluno 6 apresenta a ideia de que antes das árvores existirem, os seres humanos usavam plantas para se alimentar. A professora então problematiza: "Mas e antes das plantas? Será que eles chegaram a comer plantas logo de cara?". Esse questionamento incentiva os alunos a refletirem sobre uma linha do tempo. O Aluno 6 em resposta, sugere a existência de dinossauros, levando ao questionamento do Aluno 8 e ao riso da turma (closes 1.1.30 e 1.1.32). Esse momento revela que os alunos ainda estão organizando suas ideias sobre os períodos históricos e a presença de diferentes espécies ao longo do tempo.

Quadro 28 – Excerto da SDA 2

Nº	Autor	Close
1.1.35	Aluna 6	Eles poderiam caçar outra coisa que ficaria mais difícil de caçar e iriam sempre perder a luta.
1.1.36	Aluna 1	Com a ponta seria mais fácil caçar os animais.
1.1.37	Professora	Então vocês acham que a ponta é mais fácil. Então, se a gente pensar, o homem foi muito o que?
1.1.38	Aluno 6	Esperto!
1.1.39	Professora	Ele precisava caçar pois era uma necessidade dele?
1.1.40	Aluno 6	Sim!
1.1.41	Professora	Era uma necessidade dele, porquê?
1.1.42	Aluno 6	Pra ele sobreviver.
1.1.43	Professora	Sobreviver? Que ótimo! E como será que eles foram virando agricultores?
1.1.44	Aluno 6	Por causa que eles plantavam semestes, milhoes, tomates...
1.1.45	Professora	Será que existiam tomates?
1.1.46	Aluno 6	Uai...
1.1.47	Aluna 2	Acho que existiam outros tipos de sementes.
1.1.48	Professora	Entendi. Mas, como será que eles sabiam plantar?
1.1.49	Aluno 8	Porque eles foram aprendendo.
1.1.50	Aluno 6	Eles foram evoluindo. A humanidade foi evoluindo e assim chegou até hoje em dia.

Fonte: Dados da pesquisa

A professora seguiu a conversa para o uso de ferramentas na caça. Aqui, os alunos começam a compreender que o ser humano utilizava os recursos disponíveis, como pedra e madeira, para desenvolver instrumentos. No entanto, a professora amplia a reflexão e esse questionamento leva os alunos a explorar outras possibilidades, como terra e diferentes tipos de madeira, expandindo o julgamento sobre os materiais acessíveis na época (closes 1.1.35 a 1.1.41).

Nos closes 1.1.42 e 1.44, a professora conduz uma discussão para a forma das lanças, questionando sobre a escolha do formato pontiagudo. O Aluno 6 responde de maneira funcional (close 1.1.47). No close 1.1.50, a professora sugere a hipótese de uma lança com a ponta redonda, e o Aluno 8 prontamente responde que não teria como caçar (close 1.1.51). No close 1.1.53, a Aluna 1 complementa que o formato da lança facilita a caça. A professora então questiona, e o Aluno 6 responde que o ser humano foi muito esperto ao elaborar a lança com o formato pontiagudo (closes 1.1.54 e 1.1.55). Aqui, os alunos percebem que a forma da lança não é aleatória, mas sim uma adaptação necessária à função que ela desempenha. Essa percepção pode remeter além do nexos forma, também ao nexos conceitual de invariância, pois os alunos começam a compreender que determinadas características das ferramentas permanecem constantes ao longo do tempo devido à sua eficácia.

No close 1.1.60, a professora continua o diálogo conduzindo os alunos à reflexão sobre a transição da caça para a agricultura. O Aluno 6 responde que isso ocorreu porque passou a plantar sementes (close 1.1.61). No entanto, a professora problematiza novamente: "Será que existiam tomates?" Essa pergunta levou os alunos a perceberem que as culturas agrícolas também evoluíram com o tempo (close 1.1.62). A Aluna 2 sugere que no passado, poderiam existir outros tipos de sementes, demonstrando um avanço no pensamento sobre os hábitos dos primeiros seres humanos (close 1.1.64).

Quando a professora pergunta "Mas, como será que eles sabiam plantar?", o Aluno 8 responde: "Porque eles foram aprendendo." Já o Aluno 6 acrescenta: "Eles foram evoluindo. A humanidade foi evoluindo e assim chegou até hoje em dia" (closes 1.4.39, 1.4.40 e 1.4.41). Esse trecho evidencia a percepção dos alunos sobre o processo de transformação e aprimoramento do conhecimento humano.

Figura 18 - Equipe vermelha elaborando o cenário



Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, inferimos que no episódio analisado os estudantes demonstraram apropriação do nexos forma, já que compreenderam que determinadas formas e características das ferramentas são mantidas ao longo do tempo, pois são as mais eficientes para determinadas funções, como por exemplo, a lança pontiaguda para caçar. Também compreenderam que a necessidade de sobrevivência sempre existiu, mas as formas de obtenção de alimentos mudaram com o tempo (de caçadores para agricultores). E ficou evidente que a interação entre os pares propiciou uma aprendizagem colaborativa.

A interação evidencia a articulação entre as Unidades de Análise de aprendizagem colaborativa e nexos conceituais, que propiciaram a compreensão do processo histórico da transição dos povos caçadores para agricultores.

## **Episódio 2 : A preparação dos canteiros e o plantio**

As situações propostas suscitaram nos estudantes a necessidade de medir o perímetro, para a compra do arame e da área, para o plantio das sementes. Essa abordagem está alinhada com Leontiev (2021), que afirma que a atividade humana é orientada por motivos e que o conhecimento se desenvolve a partir de ações significativas para o sujeito.

### **Cena: 2.1: Como calcular a quantidade de arame para cercar o terreno?**

No momento 3 da SDA 6, os estudantes fizeram a divisão dos canteiros entre as equipes e de volta a sala de aula, a professora iniciou uma discussão sobre como iriam cercar cada terreno. A cena apresenta uma interação dinâmica entre professora e alunos na busca pela compreensão do conceito de perímetro, essencial para resolver o problema concreto da compra do arame.

Quadro 29 – Excerto da SDA 6

Nº	Autor	Close
2.1.1	Professora	Vocês querem cercar o terreno com arame, certo? Como vocês vão calcular a quantidade de arame?
2.1.2	Aluno 7	A gente pode levar alguma coisa de medida pra achar o tamanho que a gente quer.
2.1.3	Aluno 6	Se a gente puder medir a terra do nosso território, a gente leva.
2.1.4	Professora	Como assim a terra do território? Vamos pensar nisso?
2.1.5	Aluno 10	Tem o lado da parede e a gente não precisa comprar arame pra esse lado.

Fonte: Dados da pesquisa

A pergunta inicial da professora os alunos refletiram sobre a necessidade da medição (close 2.1.1). Nos closes 2.1.2 e 2.1.3, as falas dos estudantes demonstram que as ideias se complementam. Em seguida, no close 2.1.4, a mediação da professora tem um papel fundamental, pois ao não dar respostas prontas, ela incentiva os alunos a explicitar seus sentidos pessoais. No close 2.1.5, o Aluno 10 demonstra a percepção de que nem todos os lados do terreno exigem arame, o que indica um início da compreensão de que o cálculo para a compra deve considerar os lados específicos do terreno.

Quadro 30 – Excerto da SDA 6

<b>Nº</b>	<b>Autor</b>	<b>Close</b>
2.1.6	Aluna 3	Podemos levar uma foto.
2.1.7	Aluna 11	A gente pode pegar uma fita métrica, medir o terreno, anotar e levar.
2.1.8	Aluno 7	Tive uma ideia. Eu posso pegar uma corda, se ela for grande o suficiente, coloco nas bordas e vejo quanto deu.
2.1.9	Professora	Qual é o formato do terreno?
2.1.10	Todos	Retangular.
2.1.11	Professora	Então, o problema é encontrar a medida para comprar a quantidade de barbante necessária. Alguns deram a sugestão de utilizar medidas não-convencionais, instrumentos não-convencionais, tipo cordas e barbantes. Outros disseram pra pegar a fita e medir. Só que a minha fita tem só 1 metro e meio. Todas as fitas ou trenas são assim?
2.1.12	Todos	Não, existem maiores.
2.1.13	Aluno 7	Posso levar a fita, enrolar com o barbante e marcar com o lápis.
2.1.14	Aluna 11	É só comprar uma fita métrica e medir cada lado, anotar e depois ver o total.
2.1.15	Professora	A Aluna 11 disse que marca de cada lado. Então, se vamos comprar o arame precisamos saber as medidas do quê?
2.1.16	Todos	Dos lados.
2.1.17	Professora	Pensem...
2.1.18	Aluno 7	Do terreno inteiro.
2.1.19	Professora	Quando somamos todos os lados do terreno, temos uma medida chamada?
2.1.20	Aluno 8	Perímetro.
2.1.21	Professora	Que é a soma de todos os lados...
2.1.22	Aluno 6	Iguais...
2.1.23	Professora	Iguais? O terreno e vocês tem todos os lados iguais?
2.1.24	Aluno 7	Não, tem dois lados maiores e dois menores. Ele vai afinando!
2.1.25	Professora	Por isso é importante medir todo o contorno do terreno de vocês!

Fonte: Dados da pesquisa

Assim, nos closes 2.1.6 a 2.1.8 os estudantes debatem sobre qual seria o melhor método para realizarem a medição do contorno do terreno. A aluna 11, no close 2.1.7, ao sugerir um instrumento de medida convencional, demonstra que já compreendeu o que precisa ser feito para a compra do arame, mas ainda não nomeia o conceito de perímetro. A professora então faz um questionamento sobre como é chamada a medida da soma de todos os lados de uma figura, no close 2.1.19. O Aluno 8 responde rapidamente e a professora reforça dizendo que é a soma de todos os lados e antes de terminar, o Aluno 6 diz “iguais” (closes 2.1.20 a 2.1.22). Aqui, a professora enfrenta uma contradição conceitual na fala do aluno, que inicialmente associa o perímetro apenas a figuras regulares. Essa concepção equivocada é trabalhada nos closes 2.1.23 a 2.1.25. A mediação da professora leva à reformulação do conceito, permitindo que os alunos avancem no entendimento da geometria aplicada a uma situação real.

Cada fala adiciona uma nova camada de compreensão, e o debate entre eles impulsiona a internalização dos conceitos. A palavra "perímetro" só emerge depois da exploração do problema e das múltiplas estratégias apresentadas pelos alunos. Esse processo ilustra a formação de um nexos conceitual, no qual o conceito matemático é elaborado a partir de uma necessidade prática e internalizado progressivamente. Um exemplo disso é o momento em que os alunos tentam definir como medir o terreno. Nesse instante, diferentes estratégias são sugeridas e discutidas coletivamente, refletindo o que Vygotsky (2000) chama de zona de desenvolvimento iminente (ZDI) – ou seja, o conhecimento que os alunos constroem com apoio da mediação docente e da interação entre pares.

## **Cena 2.2: A distância entre as covas para o plantio**

Após a contação de história do Capítulo 7 do livro, no momento 4 da SDA 6 os estudantes receberam embalagens com sementes para realizarem o plantio. Então, de acordo com a distância sugerida na embalagem, cada equipe construiu sua unidade de área para facilitar o plantio.

Essa cena reflete um processo de aprendizagem mediada, onde os alunos constroem significados matemáticos e geométricos a partir de uma atividade concreta e socialmente situada. O diálogo promovido pela professora permite que os alunos avancem em sua compreensão sobre conceitos geométricos (como vértices, diagonais e triângulos) dentro de um contexto prático e colaborativo.

Quadro 31 – Excerto da SDA 6

Nº	Autor	Close
2.2.1	Professora	Vocês criaram a unidade de medida, ou seja, o quadrado do tamanho de acordo com a distância entre as covas das sementes. Essa unidade da equipe vermelha é do mesmo tamanho das outras equipes?
2.2.2	Aluno 7	Algumas plantas precisam de mais espaço para crescer. Então, depende da semente que cada equipe pegou.
2.2.3	Professora	O quadrado que vocês fizeram é a unidade de medida, certo? Vocês fizeram de acordo com o quê?
2.2.4	Aluna 11	O tamanho.
2.2.5	Aluno 8	Não! Foi de acordo com a distância das covas para plantar.
2.2.6	Professora	Quando vocês colocarem os quadrados no terreno, onde serão marcadas as covas das sementes?
2.2.7	Aluna 11	Como se chama essa pontinha do quadrado?
2.2.8	Professora	Como se chama essa pontinha do quadrado?
2.2.9	Aluno 8	Vértices.
2.2.10	Professora	Se eu traçar linhas ligando os vértices, dividindo o quadrado em duas partes, como serão chamadas essas linhas?
2.2.11	Vários	Diagonal.
2.2.12	Aluna 11	Se eu pegar o quadrado e partir ao meio, terei dois triângulos.
2.2.13	Professora	Ótima observação, Ágatha! Então, vocês descobriram que nessa pontinha do quadrado vocês irão colocar as sementes?
2.2.14	Todos	Sim.
2.2.15	Professora	A unidade de medida que vocês estabeleceram foi de acordo com a distância para plantio de sementes?
2.2.16	Aluno 10	Isso! Tem que ter uma unidade específica.

Fonte: Dados da pesquisa

Na interação entre os estudantes confrontam e refinam suas ideias. Isso é evidente quando a Aluna 11 diz que o quadrado foi feito de acordo com o tamanho, mas o Aluno 8 se contrapõe, afirmando que foi baseado na distância das covas (closes 2.2.4 e 2.2.5). Esse tipo de negociação de significados é um aspecto central da aprendizagem colaborativa. A professora não fornece as respostas diretamente, mas estimula a reflexão e permite que os próprios alunos descubram conceitos geométricos relevantes, o que demonstra uma construção conjunta do conhecimento.

No close 2.2.7, a resposta da Aluna 11 dizendo que as sementes serão plantadas, "Nas pontas" dos quadrados, abre caminho para que a professora introduza formalmente o conceito de vértice. Ao invés de apresentar definições formais, a professora conduz uma conversa de forma que os alunos percebem os conceitos a partir da prática, como quando a Aluna 11 conclui

que dividir o quadrado ao meio gera dois triângulos. A Aluna 11 percebe que ao traçar uma diagonal, o quadrado se divide em dois triângulos, o que demonstra um avanço na compreensão geométrica. (close 2.2.12).

O nexó conceitual da forma está presente no momento em que os alunos manipulam e descrevem as propriedades do quadrado. Os vértices foram identificados pelos alunos como os pontos onde serão plantadas as sementes. As diagonais foram nomeadas corretamente quando a professora pede que os alunos observem as linhas que dividem o quadrado em duas partes.

Figura 19 - Estudantes da Equipe Azul fazem as covas para o plantio



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Essa construção de significados reflete um dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, segundo o qual os conceitos científicos não são aprendidos isoladamente, mas se desenvolvem a partir da mediação e da interação com práticas sociais. Segundo Vygotsky (2000), o desenvolvimento dos conceitos ocorre por meio da interação social e da internalização das práticas culturais. Nessa cena, isso acontece porque a professora atua como mediadora, levando os alunos a expandir sua compreensão geométrica. E ainda, os alunos constroem significados a partir de uma prática concreta (o plantio), conectando conceitos geométricos à realidade. O conceito de área emerge de uma necessidade prática e não apenas como um dado abstrato. Há um processo de construção conceitual, onde os estudantes ajustam e refinam suas respostas ao longo da discussão.

Nos episódios analisados nessa seção, diferentes alunos apresentam propostas baseadas em suas experiências prévias, demonstrando um processo de negociação de significados, como descrito por Smolka (2012). Para Smolka, a negociação de significados é um processo central na construção do conhecimento. Ela argumenta que os significados não são simplesmente

transmitidos de uma pessoa para outra, mas sim construídos e transformados nas interações sociais.

A análise das cenas sugere que a intencionalidade pedagógica bem definida permite a apropriação de conceitos matemáticos significativos. A aprendizagem colaborativa, na qual os alunos discutem, propõem hipóteses e constroem juntos o conhecimento se fez presente em vários momentos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa analisou-se o desenvolvimento do pensamento teórico a partir de significações geradas por estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental I, em situações desencadeadoras de aprendizagem do campo de conceitos da Geometria, sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Os objetivos específicos foram: compreender os elementos que evidenciam a formação do pensamento teórico-matemático dos estudantes (pensamento geométrico); identificar quais elementos da intervenção pedagógica corroboram para suscitar a atividade de estudos; e analisar o papel dos elementos de mediação (instrumentos e signos) mobilizados na produção das significações acerca do campo conceitual explorado no processo ensino-aprendizagem. O objeto de investigação foram as significações produzidas a partir de uma Unidade Didática denominada "Explorando a geometria através do tempo". Trata-se de uma contação de história infantil envolvendo situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que explorou o desenvolvimento lógico-histórico de conceitos estruturantes da Geometria. A partir da história criada pela professora-pesquisadora, "As férias no sítio do vovô Carminho", os estudantes foram levados para uma viagem, desde os primórdios da humanidade, o que procurou demonstrar a constituição da geometria ao longo do tempo, em diferentes culturas e épocas.

Os dados foram constituídos pelos registros da pesquisadora no diário de campo, dos registros produzidos pelos estudantes durante as SDA e pela transcrição das gravações realizadas durante os processos de significação estabelecidos. A análise dos dados foi realizada inicialmente, por meio da metodologia denominada Núcleos de Significação. Após a qualificação foi sugerido a análise dos dados através da metodologia proposta por Moura,(2004) de episódios e cenas. Assim, os dois núcleos de significação passaram a ser denominados de Unidades de Análise. A primeira abordou os processos de significação dos estudantes, isto é, analisa as expressões individuais de sentidos e significados dos nexos dos conceitos de geometria. Nesse núcleo, evidenciou-se que a abordagem dos nexos conceituais possibilitou ao sujeito apropriar-se do conceito e avançar no sentido do desenvolvimento do pensamento teórico. Isso não significa que todos os estudantes atingiram tal nível de pensamento, mas que, ao menos, observou-se a iminência desse desenvolvimento.

De acordo com Vigotski (2009) a ação docente pode criar zonas de desenvolvimento iminente e novas possibilidades de aprendizagem. Nesse viés, a apropriação da gênese do conceito facilita a significação de particularidades do conceito e possibilita o desenvolvimento do pensamento teórico. Observou-se a importância da organização das SDA de modo que o

conteúdo adquira significado para os estudantes, já que os processos de significação se dão pela interação. Na maioria das vezes, os estudantes expressaram o sentido que atribuíram ao conceito, ou seja, a maneira que internalizaram aquele conhecimento. Porém, por meio da interação e da mediação do professor, colegas, instrumentos ou signos, conseguiram também gerar conceitos com significados socialmente legitimados.

De acordo com Davidov (1988, p.242), a atividade de estudo “conduz as crianças na esfera do conhecimento teórico e assegura nelas o desenvolvimento das bases da consciência e pensamento teóricos.” Assim, constatamos que os estudantes podem apropriar-se dos conceitos durante a atividade de estudo, em ações análogas àquelas pelas quais os conceitos foram historicamente construídos, ou seja, reproduzem em sua atividade, o processo histórico real do desenvolvimento e da formação do conceito.

A questão norteadora da pesquisa foi: Que significações produzidas por estudantes do ensino fundamental, em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem de conceitos de geometria, corroboram para o desenvolvimento do pensamento? Então, a análise dos dados produzidos sugere que os objetivos foram alcançados.

A quantidade e a profundidade dos dados coletados nesta pesquisa, juntamente com a abrangência do tema, possibilitaram diversas outras análises e expansões. No entanto, o prazo para a finalização do trabalho impôs limites a essa exploração neste momento, abrindo caminho para o aprofundamento do conhecimento em estudos futuros. De fato, dentro do contexto histórico-cultural da produção do conhecimento, a ciência é compreendida como um processo em constante evolução, marcado por questionamentos, incertezas e lacunas, mas também impulsionado pelas demandas históricas da sociedade que gera esse conhecimento. Almeja-se que, com base nas contribuições teóricas apresentadas nesta pesquisa, esse processo de produção de conhecimento continue e se perpetue.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, Rodrigo (2013). **Uma abordagem lógico-histórica da geometria em atividades orientadoras de ensino**. Monografia (Licenciatura) - Lavras/MG, Universidade Federal de Lavras, 2013.
- ALMEIDA, M. C. **Origens da matemática: a pré-história da matemática, vol.I: a matemática paleolítica**. Curitiba. Editora Progressiva, 2009.
- ANDRADE, José Antônio Araújo. **O Ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais dos ENEM's**. 2004. 249p. Dissertação (Mestrado em Educação) — USF, Bragança Paulista (SP). Orientadora: Adair Mendes Nacarato
- ANDRADE, José & Teixeira, Conrado & Sansão, Welbert. (2024). **A organização do ensino de matemática em uma perspectiva histórico-cultural: considerações acerca do objeto da atividade de ensino para o desenvolvimento do pensamento teórico**. Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, [S. l.], v. 8, n. Contínua, p. 1–20, 2024. DOI: 10.14393/OBv8.e2024-20. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/74712>. Acesso em: 7 mar. 2025.
- Asbahr, Flávia. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, SP. Volume 18, Número 2, Maio/Agosto de 2014: 265-272.)
- BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 2a ed, 1974.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994. p. 150 a 172.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**, tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1974.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Acesso em: 24 out. 2021.
- DAVIDOV, Vasili V., (2002). **El aporte de A. N. Leontiev al desarrollo de la psicología**. In: **GOLDER, Mário (org.). Angustia por la utopía**. Buenos Aires: Ateneo Vigotskiano de la Argentina, p. 51-60.
- DAVIDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Education, 1988.
- DIAS, Maria Sara de Lima (org.). **Introdução às leituras de Lev Vygotski: debates e atualidades na pesquisa**. Porto Alegre: Editora Fi, 2019. 326 p.
- EVES, Howard. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Tradução Higino H. Domingues. São Paulo, Atual, 1997.
- FLICK, U. **Introdução à Pesquisa Qualitativa** (3a ed., J. E. Costa, Trad.). São Paulo:

Artmed. 2009.

**GASPAR, M. T. J. Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores.** 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

**GERDES, P. A Ciência Matemática.** Editor: INDE/Núcleo Editorial. Maputo. 1981.

**GUIMARÃES, Simone Uchôas. Sentidos e significados a partir de práticas de geometria na perspectiva lógico-histórica explicitados por estudantes do 6º ano em situações desencadeadoras de aprendizagem.** 2018. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12720>.

**GUTHRIE, W. K. C. (1986). Os Filósofos Gregos: de Tales a Aristóteles.** São Paulo: Zahar.

**HOGBEN, L. As Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos.** Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

**JUNQUEIRA DE AGUIAR, W. M., Ribeiro Soares, J., & Campos Machado, V. (2015). Núcleos de significação: uma proposta histórico-dialética de apreensão das significações.** Cadernos De Pesquisa, 45(155), 56–75.

**KARLSON, P. A magia dos números.** Rio de Janeiro: Globo, 1961.

**KOPNIN, P.V. A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

**LAGO, Leonardo et. al. (2023). Lua selvagem e domesticada: a formação de conceitos em diferentes contextos com base na teoria cultural-histórica da atividade.** Investigações em Ensino de Ciências. 28. 149-168. 10.22600/1518-8795.ienci2023v28n2p149.

**LANGUI, Rodrigo. Astronomia nos anos iniciais do ensino fundamental: repensando a formação de professores.** Tese (Doutorado)–Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2009.

**LA TAILLE, Yves et alii. Piaget, Vygotsky, Wallon: Teorias psicogenéticas em discussão.** SP, Summus, 1992

**LEANDRO, E. G. O papel do grupo no processo de significação de licenciados e professores da educação básica sobre a organização do ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2017.

**LEONTIEV, A. N. Actividad, consciência, personalidad.** 2ª.reimpresión, Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

**LEONTIEV, A. N. O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

**LEONTIEV, A.N. Atividade. Consciência. Personalidade.** Bauru-SP: Mireveja, 2021.

LIMA CEDRO, Wellington; Pereira Gonzaga de Moraes, Silvia; Euzébio da Rosa, Josélia A **atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática**. *Ciência & Educação* (Bauru), vol. 16, núm. 2, 2010, pp. 427-445.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria**, *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

MAME, Osvaldo Augusto Chissonde *et al.* **Atividade de estudo: sua contribuição para o desenvolvimento do pensamento teórico da criança em situação escolar**. *Acta Scientiarum. Education*, 42(1), e45463. <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v42i1.45463>, 2019.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília, DF: Liber Livro, 2010.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. *et al.* **A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem**. In: MOURA, M. O. de. (Org.). *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília: LiberLivro, 2010. pp.81-109.

MOURA, M. O. de, Araujo, E. S., & Serrão, M. I. B. (2019). **Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos**. *Linhas Críticas*, 24, e19817. <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.19817>

MOURA, M. O; ARAÚJO, E. S; MORETTI, V. D; PANOSSIAN, M. L; RIBEIRO, F. D. **Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem**. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229. jan/abr 2010.

MOURA, Manoel Oriosvaldo *et al.* **Controle da variação de quantidades: Iniciação à linguagem numérica**. Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação, 2023. DOI: <https://doi.org/10.11606/9786587047447> Disponível em: [www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/957](http://www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/957) . Acesso em 16 agosto. 2024.

OLIVEIRA, DANIELA CRISTINA DE. **Quando os estudantes não são mais os mesmos: o processo de apropriação de conhecimentos geométricos nos anos iniciais e a Teoria Histórico-Cultural** ' 11/05/2022 235 f. Doutorado em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS, Goiânia Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG)

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. *Revista Zetetiké*, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, H. de F. V. **O desenvolvimento do pensamento teórico de estudantes do quinto ano na aprendizagem dos números racionais e do conceito de medida**. Dissertação (Mestrado), 2021. Disponível em: <<http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/46942>> Acesso em: 22 out. 2022.

ROSA, Josélia Euzébio da.; MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de.; CEDRO, Wellington Lima. **A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática**. *Ciência & Educação*, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010

SANTOS, C de O. **A importância da visualização no ensino da geometria plana e espacial**. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso Jussara, GO: (UEG).

SERRES, Michel. **Gnómon: os começos da geometria na Grecia** in SERRES, M. História das ciências. Lisboa: Ed. Terramar. 1989. Vol.1 (Cap. 3)

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. **A criança na fase inicial da escrita – A alfabetização como processo discursivo**. 13ª ed. São Paulo: Cortez, 2012.

SOUSA, M. do C. de. **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática** . *Obutchénie. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica* , 1(4), 40-68, 2018. Disponível em <<https://doi.org/10.14393/OBv2n1a2018-3>> Acesso em: 01 out. 2022.

PRESTES Z. **Quando não é quase a mesma coisa: análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil, repercussões no campo educacional** [Tese de Doutorado]. Brasília: Faculdade Educação, Universidade de Brasília; 2010. 295p.

SILVA, Irineu da. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: EdUFSCar. Acesso em: 18 ago. 2024, 2004

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. L. S. Vigotski; organizadores Michael Cole... (et al.); tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. – 7ª ed. – São Paulo: Martins Fontes, 2007. – (psicologia e pedagogia).

Vygotsky, LS. **Mente na sociedade: o desenvolvimento de processos psicológicos superiores** . Londres: Harvard University Press, 1978.

Vigotski, L. S. **A formação social da mente: O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. 2.ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000a.

**ANEXOS**

<b>SDA 1: O QUE É GEOMETRIA?</b>	
Local: sala de aula	Tempo previsto: 100 min (2 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Familiarizar-se com o tema da UD. Compreender a dinâmica dos momentos compõem as SDA. Compor equipes de estudo com responsabilidade e respeito ao outro.	Livro Diário de bordo Folhas de rascunho. <i>Datashow.</i>
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> Apresentação do livro Apresentar a capa do livro <i>O sítio do vovô Carminho</i>, em um datashow ou xerox e fazer uma discussão a respeito do conteúdo a ser desenvolvido. Questionar sobre qual seria o assunto do livro, o que os estudantes acreditam ter no sítio, como será esse sítio, etc... Fazer o questionamento: Será que no sítio do vovô Carminho podemos aprender matemática? Discutir e analisar sobre a importância da matemática no nosso dia a dia.</p> <p><b>Momento 2:</b> Registro dos conhecimentos prévios Realizar uma dinâmica para divisão de equipes e explicar como será a dinâmica da UD. Propor uma tarefa de registro, em equipes, do que foi discutido com toda turma no 1º momento. Pedir que socializem os registros e reflexões. Analisar os conhecimentos empíricos dos estudantes sobre o assunto.</p> <p><b>Orientações:</b> Nessa SDA o professor ou professora irá analisar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a geometria. E ainda, conduzir de uma maneira que desperte a curiosidade em relação a história que será contada.</p>	

<b>SDA 2: UMA VIAGEM PELA PRÉ-HISTÓRIA</b>	
Local: pátio do parquinho e sala de aula	Tempo previsto: 150 min (3 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar os nexos conceituais: espaço e forma.	Livro Diário de bordo.
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> Início da Contação de histórias interativa            Contar a história do 1º capítulo do livro interagindo com as crianças.            Após, sugerir uma tempestade de ideias com possíveis respostas para os questionamentos do vovô e as teorias das crianças. Importante destacar toda a fala do vovô antes das perguntas: “Como será que foi essa passagem de caçadores a agricultores? Como os seres humanos foram evoluindo?”            O professor ou professora pode anotar no quadro ou em uma folha à parte.</p> <p><b>Momento 2:</b> A criação de um ambiente pré-histórico            Distribuir uma caixa para cada equipe com: massinhas, argila, terra, palitos dentre outros materiais.            Os estudantes irão manusear os materiais enquanto a professora fará novamente as perguntas do livro alinhadas com as ideias que foram anotadas no quadro.            Os estudantes serão instigados a criar um cenário que represente suas teorias sobre os questionamentos do vovô.            Cada equipe deve socializar com o restante da turma o que discutiram.</p> <p><b>Momento 3:</b> Registrando as descobertas            Exibição do vídeo pré-história: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=1XPL3hzuYRY">https://www.youtube.com/watch?v=1XPL3hzuYRY</a>            Após, exibir o vídeo sobre a pré-história e pedir que cada equipe analise suas anotações e se achar conveniente, complementá-las.            Realizar uma roda de conversa e registros no diário de bordo.</p> <p><b>Orientações:</b> Espera-se que os estudantes compreendam que a partir da relação com o ambiente, os seres humanos descobriram que certas formas são melhores para atender a certas necessidades. “o homem sente que pode dar forma à natureza, quer dizer, pode dar forma à matéria, pode transformar a natureza. Ao mesmo tempo obtém também as primeiras ideias geométricas”</p>	

## Capítulo I

Em um sítio no interior de Minas Gerais, três irmãos, Davi Augusto, Maria Alice e Ana Liz adoram passar as férias com os avós. Crianças espertas, curiosas e que amam aventuras. Todos os dias, eles levantam cedo para ajudar os avós nas tarefas domésticas, como cuidar dos animais e das plantações. E além disso, ficam maravilhados ao ouvir as histórias contadas pelo vovô.

– Então, eu aprendi a cuidar da terra assim como meus antepassados. De geração em geração vamos passando nossos conhecimentos aos mais novos. Cuidamos dos animais, fazemos os canteiros, semeamos, colhemos, e sempre com muito zelo e amor.

– Vovô, eu notei que o senhor sempre está plantando algo diferente. - diz a esperta Ana Liz.

– E eu também já percebi que não é sempre que o senhor planta milho. Eu queria comer milho cozido o ano inteiro. - fala o comilão Davi.

– Toda vez que estamos aqui você só pensa em comer milho, né? - retruca Maria.

Vovô Carminho fica por um bom tempo pensativo após os questionamentos. Ele é um senhor muito sábio e sempre arruma um jeitinho de ensinar algo aos netos. Desde pequenino tinha gosto pela leitura e era muito dedicado aos estudos. Na última férias, eles estudaram a geografia de uma maneira muito interessante, após o vovô levá-los a conhecer todo o relevo ao redor do sítio. Agora, em seus pensamentos, veio a ideia de estudar alguns conceitos matemáticos com os seus netos. Já que as necessidades do dia a dia, de civilizações antigas, fizeram com que surgisse a geometria, uma área de estudo da matemática. Seria isso possível? Então, ele logo começou mais uma de suas histórias:

– Na verdade, Davi, eu poderia até plantar milho o ano todo, mas seria preciso um bom sistema de irrigação para suprir as necessidades da plantaçoão. Por isso, prefiro ir plantando de acordo com a época. Antes de vocês descobrirem como eu sei o que plantar a cada estação, vamos viajar pelo tempo para entender como tudo começou. Em um período muito distante, os seres humanos caçavam pequenos animais e coletavam frutos para sua sobrevivência. Eles não precisavam alterar muito o seu habitat e as suas influências no ambiente eram mínimas. Com o tempo, os povos se tornaram agricultores e criadores e por isso modificavam o

ambiente para suprir as suas necessidades. Como será que foi essa passagem de caçadores a agricultores? Como os seres humanos foram evoluindo?

As crianças ficaram curiosas em saber como esses seres viviam e começaram a falar juntos e interromperam a história. Vovô então, pediu que se acalmassem e depois, falassem um de cada vez. Davi, todo sério, foi o primeiro:

– Vovô, eu tenho algumas teorias aqui em minha cabeça. O homem estava achando muito difícil caçar e sentia fome demais. Aí seria mais fácil plantar, não é?

– Davi é cheio de teorias mirabolantes e como sempre, só pensa em comida  
– riu alto a bem humorada Ana Liz.

Maria Alice, que sempre foi muito curiosa, levanta as sobrancelhas e diz:

– Vovô, eu acho que sei responder! Gosto muito de ler e assistir a vídeos de história. Os homens primitivos iam desenvolvendo suas habilidades de acordo com suas necessidades, certo?

– Que tal seguirmos então por esse caminho?

<b>SDA 3: EXPLORANDO O ESPAÇO AO NOSSO REDOR</b>	
Local: escola e o quarteirão ao redor	Tempo previsto: 200 min (4 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar os nexos: forma, espaço, visualização e representação. Trabalhar os conceitos básicos: ponto, reta e plano.	Livro. Diário de bordo. Folhas de rascunho. Datashow.
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de histórias continua... Retomar o assunto da aula anterior. Contar a história do 2º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 2:</b> A escola vista do alto Utilizar o <i>Google Earth</i>, em datashow, computador ou celular para que os alunos observem e registrem o espaço da escola ou bairro. Caso não seja possível, o professor ou professora poderá fazer uma impressão da tela com as imagens aéreas da escola e colar no quadro. Conduzir de uma maneira que identifiquem os conceitos básicos geométricos: ponto, reta e plano. Os alunos poderão registrar as descobertas no diário de bordo.</p> <p><b>Momento 3:</b> A observação do ambiente da escola e arredores. Iniciar a aula perguntando aos alunos qual a importância do sentido da visão. Diante das respostas, será conduzido um momento sobre a observação do ambiente que vivemos. O professor ou professora, então, levará os estudantes para um passeio dentro e, se possível, ao redor da escola e pedirá para que observem os vários objetos que compõem o espaço, sejam eles construídos pelo homem ou pela natureza. Se possível, providenciar para que cada equipe registre as fotos pelo celular, tablets ou câmeras. Orientar que os membros de cada equipe fiquem juntos para realizarem anotações e desenhos das observações. De volta para a sala de aula, cada equipe irá socializar com as demais o que registraram.</p> <p><b>Momento 4:</b> A classificação das formas Caso tenham registros fotográficos do que as equipes observaram com o passeio, o professor ou professora poderá imprimir e entregar para cada equipe, independente de qual registrou as imagens. Pedir que elaborem critérios para classificação das formas que aparecem nas imagens, por exemplo: formas quadradas, formas redondas, linhas paralelas, etc... Propor uma tarefa para que destaquem, recortem e separem as imagens com as linhas e formas, de acordo com os critérios estabelecidos por cada equipe. Instigá-los a nomear as figuras encontradas. Promover a socialização dos registros de cada equipe.</p> <p><b>Orientações:</b> Nessa SDA os estudantes devem classificar as formas geométricas de acordo com as características e, após, nomeá-las. O material do aluno, como livro ou apostila, pode ser utilizado para sistematização da aprendizagem.</p>	

## Capítulo II

Amanheceu e logo que acordaram, as crianças queriam brincar pelo sítio. Vovó pediu que primeiro tomassem café e esperassem o vovô voltar do cuidado com os animais. Os netos do vovô Carminho estavam eufóricos com a viagem imaginária ao período da pré-história.

O vovô mal entrou pela porta da cozinha e as crianças já correram abraçando-o e perguntando o que iriam fazer de interessante pelo sítio. Vovó disse que primeiro eles precisavam comer, trocar de roupas e depois poderiam ir. Quando estavam prontos, vovô já estava na varanda, esperando-os, com alguns objetos na mão.

– O que é isso vovô? – perguntou a curiosa Maria Alice. Vovô com um sorriso misterioso respondeu:

– Hoje levarei vocês para conhecerem o sítio!

As crianças se olharam assustadas, pois desde que nasceram caminham por todo o sítio, então, o conhecem muito bem. Com uma carinha de interrogação, Davi perguntou:

– Mas vovô, nós conhecemos muito bem o sítio! Eu sei onde fica cada árvore do pomar.

– Desde pequeninos passeamos por aqui – completou Maria Alice.

O vovô então entregou uma folha e um lápis para cada um e pediu que o acompanhassem.

– Imaginem que hoje é a primeira vez que vocês estão aqui no sítio. Na folha vocês podem ir anotando ou até desenhando o que observarem de interessante. Reparem também nas construções que foram interferência do ser humano e aquelas construídas pela natureza.

A fala do vovô foi interrompida por uma descoberta de Maria Alice:

– Gente, olha só como os canteiros são todos enfileirados!

Todos ficaram olhando para os canteiros e as crianças começaram a desenhar e anotar. Davi continuou:

– E as covas das sementes parecem ter a mesma distância uma da outra.

– Estou gostando de ver as observações de vocês, queridas crianças. Sabiam que nesse nosso passeio vocês irão aprender muitos conceitos geométricos?

– Lá vem o vovô de novo falar de matemática!

– Davi, a matemática está presente em tudo ao nosso redor. Por exemplo, os canteiros representam linhas paralelas e as covas, um ponto. Se olharem a tela do galinheiro, irão perceber que ela é formada por hexágonos. Então, quero que entendam que o conhecimento geométrico desenvolve ideias que possibilitam a compreensão do mundo, no qual estamos e do espaço que nos rodeia. É impossível não falarmos desses conceitos em nossa vida.

Vovô sabia que seria difícil para as crianças compreenderem que lá no sítio, quase tudo, ou tudo, envolvia matemática. Assim, precisaria buscar meios de fazer com que seus netos viajassem pela história e assimilassem como alguns conceitos geométricos foram desenvolvidos. As crianças já haviam vivenciado como os seres humanos descobriram quais as melhores formas para atenderem suas necessidades. E agora, vovô queria levá-los a identificarem ponto, reta e plano, que são os conceitos básicos da geometria, e as formas presentes ali no sítio.

– Bora lá para mais uma aventura, meus queridos?

<b>SDA 4: AS EMBALAGENS DA VOVÓ PRETA</b>	
Local: sala de aula, pátio ou parquinho	Tempo previsto: 150 min (3 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar os nexos conceituais invariância, composição e decomposição	Livro. Diário de bordo. Caixa de materiais. Folhas de rascunho. Chromebooks.
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de histórias continua... Retomar a aula anterior. Contar a história do 3º capítulo do livro interagindo com as crianças. Apresentar os problemas propostos pelo vovô Carminho.</p> <p><b>Momento 2:</b> A construção das embalagens Entregar para cada equipe uma caixa com vários materiais, por exemplo: papéis diversos, colas, durex, barbantes, papelão, etc... As equipes deverão utilizar os materiais das caixas para criar as embalagens para as quitandas da vovó Preta. A professora ou professor deverá instigá-los a identificarem as figuras planas que compõem as figuras tridimensionais. Explicar sobre os elementos principais dos sólidos geométricos (face, vértice e aresta) para que os estudantes os identifiquem nas embalagens. Cada equipe apresentará as embalagens que foram criadas explicitando suas características. Pedir que registrem no diário de bordo as características de cada embalagem criada e como desenvolveram as embalagens, por exemplo. O professor ou professora pode organizar um piquenique com a turma e pedir lanche comunitário. Assim, podem ser utilizadas as próprias embalagens como referências.</p> <p><b>Orientações:</b> Essa SDA trabalha a composição e decomposição das figuras geométricas e também, os elementos face, vértice e aresta. O professor ou professora pode utilizar as planificações dos sólidos geométricos no início ou ao final da SDA.</p>	

### Capítulo III

As férias no sítio dos avós estavam animadas e as crianças queriam aproveitar tudo o que podiam, pois já estavam com sentimento de saudades daqueles dias maravilhosos vividos no sítio do vovô Carminho. Como era final de mês, a vovó Preta estava fazendo seus doces, quitandas e bolos para vender na vendinha, lá após a montanha e também para enviar para a cidade grande. As crianças se interessaram pelos produtos que a vovó fazia e foram para mais uma sessão de perguntas:

\_ Vovó, como a senhora consegue fazer tudo isso sozinha? Tem super poderes?

\_ A vovó é muito esperta, Davi!

\_ E também muito inteligente, Ana.

A vovó Preta achou a maior graça na fala dos seus netinhos, desde menina aprendeu com sua avó a arte da culinária. Ela entendia tudo de bolos, doces, geleias, de quitandas em geral, mas tinha dificuldades em criar embalagens para a venda dos seus produtos. As crianças ficaram ali por muito tempo, observando a produção da vovó, tinha panelas no fogão de lenha, panelas nas quatro bocas do fogão e formas dentro do forno. Maria Alice, de repente, se deu conta de que não haviam embalagens para os produtos da vovó e logo perguntou:

\_ Vovó, onde a senhora coloca esse monte de coisas para vender?

\_ Querida Maria, as geleias coloco em potes de vidro. Mas as roscas, bolos, doces e tudo mais, vou armazenando em saquinhos simples, transparentes, que uma vez sua mãe trouxe da cidade.

Ana Liz, que possui um espírito empreendedor, é criativa e adora fazer arte, teve uma brilhante ideia:

\_ Que tal se nos unirmos e criarmos embalagens para a vovó vender suas mercadorias?

Vovô Carminho ia entrando pela sala, quando ouviu a fala da Ana Liz e mesmo que pegando a conversa pelo final, já foi logo dizendo:

\_ Lá no porão eu tenho umas caixas com muitas coisas que vocês vão deixando a cada período que passam por aqui. Tem papelão, folhas coloridas, tesoura, cola, eu acho que tudo será muito útil.

As crianças saíram correndo e apressadas para buscar materiais. Afinal, a vovó precisava levar suas quitandas o mais rápido possível para os pontos de venda.

<b>SDA 5: OBSERVANDO O CÉU</b>	
Local: área externa	Tempo previsto: 150 min (3 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar os nexos: medida.	Livro Diário de bordo Xerox do relógio de sol
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de histórias continua... Retomar o assunto da aula anterior. Contar a história do 4º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 2:</b> O movimento aparente do sol Iniciar a aula, se possível, em uma área externa pedindo que as crianças observem o movimento aparente do sol. Eles devem ser instigados até perceberem que o sol não se movimenta e sim, a Terra. Perguntar se conhecem os movimentos de translação e rotação da Terra e explorar o tema. Se possível, utilizar um globo terrestre para simular os movimentos e fazer com que os estudantes percebam a inclinação da Terra. Sugestão de simulador do movimento aparente do sol: <a href="http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html">http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html</a> Sugestão de vídeo sobre os movimentos da terra: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=TUy6SC2MRig&amp;t=10s">https://www.youtube.com/watch?v=TUy6SC2MRig&amp;t=10s</a> Sugestão de vídeo sobre solstícios e equinócios: <a href="https://youtu.be/VbNKh9FaUWg">https://youtu.be/VbNKh9FaUWg</a></p> <p><b>Momento 3:</b> A construção e observação do Relógio de Sol A professora ou professor conduzirá os estudantes até o pátio, se possível, e ajudá-los a identificar os pontos cardeais. Pedir que construam um gnômon, atentando-se em qual ponto nasce o sol, no caso o leste e o lado onde o Sol se põe no horizonte, do oeste. Pode-se fazer o desenho no chão, ou então, utilizar uma cópia em folha de sulfite. Pedir que marquem a posição que está a sombra gerada pela haste naquele momento. Ao final da aula, cada equipe deverá anotar a posição da sombra projetada pela vareta. O professor ou professora pedirá que analisem a marcação da variação da sombra inicial e final. Sugestão de vídeo para confecção do gnômon: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=uTFzqtqUfql&amp;t=84s">https://www.youtube.com/watch?v=uTFzqtqUfql&amp;t=84s</a></p> <p><b>Momento 4:</b> A sistematização A professora sugere que os estudantes observem os ângulos dispostos na sala de aula. Pode pedir que registrem da maneira que acharem melhor. Depois, conduz uma socialização para que explicitem as descobertas.</p> <p><b>Orientações:</b> Através da observação da sombra do sol em cada estação, o ser humano aprendeu a marcar o tempo, a definir o calendário. Para os povos babilônicos, o ano tinha trezentas e sessenta divisões naturais do passeio do sol pelo arco, descrito em sua trajetória circular, completa, originou-se o grau.</p>	

## Capítulo IV

De tardezinha, vovô gosta de acender uma fogueira, reunir as crianças e contar suas histórias. Elas estavam super cansadas e exaustas das aventuras do dia, assim, vovô disse que poderiam deitar na varanda e observar o céu. Foram longos minutos em silêncio, admirando e apontando o dedo para os astros, até que Davi perguntou:

– Vovô, onde está o sol?

Maria Alice e Ana Liz caíram na gargalhada, dizendo: – De noite ele não aparece, né?

Vovô foi logo explicando:

\_ Na verdade, o sol está do outro lado do planeta, nesse momento.

\_ Como assim, vovô? O sol mudou de lugar? - perguntou Davi com uma carinha de assustado.

– Vou explicar melhor, Davi. Se você acordar de manhãzinha e olhar para o céu, vai ver que o sol está em uma determinada posição. Conforme o dia vai passando, se você prestar atenção, vai ter a sensação de que ele está se mexendo, passando lentamente, como se fosse um arco sobre a sua cabeça, até que ele some lentamente, e então, a noite cai. É quando a lua aparece, às vezes, um traço fininho, outras vezes bem redonda, outras vezes nem dá para vê-la. Isso acontece porque somos nós, que estamos nos movendo, todos juntos. O planeta Terra gira em torno dele mesmo, é o que chamamos de movimento de rotação. Conforme a gente vai girando com a Terra, chega uma hora que ele fica do outro lado do planeta e aí onde nós estamos, no lado oposto, fica escuro – é a noite.

– Que legal, vovô! Será que os povos pré-históricos ficavam observando o céu?

– Sim, Maria Alice. Ao longo dos anos eles foram observando o movimento dos astros e a partir daí surgiram vários conceitos geométricos. Desde a antiguidade, os povos perceberam que podiam utilizar-se das estrelas para orientar-se em suas viagens, e como a regularidade de ocorrências de vários fenômenos celestes lhe permitia marcar a passagem do tempo. Muitas civilizações

antigas interpretavam os astros como divindades e observavam o céu e as estrelas. Com a identificação de padrões para prever as estações do ano, bem como as melhores épocas para o plantio e colheita, o estudo dos astros possibilitou grandes avanços para a humanidade. Essas primeiras observações eram frutos da imaginação e da criatividade humana, o que deu origem às constelações. Delas também se originaram a organização dos ciclos na agricultura, a contagem do tempo e os pontos referências para orientar-se na terra e no mar.

- Como assim, contar o tempo? - perguntou a curiosa Maria Alice.

- Uma das principais atividades do ser humano, desde os primórdios da civilização, foi a medição do tempo. A primeira divisão do tempo provavelmente foi o mais natural, o dia e a noite. Para marcar os intervalos de tempo fracionados do dia, o homem começou observando a variação da sombra de uma simples e rústica haste fincada no chão, projetada pelos raios solares. Com o aperfeiçoamento deste marcador de tempo natural, criou-se os gnômons, os relógios de sol.

- Gnômon? Que nome estranho, vovô! Tem a ver com gnomos?

Todos caíram na gargalhada. Davi é sempre bem-humorado e adora fazer gracinhas desse tipo. Ficaram por um tempinho nessa conversa descontraída até que vovô retomou:

- O gnômon é o mais simples e provavelmente o mais antigo dos instrumentos astronômicos; sendo usado por uma extensa variedade de culturas e épocas, assumindo diferentes formatos e possibilitando inúmeras observações.

-O que o gnômon pode observar?

-Maria Alice, com esse instrumento primitivo, os povos antigos passaram a estudar e a interpretar o movimento aparente do Sol. Também puderam inferir que o movimento aparente do Sol não acontece sempre na mesma trajetória; perceberam que a órbita se modifica ao longo do ano.

- Quer dizer então, vovô, que também podemos aprender matemática olhando o céu?

- Olhando o céu, Ana Liz, eu fico com vontade de comer a lua, que parece um grande queijo.

Vovô deu um grande sorriso com a fala do Davi e continuou suas explicações:

- É um dos instrumentos mais antigos, construído pelo homem, utilizado para observar a sombra de objetos projetada ao sol. Por meio do gnômon, é possível

determinar a direção dos pontos cardeais e também estimar as horas do dia! Ele pode ser utilizado para 'marcar' as horas do dia e também para delimitar alguns períodos do ano indicativos das estações.

-Vovô, já quero construir um gnômon e aprender na prática como utilizá-lo!

-E aposto que viveremos uma aventura super legal, não é Maria?

Vovô sorriu e ficou muito feliz em ver o interesse dos netinhos. Pensou rápido e já planejou o que iria fazer.

-Crianças, já ouviram falar de ângulos?

-É de comer, vovô?

-Lá vem o Davi! - disseram as meninas.

-Não é de comer, Davi. Vamos descobrir?

<b>SDA 6: A DIVISÃO DOS CANTEIROS</b>	
Local: área externa	Tempo previsto: 100 min (2 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar o nexos de medida Estimar, medir e comparar comprimentos utilizando unidades de medida padronizadas.	Livro Diário de bordo Folhas de rascunho. Chromebooks
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de histórias continua... Retomar o assunto da aula anterior Contar a história do 5º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 2:</b> Levantamento de hipóteses Inicialmente, faz-se uma roda de conversa para instigar os estudantes a levantarem hipóteses para responderem aos questionamentos do vovô “Quero que primeiro pensem: quando o ser humano passou a medir as coisas ao seu redor? Em que momento sentiu necessidade de calcular distâncias?” Pode-se usar o Google Earth para que os estudantes possam viajar pelo Egito. Sugestão de vídeo sobre estiradores de corda:</p> <p><b>Momento 3:</b> Divisão dos canteiros Sugere-se que a aula seja em um local externo, com uma parte de terra. Caso não seja possível, pode-se utilizar qualquer espaço disponível. As equipes devem receber uma caixa contendo diversos materiais que podem servir como unidade de medida, por exemplo: palitos, pedaços de fitas ou barbantes, Cada equipe precisa marcar as suas terras utilizando os instrumentos de medida que julgarem mais conveniente. Importante ressaltar que todos devem receber a mesma parte de terra, de uma maneira justa. A professora dirá que dentro da caixa existem várias opções e que eles podem utilizar o que está lá ou criar novas possibilidades. Podem ser instigados a utilizar partes do corpo, após tentarem com os materiais disponíveis. A professora orientará as equipes sobre a necessidade de cercar o terreno. Então, eles devem utilizar os barbantes que estão nas caixas para essa finalidade. A professora poderá questioná-los: “Como conferir se todos os terrenos são do mesmo tamanho? Como saber se os comprimentos e as larguras dos terrenos de cada equipe são iguais ou próximos?” Cada equipe deve expor aos demais como fez a marcação e quais instrumentos utilizaram e fazer o registro no diário de bordo. Sugestão de vídeo sobre perímetro: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=A1XVRqc05Y">https://www.youtube.com/watch?v=A1XVRqc05Y</a></p> <p><b>Observações:</b> A intencionalidade é fazer com que os estudantes percebam que podem retirar os barbantes e medi-los, assim poderão comparar o perímetro dos terrenos e ajustar os tamanhos. Como também, que criem outras alternativas para verificarem se a tarefa foi cumprida. A tarefa será conduzida de uma maneira que os estudantes percebam, primeiramente, a necessidade de uma medida padrão.</p>	

## Capítulo V

Agora eles queriam saber mais sobre os agricultores e ficaram fazendo mil perguntas ao vovô:

- Vovô, desde quando o senhor é agricultor? O senhor nasceu aqui?
- Ah, Maria Alice! Vovô nasceu na maternidade, né?
- Mas Davi, aqui no sítio nem tem hospital.

Vovô riu alto com essa discussão e já começou a contar:

– Meus avós compraram essas terras, muitos e muitos anos atrás. O rio, que passa logo ali embaixo, inundava todo o terreno e era necessário refazer as marcações. Assim, a cada enchente, as famílias, que moravam por aqui, tinham o trabalho de remarcar seus terrenos. Vocês sabiam que lá no Egito antigo acontecia o mesmo?

– Egito? Onde fica? O que é isso? – perguntou Ana Liz

– É o país que tem as pirâmides, certo? – disse Davi.

– Isso mesmo, querido neto! É um país que está localizado no continente africano e cheio de curiosidades bem interessantes.. No antigo Egito, por volta de 1000 a.C, alguns agricultores eram privilegiados devido ao fato de habitarem nas margens do rio Nilo. Contudo, eles tinham um problema: quando ocorria a cheia do rio eles precisavam se mudar, sendo necessário a remarcação das terras. Após o rio baixar, eles retornavam para suas antigas terras para novamente remarcar os terrenos. Assim, surgiram os “esticadores de cordas”.

As crianças estavam paralisadas, ouvindo o vovô falar de um país tão distante e encantador. A curiosa Maria Alice logo interrompeu:

– Como assim, esticadores de corda?

– Minha querida neta, lá no antigo Egito havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Que tal um desafio?

– Clarooooo! – todos responderam

– Estão vendo aquele pedaço de terra logo ali? Quero que dividam entre vocês de uma maneira justa, ou seja, em partes iguais.

– Mas, vovô, cadê a régua?

– Ai, ai, Davi! Nós vamos pegar a fita de costura da vovó Preta, né?

– Que nada, Ana! Nós vamos usar aquele negócio que o vovó usa para medir suas madeiras.

Vovô Carminho começou a gargalhar:

– Meus queridos, vocês não irão utilizar nenhum desses instrumentos. Nem a minha trena, viu, Maria Alice?

As crianças arregalaram os olhinhos assustadas e em uma única voz disseram:

– Como faremos então?

-Quero que primeiro pensem: quando o ser humano passou a medir as coisas ao seu redor? Em que momento sentiu necessidade de calcular distâncias? Como será que aconteceu todo esse processo?

As crianças ficaram quietas e olhando para um lado e para o outro, em uma tentativa de buscar respostas. E antes que dissessem algo, vovô continuou:

-Agora, mãos à obra! Que comecem as medições e divisões dos canteiros!!!

<b>SDA 7: A ÁREA DOS CANTEIROS</b>	
Local: sala de aula	Tempo previsto: 200 min (4 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Mobilizar os nexos: medida	Livro Diário de bordo
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de história continua Retomar o assunto da aula anterior. Contar a história do 6º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 2:</b> O espaço ocupado pelo canteiro Cada equipe fará um esboço do seu canteiro, anotando as medidas reais. A professora ou professor deverá instigá-los sobre como podem calcular o espaço ocupado por cada canteiro. Pode-se anotar as ideias no quadro e discutir sobre cada uma delas. Pedir que cada equipe construa em papelão uma unidade de área com uma medida específica, por exemplo, 10 cm. Cada equipe precisa descobrir qual a capacidade de produção da sua terra. Pode-se propor uma reflexão sobre a produção ser o suficiente para sustentar uma família, por exemplo.</p> <p><b>Momento 3:</b> A contação de história continua Contar a história do 7º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 4:</b> Hora de plantar O professor ou professora deve entregar para cada equipe um pacote com sementes. É importante separar o que melhor se ajusta na tarefa, analisando a parte de trás com as informações do plantio e com a área dos canteiros disponíveis. Pedir que cada equipe leia atentamente a distância de plantio de cada semente. O professor ou professora fará novamente a leitura do desafio proposto aos netos pelo vovô Carminho. Caso tenha disponível um espaço para plantio, os estudantes poderão realizar a plantação das sementes. Se não houver esse espaço, pode-se improvisar um local e simular o plantio. Sugestão de vídeo sobre área: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=44BXZW7enHQ">https://www.youtube.com/watch?v=44BXZW7enHQ</a></p> <p><b>Orientações:</b> Essa situação tem a proposta de levar os estudantes a se apropriarem do conceito de área de uma maneira prática, vivenciando possíveis necessidades dos primeiros seres humanos. Ao final, pode-se utilizar o material de apoio utilizado pelo aluno, como livros ou apostilas.</p>	

## Capítulo VI

Vovô ficou feliz em ver como as crianças conseguiram fazer a divisão das terras. Teve a certeza do quanto aquele momento foi de intenso aprendizado para seus netos. Eles estavam vivenciando a geometria de uma maneira única, sentindo a necessidade que gerou cada descoberta. As crianças conseguiram compreender que a distância que percorre a parte externa de uma forma é chamada de perímetro. E isso foi fácil, já que visualizaram através dos barbantes que cercaram os terrenos.

– Desde pequeno eu cuido dessas terras, eu aprendi o momento certo de plantar e de colher.

– Como assim, vovô? Não podemos plantar a qualquer momento? – questionou Davi.

– Temos que observar a época certa para semear. Por exemplo, você ama comer milho cozido, certo?

Maria Alice já deu um grito, interrompendo a fala do vovô:

– Eu bem procurei milho para colher e não encontrei, vovô.

– Não vai encontrar por enquanto, Maria Alice.

Os pequenos entenderam perfeitamente o que o vovô quis dizer. Eles se olharam, pensaram, coçaram a cabeça e logo começaram mais perguntas:

– Mas como o senhor divide os canteiros? Tipo assim, vai jogando as sementes e pronto?

– Jamais, Ana Liz! Cada semente é semeada de acordo com as instruções da embalagem. E sabendo quanto a terra pode produzir, consigo fazer estimativas sobre a quantidade de alimento que teremos para o nosso sustento.

– Mas vovô, então tem como saber quantas mudinhas é possível plantar em um pedaço de terra?

– Claro, Maria Alice! Podemos realizar cálculos para descobrir o espaço ocupado pelo canteiro e assim, de uma maneira aproximada, saber qual a quantidade de mudas colocar em um certo canteiro.

As crianças ficaram eufóricas com a possibilidade de aprenderem a fazer cálculos tão importantes para a manutenção do sítio. Seria uma grande oportunidade de não somente aperfeiçoarem a matemática, que aprendiam na escola, mas também, um momento de vivenciarem algo que guardariam para toda a vida. Em uma voz única, disseram:

– Vamos plantar?

– Meus amados netinhos, antes de plantarem, precisam aprender um pouco sobre a área, uma grandeza da geometria. Vocês já compreenderam a importância de uma unidade de medida padrão, e isso é um grande passo. Agora, vamos pensar como calcular o espaço ocupado por uma superfície? No nosso caso, o espaço ocupado por um canteiro.

## Capítulo VII

Como já estava próximo do almoço, vovô achou melhor voltar para casa e continuar mais tarde. Quando todos se aproximavam da varanda, vovó Preta chamou. Assim que se sentaram à mesa, Maria Alice já soltou:

– O almoço da vovó Preta é mais cheiroso do que o lá de casa.

– Verdade, Maria! Tem um cheirinho de vó – completou Ana Liz. Todos riram e vovó Preta foi logo justificando:

– Meus amores, a mamãe de vocês é uma ótima cozinheira. A diferença está no tempero, na qualidade de alguns alimentos. Sem contar que ultimamente ela fica muito enjoada com cheiros mais fortes.

As crianças olharam para a vovó Preta com uma carinha de interrogação e ficaram pensando no que a vovó tinha acabado de dizer. Qual seria essa diferença? Como assim, qual a qualidade dos alimentos? Assim iniciou aquela sessão de perguntas a que os avós já estavam acostumados.

– Mas a senhora não usa aquele tempero de saquinho igual a mamãe?

– Davi, aqui nem tem supermercado! Como ela vai comprar? Vovó Preta com uma voz doce e paciente explicou:

– Bom, aqui em nosso sítio consumimos somente alimentos que plantamos e colhemos, até tem uma vendinha logo após as montanhas, mas dificilmente vamos até lá. O nosso tempero é natural e tiramos tudo daquele pedacinho de terra aqui ao lado da porta da cozinha. É o nosso cantinho dos sabores. O vovô Carminho fez canteiros separados para cada tipo de alimento.

Ana Liz, toda espevitada, levantou correndo e foi no cantinho dos temperos e cheirou um por um. Maria Alice e Davi se entreolharam e foram lá conferir também. Os avós ficaram com os olhos lacrimejados de tanta emoção. Ao voltarem para a mesa, as crianças pediram para saber mais sobre as plantações do vovô.

Vovó Preta ouvindo atenciosamente o diálogo lança um novo desafio:

– Vocês já calcularam a área de cada canteiro, então que tal vocês plantarem algo lá?

Vovô Carminho sorriu e olhou para a vovó como que concordando e achando a ideia muito interessante. Seria um prazer passar aos netos os ensinamentos que vêm de geração em geração.

Então entregou uma caixa com vários pacotes de sementes e pediu que escolhessem o que iriam semear. E assim foi conduzindo:

– Agora que já escolheram as sementes, peço que olhem atrás dos pacotes as instruções para o plantio. É importante que confirmem se está na época correta para semeadura e vejam qual a distância entre as covas.

– O senhor já nos disse que é possível calcularmos quantas plantinhas irão caber no canteiro, então imagino que tem a ver com essa distância.

– Muito bem, Ana Liz, sempre esperta. Vocês já quadricularam todo o terreno, certo? Então quero que pensem um pouco em como vocês podem aplicar esse conhecimento com a distância entre as covas.

– Uai, vovó, eu colocaria o mais próximo possível, porque assim teria muito mais alimento para comer.

Todos caíram na gargalhada, pois Davi era muito guloso e seria bem capaz de não seguir as regras e plantar tudo junto. Então, vovô explicou novamente:

– O plantio não acontece de forma aleatória, desse jeito, Davi. Vocês devem seguir as regras da embalagem e aplicar a distância correta entre as covas. Após fazerem isso, terão uma estimativa de quantas mudas plantarão em cada canteiro. Podem utilizar o quadrado como a unidade de medida ou busquem estratégias para resolverem mais esse desafio.

<b>SDA 8: HORA DO REGISTRO</b>	
Local: área externa	Tempo previsto: 150 min (3 aulas)
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>ELEMENTOS DE MEDIAÇÃO</b>
Estimular a curiosidade e o interesse dos estudantes. Avaliar os momentos vivenciados no decorrer da história.	Livro Diário de bordo
<b>ESTRATÉGIAS</b>	
<p><b>Momento 1:</b> A contação de história continua Contar a história do 8º capítulo do livro interagindo com as crianças.</p> <p><b>Momento 2:</b> Roda de conversa Roda de conversa sobre como foi viver as aventuras do livro.</p> <p><b>Momento 3:</b> Registro de todas as aventuras Entregar os livros em branco confeccionados com folhas de sulfite dobradas. Pedir que registrem suas aventuras e descobertas através de desenhos, textos, colagens, etc... Deixar exposto todos os registros das equipes feitos no decorrer da história.</p>	

## Capítulo VIII

Quase fim de férias e as crianças já estavam tristes por precisarem voltar para a cidade. Os dias que passaram ao lado dos avós foram maravilhosos e ainda aprenderam vários conceitos geométricos de uma maneira bem diferente. As crianças não imaginavam que o vovô Carminho soubesse de tantas coisas e gostasse tanto de ler. Na última noite no sítio, todos se reuniram na varanda, acenderam a fogueira e começaram a conversar:

– Sentirei muitas saudades. De todas as vezes que viemos para cá, essa foi a mais emocionante e legal.

– Verdade, Ana Liz, sempre amei estar aqui, mas dessa vez foi tão especial, viajamos por tantos lugares e conhecemos quase o mundo todo.

– Isso mesmo, Maria Alice e viajamos sem sair daqui do sítio, olha só!

Os avós escutavam os netinhos e os olhavam de uma maneira tão doce, já com aquele sentimento de saudade. O Vovô Carminho sabia que tudo que viveram no sítio jamais seria esquecido pelas crianças. Quando chegaram, eles nem imaginavam que ali no sítio aprenderiam tantas coisas sobre matemática. Na verdade, ninguém imagina, não é?

– Meus amados netos, como foi importante tê-los aqui com a gente. Por muito tempo planejei o que faríamos quando chegassem aqui, mas tudo tomou um rumo diferente devido à curiosidade de vocês. Ainda bem que desde menino sempre gostei de ler, ficava horas e horas na biblioteca da escola, não tinham muitos livros disponíveis, mas a professora, como sabia dos meus gostos, sempre levava vários para mim. E um desses livros foi tão encantador que fez com que eu quisesse estudar cada vez mais, ele falava sobre as maravilhas da matemática.

– E amanhã iremos embora maravilhados como o quê! – interrompeu Maria Alice.

– E eu fico super feliz com isso, querida neta, eu não vivo em mundo tecnológico como vocês, por isso, tudo que sei vem dos livros que leio, guardados lá no quartinho que conheceram e da minha vivência. Eu fui aprendendo de acordo com as necessidades que iam surgindo.

– E sempre foi assim, não é, vovô? Os humanos faziam descobertas à medida que surgiam suas necessidades.

– Sim, Davi Augusto, você entendeu certinho tudo que fizemos nesse dia.

Eles ficaram ali, falando sobre os seres humanos que viveram desde os tempos da pré-história. O vovô fez um resumo de tudo que contou durante as férias. As crianças demonstraram ter entendido o quanto a matemática é importante em nossa vida e como ela foi se desenvolvendo ao longo dos anos. Após muitas e muitas prosas, vovô sugeriu uma última tarefa:

- Vovó Preta, traz aquela caixa com materiais lá do quartinho para as crianças.
- Ah, meu velho! Já vem você dar trabalho para as crianças.

Os netinhos ficaram curiosos, perguntando à vovó o que iriam fazer, mas o vovô calado, apenas sorria, até que vovó veio lá de dentro com uma caixa na mão cheia de folhas, caderno, barbantes, tesoura, colas, papéis coloridos, todo tipo de giz de cera, tintas, tudo o que eles gostavam.

– Aqui está a caixa e mais alguns materiais que estavam nas gavetas, trouxe coisinhas extras porque eu sei que o vovô gosta de inventar moda – vovó disse e sorriu.

Vovô então começou:

– O hábito de contar história acontece desde a antiguidade. Foi por meio dele que grandes ensinamentos passaram de geração a geração, e muito do que sei aprendi com os meus avós e pais. E eu desejo que continue assim em nossa família, que vocês possam crescer guardando na memória tudo que viverem. Então penso que seria muito legal que vocês registrassem nesses materiais todo o aprendizado que tiveram.

As crianças estavam paralisadas, ouvindo atentamente o vovô. Elas se olharam e juntas perguntaram:

– Como assim, vovô?

– Usem a criatividade, vocês podem escrever um texto, usar desenhos, recortes, colagens. Podem até montar e criar histórias, mas deixem registrado para as gerações futuras tudo que vivenciaram nesse período que estiveram de férias aqui no sítio. Deixem eternizado quais os conhecimentos apropriados por vocês relacionados à geometria.

A vovó, de longe, acompanhava toda a cena e estava preparando um lanche bem gostoso para a despedida das crianças. Ela conheceu o vovô Carminho bem mocinha, então sabia o quanto ele gostava de estudar, de ler, de aprender coisas novas e de registrar suas descobertas. Então lembrou-se de um livro, que ele foi

escrevendo à mão, que ficava lá no alto da estante do quartinho. Foi até lá, pegou o livro e foi até a varanda:

– Meu velho, porque não mostra esse seu tesouro às crianças?

– Nossa, havia me esquecido! Vejam só, os registros das minhas descobertas desde pequenino.

Vovô pegou o livro, abriu e foi mostrando cada página aos seus netos, foram longos e longos minutos, até que ele disse:

– Bom, agora é com vocês, meus pequenos! Além de guardar na memória, deixem registros que estarão eternizando os saberes para as gerações futuras.

-Tipo uma cápsula do tempo, vovô?

-Isso mesmo, Ana Liz!

E assim, as crianças registraram suas descobertas, o que aprenderam e colocaram naquelas folhas, momentos inesquecíveis vividos no sítio. E assim, deixando um verdadeiro tesouro registrado, e que será explorado pelo irmãozinho Theo, que logo chegará a esse mundo!